Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

RESSOURCES ET DÉVELOPPEMENT PROFESSIONNEL DES ENSEIGNANTS

Compte rendu du groupe de travail n°6

Sylvia COUTAT[*] - Mama FOUPOUAGNIGNI[**] -
Hussein SABRA[***] - Michela MASCHIETTO[****]

I. INTRODUCTION ET AMBITIONS INITIALES

Le thème des ressources pour l'enseignant est apparu avec le premier EMF à Tozeur (2003). Il a su s'adapter aux évolutions professionnelles des enseignants en intégrant les ressources technologiques dès EMF2006. Depuis il suit les questions vives liées au métier d'enseignant à travers les formations à distances, les ressources numériques et le développement professionnel. Le terme ressource a évolué au cours des différent EMF, nous avons repris comme définition celle choisie lors du précédent colloque, à savoir la définition de Adler : tout ce qui est susceptible de re-sourcer le travail des professeurs (Adler 2000).

Le texte de cadrage offre trois axes de réflexion. Un premier axe propose l'étude des ressources à travers leur conception, que ce soit par des chercheurs, des enseignants ou des collectifs hybrides ou non. Le deuxième axe vise l'analyse de l'exploitation des ressources par les enseignants. Enfin pour le troisième axe les ressources sont analysées de par leur implication dans le développement professionnel des enseignants.

La réflexion de notre groupe de travail s'est organisée autour de 10 participants et 8 communications. Pour la majorité des communications, deux des trois axes de réflexions étaient pris en charge, ce qui témoigne de leur corrélation. Il est difficile de considérer une ressource sans s'intéresser simultanément à sa conception, son usage et son impact sur son utilisateur. Les neuf nationalités présentent dans le groupe de travail 6 illustrent bien le thème du colloque EMF2015 portant sur les pluralités culturelles et l'universalité des mathématiques.

Nous reprenons, dans un premier temps, brièvement les huit communications en nous intéressant à leurs résultats. Les échanges en lien avec les communications seront introduits

[*] Université de Genève – Suisse – Sylvia.Coutat@unige.ch.
[**] Université de Yaoundé 1 et Institut Africain des Sciences Mathématiques - Cameroun - mfoupouagnigni@aims-cameroon.org.
[***] Cérep - Université de Reims Champagne Ardenne - France – hussein.sabra@univ-reims.fr.
[****] Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia - Italie - michela.maschietto@unimore.it.

Coutat S., Foupouagnigni M., Sabra H., Maschietto M. (2015) Ressources et développement professionnel des enseignants - *Compte-rendu du Groupe de Travail n°6*. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 527-533.

ponctuellement. Afin de relater au mieux les échanges du groupe du travail, nous présentons tout d'abord l'axe exploitation de ressource, puis conception et développement professionnel. Dans un deuxième temps nous présenterons les questions qui ont émergées de nos discussions ainsi que les perspectives concernant les ressources et le développement professionnel des enseignants.

II. SYNTHESE DES ECHANGES

1. Exploitation de ressources

L'exploitation de ressources est étudiée à travers l'usage de manuels officiels (*Adel* et *Coutat*) ainsi que l'usage de ressources de diagnostic (*Chenevotot et al.*) par les enseignants.

Les études des manuels englobent les programmes officiels ainsi que les documents d'accompagnements aux programmes et/ou aux manuels. L'étude d'*Adel* présente les conséquences sur les pratiques des enseignants et les apprentissages des élèves de la présence d'un manuel unique en mathématiques. À partir des pratiques de trois enseignants étudiés *Adel* met en évidence trois types de conformités. La conformité conservatrice implique un scénario de l'enseignant extrêmement fidèle au scénario du manuel. Une conformité réductrice témoigne d'une pratique qui utilise le scénario du manuel en ne conservant que le nécessaire pour garantir les connaissances minimales des élèves. Enfin la conformité enrichissante caractérise une pratique qui utilise comme base le scénario du manuel pour ensuite l'enrichir et l'adapter aux besoins didactiques et mathématiques. Ces résultats sont issus d'observation d'enseignants en classe. Le manuel unique, dans un contexte où les documents d'accompagnements des programmes et manuels sont absents, implique une pratique de l'enseignant qui s'organise autour de cette ressource quasi-unique dont la cohérence et la fiabilité sont des critères centraux.

La recherche de *Coutat* s'intéresse aussi à l'exploitation d'un manuel unique, en s'appuyant sur l'observation de deux enseignantes. Bien que dans ce deuxième cas le manuel est complété par des programmes et des documents d'accompagnement, ces derniers apparaissent inadaptés aux besoins des enseignantes. La volontaire liberté offerte aux enseignants dans la mise en œuvre des tâches proposées devient une entrave à une exploitation maximale du potentiel des tâches. Les deux études (*Adel* et *Coutat*) concluent sur les variations dans l'exploitation des manuels par les enseignants qui parfois impliquent des différences de conformités (*Adel*) ou des réductions des possibilités (*Coutat*) dans les pratiques des enseignants.

2. Conception de ressources

La problématique de la conception de ressource est la cible principale de deux textes (*Chenevotot et al.* et *My Lhassan*) à travers la conception de ressources numériques.

Le projet *Pépite* vise le développement de ressources d'apprentissage et de diagnostic pour l'algèbre élémentaires. Ce projet a débouché sur le logiciel de diagnostic *Pépite* destiné à des élèves de fin de scolarité obligatoire en France (16 ans). Le texte de *Chenevotot et al.* présente les adaptations de l'outil de diagnostic pour des élèves de début du secondaire (12-13 ans). Une analyse épistémologique et anthropologique d'une part, et une analyse cognitive d'autre part, de l'algèbre élémentaire permet de définir une référence qui sera le fondement du diagnostic (Artigue et al. 2001). Les auteurs présentent comment la conformité aux fondements théoriques et contraintes institutionnelles ont dû être respectées lors du transfert du diagnostic *Pépite*. La conception de cette ressource pour le début du secondaire bénéficie largement de l'expérience acquise lors de la conception du diagnostic *Pépite* pour la fin du secondaire.

My Lhassan présente une réflexion autour de l'utilisation des tablettes dans les classes avec l'application *Geogebra*. Le développement de ces situations s'appuie sur la genèse instrumentale (Rabardel 1995, Trouche 2005), les registres de médiations sémiotiques (Duval 1995), les travaux antérieurs impliquant de la géométrie dynamique. L'analyse des apprentissages repose sur les Espaces de Travail Géométriques (Kuzniak & Richard 2014). L'utilisation des tablettes reste encore peu développée dans les écoles, cependant dans les établissements où elles ont fait leur entrée, elles ont trouvé leur place au même titre que les ordinateurs. Une réelle valeur ajoutée aux ordinateurs reste encore à prouver, cependant leur pertinence dans les processus d'apprentissage semble vérifiée.

Ces deux investigations s'appuient sur des cadres théoriques différents mais chacun adaptés aux exigences de leur recherche. Pour chacune, le réinvestissement des ressources existantes proches pour les adapter à un nouveau contexte (degré scolaire ou support) apparaît comme central.

3. *Ressources et développement professionnel*

Ce dernier axe d'étude est investi par quatre communications. L'investissement dans l'étude des relations entre les ressources et le développement professionnel est cependant en lien avec les deux précédents axes. Ainsi *Baheux et al.*, *Sokhna et al.* ainsi que *Sangaré et al.* utilisent l'activité de conception de ressource dans des contextes de formation et de développement professionnel. L'impact de l'utilisation d'une ressource, Mathenpoche, sur le travail collectif des enseignants est analysé dans le texte de *Sayah*.

La recherche de *Baheux et al.* s'intéresse à la conception de ressources mais étant dans un contexte de formation il trouve un fort écho dans l'étude des ressources dans le développement professionnel. En effet, la genèse du document créé au cours de la formation est utilisée comme un indicateur de développement des étudiants-professeurs. La recherche présentée se déroule en Afrique Centrale Francophone. Les étudiants de deux Ecoles Normales africaines sont amenés à produire une ressource, appelée document-ressource par les auteurs, couvrant le programme de terminal. Pour cette production du documents-ressource l'étudiant est encadré par un collectif (professeur, conseillé pédagogique et inspecteur) et collabore avec des experts d'Afrique et de France au cours de deux séminaires. Le cadre théorique de la conceptualisation des ressources (Adler 2010) est complété par l'enquête documentaire (Margolinas & Wozniak 2010). Le contexte de l'étude de rapproche de l'étude de *Adel* dans le sens où une ressource unique tient une place importante. Un des résultats de l'étude est l'évolution du document-ressource produit par les étudiants, ce qui témoigne de la prise en compte d'autres documents au cours de la formation et de l'évolution de la conception de la pratique mathématique scolaire. Cette évolution de la conception des pratiques s'accompagne d'un développement des compétences professionnelles relatives à la préparation d'un cours.

La conception de ressource dans un contexte de formation est aussi investie par la recherche de *Sokhna et al.*. Le cadre théorique utilisé reprend la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard 1997) ainsi que l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2008). Les travaux de Rabardel (1999) sont aussi réinvestis à travers la notion de médiation documentaire, prolongeant la médiation instrumentale. La ressource est traitée comme un outil qui ne demande qu'à évoluer en s'adaptant à l'enseignant qui se l'approprie, lui-même faisant évoluer sa pratique en s'adaptant à la ressource. Le document est l'aboutissement de cette genèse. Alors que l'étudiant est encadré par un collectif dans la formation exposée par *Chenevotot*, le dispositif de formation présenté par *Sokhna* propose un accompagnement par tutorat. Les ambitions de formations s'appuient sur l'échelle de perspectives de Hache et al. (2009) avec pour visée la perspective 4, c'est-à-dire le développement de formation autour des mathématiques enseignées. La collaboration avec les tuteurs devraient générer le développement de la *culture mathématique* en rapport avec celui de la *culture d'enseignement des mathématiques*. Les effets de cette formation sont encore objets d'études et laissent ouvertes des questions autour de l'approche documentaire et de l'analyse des processus d'appropriation par l'enseignant des ressources disponibles dans un jeu de collaboration.

Un autre choix de formation a été proposé par *Sangaré et al.* autour de l'usage des instruments géométriques. Ce choix de formation s'appuie sur les concepts de système de représentation sémiotique (Duval 2014) ainsi que sur la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard 2001). Les situations de formations sont construites dans le but de développer chez les élèves-professeurs une posture réflexive critique (Voz & Cornet 2009). Ainsi les situations s'appuient sur une rupture avec les expériences vécues par les élèves-professeurs lors de leur parcours élèves et l'émergence de conflits cognitifs et/ou sociocognitifs. Ces situations sont développées dans le cadre de la géométrie et plus spécifiquement sur les liaisons entre les techniques de constructions instrumentées et des configurations géométriques sous-jacentes.

L'aspect interculturel lié avec la conception de ressource d'un collectif à partir d'une ressource existante est abordée dans la communication de *Sayah*. Elle interroge le rôle d'un collectif d'enseignants organisé autour de la ressource Mathenpoche dans l'évolution du système de ressources et des pratiques des enseignants membres. Cette étude reprend l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2010). La méthodologie de suivi des enseignants s'inspire l'investigation réflexive (Gueudet & Trouche 2009) complétée par quatre outils : des entretiens de l'enseignant au cours de la période de suivi, des schémas représentant le système de ressources (individuel et collectif), un journal de bord pour le suivi de l'évolution de la ressource et des vidéos de classe. Les premiers résultats de cette étude menée dans un contexte hors de la classe (club de mathématiques) semblent montrer l'intérêt d'un travail collectif dans l'évolution du système documentaire de l'enseignante observée.

L'utilisation de la ressource francophone Mathenpoche dans un contexte arabophone a permis des discussions autour des difficultés dans l'utilisation de ressources étrangères. Ces difficultés concernent les curriculums mais aussi les significations des traductions qui parfois trouvent difficilement entière concordance.

III. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Comme le montre les textes de *Adel* et *Coutat*, l'appropriation des ressources par les enseignants peut-être très disparates voire incomplète relativement au potentiel des tâches proposées. Les échanges basés sur les communications présentées ont soulevé la nécessité de distinguer les ressources disponibles aux enseignants des ressources personnelles à chaque enseignant. Le terme document est utilisé dans l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2010) et permet cette distinction. Les discussions du groupe concluent que l'élaboration du document, personnel à un enseignant, obtenu à partir d'un ensemble de ressource est une compétence qui gagne à intégrer un contexte de formation ou de réflexion collective. Ainsi les ressources restent au centre de la réflexion avec un regard tourné vers les documents des enseignants.

1. Les questions émergentes

Au cours des discussions relatives aux différentes communications, de nouvelles questions émergent. Nous avions choisi de conserver une définition large du terme de ressource (Adler 2000), cependant cette définition nécessite d'être complétée afin obtenir une finesse sur le statut de la ressource. Afin de cibler les enjeux et les prochaines recherches, la nécessité de distinguer plusieurs ressources c'est imposée. Ainsi, nous nous appuyons sur les travaux de Gueudet et Trouche (2010) sur le travail documentaire et distinguons les ressources disponibles aux enseignants de la ressource de l'enseignant, les ressources sont les artefacts disponibles aux enseignants, ces ressources associées aux schèmes propres d'un enseignant deviennent des *documents*.

Dans l'exploitation de la ressource par l'enseignant, la réalisation des leçons en cours n'est qu'une étape dans le processus d'appropriation de la ressource. Les autres étapes restent personnelles à l'enseignant et sont souvent difficiles d'accès par le chercheur. Pourtant le processus d'appropriation des ressources par les enseignants est un processus qui doit être connu des concepteurs de ressources en particulier pour l'élaboration des documents d'accompagnement de ces ressources. Les principales questions qui ont émergé de nos discussions concernent ces schèmes et leur identification dans le processus de la genèse documentaire :

- Comment analyser la construction du document par l'utilisateur ?
- Comment développer des méthodologies didactiques autour des ressources ? Quels sont les outils qui permettent de modéliser les travaux de préparation, quelles seraient les bonnes conditions qui permettraient d'observer afin d'analyser les travaux de préparation de l'enseignant ?
- Les collectifs semblent donner accès à une grande partie de la genèse documentaire, mais il subsiste des zones cachées. Comment accéder à ces parties cachées ?

2. Les nouvelles propositions et pistes pour EMF2018

Comprendre comment les enseignants s'approprient les ressources pour construire leur document nous semble une réelle question qui devra être ciblée lors du prochain EMF. L'appropriation de ressource et le développement professionnel nous semble en lien avec la première question et devra aussi être interrogée. Les pratiques des enseignants étant relativement *stables*, l'observation de l'élaboration d'un document pourrait passer par l'introduction une perturbation dans la stabilité de la pratique ce qui impliquerait une adaptation de la pratique et une éventuelle observation de cette adaptation. Bien que la place des mathématiques à enseigner n'ait pas été très développée au cours de nos sessions, elle reste cependant essentielle dans l'élaboration du document. De ce fait, elle doit être impliquée dans l'étude de l'élaboration. Nous proposons ici quelques pistes qui pourraient être exploitées lors du prochain EMF.

- Le travail de la construction des documents par les enseignants est à investiguer par son travail en classe et son travail hors de classe. Pour cela les travaux de Margolinas et Wozniak, (2010), ceux de Gueudet et Trouche (2010) ou ceux de Robert et Rogalski (2002), peuvent être exploité afin d'identifier les schèmes des enseignants lots de la construction de leur document.
- Le développement professionnel a été aussi discuté en particulier en contexte de formation. Les atouts de l'enquête documentaire (Margolinas & Wozniak 2010) et le travail documentaire (Gueudet & Trouche 2010) peuvent être analysés plus finement dans un contexte de formation.

REFERENCES

Adler J. (2000) Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3, 205-224.

Adler J. (2010) La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In Gueudet G. et Trouche L. (Eds), *Ressources Vives Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, (p. 23-37). INRP, Presses Universitaires de Rennes.

Artigue M., Grugeon B., Assude T., Lenfant A. (2001) Teaching and Learning Algebra: approaching complexity trough complementary perspectives. In Chick H., Stacey K., Vincent J. (Eds.) *The future of the Teaching and Learning of Algebra, Proceedings of 12th ICMI Study Conference* (pp. 21-32). Australia: University of Melbourne.

Chevallard Y. (1997) Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 17(3), 17-54.

Chevallard Y. (2001) Organiser l'étude. 1. Structures et fonctions. In Dorier J.L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R. (Eds.) *Actes de la 11e école d'été de didactique de mathématiques* (pp. 3-22). Grenoble : La pensée sauvage.

Duval R. (2014) Comment analyser le problème de la compréhension des mathématiques ? *Revista IberAmericana* 37, 9-29.

Gueudet G., Trouche L. (2008) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique 2*(3), 7-33.

Gueudet G., Trouche L. (2009) Conception et usages de ressources pour et par les professeurs : Développement associatif et développement professionnel. *Dossiers De l'Ingénierie Educative* 65, 78-82.

Gueudet G., Trouche L. (2010) Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires, In Gueudet G., Trouche L. (Eds.) *Ressources Vives Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (pp.57-74). INRP : Presses Universitaires de Rennes.

Hache C., Proulx J., Moussa S. (2009) Formation mathématique des enseignants : contenus et pratiques Compte-rendu du Groupe de Travail n°1– EMF2009. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation* (pp. 34-39). Faculté des Sciences et Technologies de l'Education et de la Formation http://fastef.ucad.sn/EMF2009/ consulté le 27-01-2016.

Kuzniak A., Richard P.R. (2014) Espace de travail mathématique. Points de vue et perspectives. *RELIME* 17(4-I), 5-15.

Margolinas C., Wozniak F. (2010) Rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur : le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. In G. Gueudet et L. Trouche (Eds), *Ressources Vives Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, (p. 233-249). INRP : Presses Universitaires de Rennes.

Rabardel P. (1995) *Les hommes et les technologies une approche cognitive des instruments contemporains.* Paris : Armand Colin.

Trouche L. (2005) Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. *Actes de l'Université d'été de Saint Flour : le calcul sous toutes ses formes*, 265-275.

Voz G., Cornet J. (2009) Comment former de futurs enseignants réflexifs ? Quel est l'impact de la formation à la réflexivité ? Comment l'améliorer ? Réponses d'étudiants. In *ABC EDUC – journée d'étude : La formation des enseignants,* Bruxelles, 09/09/2009. (lien consulté le 18-01-2016).

LES CONTRIBUTIONS AU GT6

Adel F. (2015) Quand le manuel unique devient la ressource principale de l'enseignant !

Baheux C., Galisson M.-P., Chenevotot F., Gélis J.-M. (2015) Projet d'innovation au Cameroun et développement professionnel.

Chenevotot-Quentin F., Grugeon-Allys B., Delozanne E., Prévit D. (2015) Transfert du diagnostic Pépite à différents niveaux scolaires : tests diagnostiques pour les élèves et leurs usages par les enseignants.

Coutat S. (2015) Le jeu dans les moyens d'enseignement romands à travers les yeux de deux enseignantes.

Riouch M.-L. (2015) Utilisation des tablettes dans des activités mathématiques : Exemple activités de géométrie dynamique Application : Geogebra.

Sangaré M., Souleyman D.-S. (2015) Pour un usage réflexif des instruments de géométrie.

Sayah K. (2015) L'intégration des ressources mathenpoche un moteur pour le développement du travail collaboratif des enseignants de mathématiques de collège : le cas de l'Algérie.

Sokhna M., Trouche L. (2015) Formation mathématique des enseignants : quelles médiations documentaires ?

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

QUAND LE MANUEL UNIQUE DEVIENT LA RESSOURCE PRINCIPALE DE L'ENSEIGNANT ![1]

Fadhel ADEL[*]

Résumé – Dans cet article, nous nous basons sur notre travail de thèse (Adel 2014) pour comparer les pratiques de trois enseignants en terminale math en Tunisie sur le chapitre « isométries du plan », en comparant entre eux les scénarios (ensemble des cours et exercices) et les déroulements à partir des enregistrements vidéo de chacun des trois enseignants sur tout le chapitre. La reconstitution préalable du scénario du manuel « unique », à partir de l'étude détaillée de la partie cours et des exercices dans ce manuel, a permis de déterminer à quel point ce scénario a influencé les pratiques des trois enseignants dans sa structure, ses choix, sa façon de « faire fréquenter » aux élèves les mathématiques et même dans le niveau de rigueur qui semble exigé. Des conséquences sur les productions des élèves sont enfin recueillies.

Mots-clefs : manuel, pratiques enseignantes, pratiques induites, activités des élèves, scénario.

Abstract – In this article, we rely on our thesis (Adel 2014) to compare the practices of three teachers in terminal Math in Tunisia on the chapter "Euclidean plane isometrics" comparing between them, scenarios (the whole course and tasks) and workflows from the video recordings of each of the three teachers along the entire chapter. Then the preliminary reconstitution of the scenario of the 'unique' manual, from the detailed study of its Course and Tasks parts, allowed determining how this scenario has influenced the practices of the three teachers in its structure, its choices, its way of attending mathematics and even in its level of rigor required. Some findings about learners' feedbacks are noteworthy.

Keywords: manual, teaching practices, induced practices, student activities, scenario.

L'enseignement en Tunisie propose un manuel unique pour chaque discipline à chaque niveau scolaire y compris en mathématiques. Sans entrer dans les raisons de ce choix qui pourrait être d'ordre économique ou autre, nous avons essayé d'en étudier les conséquences sur les pratiques des enseignants et les apprentissages des élèves. Nous avons essayé entre autre de préciser le statut du manuel de mathématiques chez les enseignants. Cette étude était l'objet de ma thèse (Adel 2014), dans laquelle nous avons étudié le cas de l'enseignement des isométries[2] en terminale Math en Tunisie.

[*] LDAR – Tunisie – afadhel34@yahoo.fr

[1] Je remercie profondément madame Robert A. pour ses conseils et corrections pour affiner ce travail.

[2] Ce choix, qui a été précisé dans la thèse, est dû au fait que cette notion entretient des relations avec plusieurs autres notions dont certaines n'étaient plus objet d'apprentissage, et unifie des exemples d'isométries vus tout au long de la scolarité, ce qui mettra l'accent sur la nécessité de l'intervention de l'enseignant. De plus le niveau des élèves spécialisés en Math choisi permettra de neutraliser, même partiellement, la démotivation des élèves.

Adel F. (2015) Quand le manuel unique devient la ressource principale de l'enseignant ! In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 534-550.

L'analyse des parties cours et exercices du chapitre « isométries » nous a permis de reconstruire le scénario[3] préalable du manuel. Nous avons montré que, a priori, le contenu de ce manuel n'est pas à reproduire intégralement en classe, amenant à penser à des interventions complémentaires de l'enseignant qui l'utilise comme ressource principale (ou *ressource pivot*) (Gueudet & Trouche 2010, p. 68). Ce peut être pour changer la structure ou pour modifier les énoncées des théorèmes ou leurs démonstrations ou pour adapter les contenus pendant les déroulements.

D'autre part, l'étude des pratiques de trois enseignants expérimentés, appartenant à différentes circonscriptions et exerçant dans différents milieux sociaux, montre une certaine conformité de ces trois pratiques entre eux et au scénario du manuel, témoignant de l'existence de ce qu'on pourra appeler « pratique induite par le manuel», ce qui pourrait donner d'une part, l'idée d'utiliser le manuel pour agir sur les pratiques des enseignants et d'autre part l'idée de l'importance des formations sur l'utilisation du manuel ainsi que les autres ressources.

I. CADRE THEORIQUE ET NIVEAUX DE REFERENCES

Pour analyser et comparer le manuel, les pratiques des enseignants, notamment en classe et les activités des élèves, nous avons choisi de nous placer dans le cadrage théorique de la double approche telle qu'elle a été présentée par Robert A. et Rogalski J. (2002).

Ce cadre théorique nous a amené à déterminer « le relief[4]» sur la notion à enseigner, le « scénario envisagé » par les prescripteurs ou « scénario du manuel » ainsi que les scénarios réels des trois enseignants. De plus nous nous en sommes inspirés pour analyser les productions des élèves que nous avons recueillies.

Pour reconstruire le scénario envisagé, nous étions appelés à déterminer « l'état des connaissances visé » (Robert & al. 2012), ou ce que nous pouvons appeler « le degré de conceptualisation visé » par l'enseignement de la notion d'isométrie à ce niveau scolaire et que nous pouvons repérer par :

- La disponibilité[5] des définitions et théorèmes concernant la notion d'isométrie en terminale math exigée par le programme correspondant (caractère objet de la notion d'isométrie).
- La disponibilité des isométries comme outil pour résoudre les exercices et les problèmes qui peuvent êtres traités à ce niveau. Cette possibilité est exprimée en termes d'adaptation des théorèmes et définitions relatifs à la notion d'isométrie.

II. RELIEF SUR LA NOTION

La notion d'isométrie en quatrième année secondaire (classe terminale), a été rencontrée à travers des cas particuliers dans presque tout le programme actuel en Tunisie (celui de 2002), à partir de l'école primaire. La symétrie orthogonale est la première à être étudiée, elle est rencontrée tout au long de la scolarité, ce qui donne une idée sur son rôle prévisible pour l'étude des autres isométries. D'autre part cette première isométrie est rencontrée durant les premières années de scolarité d'une façon qui pourra favoriser l'étude analytique des

[3] Ensemble ordonné des cours et des exercices prévus pour un chapitre ou une séquence.
[4] Désigne les spécificités de la notion : caractérisation mathématique, insertion dans le programme, connaissances antérieures nécessaires, difficultés possibles des élèves…
[5] La possibilité de faire appel à ces connaissances, sans qu'elles soient indiquées, et les utiliser pour résoudre une tâche donnée.

symétries et des isométries en général. Ce point de vue est renforcé par l'introduction dès la deuxième année du collège de la relation entre les coordonnées des points symétriques par rapport aux axes et à l'origine du repère.

Cependant, ce point de vue analytique ne semble pas en adéquation directe avec les habitats ultérieurs occupés par la notion « isométries » et la tendance des programmes actuels, qui s'éloignent de l'analytique. De plus le fait de retarder la première rencontre avec la notion de « translation » jusqu'à la première année du lycée et attendre jusqu'à la deuxième année, pour l'introduire à l'aide des vecteurs, semble plus lié à l'ancienne approche (celle de 1993/1998) et s'intègre moins à l'approche actuelle de l'enseignement des isométries. L'introduction du pliage dans les premières années de scolarité ainsi que de certaines autres isométries à l'aide du mouvement, semble en revanche être mieux adaptée à l'approche actuelle (2007 en terminale). Nous pourrons voir plus loin dans l'analyse de déroulement de séances en classe, la gestion par les enseignants de cette contradiction apparente, et son effet présumé sur l'apprentissage des élèves quant à leur conceptualisation de la notion d'isométrie et leur aptitude à résoudre les problèmes en liaison.

III. SCENARIO DU MANUEL

L'analyse du chapitre « isométries du plan » permet de dégager les choix du manuel et de réfléchir aux marges de manœuvres des enseignants qui utilisent ce manuel. Ces choix du manuel sont caractérisés (Adel 2014) par l'instabilité que ce soit en ce qui concerne la position de l'énoncé d'un théorème par rapport à sa démonstration, ou du langage et des figures utilisés dans les énoncés des théorèmes, ou la nature même des questions. Ces choix sont caractérisés aussi, par une certaine imprécision, des implicites et un certain manque de rigueur et de cohérence. On constate aussi un manque certain de liaison avec les connaissances antérieures.

Ainsi l'énoncé d'un théorème est parfois en double langage mathématique et naturel et dans d'autres cas donné en un seul langage, sans qu'il y ait des raisons explicitées, derrière ce choix. Avec des imprécisions dans l'utilisation des équivalences dans ces énoncés.

La position de la démonstration par rapport à l'énoncé du théorème change d'un paragraphe à l'autre et à l'intérieur d'un même paragraphe, sans qu'on puisse reconstituer des raisons didactiques à cela. Quand elle précède l'énoncé, la démonstration est sous forme d'activité[6] dont l'ouverture des questions varie ; la stratégie de résolution est parfois fournie, parfois pas, sans relation visible avec la complexité de la tâche ; les connaissances nécessaires à la résolution peuvent être supposées disponibles dans certains cas et ne le sont pas dans plusieurs autres ; plusieurs questions posées sont porteuses d'ambigüités et manquent de précision. Et quand elle succède à l'énoncé, la démonstration est fournie donc considérée comme étant bien rédigée et pourrait représenter un modèle pour les élèves. Or ce n'est pas toujours le cas. Nous sommes, dans plusieurs occurrences, en présence de démonstrations incomplètes avec beaucoup d'implicites, des passages ignorés ou négligés et plusieurs adaptations qui ne sont pas suffisamment explicitées. L'utilisation de la figure ne semble pas bien étudiée par exemple la position des axes de symétries est toujours verticale, sans commentaire à ce sujet, ou l'utilisation des figures n'illustre pas le cas générique.

D'autre part, plusieurs notions qui interviennent dans ce cours sur les isométries nécessitent des précisions. La notion d'application en particulier n'est plus objet d'apprentissage et n'est rencontrée qu'à l'occasion des transformations planes ; or plusieurs

[6] Le terme activité est utilisé ici, conformément au manuel, pour désigner un exercice ou tâche mathématique.

propriétés concernant les applications sont présentées dans le cadre des isométries sans aucune précision sur leur validité ailleurs. De plus, plusieurs propriétés sont rencontrées dans les classes antérieures dans des exemples d'isométries, et la seule isométrie nouvelle est la symétrie glissante. Ce facteur n'est pas convenablement exploité vu l'absence de paragraphes de liaison et de phases introductives aidant à dynamiser[7]le scénario du manuel. Nous suggérons qu'il était plus intéressant d'exploiter le caractère généralisateur de l'isométrie en partant de propriétés connues pour passer ensuite à la généralisation.

Pour montrer un exemple de l'étude faite sur tout le chapitre « isométries planes » nous nous limitons ici à une seule séquence de ce chapitre, qui concerne la composée de deux isométries. L'étude *a priori* de cette séquence est résumée dans le tableau suivant :

Contenu du manuel			**Interventions possibles de l'enseignant**
Composée de deux isométries	Connaissances antérieures	**(fcr)**[8] : notion d'application : définition de la composée de deux ou trois applications du plan et associativité de la composée de trois applications du plan.	Les connaissances antérieures concernant la composée de deux rotations ne sont pas exploitées dans ce scénario proposé par le manuel. L'enseignant pourra donc prendre la décision d'insérer dans cette partie des activités concernant ces connaissances antérieures.
	Cours : composée de deux isométries quelconques.	Une **activité** contenant trois questions qui représentent des étapes de la démonstration du **théorème** qui suit.	Une synthèse entre ces trois questions est attendue, d'autre part l'enseignant pourra prendre une décision concernant l'avancement ou non de l'activité ayant pour objet la démonstration par rapport à l'énoncé du théorème correspondant.
	Activités pour appliquer	Il n'y en a pas.	L'enseignant pourra (selon le besoin et la possibilité) proposer un exercice d'application sur la composée de deux isométries connues (deux symétries centrales ou deux rotations ou deux translations…). Il pourra aussi proposer un exercice qui servira à la fois comme introduction au paragraphe suivant et comme application.

Tableau 1 *– Analyse a priori de la séquence*

Il paraît donc bien que la charge est laissée à l'enseignant utilisant ce manuel d'assurer une exploitation des activités et une gestion plus appropriées aux fins d'apprentissages.

Dans la totalité du chapitre, cette « meilleure » exploitation peut être rendue possible par :

- Une meilleure organisation du contenu et l'adoption d'une structure claire et justifiée. Que ce soit dans la position relative des théorèmes et des démonstrations ou dans la forme des textes des énoncés.

- Une meilleure mise en relation du nouveau et des connaissances antérieures, en posant différemment certaines activités et en aidant les élèves à conjecturer et prévoir les résultats, et en utilisant un discours explicatif allant au-delà du texte du manuel. Il est intéressant à ce

[7] Rendre le scénario dynamique par l'organisation des interventions de l'enseignant et des élèves.
[8] (fcr) : désigne une connaissance faussement connue et rappelée.

propos, de vérifier la disponibilité de certaines connaissances utiles aux démonstrations. De plus, la notion d'application pourra être objet d'apprentissage dans un paragraphe introductif à la notion d'isométrie.

- Une concentration sur les démonstrations fournies par le manuel pour combler les lacunes et surmonter les problèmes de rigueur. Sans oublier d'importer le cas échéant d'autres exercices pour appliquer le cours, sans se limiter nécessairement à ceux du manuel.

- Un changement du contrat sur l'usage du manuel, pour éviter l'idée qu'il représente un modèle à suivre. A force la répétition des manques dans plusieurs démonstrations et dans l'exercice résolu proposé, pourrait faire acquérir de mauvaises habitudes aux élèves dans l'argumentation et la rédaction.

Pour les exercices, nous pouvons voir aisément, à partir des analyses détaillées de la partie « exercices » (Adel 2014), qu'un travail de la part de l'enseignant est aussi nécessaire, que ce soit pendant la réalisation des exercices en classe par les élèves, avant le déroulement de la correction en classe ou pendant la correction de ces exercices en classe.

Il s'avère que toutes les parties du cours ne sont pas développées de manière équivalente dans les exercices.

Les analyses montrent aussi l'absence de tâches simples et isolées mais des adaptations qui portent beaucoup plus sur les connaissances antérieures que sur les nouvelles. Du coup ce qui est travaillé pour les nouvelles connaissances c'est plutôt le caractère objet et la mobilisabilité[9].

Le rôle de l'enseignant est avant tout le choix du moment convenable dans le scénario pour intercaler l'exercice, que ce soit avant le nouvel apprentissage pour la mise à jour des connaissances anciennes, ou après le nouvel apprentissage pour mobiliser certains théorèmes ou définitions. De plus, des modifications sur le contenu ou la forme de l'exercice sont nécessaires, dans le but de clarifier le contenu ou le texte ou la stratégie ou pour orienter l'exercice vers le but voulu. D'autres modifications peuvent concerner le rôle de la figure et sa production éventuelle (même partielle).

Le contenu du manuel suggère donc des adaptations de la part de l'enseignant qui l'utilise comme ressource principale, nous allons voir après, la prise en compte de ces adaptations par les enseignants dont les pratiques sont objets de cette étude.

IV. SCENARIOS DES ENSEIGNANTS

Une étude du déroulement en classe pour chacun des trois enseignants sur tout le chapitre nous a permis de déterminer les scénarios de ces trois enseignants. Chaque scénario donne une vue globale sur le déroulement en classe du chapitre « isométries » de point vue de sa structure et des contenus abordés et permet d'accéder aux choix de chaque enseignant en ce qui concerne les activités d'introduction, la gestion globale et le niveau de rigueur exigé dans les démonstrations, les activités pour appliquer et les exercices. Le schéma du scénario donne la structure générale du chapitre tel qu'il a été traité par l'enseignant, avec des couleurs (ici plus ou moins grisé) qui distinguent les parties ; cours (théorèmes, propriétés, corollaires, conséquences, démonstrations et activités pour démontrer) ; applications (activités pour appliquer) et exercices.

---

[9] Le fait de savoir utiliser des connaissances indiquées.

Comme pour le scénario du manuel, nous nous intéressons d'abord à la séquence ayant pour objet de démontrer que la composée de deux isométries est une isométrie, résultat énoncé sous forme d'un théorème.

1. Contenu mathématique de la séquence

La séquence telle qu'elle est présentée par le manuel, se compose de :

- Un rappel sur la notion d'application :

- Soit f et g deux applications du plan dans lui-même. L'application du plan dans lui-même qui à tout point M du plan associe le point g(f(M)) est appelée la composée de f par g. On la note gof.
- Si f, g et h sont trois applications du plan dans lui-même, (gof)oh=go(foh)=gofoh.

- Une tâche mathématique (appelée activité) :

  Soit f et g deux isométries et M et N deux points. On pose M'=f(M), N'=f(N), M''=g(M') et N''=g(N').
  1. Comparer M'N' et MN puis M''N'' et M'N'.
  2. En déduire que gof est une isométrie
  3. Montrer de la même manière que fog est une isométrie.
- L'énoncé d'un théorème :

  La composée de deux isométries est une isométrie.

Ce contenu mathématique a été traité par les trois enseignants avec quelques différences dans le déroulement, nous présentons ainsi la pratique de chacun des trois enseignants sur cette séquence :

2. Pratiques de l'enseignant 1

C'était la même tâche mathématique que celle du manuel (Activité 1 p. 40), ayant pour but la démonstration que la composée de deux isométries est une isométrie en utilisant la conservation de la distance. Puis le résultat a été énoncé sous forme d'un théorème. La structure de cette séquence pourra donc être schématisée comme suit :

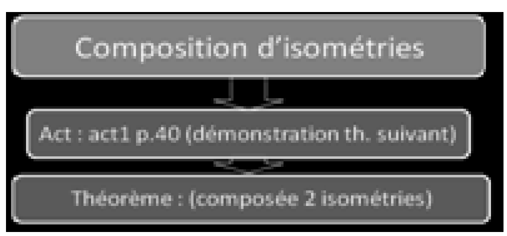


***Figure 1** – Schéma du scénario de la séquence de l'enseignant 1*

Cette séquence s’est déroulée selon la chronologie suivante :

Durée		Déroulement
43’’		Ecriture du titre du paragraphe et de l’activité mathématique à réaliser : Activité 1 p.40.
9’ 17’’	23’’	recherche
	1’33’’	Correction au tableau par un élève : l’élève écrit les données, une élève lui dicte du manuel.
	1’56’’	L’élève écrit au tableau ce qu’il entend concernant la réponse à la première partie de la première question.
	1’6’’	Une période de silence, l’élève efface le tableau suivant pour continuer.
	3’6’’	Résolution de la 2ème partie de la 1ère question de la même façon.
	1’13’’	Résolution de la deuxième question.
23’’		Enoncé du théorème et écriture au tableau par le même élève et sur leurs cahiers par les autres.
15’’		Silence : certains élèves continuent à recopier du tableau.

***Tableau 2** – Chronologie de l’enseignant 1*

3. Pratiques de l’enseignant 2

La tâche mathématique utilisée correspond à l’activité 1 p. 40 du manuel avec quelques simples modifications. Son résultat est énoncé sous forme d’un théorème suivi de conséquences sur la composée d’un nombre fini d’isométries. Ce théorème est suivi d’une activité pour l’appliquer, proposée par le professeur ; il s’agit de montrer que la composée de deux rotations et la composée d’une rotation et d’une translation sont des isométries. Pour finir, l’enseignant propose une remarque concernant l’associativité de la composée des applications du plan : elle existe dans le manuel sous forme de rappel en même temps que la définition de la composée.

Le schéma du scénario de l’enseignant 2 sur cette séquence est donc comme suit :

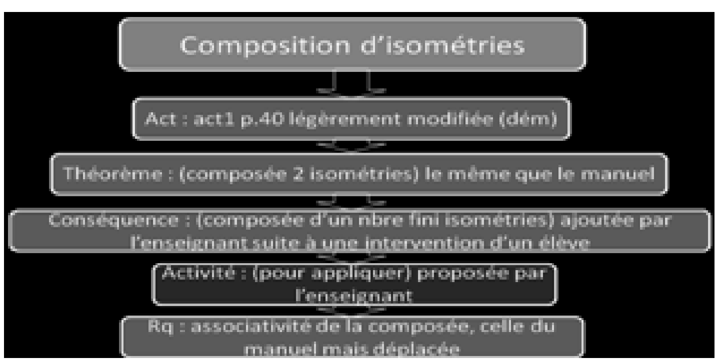


***Figure 2** – Schéma du scénario de la séquence de l’enseignant 2*

Cette séquence a été réalisée selon la chronologie suivante :

Durée		**Déroulement**
2'49''		Ecriture du titre et des données au tableau.
8' 32''	4' 01''	Recherche.
	1' 02''	Correction au tableau par un élève de la première question.
	50''	Correction au tableau par le même élève de la deuxième question.
	58''	Traitement d'une erreur dans la remarque d'un élève.
	30''	Comparaison de M'N' et M''N''.
	18''	Réponse à la deuxième question.
	53''	Réponse à la troisième question.
1' 42''		Enoncé du théorème.
01'		Conséquence.
5' 33''	1' 38''	Activité pour appliquer.
	2'	Silence.
	1' 55''	Réponse à l'activité.
1' 16''		Remarque sur l'associativité de la composée.

Tableau 3 *– Chronologie de l'enseignant 2*

4. *Pratiques de l'enseignant 3*

La tâche mathématique adoptée est l'activité 1 p. 40 du manuel. Cette activité a été faite par l'enseignant lui-même au tableau sans sa troisième question et sans aucun rappel sur la composée de deux isométries. L'énoncé du théorème a été cité oralement par l'enseignant puis relis à partir du manuel par une élève.

Le schéma du scénario de l'enseignant 3 sur cette séquence est donc comme suit :

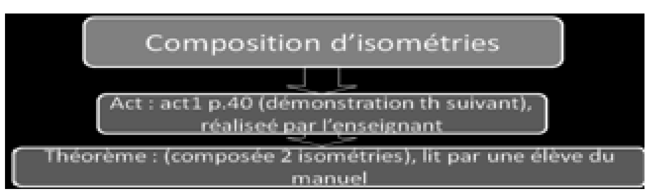


Figure 3 *– Schéma du scénario de la séquence de l'enseignant 3*

La chronologie du déroulement est la suivante :

<table>
<tr><th colspan="2">Durée</th><th>Déroulement</th></tr>
<tr><td colspan="2">1’ 48’’</td><td>Ecriture du titre du paragraphe et de l’activité mathématique à réaliser : Activité 1 p.40.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2’ 19’’</td><td>47’’</td><td>Expressions de gof(M) et gof(N).</td></tr>
<tr><td>1’ 32’’</td><td>Réponse par l’enseignant, à la première et la deuxième question.</td></tr>
<tr><td colspan="2">21’’</td><td>Théorème.</td></tr>
</table>

Tableau 4 *– Chronologie de l’enseignant 3*

Des résultats analogues au déroulement de la séquence sont trouvés sur tout le chapitre pour chacun des trois enseignants. Ce qui permettra de faire la comparaison de ces pratiques entre eux et de les confronter au scénario du manuel sur tout le chapitre « isométries ».

V. CONFRONTATION DES SCENARIOS

Nous avons procédé par une comparaison à deux niveaux : global et local.

1. Niveau global

La première remarque à tirer à partir d’une première observation est que les trois enseignants ont adopté la même subdivision du chapitre que celui du manuel. Cette similitude est plus nette avec les enseignants 2 et 3. La densité des activités pour appliquer et des exercices, d’après leurs couleurs sont comparables dans tous les schémas avec une légère hausse pour l’enseignant 1. D’après la forme générale des schémas c’est l’enseignant 3 le plus proche du manuel puis c’est l’enseignant 2. C’est donc l’enseignant le plus ancien qui semble le plus lié au manuel ; un résultat surprenant mais pourra trouver des explications dans son « rapport institutionnel » élevé.

D’autre part et d’après les couleurs de la partie cours, l’enseignant 2 semble celui ayant la partie cours la plus dominante, même plus que le manuel. L’enseignant 1 semble celui ayant la partie « activités pour appliquer » dominante. L’enseignant 3 est celui qui donne le plus d’importance aux exercices du manuel.

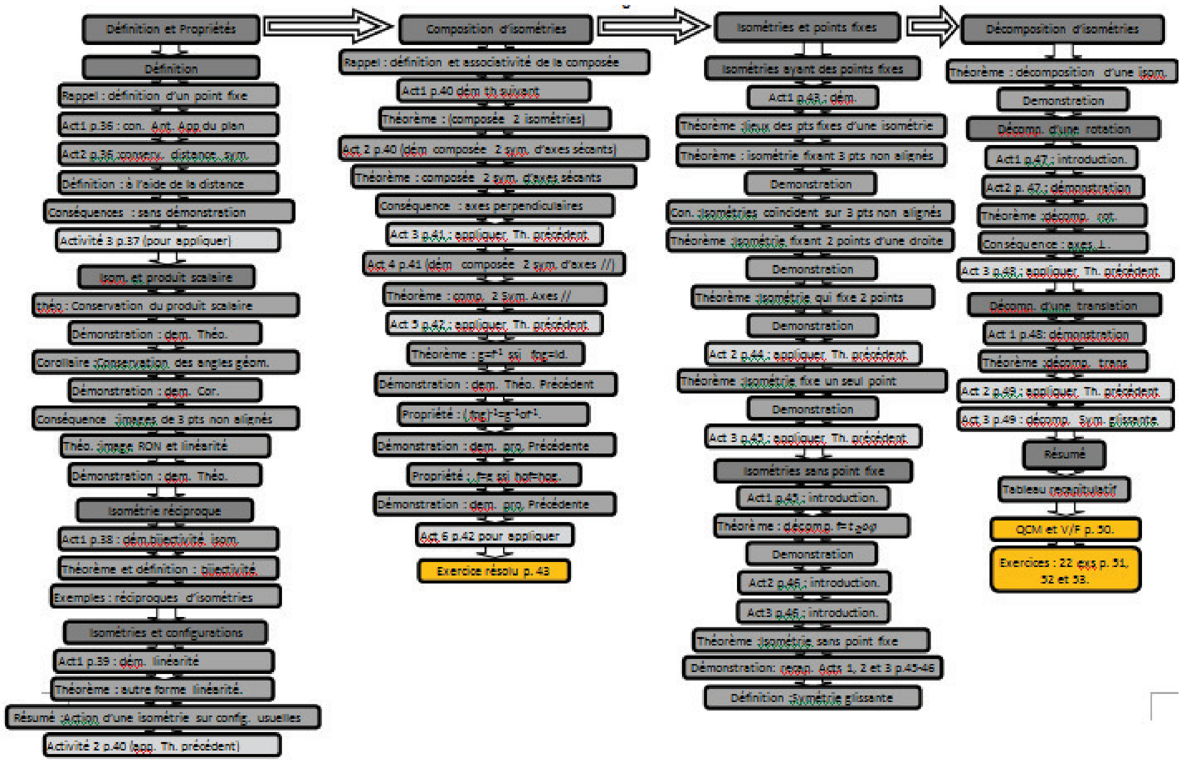


Figure 4.1 – *Schémas du scénario global du manuel*

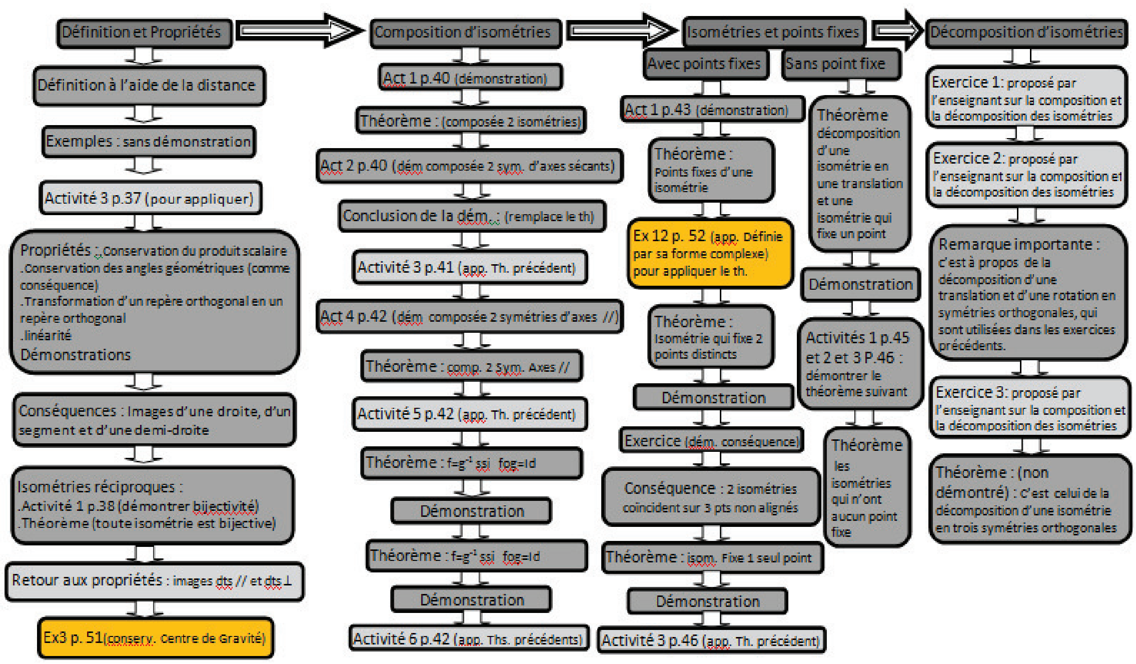


Figure 4.2 – *Schéma du scénario de l'enseignant 1*

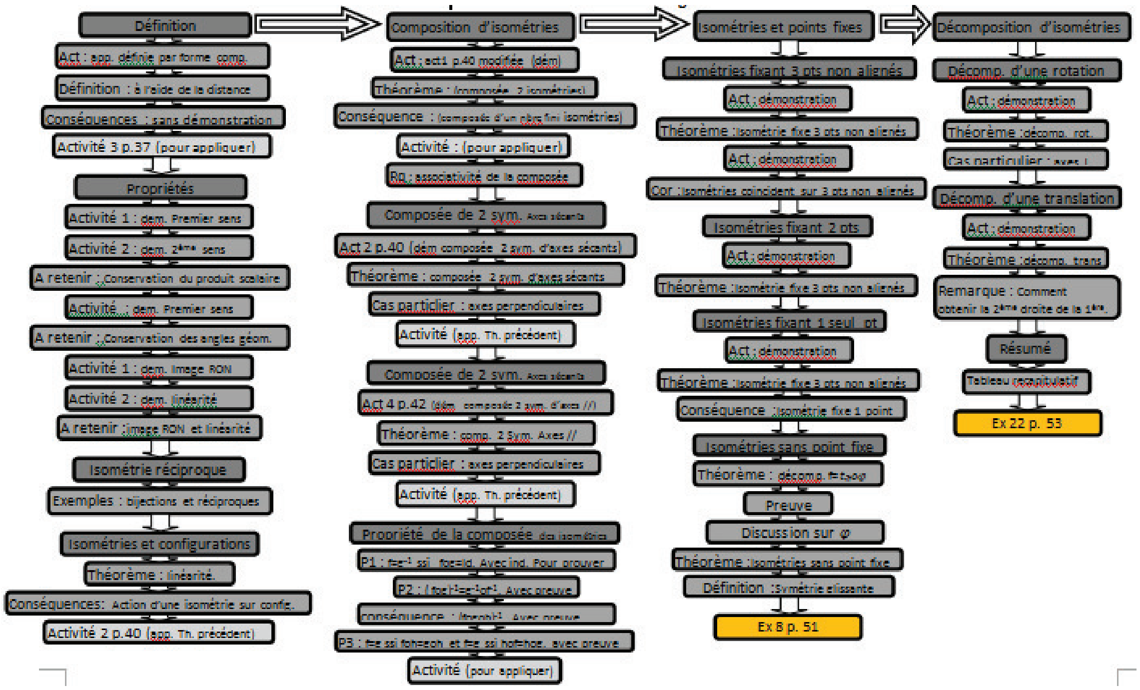


Figure 4.3 *– Schéma du scénario de l'enseignant 2*

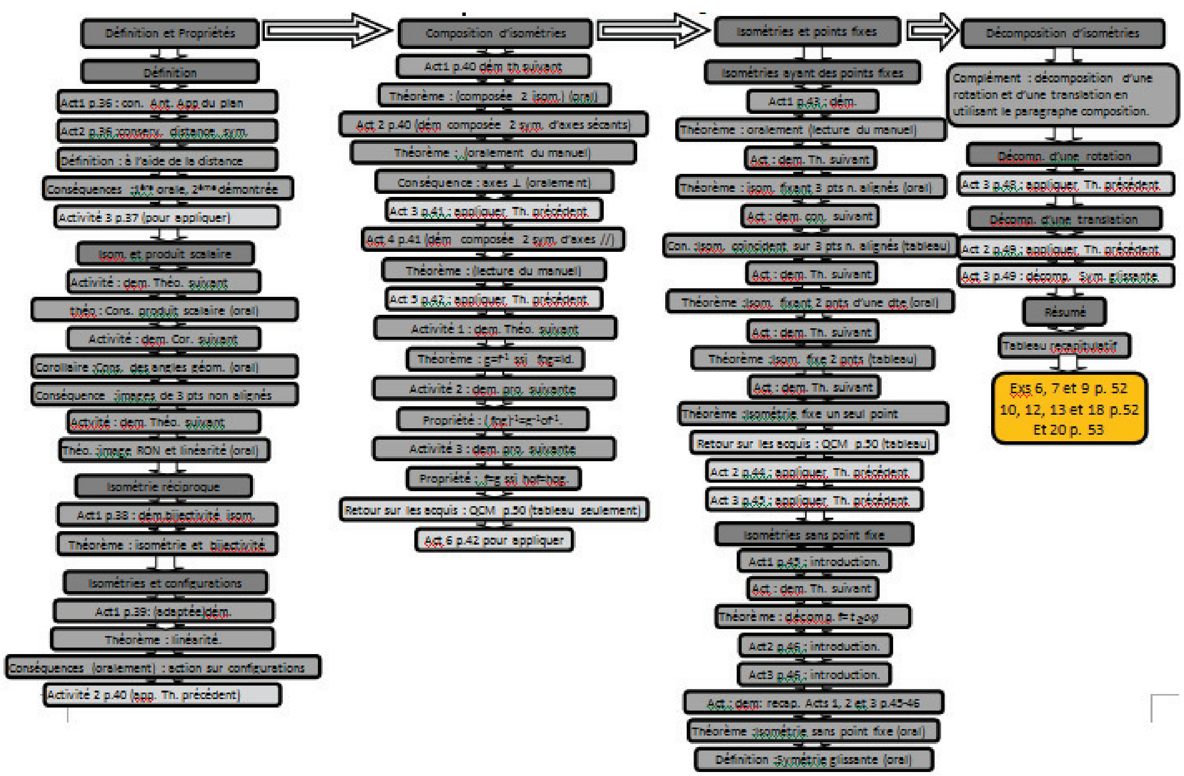


Figure 4.4 *– Schéma du scénario de l'enseignant 3*

La confrontation globale des pratiques des trois enseignants entre eux et au scénario reconstruit du manuel nous permet de conjecturer que le manuel scolaire est pour les trois enseignants le document principal, si ce n'est pas l'unique, pour préparer leurs leçons. En effet ; le schéma général du cours et le contenu mathématique présenté sont celles du manuel. L'action des enseignants sur le scénario du manuel est soit de reprendre ce scénario en le simplifiant par l'élimination de certaines questions ou démonstrations considérées comme difficiles ou même des paragraphes entiers, soit de reproduire d'une façon presque fidèle le contenu du manuel, soit de reprendre le contenu du manuel en l'enrichissant par des rappels ou des remarques ou des conclusions.

2. *Niveau local*

L'analyse des déroulements nous a permis de voir la dominance de l'enseignant, dans les trois cas, au dépend des activités des élèves. Cependant quelques variabilités se présentent dans le déroulement en ce qui concerne le temps de recherche accordé aux élèves et le temps accordé à la résolution de chaque activité mathématique. Concernant l'importance accordée à la partie cours, l'enseignant (E2) donne 55% de la durée totale de la séquence pour les activités à démontrer. Pour les autres enseignants l'importance est donnée à l'application avec 49% pour l'enseignant (E1) et 50% pour l'enseignant (E3). Cette catégorisation est compatible avec l'existence de deux points de vue parmi les enseignants : l'un donne le prima à la partie cours « point de vue cours » et le second point de vue considère que le but essentiel de l'apprentissage c'est pouvoir résoudre des exercices « point de vue exercices ».

Nous regardons dans la suite, dans les pratiques de chacune des deux catégories, les interactions avec le manuel pour le contenu de la séquence.

- Pour les connaissances antérieures : nous avons trouvé dans le déroulement, l'absence de la liaison avec les connaissances antérieures et que la notion d'application est une notion (fcnr)[10] pour les deux points de vue.
- Pour la première activité pour démontrer : nous avons trouvé, dans le déroulement que les interventions attendues sont réalisées partiellement par le « point de vue cours » mais d'une façon qui ne répond pas à la rigueur attendue. Le « point de vue exercices » semble plus conservateur que le premier point de vue mais le déroulement est presque pareil et ne tient pas compte des points de rigueur nécessaires.
- Pour le premier théorème : l'étude du déroulement a donné que l'enseignant (E2) tient à écrire lui même l'énoncé du théorème en tenant compte de la rédaction et de l'encadrement spécifique du résultat. De plus il n'a pas de souci pour aller plus loin que le théorème (ajouter une conséquence suite à l'intervention d'un élève) sans toucher à la forme du théorème proposée par le manuel. Les deux autres enseignants ont tiré eux mêmes le théorème de l'activité, et si le premier l'a dicté à un élève pour l'écrire au tableau le second s'est contenté de la lecture du manuel.
- Pour l'activité d'application : dans le déroulement effectif l'enseignant (E2) voyait peut être, la nécessité de donner une application même banale tout en cherchant des raisons pour légitimer ce choix.

[10] (fcnr) : désigne une connaissance faussement connue non rappelée.

3. *Conclusion de la confrontation*

Dans ce qui précède nous avons procédé à une comparaison des trois pratiques avec le manuel et entre eux en commençant du global au local et du mois fine au plus fine. Les différentes études se complètent entre eux et nous permettent de faire des catégorisations des enseignants à partir des régularités et des variabilités des enseignants observés. Chaque catégorie engendre un type de pratiques qui représente une certaine cohérence.

D'abord, et par rapport à la conformité au manuel, nous pouvons distinguer trois types de conformités : **une conformité conservatrice**, caractérisée par une fidélité remarquable au scénario du manuel qui représente un document indispensable en classe, pour l'enseignant et pour l'élève, il contient même une partie du cours (les théorèmes et les définitions dans le cas de (E3)). Ce choix n'est pas sans risque sur la rigueur et la cohérence des mathématiques fréquentées et l'apprentissage potentiel des élèves. Il y a ensuite une deuxième catégorie qui est la **conformité réductrice**, s'intéresse à la facilité et la simplicité du contenu présenté pour garantir un certain niveau d'interaction des élèves au dépend de la rigueur et de la cohérence du contenu présenté et sans déclencher un vrai apprentissage chez les élèves. Le but me semble-t-il, de cette pratique, est de garantir des connaissances minimales permettant d'aborder les exercices. La troisième conformité est **la conformité enrichissante**, caractérisée par une reproduction du contenu et la structure du manuel mais avec un enrichissement permanant des activités et quelques adaptations de ce contenu aux besoins didactiques et mathématiques. Cet enrichissement permet de combler certains problèmes de rigueur ou de cohérence.

D'autre part, l'étude du déroulement effectif, nous permet de distinguer une autre catégorisation par rapport à la gestion des activités, la chronologie et l'importance accordée au texte mathématique. Nous pouvons distinguer deux points vues l'une focalise sur le cours que nous appelons : « **point de vue cours** » et l'autre focalise sur les exercices, que nous appelons : « **point de vue exercices** ».

L'étude des pratiques, précédente, a éventuellement répondu à des questions sur la nature des pratiques se basant sur un document principal qui est le manuel unique. Mais d'autres questions pourront émerger sur les éventuelles variations de ces pratiques en présence d'autres manuels ou en présence d'un document d'accompagnement de ce manuel ou même en absence total de manuels.

VI. PRODUCTIONS DES ELEVES

Pour nous donner une idée sur les productions des élèves nous avons passé un test après enseignement de la notion d'isométries, à l'aide du quel nous allons essayer d'évaluer (ou au moins d'apprécier) dans les productions des élèves les points suivants :

- La disponibilité des théorèmes et définitions qui se rapportent à la notion d'application (et bijection).
- La disponibilité des connaissances antérieures (supposées acquises dans les années antérieures).
- La disponibilité des théorèmes et définitions liés à la notion d'isométrie et qui sont objets d'apprentissage en terminale Math.
- La prise en compte des cas particuliers.
- Le rôle accordé à la figure.
- L'importance donnée à la rigueur mathématique dans la rédaction des solutions.

- L'aptitude à faire des changements de points de vue pour résoudre un exercice.
- L'aptitude à faire des adaptations en termes d'introduction d'intermédiaires (introduction d'un point notamment).
- Le rapport à l'analytique.
- L'aptitude à considérer une isométrie comme un élément de l'ensemble des applications du plan.
- L'aptitude à exploiter des questions antérieures dans un même exercice.
- Les conceptions sur l'égalité vectorielle.

D'autre part on a demandé à chaque enseignant de corriger les copies de ses élèves pour essayer de relever son point de vue concernant leurs productions. (Voir annexe)

Après l'analyse des productions des élèves lors de la résolution du test ainsi que des points de vue de leurs enseignants et après l'étude des résultats obtenus par rapport aux objectifs visés pendant la préparation de ce test, nous pouvons signaler les points suivants :

- En général l'enseignant n'accorde pas d'importance aux cas particuliers et les élèves, eux aussi, se limitent généralement au cas de figure qu'ils ont à disposition ; cette pratique est renforcée par l'appréciation de la part des enseignants de ce type de réponses. De plus certaines techniques utilisées par les élèves et acceptées par les enseignants ont des portées limitées aux cas de figures dessinés (théorème des milieux pour un triangle).
- Plusieurs élèves réussissent à mobiliser certaines connaissances antérieures, cependant une grande difficulté est observée dans la mise en relation de l'ancien (déjà là) et du nouveau, surtout en ce qui concerne l'exploitation des connaissances anciennes sur les isométries particulières (translations, symétries et rotations) dans le contexte des isométries générales. Ce cloisonnement ancien/nouveau pourrait être rapproché de la façon dont la notion d'isométrie a été introduite, dans le manuel et en cours.
- Les notions d'application et de bijection représentent un problème non seulement chez les élèves mais aussi chez les enseignants. Ce qui entraine une difficulté de mobilisation des connaissances en relation avec ces notions et aussi une difficulté à placer les isométries dans l'ensemble des applications du plan. Le point de vue du programme et du manuel envers ces notions (qui ne sont pas considérées des objets d'apprentissages alors même qu'elles doivent être utilisées) nous parait à revoir.
- Les élèves réussissent généralement les tâches simples et isolées mais ils montrent des difficultés dans les exercices qui nécessitent des adaptations comme « l'introduction d'un changement de point de vue », « l'utilisation des questions précédentes et l'élaboration d'un raisonnement avec des étapes», ou encore « l'introduction d'un intermédiaire ».
- Certaines réponses acceptées par les enseignants sont des réponses intuitives, incomplètes, qui ne se basent sur aucune justification rigoureuse. Tout se passe souvent comme si le fait de retrouver (reconnaître) le théorème ou la propriété à utiliser soit une fin en soi pour l'enseignant.

En fin, on retrouve dans les productions des élèves ce qui correspond aux observations et remarques faites lors de l'étude des pratiques enseignantes : notamment sur le manque de relation entre ancien et nouveau, le manque de connaissances précises sur la notion d'application et le manque de rigueur dans certaines rédactions. Toutes ces insuffisances dans les productions des élèves peuvent trouver leurs origines dans le manuel, qui d'une certaine manière conforte et renforce les pratiques enseignantes, et qui est ainsi à son tour renforcé par elles aux yeux des élèves.

VII. CONCLUSION

L'étude précédente montre du premier abord, l'existence d'un document privilégié par chaque enseignant, qui est le manuel unique dans notre cas, à partir duquel il conçoit son cours. Ce résultat rejoint l'idée de l'existence « d'un document d'attachement » (Margoloinas & Wozniak 2009). L'étude montre aussi que ce manuel, par la façon dont il est présenté ne peut pas être reproduit par l'enseignant en classe et que son utilisation nécessite des adaptations et plusieurs interventions de la part de cet enseignant.

Du second abord, nous voyons une certaine conformité des pratiques des trois enseignants ce qui pourrait nous amener, d'un coté, à une certaine possibilité d'unification des pratiques avec des conséquences possibles de stabilité ou même de stéréotypie. D'un autre coté, nous pouvons parler d'une possibilité de changement des pratiques, ou de leur orientation, à travers le manuel rejoignant une idée de Niclot (2003).

C'est ainsi que l'utilisation d'un manuel unique pourrait être une arme à double-tranchant ; en effet elle pourra servir à l'orientation des pratiques des enseignants et même des productions des élèves vers les choix des prescripteurs à condition que ce manuel soit bien structuré, que ses démonstrations soient bien rédigées et que ses exercices soient bien ciblés avec la présence d'un document d'accompagnement lui servant comme guide ; cependant ce chemin n'est pas sans risque, compte tenue de la tendance naturelle des enseignants vers la stabilité dans leurs pratiques, qui pourrait être favorisée par l'unicité du manuel.

Dans tous les cas, il paraît que la formation des enseignants à l'utilisation du (ou des) manuel(s) ou toute autre ressource, reste l'indispensable que nous devons en penser la forme, les outils et les moyens.

REFERENCES

Adel F. (2014) *Enseigner les isométries en terminale math en Tunisie : une étude comparée du manuel officiel et de pratiques d'enseignants en classe-régularités et conséquences.* Thèse de doctorat. Paris : Université Paris Diderot.

Gueudet G., Trouche L. (Eds.) (2010) *Ressources vives : Le travail documentaire des professeurs en mathématiques.* Rennes : INRP.

Margolinas C., Wozniak F. (2009) Usage des manuels dans le travail de l'enseignant à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation* 35(2), 59-82.

Niclot D. (2003) *Et si les manuels scolaires étaient, par défaut, un outil de professionnalisation des enseignants ?* In Baillat G., Martin P-A. (Eds.) *Vers quelle professionnalité enseignante en France et au Québec ? Collect. Actes et Rapports pour la recherche.* Reims : CRDP.

Robert A., Rogalski J. (2002) Le système complexe stable et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne de l'enseignement des sciences mathématiques et technologiques* (2/4), 505-528.

Robert A. (2007) Stabilité des pratiques enseignantes de mathématiques (second degré) : une hypothèse des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques* (27/3), 271-312.

Robert A. *et al.* (Eds.) (2012) *Une caméra au fond de la classe de mathématiques.* Besançon : PUFC.

MANUELS SCOLAIRES

Smida H. et al. (Eds.) (2007) *Mathématiques (Tome 2). 3ème année de l'enseignement secondaire. Math.* Tunis : CNP. (Code 222 344).

Smida H. et al. (Eds.) (2007) *Mathématiques (Tome 2). 4ème année de l'enseignement secondaire. Math.* Tunis : CNP. (Code 222 443).

PROGRAMMES

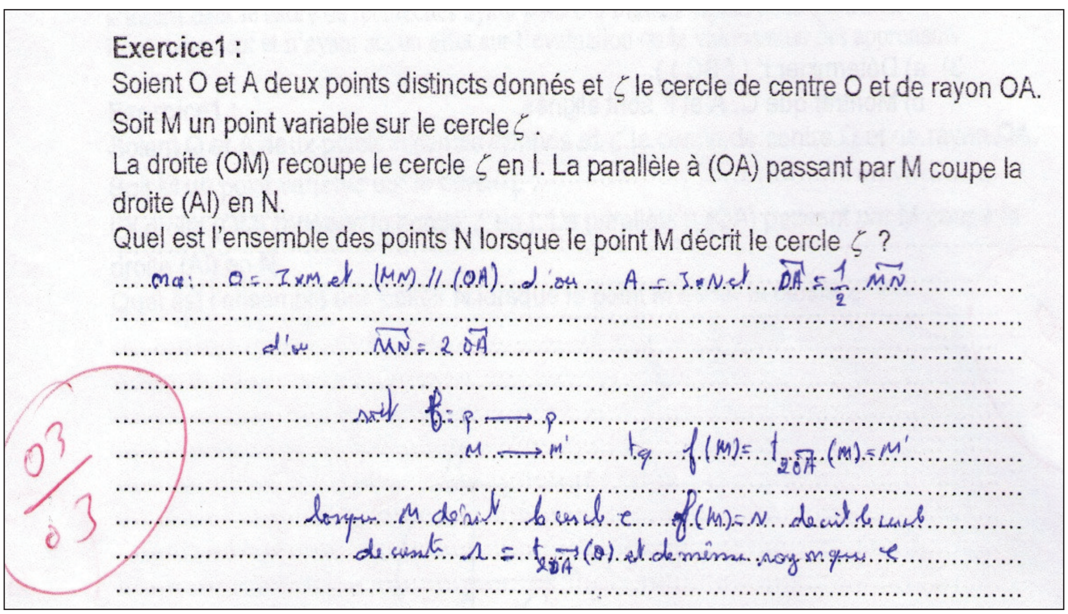
Programmes de mathématiques, 1ères et 2èmes années secondaires. Direction Générale des programmes et de la formation continue. Tunis. (2005).

Programmes de mathématiques, 3ère et 4ème années secondaires. Direction Générale des programmes et de la formation continue. Tunis. (2006a).

Programmes de mathématiques, étape préparatoire de l'enseignement de base. Direction Générale des programmes et de la formation continue. Tunis. (2006b).

ANNEXE

Le test composé de quatre exercices, a été présenté sous forme de quatre pages laissant la place à la réponse des élèves. Nous mettons en annexe l'exercice1 de ce test avec les réponses correspondantes de deux élèves ayant différents enseignants. Nous précisons que chaque enseignant est libre dans le choix du barème et que la note accordée dans les deux cas suivants est maximale.


Exercice1 :

Soient O et A deux points distincts donnés et ζ le cercle de centre O et de rayon OA.

Soit M un point variable sur le cercle ζ.

La droite (OM) recoupe le cercle ζ en I. La parallèle à (OA) passant par M coupe la droite (AI) en N.

Quel est l'ensemble des points N lorsque le point M décrit le cercle ζ ?

on a : O = I*M et (MN) // (OA) d'où A = I*N et $\vec{OA} = \frac{1}{2}\vec{MN}$

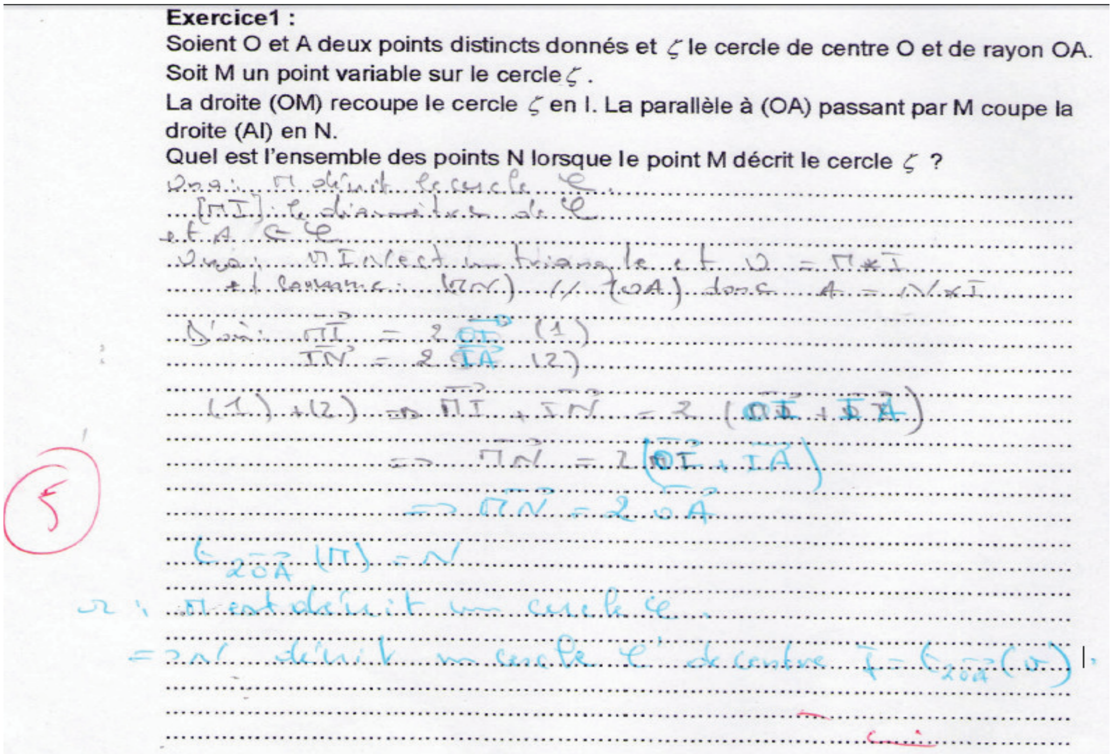
d'où $\vec{MN} = 2\vec{OA}$

soit $f : P \longrightarrow P$, $M \longrightarrow M'$ tq $f(M) = t_{2\vec{OA}}(M) = M'$

lorsque M décrit le cercle C $f(M) = N$ décrit le cercle de centre $\Omega = t_{2\vec{OA}}(O)$ et de même rayon que C

03/03

***Figure 5.1** – Exemple de réponse d'un élève à l'exercice 1 du test corrigé par son enseignant*



Exercice1 :

Soient O et A deux points distincts donnés et ζ le cercle de centre O et de rayon OA.

Soit M un point variable sur le cercle ζ.

La droite (OM) recoupe le cercle ζ en I. La parallèle à (OA) passant par M coupe la droite (AI) en N.

Quel est l'ensemble des points N lorsque le point M décrit le cercle ζ ?

D'où : $\vec{MI} = 2\vec{OI}$ (1)

$\vec{IN} = 2\vec{IA}$ (2)

(1) + (2) $\Rightarrow \vec{MI} + \vec{IN} = 2(\vec{OI} + \vec{IA})$

$\Rightarrow \vec{MN} = 2(\vec{OI} + \vec{IA})$

$\Rightarrow \vec{MN} = 2\vec{OA}$

$t_{2\vec{OA}}(M) = N$

***Figure 5.2** – Exemple de réponse d'un élève à l'exercice1 du test corrigé par son enseignant*

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

PROJET D'INNOVATION AU CAMEROUN ET DEVELOPPEMENT PROFESSIONNEL

Carole BAHEUX[*] – Marie-Pierre GALISSON[**] – Françoise CHENEVOTOT[***] – Jean-Michel GELIS[****]

Résumé – Notre étude porte sur le processus de conception d'une ressource par un futur enseignant camerounais. Ce processus s'inscrit dans le cadre d'un projet d'innovation franco-africain. Il repose sur le travail collaboratif d'étudiants et de formateurs camerounais et français. Nos objectifs consistent à identifier, d'une part, les ressources mobilisées et leurs effets sur le document-ressource produit, d'autre part, des traces de développement professionnel chez le futur enseignant et des éléments innovants pour la formation initiale.

Mots-clefs : innovation, conception de ressources, enquête documentaire, développement professionnel, formation initiale.

Abstract – Our study focuses on the design process of a resource by a Cameroonian student-teacher. This process is part of a Franco-African innovation project. It is based on the collaborative work of students and Cameroonian and French trainers. Our objectives are to identify, on the one hand, the resources mobilized and their effects on the resource-document produced, on the other hand, traces of professional development of the student-teacher and innovative new features for initial training.

Key words: innovation, resource design, documentary investigation, professional development, initial training.

Dans cette contribution, nous analysons un processus de conception de documents-ressources destinés à être mis en ligne dans le cadre d'un projet d'innovation au Cameroun. Ce processus repose sur la collaboration d'acteurs de statuts institutionnels et de cultures variés. A ce titre, notre étude s'inscrit dans le premier pôle de questionnement du groupe, à savoir la conception de ressources.

La genèse des documents-ressources produits par des collectifs (étudiants-professeurs encadrés par des professeurs, des inspecteurs, des universitaires), est un indicateur de développement des étudiants-professeurs, futurs professeurs. Nous ne cherchons pas à

[*] Laboratoire de Mathématiques de Lens – Université d'Artois – France – carole.baheux@univ-artois.fr
[**] Laboratoire André Revuz – Université Paris Diderot – ESPE Lille Nord de France – France – mpgalisson@espe-lnf.fr
[***] Laboratoire André Revuz – Université Paris Diderot – ESPE Lille Nord de France – France – francoise.chenevotot@espe-lnf.fr
[****] Laboratoire Ecole, Mutation, Apprentissages – Université de Cergy-Pontoise – France – jean-michel.gelis@u-cergy.fr

Baheux C., Galisson M.P., Chenevotot F., Gélis J.M. (2015) Projet d'innovation au Cameroun et développement professionnel. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 551-565.

appréhender des traces de développement à travers l'impact de ces documents-ressources sur l'évolution de leurs pratiques car nous n'y avons pas accès mais à travers l'évolution d'un document conçu comme une ressource pour l'enseignant. Nous adoptons la définition de ressource proposée par Adler : tout ce qui est susceptible de re-sourcer ce travail (Adler 2010). Ainsi, dans ce contexte limité de la conception d'un document-ressource pour l'étude d'un thème de savoir mathématique, nous cherchons à identifier en quoi et comment ce type de ressource témoigne d'un développement professionnel. Nous rejoignons ainsi le questionnement issu du troisième pôle de réflexion du groupe : le développement professionnel.

Ce projet d'innovation repose sur un partenariat entre institutions camerounaises et françaises et vise à améliorer la formation scientifique des élèves aux niveaux des classes de terminales. C'est pourquoi il convient de prendre particulièrement en compte l'influence des contextes culturels, des exigences épistémologiques et pédagogiques des acteurs dans ce processus de conception de ressources dont l'adaptabilité est un enjeu crucial.

Dans cet article, nos objectifs consistent à apporter des éléments de réponse aux questions suivantes. Comment le document-ressource se constitue-t-il ? A partir de quelles ressources ? Comment le document-ressource évolue-t-il ? Cette évolution traduit-elle des traces de développement professionnel chez les futurs enseignants ?

I. LE PROJET

Le projet PReNuM-AC[1] « Production de Ressources Numériques pour l'enseignement des Mathématiques en Afrique Centrale » part du constat que l'isolement des professeurs de mathématiques (en particulier dans le secondaire) est un écueil en Afrique Centrale Francophone. Il y a des besoins en termes d'outils pédagogiques pour le travail mathématique des élèves en classe et hors classe, mais des outils adaptés au contexte de l'Afrique centrale (classes à fort effectif, nécessité de ressources pour le travail hors classe…) (Touré 2002, Traoré & Barry 2007). Il y a des besoins en termes de formation des enseignants de mathématiques tant dans leur discipline que dans la didactique de cette discipline.

Par ailleurs, des opportunités existent : (1) les TIC pour l'enseignement des mathématiques et le développement de l'Internet pour le travail collaboratif et la mise à disposition de ressources ; (2) l'existence d'une langue commune, le français, du curriculum Harmonisation des Programmes de Mathématiques (HPM) dans vingt pays[2] pour le secondaire, les manuels de la Collection InterAfricaine de Mathématiques (CIAM) ; (3) un travail en commun au niveau universitaire dans les pays de la Communauté Economique et Monétaire d'Afrique Centrale (CEMAC) pour la mise en place d'un LMD (Licence Master Doctorat) intra-communautaire ; (4) la volonté d'organismes universitaires en France de contribuer à l'amélioration de l'enseignement des mathématiques en Afrique Centrale Francophone et au développement de la didactique de cette discipline à partir de projets adaptés au contexte.

Ce projet vise à favoriser l'articulation entre le secondaire et le supérieur en fournissant des outils pédagogiques aux enseignants des classes de terminales scientifiques : le cahier des charges du projet stipule que les documents-ressources sont constitués de cours, de bases d'exercices, de documents d'évaluation ainsi que d'éléments didactiques relatifs à la mise en

[1] http://prenum-ac.org
Les documents-ressources sont visibles à l'adresse précédente à la rubrique « Ressources Travaux Etudiants ».

[2] Bénin, Burkina Faso, Burundi, Cameroun, Centrafrique, Comores, Congo-Brazzaville, Côte d'Ivoire, Djibouti, Gabon, Guinée, Madagascar, Mali, Mauritanie, Niger, République Démocratique du Congo, Rwanda, Sénégal, Tchad, Togo

œuvre . Le projet s'inscrit dans le cadre d'un partenariat entre l'Université Paris Diderot avec le LDAR[3] et l'IREM[4] de Paris, les Ecoles Normales Supérieures (ENS) de Yaoundé (Cameroun) et de Brazzaville (République du Congo). Initié en novembre 2011, ce projet, financé par le Fonds francophone des Inforoutes, s'est terminé en janvier 2015[5].

Les 80 documents-ressources prévus, qui couvrent les programmes de terminale C et D en grande partie communs au Cameroun et au Congo, sont élaborés par des étudiants des deux ENS, futurs enseignants de mathématiques ; chaque étudiant est encadré par une équipe composée d'un professeur d'ENS, d'un conseiller pédagogique, d'un professeur de lycée et d'un inspecteur. Le suivi et le développement du document-ressource engagent l'équipe ; les rencontres, les réunions par « pools » thématiques et les échanges par mails rendent compte de ce travail collaboratif. Par ailleurs, au Cameroun, le document-ressource est une composante du mémoire de fin de formation. La production des documents-ressources s'effectue selon deux vagues. Nous limiterons notre étude à la production de la première vague des documents-ressources au Cameroun qui a mobilisé 28 étudiants.

Leur élaboration comprend deux phases. La première phase donne lieu à une pré-évaluation produite par un membre du comité d'experts français (enseignants de l'IREM de Paris et du LDAR). Le document-ressource est alors à nouveau travaillé par l'étudiant - encadré par son équipe - durant la deuxième phase qui se termine par l'évaluation finale du document-ressource conduite par des comités d'experts constitués d'inspecteurs du Cameroun et du Congo-Brazzaville, d'enseignants de l'IREM de Paris et du LDAR (figure 1).

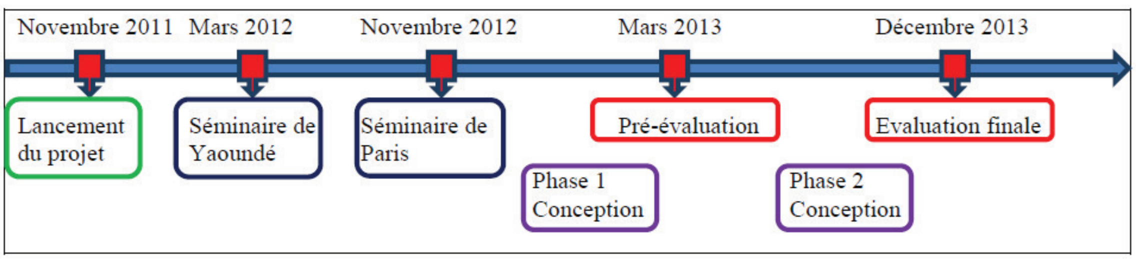


***Figure 1** - Déroulement du projet pour la première vague*

Le projet PReNuM-AC veut également contribuer à la formation des enseignants à la didactique et aux usages des TICE. La sensibilisation à la didactique des mathématiques et aux TICE des participants au projet est mise en œuvre au cours de séminaires. Le séminaire de Yaoundé (mars 2012), dédié aux étudiants et encadrants, a trois objectifs : une approche de la didactique, l'utilisation de la plateforme numérique WIMS[6] et la conception des documents-ressources. Le séminaire de Paris (novembre 2012), destiné aux encadrants, a pour enjeu de favoriser la concertation entre les différents participants du projet (en France, au Cameroun, au Congo-Brazzaville) sur l'avancement des documents-ressources et d'enrichir les apports en didactique des mathématiques.

[3] Laboratoire de Didactique André Revuz
[4] Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
[5] Les professeurs Lagrange (LDAR) et Foupouagnigni (ENS Yaoundé) ont principalement œuvré à la mise en place du projet et ont été rejoints par B.Denys (IREM Paris)
[6] www Interactive Multipurpose Server

II. REFERENCES THEORIQUES

1. Conceptualisation des ressources (Adler 2010)

Le dispositif de conception du document-ressource que nous suivons s'inscrit dans une formation dans laquelle le concepteur (futur enseignant) devra, si nous nous référons à la catégorisation d'Adler (2010), s'appuyer sur des ressources humaines (les connaissances mathématiques et professionnelles du futur professeur), des ressources matérielles (les manuels, les outils technologiques), des ressources culturelles (les connaissances, les pratiques sociales de l'élève, le temps dévolu à l'enseignement). En tant qu'enseignant débutant, dans ce contexte de formation, les ressources dont il pourra s'emparer proviendront non seulement de sa formation universitaire et de ses recherches documentaires personnelles (traités, manuels, sites web) mais aussi d'un travail collaboratif (un collectif d'étudiants, de formateurs, de professeurs, d'inspecteurs, d'universitaires). La conception du document final (outil pour re-sourcer des pratiques à venir) s'inscrit dans la dynamique d'un travail documentaire qui tend à collecter, transformer, réviser des ressources, dont nous pouvons identifier les "sources" dans ce cadre élargi "des ressources".

L'évolution du document (à défaut d'éléments sur son usage en classe) révèle des transformations dans la conception de la pratique des mathématiques scolaires. L'hybridation, telle que l'entend Adler, est un caractère spécifique de ces pratiques mathématiques scolaires. Les contenus mathématiques sont hybrides parce qu'ils articulent savoir mathématique et mise en contexte ; les pratiques sont hybrides parce qu'elles sous-tendent des pédagogies tantôt centrées sur l'élève, tantôt centrées sur l'enseignant. Dans notre étude, les contenus mathématiques (à travers la recontextualisation des mathématiques par le jeu des exemples proposés) et les pratiques (implicites à travers les stratégies pédagogiques suggérées) peuvent relever de ce modèle. L'hybridation est un outil d'analyse qui, dans cette étude limitée, permet d'identifier des modifications dans la conception de la pratique des mathématiques scolaires chez un futur enseignant.

2. Enquête documentaire (Margolinas & Wozniak 2010)

Nous considérerons la conception du document-ressource comme une réponse à une injonction de la formation, à une évaluation de compétences car elle constitue une composante du mémoire professionnel de l'étudiant. Mais elle est aussi une réponse au problème professionnel de tout enseignant : préparer son cours. Il s'agit pour le futur enseignant d'organiser l'étude d'un thème de savoir : élaborer une organisation praxéologique (Chevallard 1999, 2002) (identifier et choisir un type de tâches, construire les techniques et l'environnement technologico-théorique pour effectuer ces tâches et justifier de ces techniques). Le concepteur du document-ressource doit donc mettre en œuvre une enquête documentaire, explorer une diversité de documents, étudier les réponses déjà apportées pour élaborer la sienne. Il faut noter, comme le signale le descriptif du projet, la présence d'un ensemble de documents plus ou moins explicitement prescrits : les programmes HPM et les manuels CIAM. Pour l'enseignant débutant, ces documents se présentent comme le document générateur, ressource qui donnera naissance au document final (le document-ressource du projet).

L'enquête documentaire, au cœur de la production, engage le futur enseignant dans l'exploration d'une discipline qui est un construit historique et culturel référant à divers niveaux de réalité (la Pédagogie, l'Ecole, la Société) - les niveaux de co-détermination didactiques (Chevallard 2002). Au niveau de la discipline, le concepteur doit prendre en compte les programmes, les textes de savoir à enseigner (documentation officielle et officieuse) et leurs liens avec les savoirs académiques (formation universitaire). Au niveau de la pédagogie, il doit se conformer aux attentes des formateurs. D'autres niveaux de réalité, la Société et sa vision d'un processus d'acculturation mathématique, l'Ecole et l'ordinaire des pratiques enseignantes, interfèrent dans le processus de cette enquête. Le caractère marquant de ce projet est que l'existence, l'influence de ces niveaux de réalité, sont en partie identifiables au cours du temps (origines des ressources mises à profit notamment au cours du travail collaboratif). Il semble envisageable de dégager à partir de cette enquête des éléments pour caractériser un dispositif de formation novateur.

3. *Les exemples (Zodik & Zaslavsky 2008)*

Les documents-ressources produits dans le projet comportent des exemples dont la nature et le rôle se modifient au cours des versions. C'est la raison pour laquelle nous les étudions comme des indicateurs d'un potentiel développement professionnel en nous référant en partie aux travaux sur ce sujet.

Outil pour définir des concepts, généraliser ou pour donner sens à des notions abstraites, la notion d'exemple couvre un large champ qui comprend aussi les activités préparatoires, les applications… Omniprésents dans les manuels et en classe, les exemples sont aussi objets de médiation entre l'élève et des concepts ou des techniques. Le rôle des exemples dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques a fait l'objet de nombreuses études : citons par exemple Bills et al. (2006), Watson et Mason (2005), Goldenberg et Mason (2008) dont les travaux visent à fonder un cadre théorique « l'espace d'exemple ». Dynamique, évolutif, l'espace d'exemples traduit la capacité du sujet à produire des classes d'objets mathématiques. Du côté de l'élève, il témoigne de processus de conceptualisation ; du côté de l'enseignant, il rend compte de l'expertise de l'enseignant. L'espace d'exemples du professeur chevronné lui permet de choisir un exemple pertinent (les aspects saillants de la notion sont présents et adaptés au moment de l'étude) qu'il soit planifié (dans un cours), ou spontané (dans l'action en classe) ; les sources de cet espace sont issues des manuels et de la pratique (liée ici au travail collaboratif). En nous référant aux travaux de Zodik et Zaslavsky (2008) et en les adaptant au contexte de notre étude, il apparaît pertinent (dans le cadre limité des exemples planifiés du document écrit) d'utiliser des qualités retenues par les auteures pour caractériser les « bons exemples » : leur pertinence mathématique, le fait qu'ils prennent en compte les erreurs potentielles des élèves, le fait qu'ils mettent en évidence des aspects cruciaux, leur efficacité et leur économie.

Bien que les exemples ne constituent qu'une composante limitée de l'activité mathématique de l'enseignant, ils peuvent traduire des traces d'évolution de pratique dans notre étude exploratoire.

III. CONCEPTION DU DOCUMENT-RESSOURCE « COMPLEMENTS SUR LES SUITES »

1. *Une élaboration en trois étapes*

Le choix de ce document-ressource se justifie pour plusieurs raisons : il constitue l'objet de la réflexion des encadrants sur ce que doit être un document-ressource lors du séminaire de Paris (novembre 2012) ; il est construit par un étudiant qui travaille manifestement[7] en lien avec ses encadrants. Ce document-ressource est destiné aux terminales D.

[7] Fiche personnelle d'évolution de son projet, réponse à un questionnaire

Pour enseigner ce thème, un enseignant Camerounais peut se référer à trois sources.

- Les programmes officiels du Cameroun (figure 2) proposent un programme d'analyse commun en C et en D.

Contenu	Commentaires, Savoir, Savoir-faire
Suites récurrentes : exemples d'études de suites définies par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$.	Des exemples d'approximation des solutions de l'équation $f(x) = 0$ seront donnés. La méthode de dichotomie et celle de Newton seront des objectifs raisonnables.

Figure 2 - *Extrait du programme camerounais*

- Le programme HPM (source http://maths.educamer.org) évoque les méthodes du point fixe et de Newton en TSM[8] (équivalent Terminale C), la notion de point fixe en TSE[9] (équivalent terminale D).
- Les manuels CIAM (notamment celui de TSM) avec le chapitre « Suites numériques » (figure 3).

3. Compléments sur les suites
3.1 Suites définies par récurrence
3.2 Travaux dirigés (Méthode du point fixe, Méthode de Newton)

Figure 3 - *Extrait du manuel CIAM TSM*

Nous disposons de trois versions successives pour ce document-ressource (V1 de septembre 2012, V2 de décembre 2012 et V3 de novembre 2013). Pour chacune d'entre elles, nous cherchons d'abord les traces des ressources utilisées dans le document-ressource. Dans un second temps, nous étudions l'organisation du document-ressource et les effets de la prise en compte de nouvelles ressources. Enfin, nous cherchons à caractériser la manière dont les exemples sont adaptés, développés et à préciser en quoi ils rendent compte des questions professionnelles que se pose le futur enseignant : comment il adapte ses réponses et développe sa représentation de l'activité mathématique de l'élève.

2. *La version élaborée en septembre 2012*

Ressources utilisées dans le document-ressource

Dans cette première version, l'auteur cite trois références : les manuels CIAM TSM et TSE et une adresse URL[10].

Il dispose du cahier des charges du projet qui lui indique qu'un document-ressource correspond à un chapitre de cours et doit être constitué d'un cours détaillé comprenant objectif du chapitre, place dans le programme, pré-requis, schéma pédagogique, déroulement (avec durée), activité pour le maître, activité pour l'élève. Il doit comprendre deux temps

[8] Terminale Sciences Mathématiques
[9] Terminale Sciences Expérimentales
[10] http://www.prepacom.net/archive/math/TD/enonces/suites/outils.pdf
Eléments de cours et techniques pour étudier les suites arithmético-géométriques et suites récurrentes linéaires.

d'activités (exposition d'une notion, travail sur une méthode), des objectifs spécifiques, des éléments de mise en œuvre. Il doit encore proposer une feuille d'environs 30 exercices WIMS (collectés sur le site ou modifiés) classés selon leurs objectifs pédagogiques pour l'élève (maîtrise des cours de terminale, approfondissement pour l'enseignement supérieur…).

Le séminaire de Yaoundé de mars 2012 l'a sensibilisé, tout comme ses encadrants, à des outils issus de la didactique, à l'usage de certains logiciels et de la plate-forme WIMS. Durant cette première période, le travail collaboratif est axé sur l'organisation du cours et sur les activités pédagogiques pour l'élève. Les apports du séminaire et de ce travail collaboratif constituent aussi des ressources.

Organisation du document-ressource

Ces ressources conduisent à une première version de 22 pages fortement inspirée par les manuels CIAM.

La première partie reprend le contenu du manuel CIAM TSM :

> Etude d'une suite (u_n) telle que $u_0 = a$ et pour tout n entier, $u_{n+1} = f(u_n)$, où a est un réel et f une fonction continue. Application à la détermination d'une valeur approchée de la solution d'une équation $g(x) = 0$.

La seconde partie reprend les travaux pratiques du manuel CIAM TSE :

> Application aux problèmes concrets.

Cette version possède encore les caractéristiques des manuels :

- Une seule propriété démontrée (TSM) :

> Soit (u_n) dont le terme général vérifie $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction. Si (u_n) converge vers l et si f est continue en l, alors $f(l) = l$.

- Deux méthodes institutionnalisées (méthode du point fixe TSM), démarche de résolution pour les problèmes concrets TSE). En dehors d'une activité sans solution, les 9 activités ou exemples sont corrigés, comme dans les manuels. Le document-ressource propose encore 6 exercices non corrigés extraits ou inspirés des manuels CIAM.

Dans les manuels, les notions ou méthodes sont introduites par des exemples corrigés. Les techniques (au sens de Chevallard 2002) de résolution sont fournies et suivies par des exercices corrigés. Le document-ressource respecte cette caractéristique mais la touche du concepteur s'exprime dans le fait que les exemples n'ont pas été extraits tels quels des manuels. Le concepteur modifie les variables des situations proposées (fonction, intervalle de définition) : cette dimension témoigne de ses recherches dans les exercices non corrigés du manuel. Plus encore, des problèmes concrets (problèmes d'amortissement de capital, de remboursement) sont construits par l'auteur, en appui sur un contexte qui se veut familier. La recontextualisation des notions en jeu, la prise en compte d'une approche active de l'activité de l'élève (même très étayée et inspirée des manuels) traduit la volonté de l'auteur d'adapter les contenus à l'élève tout en lui laissant une autonomie pour construire ses apprentissages (amorce d'une pédagogie centrée sur l'élève).

Adaptation des exemples

Dans le manuel CIAM TSE, le paragraphe « Résolution de problèmes concrets » comporte trois exemples et trois problèmes corrigés visant à illustrer les étapes types de la résolution de tels problèmes, à savoir, modélisation du problème, résolution mathématique du problème, interprétation des résultats. Les exemples mettent en évidence un recours à des suites

arithmétiques et géométriques, les problèmes portent sur les thèmes de la démographie, de l'amortissement d'un capital, du remboursement des prêts bancaires.
Dans le document-ressource, le futur enseignant introduit les étapes de résolution (cf. CIAM TSE), propose deux exemples corrigés (placement en banque avec intérêt simple, avec intérêt composé) et un exercice d'application (placement avec intérêt composé). Voici l'énoncé du second exemple :

Une banque d'une localité accorde à tous ceux qui y gardent leur argent, une augmentation de 5 pour cent par an de la somme en banque. Une association villageoise de la place décide d'y garder leur collecte qui s'élève à 1 000 000 Francs CFA. Combien aura-t-elle au bout de trois ans ?

Du point de vue de l'analyse de la tâche, la phase de modélisation est plus pauvre que dans l'énoncé du manuel. Les exigences du futur enseignant en termes d'activités mathématiques de l'élève sont réduites, comparées à celles du manuel. Par contre la modification du contexte (une situation plus simple et plus évocatrice d'une certaine réalité) peut montrer le souci de faire un lien avec des pratiques sociales familières aux élèves (ou au vécu du futur enseignant). La modification des exemples rend donc l'usage de l'outil « suite géométrique » moins pertinent (au sens de Zodik&Zaslavski 2008) mais peut-être le souci de se mettre à la portée des élèves y est-il plus tangible (une pédagogie centrée sur l'élève, Adler 2010).

3. La version élaborée en décembre 2012

Ressources utilisées dans le document-ressource

Le travail collaboratif conduit plus ou moins implicitement chaque acteur à prendre en charge une tâche spécifique. Les inspecteurs prennent en compte les programmes et leurs objectifs ; les professeurs de lycée s'occupent de la question des activités pédagogiques pour l'élève ; les professeurs des ENS s'avèrent les garants de la scientificité des contenus.

Les non-dits du cahier des charges en termes d'objectifs et d'activités conduisent à la production d'un nouveau document de cadrage, un « canevas » tel que le dénomment les encadrants camerounais, lors du séminaire de Paris (novembre 2012). Pour ces derniers, ce canevas est la réponse à des besoins exprimés par les équipes : définir la notion d'objectifs spécifiques qui détermineront l'organisation du chapitre, concevoir des activités pédagogiques pour l'élève en fonction de leur place dans le déroulement de l'étude. Ainsi, le canevas propose des exemples d'activités de découverte (savoir ou savoir-faire), de rappel et « d'institutionnalisation ». Cette dernière activité (cf annexe) qui « doit permettre à l'élève de démontrer si nécessaire » est induite par une suite de tâches qui guide l'élève (charge à l'élève d'utiliser les techniques pour effectuer ces tâches). Très présente dans le document-ressource sous la désignation « activité d'institutionnalisation », nous la désignerons dans la suite par « activité de démonstration » pour la distinguer d'une démonstration classique prise en charge par l'enseignant. Les responsables français du projet complètent ce canevas par deux demandes : la fiche de lecture d'un article didactique en lien avec le thème du document-ressource (fourni par l'évaluateur), des analyses a priori et a posteriori.

Après le séminaire de Paris, une nouvelle version du document-ressource est écrite. Elle comporte 30 pages et une nouvelle ressource URL[11]. Cette référence pourrait témoigner d'un questionnement en articulation avec les enjeux d'une formation mathématique post-bac. Les sources des exemples et des exercices se sont diversifiées et ne relèvent plus seulement des

[11] http://mfritz.perso.sfr.fr/cours/
Cours en ligne d'un professeur de lycée français qui enseigne en classe préparatoire économique et commerciale.

manuels CIAM. L'étudiant s'est appuyé sur le canevas. L'enrichissement des ressources mobilisées a un effet sur le document-ressource.

Organisation du document-ressource

Le sommaire et le contenu du document-ressource montrent un nouveau découpage. La définition de quatre objectifs spécifiques déterminent quatre sous-parties : (1) Etude de la convergence et de la limite des suites récurrentes du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction satisfaisant certaines conditions ; (2) Utilisation des suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée d'une équation par la méthode du point fixe ; (3) par la méthode de Newton ; (4) par dichotomie. Suit une rubrique « Exercices ». Chacune des quatre sous-parties comprend en amont un paragraphe dédié aux résultats fondamentaux[12].

La première sous-partie commence par des pré-requis listés précisément (par exemple, théorèmes des valeurs intermédiaires, des accroissements finis) qui font l'objet d'un test (non corrigé). Dans les résultats fondamentaux, la propriété démontrée dans la version 1 est, cette fois, proposée avec une preuve de type «activité de démonstration » corrigée.

Le cours s'est enrichi d'un point de vue théorique et au niveau de la visibilité des résultats importants. L'architecture du document-ressource emprunte encore beaucoup au manuel CIAM (TSM) mais ne fait plus référence aux problèmes concrets (CIAM TSE), ce qui peut témoigner d'une volonté de l'étudiant et/ou de ses encadrants d'éliminer les problèmes relevant d'une modélisation de « phénomènes » sociaux (même plus complexes) ou plutôt du désir de recentrer l'activité de l'élève sur le travail des notions et méthodes purement mathématiques. L'organisation de chacune des sous-parties relève d'un même «schéma pédagogique » :

1. Une activité introductive qui est un exercice détaillé et non résolu et l'énoncé de la propriété introduite par l'activité ;
2. Une activité de démonstration qui consiste à questionner le lecteur de la même manière que dans la première activité mais cette fois dans le cas général ;
3. Des exemples avec solutions qui reprennent la trame du questionnement comme si la propriété n'avait pas été énoncée ;
4. Des exercices d'application non corrigés.

La description développée des méthodes (point fixe, etc…) est suivie par un exemple très détaillé (mobilisant la référence aux résultats fondamentaux). Chaque méthode donne lieu à deux exercices d'application non corrigés. La rubrique finale « Exercices » compte seulement deux exercices.

Adaptation des exemples

Le document-ressource comprend donc neuf activités introductives sans les solutions qui permettent de dégager neuf propriétés et neuf activités de démonstration relatives à ces propriétés. Il propose aussi six exemples corrigés (étude de convergence, détermination de limites, utilisation des méthodes) et neuf exercices d'application non corrigés. Le traitement des exemples témoigne du souci du concepteur de ne pas reprendre des exemples tirés explicitement des manuels. Un jeu sur les variables personnalise les exemples proposés, signe d'un travail d'adaptation et de prise en compte du rôle structurant des exemples (Zodik & Zaslavski 2008).

---

[12] Notions, propriétés qui vont justifier des techniques.

Ce document-ressource se particularise par son organisation réglée, la place accordée aux « activités de démonstration ». Les contenus mettent en évidence la présence d'un environnement théorique (les résultats fondamentaux, les propriétés) qui peut témoigner du souci de justifier les techniques mobilisées dans les exercices, de construire des organisations mathématiques autour d'un type de tâches (Chevallard 2002). Le document conçoit des activités pour l'élève (référence au canevas) qui dénotent d'une pédagogie centrée sur l'élève.

4. *La version finalisée en novembre 2013*

Ressources utilisées dans le document-ressource

La version précédente a fait l'objet d'une pré-évaluation dont l'objectif était d'évaluer sa conformité au cahier des charges du projet. Cette pré-évaluation souligne la pertinence des exemples et exercices en lien avec les attentes de l'enseignement supérieur. Elle révèle aussi des manques, à savoir, quelques erreurs, une liste de pré-requis limitée, l'absence de devoirs corrigés, d'une feuille d'exercices WIMS, d'éléments relatifs à la mise en œuvre du document-ressource. Cette pré-évaluation peut être considérée comme une nouvelle ressource.

Cette troisième version de 55 pages propose des références plus nombreuses : 9 dont 4 sont des manuels de terminale (comprenant les 2 CIAM), 5 des adresses URL (donc trois nouvelles)[13] proposant des cours, des exercices des annales de baccalauréat français. Ces ressources sont notamment mobilisées pour enrichir la rubrique dédiée aux exercices de fin de chapitre.

Organisation du document-ressource

Cette version se réfère explicitement aux manuels CIAM pour la liste des pré-requis qui est élargie. L'organisation du cours s'est modifiée : les méthodes sont développées dans le cadre des programmes officiels (extrait présent dans le document-ressource). Le concepteur intègre la méthode du point fixe dans une extension puisque seules les méthodes de dichotomie et de Newton sont des objectifs raisonnables. Le concepteur reprend textuellement l'exemple du manuel CIAM (TSM) relatif à la méthode du point fixe mais il en développe la description et ajoute une remarque à l'adresse du professeur :

> La difficulté pour l'enseignement de cette méthode en classe de terminale C réside sur le choix de la fonction f. En effet, la fonction f telle que l'équation $g(x) = 0$ soit équivalent à l'équation $f(x) = x$ ne vérifie pas toujours les propriétés de fonctions contractantes.

Le schéma pédagogique est le même que dans la deuxième version, mais la désignation « activité d'institutionnalisation » a disparu. Cette version montre le souci du concepteur de structurer son cours. Par exemple, le concepteur a réalisé un organigramme modélisant une méthodologie pour étudier la convergence d'une suite définie par récurrence. Des remarques explicitent plus précisément les contraposées de certaines propriétés, les distinctions entre conditions nécessaires et suffisantes, en les étayant par des exemples. La solution de l'une des activités de démonstration relative à l'application de la méthode de Newton est rédigée (elle était absente de la version 2). Ces éléments peuvent témoigner de la prise en compte des difficultés potentielles des élèves.

---

[13] http://mangeard.maths.free.fr/Terminale/S/exos-suites-numeriques
http://megamaths.perso.neuf.fr/Demoulin-Recueilannalessuites
http://mathematiques.daval.free.fr/spip.php?page=site&id_syndic=42

Parmi les 64 activités proposées à l'élève, 7 sont corrigées (dont 6 exemples). Cette répartition peut témoigner du souci de rendre l'élève acteur de ses apprentissage et de fournir parallèlement des exemples peu nombreux mais cruciaux pour l'apprentissage. Les nombreux exercices (29 au total), donnés à la fin du chapitre, illustrent encore une enquête documentaire élargie.

L'évolution des contenus et des stratégies pédagogiques « implicites » traduit le développement d'un environnement théorique au détriment d'une approche plus contextualisée. Notons par exemple la présence nouvelle d'une propriété et de sa « démonstration » (la seule du document) : « Toute fonction contractante admet au maximum un seul point fixe ». Le cheminement cognitif de l'élève, très balisé (schéma pédagogique) suggère un apprentissage par «imprégnation», une stratégie pédagogique centrée sur l'élève mais qui prend cette fois en compte certaines difficultés (pour l'élève, pour l'enseignant).

Ce document-ressource final, en lien avec les exigences des pré-évaluateurs, comporte une feuille WIMS de 4 exercices (3 non pertinents). Le travail documentaire du concepteur s'est davantage axé sur le cours et les activités pour les élèves, se conformant sans doute aux exigences d'un mémoire professionnel. S'il est notable que les potentialités de la plateforme WIMS sur ce thème n'ont pas été exploitées, cette enquête documentaire témoigne toutefois d'un travail de recherche et de synthèse assez remarquable : ce travail aboutit à une organisation mathématique novatrice réglée selon des objectifs pédagogiques (exprimés en termes de types de tâches) qui n'étaient pas donnés dans les programmes officiels. La conception des activités pour l'élève, en fonction du déroulement du cours, met en évidence des aspects de l'activité du professeur hors classe.

Adaptation des exemples

Par ailleurs, les exemples, toujours corrigés, jouent un rôle déterminant pour le cheminement cognitif de l'élève. Celui-ci, si on suit la progression de cette version, consiste d'abord (avec éventuellement le secours de l'exemple corrigé) à parcourir de lui-même les étapes de résolution, dégager une propriété fondamentale qu'il devra redémontrer dans le cas général, guidé étape par étape. L'exemple corrigé joue un rôle spécifique : il peut être à la fois outil pour aborder l'activité première, une aide à la démonstration de la propriété et modèle d'une résolution type. Il n'y a plus volonté d'utiliser à tout prix d'autres exemples que ceux du manuel CIAM, mais désir d'exposer une activité corrigée avec méthode. L'étude de l'exemple corrigé contribue à donner du sens aux notions et aux méthodes étudiées.

Cette mise en évidence des diverses fonctions de l'exemple peut être liée à une prise de conscience du futur enseignant de la richesse de ses enjeux pour l'élève (Zodik & Zaslavski 2008).

IV. RESULTATS

Ce document-ressource est emblématique pour diverses raisons : il témoigne de l'engagement d'un étudiant dans une enquête documentaire innovante ; il rend compte des questions partagées, des réponses apportées par un collectif (étudiant, encadrants de l'étudiant, évaluateur et responsables du projet) pour produire un document original. A ce titre, cette étude exploratoire nous permet de proposer des résultats.

1. *Du côté de la constitution de la ressource*

Premier résultat : Les origines des ressources mobilisées se sont diversifiées. Les effets de cet enrichissement sont illustrés figure 4. Le premier document-ressource met en évidence un travail documentaire sur les manuels CIAM en lien avec le cadrage du projet. La mobilisation des connaissances du professeur dans l'étude des manuels génère un document qui s'appuie fortement sur les manuels CIAM. Dans le dernier document-ressource, les apports du travail collaboratif et du canevas qui relèvent d'autres sources (éléments de la culture professionnelle, de la formation) déterminent une conception nouvelle de la pratique mathématique scolaire (Adler 2010). Les contenus mathématiques fortement contextualisés sont décontextualisés et intégrés dans un environnement théorique. Les stratégies pédagogiques, toujours centrées sur l'élève, se déplacent d'un mode « exposition/application » vers un mode « questionnement démonstratif ».

Schéma pédagogique	Etape 1		Etape 2	Etape 3	Etape 4	
	Activités introductives	Enoncé des propriétés	Activités de démonstrations des propriétés	Exemples corrigés	Exercices d'application non corrigés	Exercices fin de chapitre
Version 1 (22p)	1	1 propriété démontrée		9	6	1
Version 2 (30p)	9	9 non démontrées	9 (dont 1 avec solution)	6	9	2
Version 3 (55p)	9 (dont 1 avec solution)	9 non démontrées 1 démontrée	9 (dont 1 avec solution)	6	10	29

Figure 4 – *Composition des documents-ressources*

Deuxième résultat : A partir d'un document générateur (les manuels CIAM), l'impact du cahier des charges, du canevas et du travail collaboratif conduit la genèse d'un document-ressource qui constitue *in fine* le support d'organisations mathématiques locales (autour des types de tâches définis par les objectifs spécifiques) et met à jour une organisation de l'étude qui repose sur un schéma pédagogique de structure quaternaire : activité introductive et énoncé de la propriété, activité de démonstration, exemples corrigés, exercices d'application (figure 4). Nous pouvons en inférer l'influence de ressources qui relèvent de divers niveaux : la discipline, la pédagogie, l'école et une vision sociétale de l'éducation mathématique (Chevallard 2002). En témoignent des organisations mathématiques et didactiques implicitement réglées par un schéma pédagogique qui renvoie à la discipline (le statut de la démonstration, au cœur des préoccupations des universitaires garants de la discipline), à la pédagogie et à l'école (des objectifs déclinés en compétences exprimés en termes de tâches pour un élève « acteur », tels que les définissent les inspecteurs et les conseillers pédagogiques). L'émergence d'un schéma pédagogique original peut traduire enfin la conception d'une éducation mathématique en rupture avec le schéma classique d'un modèle transmissif dépassé.

2. *Du côté du développement professionnel du concepteur*

Troisième résultat : Le problème professionnel de l'étudiant concepteur est d'élaborer un cours approfondi. L'élaboration du document-ressource génère des questions professionnelles, engage le futur professeur à chercher, explorer, étudier, réviser des ressources pour élaborer des réponses. L'enquête documentaire qui aboutit à la production d'un texte de savoir organisé (fondements théoriques, tâches, techniques, exercices) structuré selon un « schéma pédagogique » conduit à trois constats :

- Le développement des connaissances relatives aux mathématiques du professeur ;
- Une réflexion sur la conception, les fonctions des exemples pour donner sens aux savoirs pour l'élève ;
- La prise en compte de l'ensemble des conditions nécessaires pour préparer un chapitre de cours (éventuelles difficultés cognitives des élèves, vigilance scientifique, instructions officielles).

Le travail produit atteste du développement de compétences professionnelles relatives à une composante des pratiques, la préparation d'un cours. Toutefois, nous ne disposons pas d'analyse a priori et a posteriori nous permettant de savoir si ce document-ressource a été testé en classe.

3. *Du côté de la formation*

Quatrième résultat : Ce développement professionnel s'inscrit dans un contexte où le canevas joue un rôle déclencheur. Ce canevas, qui traduit des attentes d'encadrants/formateurs et qui oriente l'enquête documentaire, met en évidence l'impact de la formation sur le développement professionnel du futur enseignant. Le travail sur la pertinence des activités, l'adoption d'un schéma pédagogique pour organiser l'étude et, en particulier, la place octroyée à l'activité de démonstration, proposée systématiquement, renvoient aux exigences formulées par les formateurs (une pédagogie active où l'activité de démonstration joue un rôle dominant pour la formation mathématique de l'élève).

Cinquième résultat : Ce projet de production de documents-ressources se caractérise comme un dispositif de formation initiale innovant au service des formateurs camerounais. Il présente l'intérêt de faire émerger des besoins professionnels et de fournir des ressources dont l'adaptation est l'enjeu d'un travail collaboratif. A ce titre, le projet est un dispositif de formation et un outil de développement professionnel.

V. CONCLUSION

Sur les 28 documents-ressources de cette première vague, 27 ont été évalués par les évaluateurs du projet et par des inspecteurs camerounais. Ils ont par ailleurs conduit à l'élaboration de mémoires de fin d'études qui ont été soutenus et validés. Les évaluations finales produites par les évaluateurs du projet mettent en évidence des disparités qui ne permettent pas de généraliser les résultats obtenus à partir de notre étude à l'ensemble des documents-ressources produits. Par contre, de façon unanime, les inspecteurs camerounais notent la conformité des objectifs au programme officiel. Ils soulignent souvent la richesse des activités mais déplorent parfois la persistance d'un modèle transmissif d'apprentissage. Ils attestent tous d'un travail sur les programmes et les activités pour les élèves.

A l'issue du projet, au-delà des résultats dont témoigne le document-ressource que nous venons d'étudier, des questions importantes pour l'enseignement des mathématiques et les TICE dans cette partie du monde émergent.

- Outre la production d'un document en édition électronique, les potentialités des TICE sont peu exploitées. Des exercices WIMS ont été proposés dans les documents-ressources, grâce au soutien d'un enseignant du Cameroun, expert TICE, qui a fortement guidé les étudiants. Quelles perspectives réalistes de développement des TICE sont à considérer en priorité ?

- Des documents-ressources vont être disponibles sur l'Internet. Quels usages les enseignants vont-ils en faire ? Quelle sera la mise en œuvre avec les élèves ?
- Le projet PRENUM-AC a mis en synergie différents participants pour produire des ressources. Cette synergie va-t-elle se poursuivre au-delà du projet ? Sous quelles formes ?

REFERENCES

Adler J. (2010) La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In Gueudet G., Trouche L. (dir.) *Ressources Vives Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (pp. 23-37). INRP : Presses Universitaires de Rennes,.

Bills L., Dreyfus T., Mason J., Tsamir P., Watson A., Zaslavsky O. (2006) Exemplification in Mathematics Education. In Novotna J. (Ed.) *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*. Prague, Czech Republic: PME.

Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-265.

Chevallard Y. (2002) Organiser l'étude. Ecologie et régulation. Dorier J. L., ArtaudM., Artigue M., Berthelot R et Floris R. (dir), *Actes de la XIème école d'été de Didactique des mathématiques*. Grenoble, La pensée Sauvage.

Goldenberg P., Mason J. (2008) Shedding light on and with example spaces. *Educational Studies in Mathematics*, 69.

Margolinas C., Wozniak F. (2010) Rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur : le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. In Gueudet G., Trouche L. (dir.) *Ressources Vives Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (pp. 233-249). INRP : Presses Universitaires de Rennes,.

Touré S. (2002) L'enseignement des mathématiques dans les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien. *Zentralblatt für Didaktik des Mathematik (ZDM, International review on Mathematical Education)* 34(4), 175-178.

Traoré K., Barry S. (2007) La problématique d'une voie africaine en didactique des mathématiques : vrais et faux enjeux. *RADISMA* (2).

http://www.radisma.info/document.php ?id=476.ISSN 1990-3219

Watson A., Mason J. (2005) *Mathematics as a constructive activity: learners generating examples.* Mahwah: Erlbaum.

Zodik I., Zaslavsky O. (2008) Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics* 69.

Manuel TSM (Terminale Sciences Mathématiques – terminale C), Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM), édités chez EDICEF (France).

Manuel TSE (Terminale Sciences Expérimentales – terminale D), Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM), édités chez EDICEF (France).

ANNEXE

Extrait du canevas discuté lors du séminaire de Paris (novembre 2012)

Exemple 4 (activité d'institutionnalisation)

La seconde activité dite d'institutionnalisation doit permettre à l'élève de démontrer si c'est nécessaire :

Exemple d'activité d'institutionnalisation :

Enoncé de l'activité (objectif visé : prouver que le module d'un produit de complexes est le produit des modules.)	Commentaire
Soient $z = r(cos\theta + isin\theta)$ et $z' = r'(cos\theta' + isin\theta')$. 1. a. Justifier que $(cos\theta + isin\theta)(cos\theta' + isin\theta') = cos(\theta + \theta') + i\,sin(\theta + \theta')$. a. En déduire que : ○ $\lvert zz'\rvert = \lvert z\rvert\lvert z'\rvert$ ○ $arg(zz') = argz + argz'$ b. Quels sont alors les étapes clefs pour établir les résultats de 1.b. 2. Soit n un entier naturel non nul, a. Justifier que $(cos\theta + isin\theta)^n = (cos(n\theta) + isin(n\theta))$ b. En déduire les modules et argument de z^n c. Quels sont alors les étapes clefs pour établir…	Démonstration guidée L'élève est invité à se donner des repères pour la refaire de lui-même. Une activité peut concerner plusieurs propriétés sœurs.

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

TRANSFERT DU DIAGNOSTIC *PEPITE* À DIFFÉRENTS NIVEAUX SCOLAIRES : TESTS DIAGNOSTIQUES POUR LES ELEVES ET LEURS USAGES PAR LES ENSEIGNANTS

Françoise CHENEVOTOT-QUENTIN[*] – Brigitte GRUGEON-ALLYS[**] – Julia PILET[***] – Elisabeth DELOZANNE[****] – Dominique PREVIT[*****]

Résumé – Cet article est consacré au transfert du diagnostic *Pépite* à différents niveaux scolaires. *Pépite* concerne l'algèbre élémentaire et s'adresse initialement à des élèves en fin de scolarité obligatoire en France (16 ans). Nous souhaitons étendre ce diagnostic du début des apprentissages en algèbre élémentaire (12-13 ans) jusqu'en fin de l'école obligatoire (16 ans). Nous présentons les cadres théoriques et les modalités du diagnostic *Pépite*. Nous caractérisons le modèle du test diagnostique et nous étudions son adaptabilité à différents niveaux scolaires. Nous détaillons l'analyse des réponses et nous expliquons comment la transférer. Enfin, nous abordons la question des usages par les enseignants de cet outil de diagnostic.

Mots-clefs : diagnostic, usages, technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement (TICE), algèbre élémentaire, enseignement différencié

Abstract – This paper deals with the transfer of the diagnostic assessment *Pépite* at different grade levels. *Pépite* is relevant for elementary algebra and for students at the end of compulsory schooling in France (16 years old). We wish to extend this diagnostic assessment from the beginning of learning elementary algebra (12-13 years old). We present the theoretical foundations and the modalities of the diagnostic assessment *Pépite*. We characterize the model of the diagnostic test and we study how this model is compatible according to different grade levels. We detail the response analysis and also we explain how to transfer it. Last, we address the issue of the usages by teachers of this diagnostic tool.

Keywords: diagnostic assessment, usages, Information and Communication Technology (ICT), elementary algebra, teaching suggestions

I. LE CONTEXTE

Cet article s'adresse au GT6 « Ressources et développement professionnel des enseignants » et se situe à la croisée des deux premiers pôles de questionnement proposés dans ce groupe de

[*] Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) – Université Paris Diderot – France – francoise.chenevotot@univ-paris-diderot.fr
[**] Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) – Université Paris Diderot – France – brigitte.grugeon@univ-paris-diderot.fr
[***] Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) – Université Paris Diderot – France – julia.pilet@univ-paris-diderot.fr
[****] Laboratoire L'UTES – Université Pierre et Marie Curie – Paris – France – elisabeth.delozanne@upmc.fr
[*****] Laboratoire L'UTES – Université Pierre et Marie Curie – Paris – France – dominique.previt@gmail.com

Chenevotot-Quentin F., Grugeon-Allys B. (2015) Transfert du diagnostic *Pépite* à différents niveaux scolaires : tests diagnostiques pour les élèves et leurs usages par les enseignants. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 566-582.

travail. Pour le 1er pôle « Conception de ressources », nous présentons des ressources de diagnostic conçues par des chercheurs en didactique des mathématiques pour des enseignants de mathématiques. Pour le 2ème pôle « Exploitation de ressources », nous abordons la question des usages par les enseignants des ressources mises à disposition pour tous les niveaux du collège.

Les enseignants recherchent des outils pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages des élèves. En fait, pour permettre à chaque élève de progresser, les enseignants auraient besoin, même si ce besoin n'est pas toujours exprimé, d'un diagnostic détaillé concernant les apprentissages individuels des élèves. Toutefois, les enseignants ont aussi besoin de gérer la classe dans sa globalité, en lien avec le temps d'enseignement, en proposant des activités différenciées adaptées à des groupes d'élèves ayant des compétences proches ou nécessitant des stratégies d'enseignement similaires.

Notre recherche porte sur le développement et l'usage de base d'exercices en ligne pour le diagnostic et l'enseignement différencié dans le domaine de l'algèbre élémentaire. Elle se situe dans la lignée du projet *Pépite* dont l'objectif était de concevoir et d'implémenter des outils en ligne pour aider les professeurs de mathématiques à gérer la diversité cognitive de leurs élèves en algèbre (Grugeon & al. 2012).

Depuis 2011, nous disséminons les outils issus de nos recherches sur LaboMep (Pilet & al. 2013), la plateforme développée par Sésamath, une association regroupant des professeurs de mathématiques. Le succès de la plateforme LaboMep nous montre que de telles ressources en ligne peuvent répondre aux besoins des enseignants (Artigue & al. 2008) qui sont à la recherche d'informations sur la cohérence de l'activité algébrique des élèves et sur leurs erreurs. Nous avons d'abord implémenté le diagnostic *Pépite* pour des élèves de fin de 3ème / début de 2nd (15-16 ans). Puis nous avons implémenté un outil proposant automatiquement des parcours d'enseignement différencié correspondant aux objectifs d'apprentissage visés par l'enseignant tout en étant adaptés au diagnostic des élèves. Nous poursuivons ces travaux dans le cadre du projet Néopraéval accepté par l'Agence Nationale de la Recherche.[1]

Cet article traite la question du transfert du diagnostic *Pépite* à différents niveaux scolaires. Alors que le diagnostic initial s'adressait à des élèves en fin de scolarité obligatoire en France (16 ans), nous souhaitons étendre ce diagnostic à des élèves plus jeunes, dès le début des apprentissages en algèbre élémentaire (12-13 ans). Nous avons ainsi défini une échelle de l'activité algébrique pour suivre l'évolution de la compétence algébrique des élèves à différents niveaux scolaires. Nous présentons d'abord le dispositif de diagnostic *Pépite* et les éléments théoriques mobilisés. Ensuite, nous caractérisons le modèle du test diagnostique et expliquons la viabilité de ce modèle à différents niveaux scolaires. Puis nous détaillons l'analyse des réponses de l'élève et ses enjeux et expliquons comment la transférer à d'autres niveaux scolaires. Enfin, nous abordons la question du transfert des potentialités de ces outils pour réguler l'enseignement avant de conclure avec quelques perspectives de recherche. Nous indiquons en annexe les programmes français d'algèbre pour le collège.

II. LE DIAGNOTIC *PEPITE*

1. *Les fondements théoriques*

Le diagnostic *Pépite* n'utilise pas de modèles psychométriques mais se fonde sur une analyse épistémologique et anthropologique d'une part, et sur une analyse cognitive d'autre part, de l'algèbre élémentaire dans le but de définir une référence (Artigue & al. 2001). Dans sa

[1] Convention ANR-13-APPR-002-01. Site du projet : http://www.ldar.univ-paris-diderot.fr/page/praeval

dimension *outil* (Douady 1986), le domaine algébrique comprend les traditionnels problèmes arithmétiques, les problèmes de généralisation et de preuve, les problèmes pour lesquels l'algèbre apparait comme un outil de modélisation, les problèmes de mise en équation, les problèmes algébriques et fonctionnels (Chevallard 1989). Dans sa dimension *objet*, l'algèbre est considéré comme un ensemble structuré d'objets (les expressions algébriques, les formules, les équations, les inéquations) avec des propriétés spécifiques et des représentations sémiotiques (Duval 1993) associées à différents registres (Kieran 2007 ; Vergnaud & al. 1988). Le diagnostic *Pépite* repose sur une analyse globale et multidimensionnelle de l'activité algébrique (Grugeon 1997 ; Kieran 2007) qui permet d'identifier les cohérences de l'activité des élèves en algèbre puis d'en suivre l'évolution.

Selon une approche anthropologique, les connaissances mathématiques dépendent fortement de l'institution dans laquelle elles doivent vivre, être apprises et être enseignées. Les objets mathématiques n'existent pas pour eux-mêmes mais émergent de pratiques qui varient d'une institution à une autre. Chevallard (1999) les analyse en termes de praxéologies, c'est-à-dire en termes de type de tâches, de techniques utilisées pour résoudre ces tâches (praxis), de discours technologique développé dans le but d'expliquer et justifier ces techniques et, enfin, de théories qui structurent le discours (logos). Ici, le diagnostic *Pépite* dépend du curriculum jusqu'à la fin de la scolarité obligatoire. Pour chaque niveau scolaire, les tâches diagnostiques qui composent le test sont caractérisées par un type de tâches, la complexité des objets algébriques, les techniques attendues relativement aux éléments technologiques et théoriques visés.

2. *Le test Pépite*

Le test diagnostic Pépite comprend dix tâches diagnostiques (constituées de 1 à 3 items) qui peuvent être des questions à choix multiple ou des questions ouvertes de un à plusieurs pas de raisonnement.

Du côté du modèle didactique, les dix tâches diagnostiques Pépite recouvrent complétement le domaine algébrique et se répartissent selon quatre types de tâches : (1) les tâches de calcul (développer et factoriser des expressions algébriques, résoudre des équations), (2) les tâches de production (d'expressions, de formules, d'équations), (3) les tâches de traduction ou de reconnaissance (des relations mathématiques), (4) les tâches de résolution de problèmes dans différents contextes mathématiques (numérique, algébrique, géométrique, fonctionnel) utilisant l'algèbre pour généraliser, pour prouver des propriétés, pour modéliser ou pour mettre en équation.

Du côté du modèle informatique, le modèle conceptuel de classe de tâches développé par Prévit (Delozanne & al. 2008) permet de caractériser des tâches équivalentes du point de vue du diagnostic. Prévit a développé PépiGen, un logiciel qui génère automatiquement les tâches et leur analyse. PépiGen s'appuie lui-même sur Pépinière, un logiciel de calcul formel qui génère les réponses anticipées (correctes ou erronées) des élèves selon l'analyse *a priori* des tâches.

Pour transférer le test diagnostique Pépite à différents niveaux scolaires, nous avons affronté deux problèmes majeurs. Du côté du modèle didactique, nous nous sommes appuyés sur les types de tâche du domaine algébrique et avons dû identifier des valeurs des variables didactiques associées aux tâches recouvrant le domaine mathématique, pour chaque niveau considéré. Du côté du modèle informatique, nous avons dû construire un test générique pour disposer de tests pour différents niveaux scolaires.

3. *L'analyse des réponses*

Pépite comprend trois niveaux pour l'analyse des réponses des élèves :

- Le diagnostic local (sur un seul exercice) analyse la réponse de l'élève à une question du test selon plusieurs dimensions et non seulement en termes de réponse correcte ou incorrecte ; le système de diagnostic produit un ensemble de codes qui caractérisent cette réponse selon des types de réponses anticipées ;
- Le diagnostic global individuel (sur un ensemble d'exercices) rassemble les codes similaires issus des différents exercices pour construire le profil cognitif de l'élève ; le système de diagnostic positionne l'élève par rapport à une référence selon plusieurs composantes et indique ses taux de réussite, leviers (connaissances sur lesquelles s'appuyer), faiblesses (connaissances à déstabiliser), règles fausses et règles correctes ;
- Le diagnostic global collectif positionne l'élève par rapport à des groupes d'élèves qui ont des profils cognitifs proches ; le système de diagnostic affecte l'élève dans un groupe dont il précise les caractéristiques.

Pour transférer le test diagnostique Pépite à différents niveaux scolaires, nous avons gardé la même démarche de diagnostic en trois niveaux. Cependant, pour le 1er niveau de diagnostic (diagnostic local), pour chaque tâche, nous avons dû anticiper les différents types de réponses et leurs différentes formes pour que le logiciel de calcul formel Pépinière soit capable de réaliser l'analyse automatique. Pour le 2ème niveau de diagnostic (diagnostic global individuel), nous avons dû adapter l'algorithme qui calcule le profil cognitif de l'élève pour les différents niveaux scolaires considérés tout en gardant la même référence pour positionner les élèves selon chaque composante. Enfin, pour le 3ème niveau de diagnostic (diagnostic global collectif), les modalités de constitution des groupes sont restées inchangées.

Nous allons maintenant exposer le transfert du diagnostic *Pépite* au niveau 5ème / 4ème (12-13 ans) en précisant les conditions de réussite.

III. LE TRANSFERT DES TACHES DIAGNOSTIQUES

La première étape pour transférer le diagnostic *Pépite* a consisté à concevoir des tâches diagnostiques conformes aux fondements théoriques exposés ainsi qu'aux contraintes institutionnelles.

1. *Un transfert des tâches qui assure la couverture du domaine mathématique*

Pour garantir que le test prend bien en compte tous les types de tâches du domaine algébrique, nous caractérisons chaque item d'une tâche diagnostique par le ou les types de tâches impliqués (Chenevotot & al. 2011). Ces types de tâches, présentés dans le tableau 1, sollicitent l'algèbre dans sa dimension *outil* (Produire une expression algébrique, Traduire ou reconnaître, résoudre des problèmes relevant de l'algèbre) comme dans sa dimension *objet* (Calculer sur des expressions algébriques). Nous considérons que le test diagnostique recouvre les types de tâches du domaine si tous les types de tâches interviennent. Comme on le voit sur le tableau 1, les dix tâches (27 items) du test initial niveau fin de 3ème / début de 2nd recouvrent le domaine algébrique. Le test conçu pour le niveau fin de 5ème / début de 4ème se compose également de dix tâches diagnostiques (22 items). Le tableau 2 montre que ces tâches font elles aussi intervenir tous les types de tâches du domaine. Cependant, à ce niveau scolaire, les connaissances numériques jouent un rôle important pour entrer dans l'activité algébrique. C'est pourquoi nous avons ajouté un type de tâche : « *Produire une expression* *numérique* ». Nous supposons que savoir si un élève réussit ou pas à produire une expression en ligne avec un parenthésage correct est un indicateur important pour son interprétation des expressions algébriques. Nous illustrons ce nouveau type de tâche au paragraphe III.2 sur la figure 3.

Types de taches relatifs à	**Nombre d'items**	**Items du test**
Calcul	4 / 27	5.1 / 5.2 / 5.3 / 5.4
Production d'expressions algébriques	7 / 27	3.1 / 8.1 / 8.2 / 8.3 / 9 / 10.2
Traduction ou reconnaissance	16 / 27	1.1 / 1.2 / 1.3 / 1.4 / 2.1 / 2.2 / 2.3 / 3.2 / 4.1 / 4.2 / 4.3 / 4.4 / 4.5 / 6 / 7 / 10.1
Résolution de problèmes (mise en équation, preuve) dans différents contextes mathématiques	3 / 27	8.3 / 9 / 10.3

Tableau 1 – *Organisation du test de niveau 3ème / 2nd en termes de types de tâches*

Types de taches relatifs à	**Nombre d'items**	**Items du test**
Calcul	4 / 22	7.1 / 7.2 / 8.1 / 8.2
Production d'expressions numériques	1 / 22	5
Production d'expressions algébriques	3 / 22	3.1 / 6
Traduction ou reconnaissance	14 / 22	1.1 / 1.2 / 1.3 / 2.1 / 2.2 / 2.3 / 3.2 / 4.1 / 4.2 / 9.1 / 9.2 / 9.3 / 9.4 / 10
Résolution de problèmes (preuve) dans différents contextes mathématiques	1 / 22	6

Tableau 2 – *Organisation du test de niveau 5ème / 4ème en termes de types de tâches*

2. *Un transfert par adaptation des tâches existantes ou par ajout de nouvelles tâches*

Pour être conforme avec les curricula des élèves français en classe de 5ème, le transfert du test demande un travail spécifique sur les tâches. Nous avons distingué deux cas : d'un côté, les tâches caractéristiques du domaine algébrique que nous avons transférées par adaptation du niveau 3ème / 2nd à un niveau scolaire inférieur et, de l'autre côté, les tâches relatives au domaine numérique, spécialement conçues pour le niveau 5ème / 4ème. Nous avons adapté les tâches du domaine algébrique en ajustant des valeurs des variables didactiques telles que la structure des expressions algébriques ou le choix des nombres. Ces adaptations sont justifiées à la fois par le curriculum et par l'activité algébrique attendue au niveau scolaire considéré. Nous présentons un exemple d'adaptation d'item : l'adaptation de l'item 3.1 du test initial (figure 1) pour le niveau 5ème / 4ème (figure 2). Dans les deux cas, le type de tâches est le même : « *Produire une expression algébrique* » et les exercices se situent tous les deux dans le cadre géométrique. Dans le test initial (respectivement le nouveau test), la tâche concerne l'aire (respectivement le périmètre) d'un rectangle (respectivement une figure). L'aire du rectangle s'exprime par une expression du second degré dont la structure est trop complexe pour le niveau 5ème / 4ème. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi une figure qui conduit à une expression plus simple pour le niveau inférieur. De plus, ce choix permet d'identifier les élèves qui concatènent les termes (réponse $11x$) ou ceux qui sont encore dans l'addition itérée (réponse $x + x + x + x + 7$).

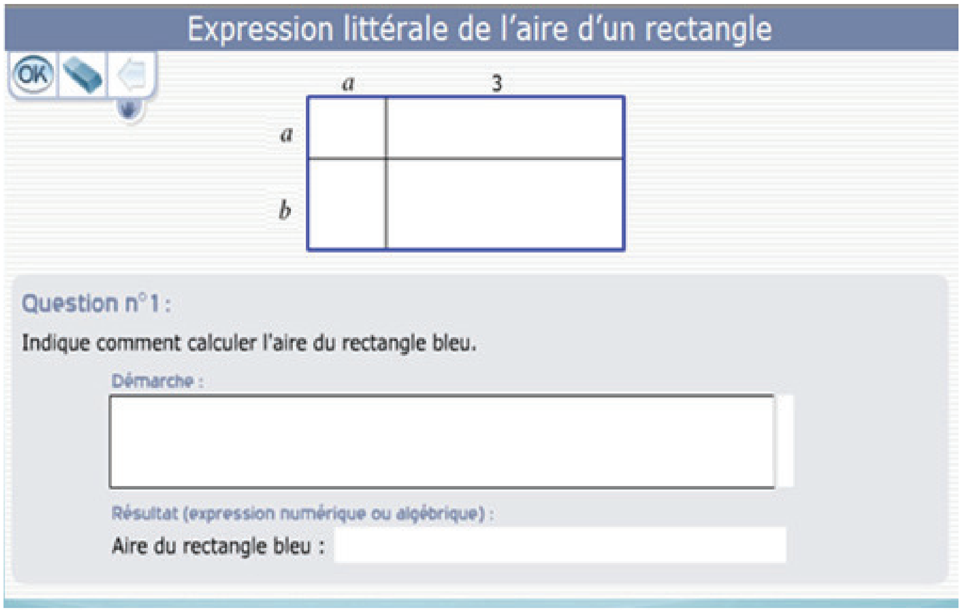
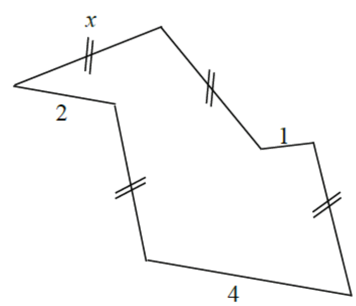


Figure 1 – *Item 3.1 du test initial*

Exercice 3 :



Calcule le périmètre de la figure	
Brouillon pour les calculs	Périmètre de la figure

Figure 2 – *Item 3.1 du test de niveau 5ème / 4ème : un exemple d'adaptation de tâche*

Pour prendre davantage en compte les connaissances numériques des élèves qui découvrent tout juste l'algèbre, nous avons conçu des tâches du domaine numérique. La figure 3 présente l'une de ces tâches qui relève du type de tâches « *Produire une expression numérique* ». Cette tâche permet de comprendre si un élève peut produire une expression numérique correcte avec des parenthèses ou si des raisonnements de type « pas à pas » persistent.

Exercice 5 :
13 filles et 15 garçons vont au cinéma. Chacun d'eux paye sa place à 6,80€, s'achète un soda à 3€, du pop-corn à 3,20€ et une glace à 2,50€.
Ecris une seule expression permettant de trouver la somme dépensée par le groupe sans faire le calcul
Résultat

Figure 3 *– Item 5 du test de niveau $5^{ème}$ / $4^{ème}$: un exemple de nouvelle tâche*

IV. LE TRANSFERT DE L'ANALYSE DES REPONSES

Nous allons aborder la question du transfert de l'analyse des réponses dans le diagnostic *Pépite* en visitant successivement les trois niveaux du processus : le diagnostic local, le diagnostic global individuel, le diagnostic global collectif.

1. Le premier niveau : le diagnostic local

Tout le processus de diagnostic repose sur la qualité de cette première étape : analyser chaque réponse d'élève. Les réponses des élèves ne sont pas seulement étiquetées selon qu'il s'agit de réponses correctes ou incorrectes. Elles sont aussi codées en termes de cohérences de l'activité algébrique de l'élève, grâce à une analyse *a priori* (connaissances, erreurs récurrentes) de chaque tâche. Nous définissons six codes issus d'une étude théorique : (1) la Validité des réponses (V), le statut du signe Egal (E), l'utilisation des Lettres en tant que variables (L), l'utilisation des règles d'Ecriture et de réécriture Algébriques (EA), la Traduction d'un problème d'un cadre vers un autre (T) et le type de Justification (J). La figure 4 (respectivement figure 5) montre les réponses d'un élève en classe de $3^{ème}$ / 2^{nd} (respectivement $5^{ème}$ / $4^{ème}$) à la tâche présentée en figure 1 (respectivement figure 2) ainsi que l'analyse des réponses.

Coche la ou les égalités correctes			
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

Choix	**Analyse a priori**	**Code**
1	Calcul incorrect basé sur un produit en croix	V3 EA5
2	Addition des numérateurs et des dénominateurs	V3 EA42
3	Addition des numérateurs et produit des dénominateurs	V3 EA33
4	Correct	V1 EA1

Figure 4 *– Diagnostic local pour l'item 1.4 du test niveau $3^{ème}$ / 2^{nd}*

Coche la ou les égalités correctes			
$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}$	$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{9}$	$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{18}$	$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

Choix	Analyse a priori	Code
1	Addition des numérateurs sans mettre au même dénominateur	V3 EN33
2	Addition des numérateurs et des dénominateurs	V3 EN42
3	Addition des numérateurs et produit des dénominateurs	V3 EN33
4	Correct	V1 EN1

Figure 5 – *Diagnostic local pour l'item 1.1 du test niveau 5ème / 4ème*

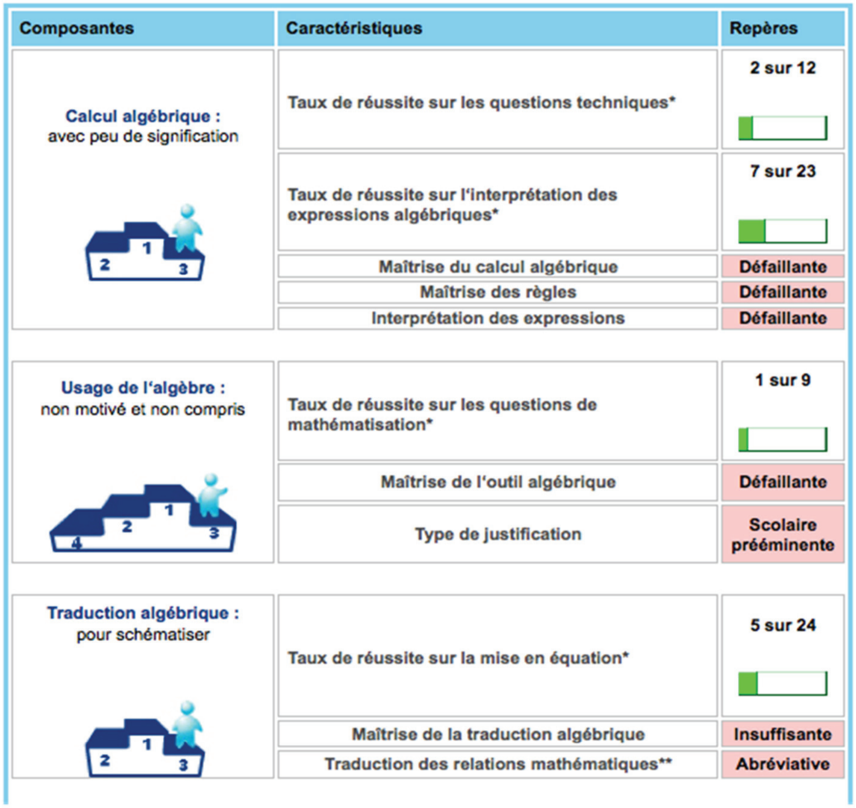
Ces six codes sont-ils pertinents pour transférer le diagnostic à des élèves en classe de 5ème / 4ème ? Il nous est apparu nécessaire de compléter les six codes précédents en leur ajoutant deux nouveaux codes pour étudier l'utilisation des règles d'Ecriture et de réécriture Numériques (EN) et les connaissances sur les Nombres négatifs et décimaux (N). En effet, le code EN a été créé car les connaissances algébriques se construisent à partir des connaissances numériques. C'est la raison pour laquelle les codes EA et EN ont une structure similaire. Or, dans le test initial, nous ne les avons pas distingués. Nous l'illustrons dans les figures 4 et 5.

Le diagnostic local est basé sur l'étude a priori des réponses envisageables et, pour la compléter, sur les réponses anticipées recueillies lors d'expérimentations. L'analyse du corpus des réponses par des didacticiens des mathématiques a permis de réaliser une grille d'analyse. Cette méthode est adaptée pour permettre l'informatisation du diagnostic. Les deux logiciels PépiGen et Pépinière génèrent automatiquement les tâches ainsi que leur analyse en comparant les réponses de l'élève avec les différentes réponses anticipées.

2. *Le deuxième niveau : le diagnostic global individuel*

Le diagnostic global individuel s'effectue sur l'ensemble des dix exercices du test. Le système analyse les réponses de l'élève et calcule son profil cognitif grâce à une analyse transversale des différents codes récoltés sur toutes les réponses au test.

Pour construire le profil cognitif de l'élève, en croisant les approches cognitive et anthropologique, nous avons défini une référence caractérisée par trois composantes à partir de l'étude théorique initiale : l'Usage de l'Algèbre pour résoudre des problèmes (UA), la Traduction Algébrique avec la flexibilité pour traduire différents types de représentations (géométrique, figure, représentations graphiques, langage naturel) (codé TA) et le Calcul Algébrique avec l'habileté et l'adaptabilité des différents usages de l'algèbre (code CA). Pour chacune de ces trois composantes, une échelle avec différents niveaux a été élaborée, avec des critères spécifiques pour chaque niveau (Delozanne & al. 2005). Voici le résultat du diagnostic global individuel pour un élève en classe de 3ème classé en CA3-UA3-TA3 (figure 6). Cet élève donne peu de sens aux activités algébriques et n'utilise pas l'algèbre comme outil pour résoudre des problèmes.



Composantes	Caractéristiques	Repères
Calcul algébrique : avec peu de signification	Taux de réussite sur les questions techniques*	2 sur 12
	Taux de réussite sur l'interprétation des expressions algébriques*	7 sur 23
	Maîtrise du calcul algébrique	Défaillante
	Maîtrise des règles	Défaillante
	Interprétation des expressions	Défaillante
Usage de l'algèbre : non motivé et non compris	Taux de réussite sur les questions de mathématisation*	1 sur 9
	Maîtrise de l'outil algébrique	Défaillante
	Type de justification	Scolaire prééminente
Traduction algébrique : pour schématiser	Taux de réussite sur la mise en équation*	5 sur 24
	Maîtrise de la traduction algébrique	Insuffisante
	Traduction des relations mathématiques**	Abréviative

Figure 6 – *Profil cognitif d'un élève en classe de 3ème*

Pour transférer le diagnostic à d'autres niveaux scolaires, nous avons complété l'algorithme de calcul des profils en ajoutant une quatrième composante destinée à évaluer les différents usages du Calcul Numérique (codé CN). La composante CN a été créée pour prendre en compte que les connaissances algébriques se construisent à partir des connaissances numériques. C'est la raison pour laquelle les niveaux sur les échelles des composantes CA et CN se définissent de manière similaire. Ce test est en cours d'informatisation et nous n'avons pas encore de profils calculés automatiquement.

3. Le troisième niveau : le diagnostic global collectif

Les deux premiers niveaux de diagnostic sont individuels. Or, les enseignants ont davantage besoin d'identifier des groupes d'élèves dont les compétences en algèbre sont voisines pour mettre en place des stratégies de différenciation dans leur classe. Pour le troisième niveau de diagnostic, le logiciel PépiMep propose automatiquement trois groupes d'élèves (les groupes A, B et C) dont les profils cognitifs en algèbre sont proches (Grugeon-Allys & al. 2012). Ces groupes sont tout d'abord constitués en fonction du niveau de l'élève sur la composante « Calcul Algébrique » (CA). Les élèves du groupe A (CA1) donnent du sens au calcul algébrique et commencent à développer une pratique intelligente et contrôlée du calcul algébrique. Les élèves du groupe B (CA2) pratiquent un calcul algébrique peu contrôlé, souvent à l'aveugle, mobilisant de façon plus ou moins fréquente des règles fausses. Les élèves du groupe C (CA3) donnent peu de sens au calcul algébrique. Chaque groupe X est ensuite découpé en deux sous-groupes (X+ ou X-) selon le niveau de l'élève sur la composante « Usage de l'Algèbre » (UA). La figure 7 montre le résultat du diagnostic global collectif d'une classe de 3ème (14-15 ans) dont les 23 élèves sont répartis dans les groupes B+ (1 seul élève), B- (6 élèves) et C- (16 élèves). La référence que nous utilisons est établie pour la fin de la scolarité obligatoire (16 ans) ; c'est pourquoi, pour cette classe d'élèves plus jeunes (14-15 ans), il n'y a aucun élève dans le groupe A.

L'algorithme de calcul des groupes est identique pour tous les niveaux scolaires ; le transfert du diagnostic global collectif ne pose donc aucun problème.

Les trois groupes A, B et C peuvent correspondre, en première lecture, aux groupes des « bons, moyens, faibles » traditionnellement établis par les enseignants. Ils ne sont pas seulement caractérisés par des taux de réussite, des listes d'erreurs ou des capacités à travailler dans un contexte de remédiation local, mais aussi par des traits de plus haut niveau (par exemple un calcul peu contrôlé), donnant une vision globale de leur rapport à l'algèbre. Grâce à une analyse épistémologique, ces traits permettent d'organiser des activités différenciées adaptées aux besoins d'apprentissage des élèves sur une séquence complète d'enseignement. Ces informations permettent à l'enseignant d'organiser, si nécessaire, des reprises, des moments de travail de la technique, pour poursuivre la construction d'éléments techno-logico théoriques sur des savoirs anciens.

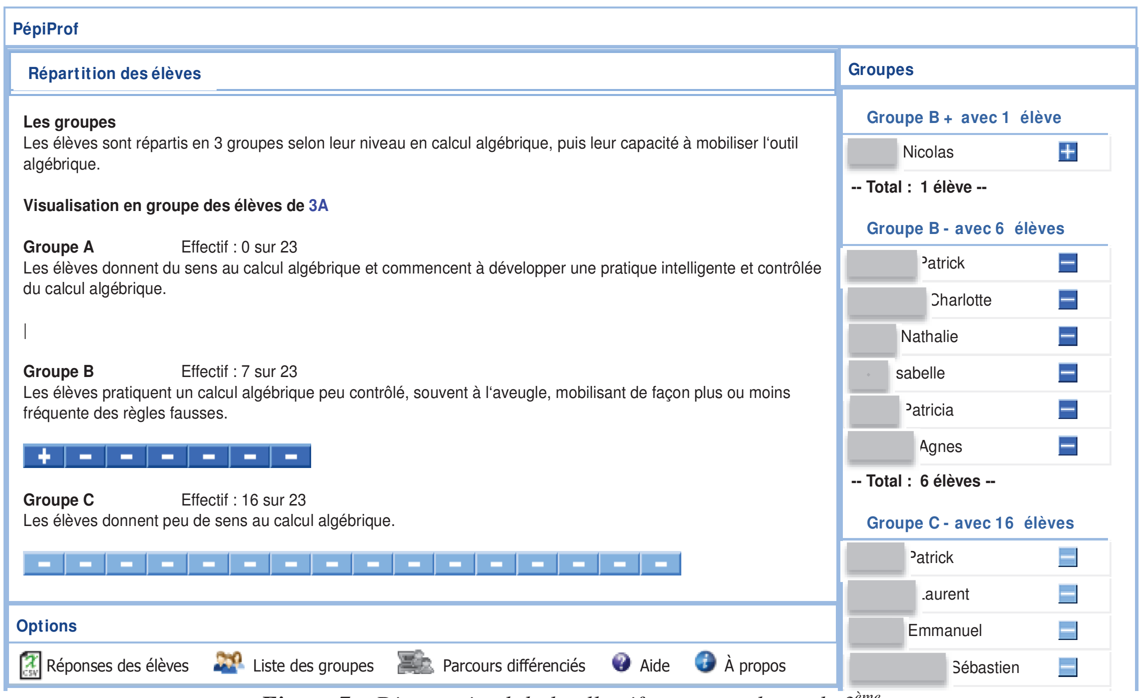


***Figure 7 –** Diagnostic global collectif pour une classe de $3^{ème}$*

V. LES POTENTIALITES DES TESTS POUR REGULER L'ENSEIGNEMENT

La définition des profils et des groupes offre de réelles potentialités pour permettre aux enseignants de réguler leur enseignement en fonction des besoins de leurs élèves en algèbre. Pour les tests diagnostiques de niveau fin de $3^{ème}$ / début de 2^{nde} et début de $3^{ème}$, nous avons conçu un modèle de parcours d'enseignement différencié (Grugeon-Allys & al. 2012) qui prend appui sur les besoins d'apprentissage caractéristiques de chaque groupe. Les parcours sont conçus pour organiser une gestion de l'hétérogénéité au sein de la classe et non pour intervenir dans un dispositif de personnalisation de l'enseignement. Ainsi, chaque parcours est défini par un objectif d'enseignement et constitué de tâches, pour la plupart convoquant les mêmes types de tâches, qui sont « adaptées » en fonction des groupes issus du test. Le jeu sur les variables didactiques, l'intervention de registres de représentation sémiotiques spécifiques (Duval 1993), les aides apportées par l'enseignant, ou encore le découpage des énoncés, sont autant de variations possibles pour adapter les parcours aux besoins d'apprentissage des élèves. Par exemple, nous avons défini un parcours pour revenir sur le rôle de l'algèbre dans des problèmes de généralisation et de preuve afin de permettre aux élèves des groupes A-, B- et C- de redonner du sens à l'algèbre à travers la résolution de problèmes (Grugeon-Allys & al. 2012).

Dans le cadre d'un groupe IREM de l'Université Paris-Diderot, nous avons travaillé avec des enseignants de collège et de lycée qui ont mis en place les parcours d'enseignement différencié dans leurs classes. L'analyse des vidéos des séances de classe et des productions d'élèves recueillies a montré que l'appropriation du test et des parcours par les enseignants les avaient conduits à faire évoluer leurs pratiques en algèbre tant du point de vue des tâches proposées aux élèves et de leur gestion en classe que du point de vue de leur rapport à l'algèbre et à son enseignement (Pilet & al. 2013). Ainsi, les tests diagnostiques de niveau fin de $3^{\text{ème}}$ / début de 2^{nde} et de niveau début de $3^{\text{ème}}$ suivis par les parcours d'enseignement différencié ont permis à des enseignants d'organiser leur enseignement en fonction des besoins repérés des élèves.

VI. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Différentes études comparant le diagnostic *Pépite* à d'autres formes de diagnostic ont attesté que *Pépite* est fiable et valide, même pour les questions à réponses ouvertes (Delozanne & al. 2008, Delozanne & al. 2010).

Depuis 2011, nous avons implémenté sur LaboMep un test pour les élèves de $3^{\text{ème}}$ (14-15 ans) et deux tests pour les élèves de $3^{\text{ème}}$ / 2^{nd} (15-16 ans). La programmation informatique pour les questions à choix multiples (QCM) est plus facile que pour les questions à réponse ouverte. En effet, pour les QCM, l'analyse est robuste et générique. Pour les questions à réponses ouvertes, 10 à 15% des réponses ne sont pas analysées par le système en raison de la complexité des raisonnements algébriques mis en œuvre qui nécessiteraient des traitements spécifiques pour chaque type d'exercices. Nous avons réalisé un modèle de tâche diagnostique et nous avons conçu deux tests et leur analyse a priori : l'un pour le niveau $4^{\text{ème}}$ / $3^{\text{ème}}$ et l'autre pour le niveau $5^{\text{ème}}$ / $4^{\text{ème}}$. Nous sommes en train de les disséminer sur la plateforme LaboMep et prévoyons de procéder ensuite à des expérimentations.

A partir des fondements théoriques, nous avons défini une échelle de l'activité algébrique, qui permet de suivre l'évolution de la compétence algébrique à différents niveaux scolaires. La figure 8 permet de suivre l'évolution des compétences de 191 élèves qui ont passé les tests implémentés sur LaboMep. Cette figure montre que les compétences des élèves augmentent depuis le début de la classe de $3^{\text{ème}}$ jusqu'à la fin de la classe de 2^{nd}. Nous prévoyons d'étendre cette étude pour des élèves depuis la $5^{\text{ème}}$ jusqu'en seconde.

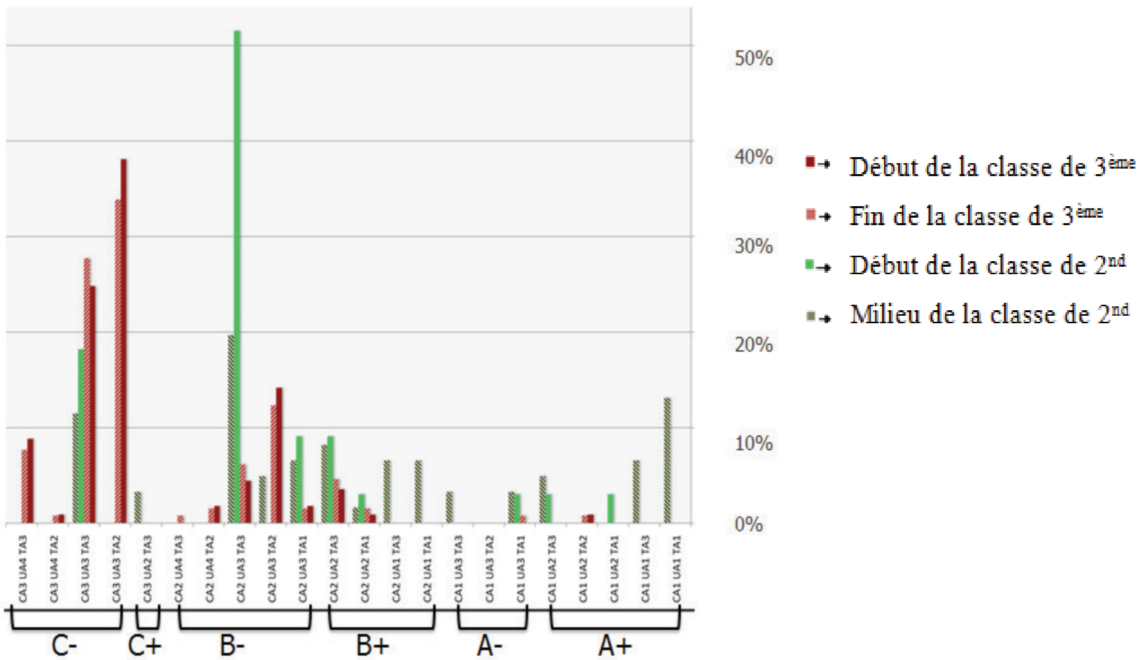
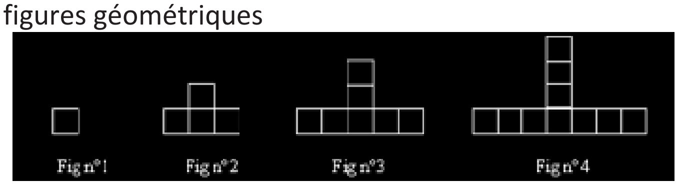


***Figure 8** – Diagnostic collectif global pour des élèves de $3^{ème}/2^{nd}$ (191 élèves)*

Quelles sont nos perspectives de recherche ? Nous envisageons d'étendre les outils fournissant automatiquement des tâches différenciées à des groupes d'élèves d'une classe en fonction des objectifs d'enseignement. Nous faisons l'hypothèse que, comme pour le transfert des tests, le modèle de parcours d'enseignement différencié est transférable à tous les niveaux scolaires du collège. Par une étude épistémologique, en prenant particulièrement en compte l'entrée dans la pensée algébrique (Pilet & al. 2013), nous allons identifier les objectifs d'enseignement à travailler pour chaque niveau scolaire. Ainsi, nous allons adapter les situations d'apprentissage visant à travailler les aspects épistémologiques des objets de l'algèbre introduits en $5^{ème}$ et souvent peu suffisamment explicités dans les programmes : sens des lettres dans les problèmes de généralisation, équivalences des expressions (Grugeon-Allys & al. 2012). Cette recherche est déjà engagée dans le cadre du projet LéA du collège Roger Marin du Gard[2].

Voici deux exemples de tâches de généralisation (figure 9 et figure 10). Plusieurs variables permettent d'adapter la tâche aux différents groupes : les schémas, les programmes de calcul, la présence d'outil (tableur).

Voici une suite de figures géométriques



1) Quel sera le nombre de carrés pour la figure numéro 5 et la figure numéro 10 ?
2) Quel sera le nombre de carrés pour la figure numéro 100 ?
3) Et dans le cas d'une figure de numéro quelconque ?

***Figure 9** – Production d'une expression générale*

[2] http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/college-martin-du-Gardl

<table>
<tr><td colspan="3">On donne les trois programmes de calcul suivants</td></tr>
<tr><td>Programme 1
- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 4.
- Ajouter 3 au produit obtenu.</td><td>Programme 2
- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 7.</td><td>Programme 3
- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 4.
- Ajouter au produit obtenu le triple du nombre choisi.</td></tr>
<tr><td colspan="3">On se demande si les programmes sont équivalents.
1) Teste ces trois programmes de calcul avec plusieurs nombres. Tu peux utiliser une calculatrice, un tableur ou un grapheur. Que remarques-tu ?
2) Ecris les trois expressions littérales qui traduisent chaque programme de calcul.
3) Avec ces trois expressions, on peut écrire une égalité toujours vraie. Laquelle ? Justifie.</td></tr>
</table>

***Figure 10** – Equivalence d'expressions littérales*

REFERENCES

Artigue M., Grugeon B., Assude T., Lenfant A. (2001) Teaching and Learning Algebra: approaching complexity trough complementary perspectives. In Chick H., Stacey K., Vincent J. and Vincent J. (Eds.) The future of the Teaching and Learning of Algebra, Proceedings of 12th ICMI Study Conference. Australia: University of Melbourne.

Artigue M., Gueudet G. (2008) Ressources en ligne et enseignement des mathématiques, Université d'été de mathématiques, Saint-Flour. http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/UE2008/prog_UE_2008.htm

Chenevotot F., Grugeon B., Delozanne E. (2011) Vers un diagnostic cognitif dynamique en algèbre élémentaire. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009*, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation (827842). Dakar, Sénégal, du 5 au 10 avril 2009.

Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(2), 221-265.

Chevallard Y. (1989) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* (19), 43-75.

Delozanne E., Vincent C., Grugeon B., Gélis J.-M., Rogalski J., Coulange L. (2005) From errors to stereotypes: Different levels of cognitive models in school algebra, In Richards G. (Ed.) *Proceedings of World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education 2005* (pp. 262-269). Chesapeake, VA: AACE.

Delozanne É., Prévit D., Grugeon B., Chenevotot F. (2008) Automatic Multi-criteria Assessment of Open-Ended Questions: a case study in School Algebra. *Proceedings of ITS'2008*, 101-110.

Delozanne E., Prévit D., Grugeon-Allys B., Chenevotot-Quentin F. (2010) Vers un modèle de diagnostic de compétence. *Revue Techniques et Sciences Informatiques*, 29(8-9 / 2010), 899-938.

Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7.2, 5-32.

Duval R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 37-65.

Grugeon B. (1997) Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 17.2, 167-210.

Grugeon-Allys B., Pilet J., Chenevotot-Quentin F., Delozanne E. (2012) Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange L., Drouhard J.-P., Dorier J.-L., Robert A. (Eds.) *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire : bilan et perspectives* (pp. 137-162). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Kieran C. (2007) Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In Frank K. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 707-762).

Pilet, J., Chenevotot, F., Grugeon, B., El-Kechaï, N., Delozanne, E. (2013) Bridging diagnosis and learning of elementary algebra using technologies. *In proceedings of the Eighth Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME8* (pp. 2725-2735). Antalya, Turquie.

Pilet, J., El-Kechaï, N., Delozanne, É., Grugeon-Allys, B., Chenevotot-Quentin, F. (2013) Séances différenciées en algèbre élémentaire : une étude de cas. In Choquet C. et al. (Eds.) *Actes de la conférence EIAH2013* (pp. 5-16)*,* Toulouse, du 29 au 31 mai 2013. IRIT Press 2013 : Toulouse,.

Vergnaud G., Cortes A., Favre-Artigue P. (1988) Introduction de l'algèbre auprès de débutants faibles. Problèmes épistémologiques et didactiques. In Vergnaud G., Brousseau G., Hulin M. (Eds) Didactique et Acquisition des Concepts Scientifiques. *Actes du Colloque de Sèvres*, Mai 1987 (pp. 259-279).

Annexe
Extraits des programmes français d'algèbre au collège (2008)

VII. CLASSE DE CINQUIEME (12 – 13 ANS)

1 Organisation et gestion de données, fonctions

Objectifs :

La résolution de problèmes a pour objectifs
• d'affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité,
• d'initier les élèves au repérage sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère,
• d'acquérir et interpréter les premiers outils statistiques (organisation et représentation de données, fréquences) utiles dans d'autres disciplines et dans la vie de citoyen, de se familiariser avec des écritures littérales.

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.2. Expressions littérales [Thèmes de convergence]	Utiliser une expression littérale. *Produire une expression littérale.*	De nombreux thèmes du programme, notamment dans le domaine grandeurs et mesures, conduisent à utiliser des expressions littérales (formules).

2 Nombres et calculs

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :
• d'entretenir et développer la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices ;
• d'assurer la maîtrise des calculs d'expressions numériques sur les nombres décimaux positifs et prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat ;
• d'initier aux nombres relatifs et aux calculs sur les nombres en écriture fractionnaire ;
de familiariser les élèves aux raisonnements conduisant à des expressions littérales ;
• d'apprendre à choisir et interpréter l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation, • d'apprendre à effectuer des transformations simples d'écriture ;
• d'initier à la notion d'équation.

2.1 Nombres entiers et décimaux positifs : calcul, divisibilité sur les entiers

Connaissances	Capacités	Commentaires
Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.	- Sur des exemples numériques, utiliser les égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$ dans les deux sens. - * *Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités* $k(a+b) = ka + kb$ *et* $k(a-b) = ka - kb$ *dans les deux sens.*	- Dans le cadre du socle commun il convient de privilégier l'exploitation de cette propriété sur des exemples numériques. *L'intégration des lettres dans ce type d'égalités est une difficulté qu'il faut prendre en compte. Elle s'appuie sur des situations empruntées aux cadres numérique ou géométrique.*

2.4 Initiation à la notion d'équation

2.4. Initiation à la notion d'équation	- **Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.*	Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique. *Les programmes du collège prévoient une initiation progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens.* **La classe de cinquième correspond à une étape importante avec le travail sur des égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner.* La notion d'équation ne fait pas partie du socle commun.

VIII. CLASSE DE QUATRIEME (13 – 14 ANS)

2 Nombres et calculs

La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) permet la maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées, l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ainsi que la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Le calcul littéral qui a fait l'objet d'une première approche en classe de cinquième, par le biais de la transformation d'écritures, se développe en classe de quatrième, en veillant à ce que les élèves donnent du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier par l'utilisation de formules issues des sciences et de la technologie.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :
• d'entretenir et d'enrichir la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices ;
• d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres relatifs et les expressions numériques ;
• de conduire les raisonnements permettant de traiter diverses situations (issues de la vie courante, des différents champs des mathématiques et des autres disciplines, notamment scientifiques) à l'aide de calculs numériques, d'équations ou d'expressions littérales ;
• de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.

2.2 Calcul littéral

Connaissances	Capacités	Commentaires
2.2. Calcul littéral Développement.	- Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.	L'apprentissage du calcul littéral est conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul. Le travail proposé s'articule autour de trois axes : - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ; - *utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers* ; - *utilisation du calcul littéral pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique).*
	- Réduire une expression littérale à une variable, du type : $3x - (4x - 2)$, $2x^2 - 3x + x^2$…	*Les situations proposées doivent exclure tout type de virtuosité et viser un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique, établissement d'un résultat général).*
	- Développer une expression de la forme $(a + b)(c + d)$.	*L'objectif reste de développer pas à pas puis de réduire l'expression obtenue. Les identités remarquables ne sont pas au programme.* *Les activités de factorisation se limitent aux cas où le facteur commun est du type a, ax ou* x^2.
Résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.	*- Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.*	*Les problèmes issus d'autres parties du programme et d'autres disciplines conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. À chaque fois sont dégagées les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.* Les élèves, dans le cadre du socle commun, peuvent être amenés à résoudre des problèmes se ramenant à une équation du premier degré sans que la méthode experte soit exigible.

IX. CLASSE DE TROISIEME (14 – 15 ANS)

1 Organisation et gestion de données, fonctions

1.2 Fonction linéaire, fonction affine.

Connaissances	Capacités	Commentaires
Coefficient directeur de la droite représentant une fonction linéaire.	*- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.*	type « je multiplie par *a* ». *Cette formulation est reliée à* $x \mapsto ax$. Pour des pourcentages d'augmentation ou de

2 Nombres et calculs

La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a les mêmes objectifs que dans les classes antérieures :
- maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées ;
- acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ;
- réflexion et initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Pour le calcul littéral, l'un des objectifs visés est qu'il prenne sa place dans les moyens d'expression des élèves, à côté de la langue usuelle, de l'emploi des nombres ou des représentations graphiques. C'est en développant notamment des activités où le calcul littéral présente du sens et où il reste simple à effectuer que l'on amène l'élève à recourir à l'écriture algébrique lorsqu'elle est pertinente.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs
- d'entretenir le calcul mental, le calcul à la main et de l'usage raisonnée des calculatrices,
- d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres rationnels,
- d'amorcer les calculs sur les radicaux et de poursuivre les calculs sur les puissances,
- de familiariser les élèves aux raisonnements arithmétiques,
- de compléter les bases du calcul littéral et d'en conforter le sens, notamment par le recours à des équations ou des inéquations du premier degré pour résoudre des problèmes,
- de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.

2.3 Ecritures littérales

Connaissances	Capacités	Commentaires
Factorisation.	*- Factoriser des expressions algébriques dans lesquelles le facteur est apparent.*	Les travaux se développent dans trois directions : - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ; *- utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes ;* *- utilisation pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique).* *Les activités visent la maîtrise du développement ou de la factorisation d'expressions simples.*
Identités remarquables.	- Connaître les identités: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ *- Les utiliser dans les deux sens sur des exemples numériques ou littéraux simples.*	Dans le cadre du socle commun, les élèves connaissent l'existence des identités remarquables et doivent savoir les utiliser pour calculer une expression numérique mais aucune mémorisation des formules n'est exigée.

2.4 Equations et inéquations du premier degré

Connaissances	Capacités	Commentaires
2.4. Équations et inéquations du premier degré *Problèmes du premier degré : inéquation du premier degré à une inconnue, système de deux équations à deux inconnues.*	*- Mettre en équation un problème.* *- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques ; représenter ses solutions sur une droite graduée.* *- Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.*	La notion d'équation ne fait pas partie du socle commun. Néanmoins, les élèves peuvent être amenés à résoudre des problèmes du premier degré (méthode arithmétique, méthode par essais successifs, …).
Problèmes se ramenant au premier degré : équations produits.	*- Résoudre une équation mise sous la forme A(x).B(x) = 0, où A(x) et B(x) sont deux expressions du premier degré de la même variable x.*	*L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est hors programme.*

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

LE JEU DANS LES MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS À TRAVERS LES YEUX DE DEUX ENSEIGNANTES.

Sylvia COUTAT*

Résumé – Cette proposition présente une analyse de deux pratiques enseignantes relativement à la résolution de problème en primaire à partir d'une même ressource. Après avoir présenté le contexte de l'étude, nous partagerons notre analyse de la tâche étudiée. La réalisation en classe de la tâche ainsi que les intentions et impressions recueillies des enseignantes observées nous renseignera sur l'exploitation du potentiel de la tâche relativement aux informations mises à dispositions des enseignantes par la ressource.

Mots-clefs : résolution de problème, primaire, pratiques enseignantes, analyse de manuels, jeu

Abstract – This proposal presents an analysis of two teaching practices about problem solving in primary scholl with the same manual. After presenting the context of the study, we will share our analysis of the activity observed with two teachers. The observation of the realization in the class as well as the intentions and impressions gathered observed teachers will inform us about the use of the potential of the activity in relation to information made available by the teachers manual.

Keywords: problem solving, primary school, teaching practices, manual analysis, game

I. INTRODUCTION

Cette contribution présente une étude sur l'appropriation d'une tâche des moyens d'enseignement suisses romands par deux enseignantes, elle s'insère dans le deuxième pôle du groupe de travail 6 : Ressource et développement professionnel des enseignants. Nous nous appuyons sur les travaux de Daina (2013) qui analyse l'usage des ressources suisses romandes. Nous présentons dans un premier temps brièvement la ressource suisse romande et ses particularités, pour ensuite se focaliser sur une tâche et son analyse à travers l'étude des stratégies et objectifs d'apprentissage envisageables. Nous exposerons notre méthodologie de recherche, qui s'inspire de la méthodologie de Daina (2013) et notre problématique en lien avec la tâche présentée. Enfin nous présenterons quelques résultats d'analyses issus de notre observation de la réalisation en classe de la tâche par deux enseignantes.

* Université de Genève – Suisse – Sylvia.Coutat@unige.ch

Coutat, S. (2015) Le jeu dans les moyens d'enseignement romands à travers les yeux de deux enseignantes. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 583-596.

II. SPECIFICITES DES MOYENS D'ENSEIGNEMENTS POUR LA SUISSE ROMANDE

1. Dans leur globalité

Précisons tout d'abord que les moyens d'enseignements pour le primaire ont été conçus entre 1996 et 2006 (suivant les degrés) avec le plan d'étude de l'époque. Chaque degré possède sa ressource de la 1ère primaire (1P) jusqu'à la 6ième primaire (6P) (élèves de 6 à 12 ans). Nous renvoyons à Marechal-Vendeira (2010) et Daina (2013) pour des analyses plus poussées de ces ressources. Nous retiendrons que les enseignants ne possèdent que cette ressource officielle, que les tâches proposées sont sous forme de situation-problème avec une conception constructiviste de l'enseignement/apprentissage. Un nouveau plan d'étude romand[1] est en place depuis 2010 il concerne la première année de l'école[2], appelée 1ière HarmoS (élèves de 4 ans) jusqu'à la dernière année du secondaire 1, classe de 11ième. De nouveaux moyens d'enseignement de mathématiques pour le primaire sont en cours d'élaboration.

Pour chaque degré de 1P à 4P, l'enseignant dispose d'un livre du maître, d'un fichier élève, d'un livre de l'élève et d'un fichier de classe. Le livre du maitre est présenté comme un « ouvrage ressource » qui est un recueil de situations-problèmes commentées réparties en 7 modules, chaque module ayant un objectif d'apprentissage spécifique. Le module 3 par exemple propose des tâches pour connaitre l'addition, le module 7 pour travailler sur la mesure. Pour chaque module, les auteurs présentent leurs intentions didactiques. Pour chaque tâche l'enseignant dispose de quelques éléments d'analyse par exemple sur la gestion de classe, quelques stratégies, des éléments pour la mise en commun, des prolongements possibles, voire des variantes envisageables. Tous ces éléments ne sont pas systématiquement proposés. Les tâches ne doivent pas toutes être travaillées en classe, c'est à l'enseignant de construire sa propre progression. Enfin, le livre du maitre est complété de commentaires didactiques pour les degrés 1P à 4P (Gagnebin, Guignard, Jaquet (1998)). Ces commentaires ont pour objectifs d'éclairer l'enseignant sur les intentions des auteurs pour ces 4 années d'enseignement. Ainsi les modules sont repris avec une analyse plus globale des intentions et objectifs d'apprentissage envisageables.

2. Le module Recherche

Pour la suite de notre étude nous nous focalisons sur le module 1 : « Des problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement ». Ce module est décomposé en deux champs. Le champ A de problèmes vise à apprendre à sélectionner des informations, à comprendre des énoncés. Le champ B a pour objectif d'apprendre à développer des stratégies de recherche. Chaque champ possède ses propres tâches, cependant les auteurs insistent sur la corrélation entre l'organisation et la sélection de données et l'élaboration de stratégies. Les intentions de chaque champ sont exemplifiées à l'aide de certaines tâches du module.

La résolution de problèmes, dans les commentaires didactiques, est abordée à travers trois catégories de problèmes : situation-problème, problème ouvert et jeu. La situation-problème est différenciée du problème ouvert par plusieurs aspects que l'on retrouve dans la littérature classique (Charnay (1992), Georget (2009), Coppé & Houdement (2010)). Nous retiendrons principalement qu'une situation-problème vise l'acquisition d'une nouvelle connaissance alors que le problème ouvert s'oriente vers une initiation à la recherche. Ces deux catégories

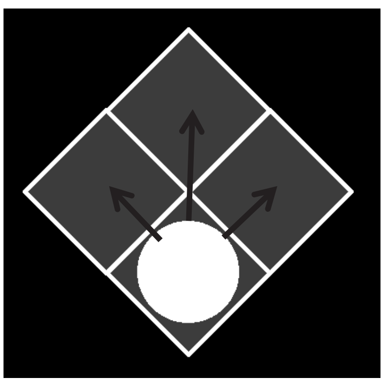
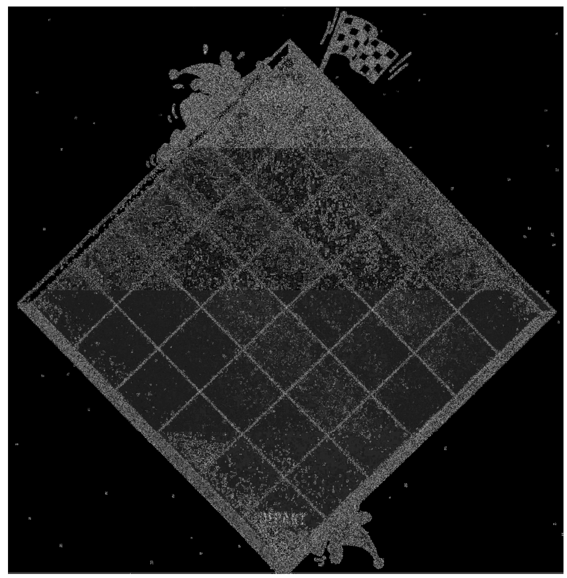
[1] PER : http://www.plandetudes.ch.
[2] Voir annexe A pour les correspondances degrés de classe et âge des élèves.

de problèmes sont complétées par le jeu. La résolution de problème à travers le jeu vise des attitudes et des recherches de stratégies en s’appuyant sur le caractère ludique qui caractérise ce type de problème. Les jeux proposés dans les moyens d’enseignement romands reprennent certaines caractéristiques des situations-problèmes et problèmes ouverts, ils ont cependant aussi leurs spécificités à travers le caractère ludique, l’aspect répétitif, et l’enjeu qui participe à rendre la tâche abordable.

III. PRESENTATION DE L’ETUDE

1. La tâche

La tâche « Grimpe » (Danalet, Dumas, Studer, & Villars-Kneubühler (1999)) est issue des Moyens d’enseignement romands de mathématiques pour le degré 4P (classe de 6^{ième} HarmoS). Cette tâche appartient au le module 1, champ B, catégorie de problème jeu.

Règles du jeu pour deux personnes : placer le jeton sur la casse « Départ ». À tour de rôle chaque joueur déplace le jeton d’une case, en montant ; le jeton ne peut se déplacer que comme ceci :  Le but est d’être celui qui amène le jeton sur la case « arrivée ».	

Fiche élève et plan de jeu

Tâche : chercher une stratégie gagnante dans un jeu de déplacement simple.

Mise en commun : après plusieurs parties, dès que les élèves gagnent à coup sûrs, ils comparent leurs stratégies et en justifient l’efficacité. Si nécessaire, ils déterminent les cases qui sont, à coup sûr, gagnantes ou perdantes.

Variables : matériel, l’activité est reprise en un jeu plus petit, par exemple, 4x4 cases. Ainsi, les élèves qui n’anticipent que lorsque la fin de la partie est proche seront amenés à analyser plus systématiquement les possibilités qui s’offrent à eux.

Fiche professeur dans le livre du maitre

Dans les intentions didactiques données pour les tâches du champ B les auteurs encouragent les stratégies d’essais-erreur, de conjecture, d’anticipation.

2. Le cadre théorique d'analyse et problématique

Cette étude de l'usage de la ressource suisse romande pour la résolution de problème utilise plusieurs références théoriques. Tout d'abord Charnay (1992) nous permet d'analyser la tâche choisie du point de vue de la démarche de recherche. L'analyse de la tâche s'appuie sur la théorie des situations de Brousseau (1998) avec une analyse des variables didactiques, des stratégies et des objectifs envisageables. Cela nous permet de nous interroger sur le statut d'une phase d'institutionnalisation pour un tel problème et ainsi sur les connaissances mathématiques que les élèves pourraient acquérir. Afin d'identifier comment les enseignants s'approprient cette ressource, nous utilisons le cadre de la double approche de Robert et Rogalski (2002). L'analyse des séances observées s'appuie sur découpage en épisodes selon l'organisation sociale du travail. Ce découpage est ensuite analysé à travers les différents échanges entre les élèves et l'enseignante pour déterminer la composante médiative de l'enseignante (Robert & Rogalski, 2002). Nous analysons les pratiques de deux enseignantes réalisant la tâche «Grimpe». Chaque enseignante est brièvement questionnée avant la réalisation en classe de la tâche, cela dans le but de connaitre leurs intentions et définir quelques bribes de leur composante cognitive. Un deuxième entretien suit la réalisation en classe de la tâche afin de recueillir leur impressions à chaud sur le déroulement de la séance.

Les enseignantes choisies pour cette étude ont chacune un profil spécifique. Marie est une enseignante de primaire chevronnée ayant plus de quinze années d'expérience dans l'enseignement. Elle collabore activement à des groupes de recherche en didactique des mathématiques et des sciences. Tatiana vient d'obtenir son diplôme d'enseignante pour l'école primaire et vit depuis quelques mois seulement la responsabilité entière d'une classe. Marie et Tatiana enseignent toutes les deux dans le même établissement et se partagent les deux seules classes de $6^{\text{ième}}$ HarmoS. Marie étant la plus expérimentée, elle est la meneuse du binôme.

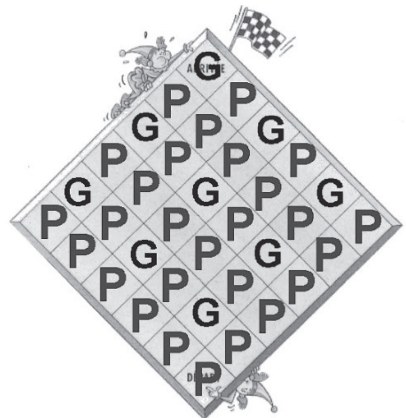
3. Analyse de la tâche

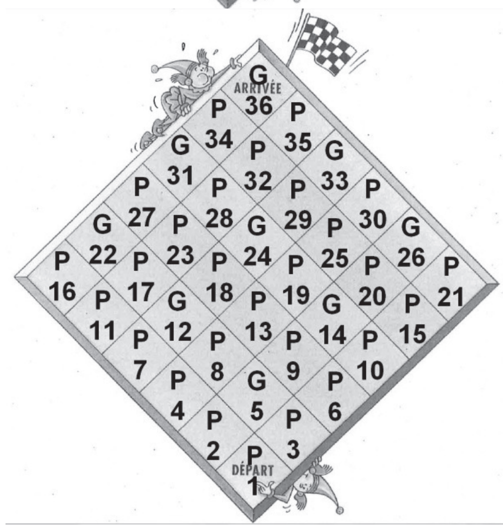
La description de la tâche dans le livre du maitre donne des informations sur la mise en commun et les variables didactiques, peu d'éléments apparaissent sur les différentes stratégies ou un déroulement envisageable. La mise en commun proposée se focalise sur la comparaison des stratégies pour gagner découvertes par les élèves. L'identification des cases gagnantes ou perdantes est une possibilité d'exploitation sans être une priorité. Aucune information sur une stratégie gagnante n'est proposée dans le livre du maitre. Les caractéristiques des cases (gagnantes ou perdantes) ne sont pas données. Nous pouvons préciser que les enseignants n'ont jamais la solution des tâches. Les auteurs considèrent que la résolution de la tâche fait partie de la tâche d'appropriation par l'enseignant. En ce qui concerne les variables didactiques, les auteurs proposent de réduire la taille du jeu dans le but de rendre plus accessible une analyse systématique des possibilités.

De notre point de vu, la résolution de cette tâche de type jeu s'appuie sur une posture scientifique. Elle a toute sa place dans un module de problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement car les différentes étapes de résolution peuvent être rapprochées de celle du chercheur en mathématiques. Dans un premier temps l'élève accumule un ensemble d'observations, obtenues par des parties successives. Ces observations lui permettent de produire des conjectures, qui seront testées par essai-erreur, étude de l'ensemble des choix possibles ou chainage arrière. Les conjectures validées, peuvent être réinvesties sur l'ensemble du plan de jeu pour identifier la stratégie gagnante du jeu, c'est à dire l'ensemble des cases gagnantes.

Résolution :

Pour gagner au jeu, il faut commencer en déplaçant le jeton vers la case du haut, puis déplacer le jeton sur les cases « G » du plateau (« G » pour gagnante).





Pour trouver les cases gagnantes du plateau de jeu, une stratégie consiste à jouer la partie à l'envers. La dernière case gagnante du jeu est la case « Arrivée », case 36. Les cases qui l'entourent sont des cases perdantes. En effet, lorsque le joueur amène le jeton sur une de ces cases (cases 32, 34, 35), il offre la victoire à son adversaire qui ne peut que déplacer le jeton sur la case « Arrivée ».

Ensuite il est possible de restreindre l'analyse du plateau de jeu en se focalisant sur une des deux bandes obliques supérieurs des côtés du plateau, cases 16-22-27-31 ou cases 21-26-30-33. Sur ces bandes, un seul déplacement du jeton est possible, ce qui restreint les possibilités de déplacement, de plus ces deux bandes sont symétriques l'une de l'autre. Ainsi les deux cases perdantes 34 et 35 sont précédées, dans le déroulement du jeu, par des cases gagnantes, ce qui donne cases 31 et 33 gagnantes. Ce raisonnement est réitéré pour les autres cases de chaque bande, ce qui donne une alternance de cases gagnantes avec des cases perdantes.

Il est possible maintenant de commencer à étudier les cases intérieures du plateau, toujours en commençant par le haut du plateau. Les cases qui collent par le bas les cases gagnantes identifiées, sont des cases perdantes. Par exemple la case 31 est une case gagnante et les cases 27-23 et 28 sont des cases perdantes. En effet si un joueur place le jeton sur l'une de ces trois cases, le joueur adverse pourra déplacer le jeton sur la case 31 qui est une case qui lui assure la victoire. Ce raisonnement est reproduit pour les cases 33-22 et 26. Nous continuons l'étude des cases en partant du haut du plateau ce qui nous amène à la case 24. Lorsqu'un joueur amène le jeton sur la case 24, son adversaire ne peut déplacer le jeton que sur les cases 28-32 ou 29 qui sont trois cases perdantes. On en conclut alors que la case 24 est une case gagnante et que les cases précédentes, 18-13 et 19 sont des cases perdantes. On réitère ce raisonnement pour les cases 12 et 14, puis pour la case 5. On peut donc en conclure que pour gagner au jeu il faut commencer et déplacer le jeton sur la case 5, puis se déplacer sur les cases « G ».

4. *Démarches vs stratégies*

Dans le processus de recherche, les élèves travaillent sur la découverte d'une stratégie gagnante du jeu. Cette stratégie repose sur l'identification de cases gagnantes et de cases perdantes. Une institutionnalisation portant sur les caractéristiques des cases du plateau de jeu ne présente pas d'intérêt comme savoir de classe. En effet un tel savoir n'est réutilisable que pour le jeu «Grimpe». Cependant pour trouver ces cases, les élèves passent par différentes étapes qui, comme nous venons de le présenter, peuvent se rapprocher d'une posture scientifique. Ces étapes comme l'observation, la pose de conjectures, les essais-erreurs, la validation par l'étude systématique des choix possibles peuvent faire l'objet d'une institutionnalisation. En effet ces éléments de recherche peuvent être reproduits dans d'autres jeux ou dans d'autres problèmes de recherches. Afin de distinguer les connaissances relatives au jeu exclusivement, comme les caractéristiques des cases, des connaissances relatives à une posture de chercheurs nous utiliserons le terme de *stratégies* de recherche en référence aux connaissances du jeu et *démarches* de recherche en référence aux connaissances liées à une posture de recherche. Nous reprenons la terminologie utilisée dans l'introduction du module 1. «Grimpe» n'est donc pas un simple jeu de plateau et peut permettre la mise en évidence de démarches de recherche qui peuvent être institutionnalisées et réinvesties dans d'autres tâches mathématiques. Ces éléments relatifs à la démarche de recherche ne sont pas explicitement associés à des tâches proposées dans le livre du maitre. Pour « Grimpe » le livre du maitre propose l'anticipation et l'analyse systématique des possibilités qui peuvent être associées à des démarches, cependant ces démarches ne sont pas contextualisées pour la tâche « Grimpe ».

IV. ANALYSE DES SCENARIOS OBSERVES

L'analyse de la mise en œuvre de « Grimpe » en classe s'appuie sur l'observation de Marie et Tatiana. Nous présentons quelques observations et analyses des deux enseignantes. Pour rappel la séance est découpée en épisodes selon l'organisation sociale du travail. Nous focalisons notre analyse sur les épisodes qui contiennent des moments collectifs. En effet, les épisodes de recherches en petits groupes offrent peu d'éléments exploitables du fait du manque de dialogues. Pour chaque épisode étudié, l'analyse des interactions entre élèves et/ou enseignants s'intéresse à distinguer les interactions qui concernent les stratégies (propre au jeu) de celles qui concernent les démarches (propre à la démarche de recherche). Ces analyses ont pour but de définir les savoirs exposés en classe. Lorsque les savoirs exposés sont définit, on s'intéresse aux modalités de travail afin d'identifier la part de contribution des élèves et de l'enseignant dans l'apprentissage visé. Enfin l'analyse des épisodes est complétée par l'étude des aides apportées par l'enseignant, à l'échelle de l'épisode et de la séance.

1. Tatiana

Avant de réaliser la tâche, nous avons interrogé Tatiana sur ces intentions relativement à la tâche. Tout d'abord Tatiana nous informe qu'elle n'a pas choisi elle-même la tâche mais a suivi sa collègue Marie, bien plus expérimentée. Elle n'a jamais travaillé sur « Grimpe » même dans sa formation. Pour préparer sa séance, Tatiana a regardé les objectifs généraux du champ « Apprendre à développer des stratégies de recherche » auquel appartient « Grimpe ». Selon elle, ces objectifs n'étant pas dans le (nouveau) Plan d'Étude Romand, elle n'a pas utilisé ce dernier comme aide pour mieux cerner les attentes de la tâche. Elle a identifié des cases gagnantes, d'autres perdantes, d'autres gagnantes et perdantes. Voici son plan global de la leçon :

- Lecture de la règle du jeu, reformulation (manque d'autonomie des élèves)
- Travail par 2 : 20 mn de jeu, trouver des stratégies et anticiper
- Mise en commun en proposant aux élèves de donner des astuces, des stratégies, les cases où l'on gagne à tous les coups.
- Travail par 2
- Institutionnaliser le fait qu'il faut anticiper

Tatiana nous confie qu'elle ne réalise pas systématiquement des institutionnalisations par manque de temps. Elle se justifie par une classe très (trop) active et difficile à gérer. Les tâches comme « Grimpe » l'effraient un peu car elle doute de pouvoir garder les élèves concentrés sur le jeu et elle ne sait pas vraiment quoi institutionnaliser.

Tatiana reprend la terminologie du livre du maitre (anticiper), sans faire de référence à une stratégie gagnante. Elle s'appuie sur les éléments de mise en commun donnés par les auteurs, introduit l'anticipation comme connaissance à institutionnaliser sans donner d'exemples où l'anticipation pourra émerger. Le flou volontaire du livre du maitre se retrouve dans le discours de l'enseignante. Si ce flou se justifie dans le livre du maitre il est plutôt questionnable chez une enseignante qui est sur le point de réaliser la tâche dans sa classe. Il est aussi possible que le projet de Tatiana soit plus élaboré que le projet qu'elle nous livre. Cependant devant son angoisse apparente nous avons prolongé la discussion pour qu'elle explicite des objectifs plus concrets. Nous avons tout d'abord résolu ensemble la tâche, puis nous avons considéré que l'important était que les élèves argumentent leurs propositions en utilisant des justifications autour de l'étude des choix possibles et l'utilisation des cases déjà analysées (mettre en œuvre un chainage arrière). Enfin nous avons défini conjointement le scénario suivant :

- Consigne (5mn)
- Moment de jeu à deux (15mn) objectif : accumuler des observations, des parties gagnantes et perdantes.
- Moment collectif pour le partage des observations (5 – 10 mn)
- Moment de jeu à deux (10mn) objectif : valider ou invalider certaines observations et identifier comment gagner.
- Bilan sur les démarches (chainage arrière et étude des choix possibles) (15mn maximum)

Tatiana a lancé sa classe sur « Grimpe » quelques minutes après notre discussion. Le scénario mis en œuvre reprend assez fidèlement le scénario issu de notre échange. Pour chaque épisode (annexe B) nous spécifions les consignes annoncées par Tatiana afin d'identifier quelles sont ses attentes. Dans le premier moment collectif les élèves proposent des caractéristiques de cases (perdantes ou gagnantes) et des parcours pour gagner. Parfois les parcours servent de justifications, parfois les parcours sont donnés sans conclusion explicite. L'enseignante recueille les propositions des élèves sans les valider. Elle précise à plusieurs reprises que les élèves auront encore un temps de travail pendant lequel ils pourront « tester » ces propositions. Dans ce premier moment collectif quelques stratégies propres au jeu émergent à travers l'énonciation parfois justifiée de propriétés de cases (gagnante ou perdante). L'enseignante se dégage de responsabilités de validations en laissant les éventuelles validations émergées des échanges entre élèves. Elle reformule éventuellement certaines propositions.

Dans le deuxième moment collectif, les élèves travaillent davantage sur des caractéristiques de cases (gagnante ou perdante). Les justifications sont parfois soutenues par l'enseignante. Les outils de justifications utilisés sont :

- des simulations de parties « si je mets le jeton ici, où est-ce que tu joues ? » qui pourrait être rapprochées d'une démarche d'essai-erreur ou d'étude des choix possibles.

- le voisinage des cases perdantes ou gagnantes : autour d'une case gagnante, les cases sont perdantes, après une case perdante, la case est gagnante (justification pas toujours efficace)

- l'alternance gagnant-perdant sur les bandes des bords supérieurs (cases 15 à 36 et 21 à 36), lié à la propriété des bandes obliques supérieurs (une seule direction possible)
- la symétrie du plan de jeu (lorsque la caractéristique d'une case est trouvée on peut l'appliquer sur la case symétrique par rapport aux à l'axe vertical du plan de jeu).

Ces outils de validation sont explicités ponctuellement au cours du déroulement de la séance, ils ne sont pas repris en fin de séance.

Des démarches apparaissent dans la séance comme le chainage arrière ou l'étude des différents choix possibles et essais-erreurs. Ces démarches ne sont pas explicitées ni reprises en fin de cours.

Une fois la séance terminée Tatiana nous a fait part de ces impressions « à chaud ». Elle est plutôt satisfaite de sa séance. Pour elle les élèves sont restés investis dans leur tâche jusqu'à identifier la première gagnante, la case 5. Elle pense que les élèves ont surement appris quelque chose, mais pas tous la même chose. Elle nous fait part de quelques difficultés chez les élèves comme le manque d'anticipation, des coups au bol, des difficultés dans la verbalisation. Si elle devait refaire « Grimpe » elle chercherait la possibilité de prendre des notes sur plusieurs grilles afin de conserver une mémoire des parties. Nous avions échangé sur ce point dans l'entretien réalisé juste avant la séance.

Il nous semble que pour cette séance, les élèves ont été confrontés aux stratégies et aux démarches. La position de médiatrice de Tatiana au cours des échanges permet un bon investissement des élèves dans la tâche et dans l'activité de justification. Tatiana reste cependant disponible pour soutenir les formulations des élèves. Ces postures de validations ne sont pas explicitées et ne peuvent, de notre point de vu, être décontextualisés. Ainsi la composante médiative de Tatiana pourrait être caractérisée par une position de médiatrice. Sa composante cognitive vise un travail sur les stratégies et démarches.

2. *Marie*

Tout comme pour Tatiana, Marie nous a donné ces intentions avant le début de la séance. Elle a choisi « Grimpe » mais de l'a jamais réalisée en classe. Pour préparer ses séquences, elle parcourt toutes les tâches du module, décide d'une progression entre les tâches, puis d'une planification pour chaque trimestre, enfin, pour chaque trimestre elle choisit quelques tâches pour des périodes de 2 mois. Pour Marie, « Grimpe » fait travailler la récurrence, elle fait penser au « Pion empoisonné »[3]. Il s'agit de trouver quelles sont les premières cases impossibles, faire la récurrence, revenir à zéro et voir comment on fait pour gagner à tous les coups. Elle attend pour la fin de la séance que les élèves soient capables de refaire l'exercice en gagnant à tous les coups, et capables de dire que ça ressemble au « Pion empoisonné ». Elle a cependant peu d'espoir pour ce dernier point. Pour préparer la tâche elle a fait un gros travail pour trouver les cases gagnantes et, réfléchir aux relances. Elle prévoit une séance de 60mn, et sait déjà que certains élèves ne pourront pas suivre. Son scénario est le suivant :

- Lire la consigne, reformuler la consigne, deux élèves au tableau pour assurer les déplacements autorisés.
- Travail en groupe
- Échanges et partage de ce qu'ils ont trouvé, discussion pour savoir si on garde ou non

On peut noter que Marie ne prévoit pas d'institutionnalisation, mais une discussion.

[3] Tâche du même champ, variante de la course à vingt.

Le découpage en épisode de la séance est donné en annexe C. Lors de la réalisation en classe, l'entrée dans la justification se fait dès le premier moment collectif bien que ce ne soit pas systématiquement proposé par les élèves. Lorsque les élèves justifient leurs propositions ils utilisent :

- des parcours, que l'on peut rapprocher à une démarche d'essais-erreurs
- la symétrie du plan de jeu,
- l'étude de l'ensemble des choix possibles.

L'enseignante reformule ou « teste » une grande partie des propositions à travers des parties entre élèves ou entre elle-même et un élève. Ces tests agissent comme un moyen de valider les propositions des élèves. L'enseignante revient régulièrement sur les règles du jeu au cours de ce premier moment collectif à travers les déplacements autorisés, l'enjeu et l'alternance des coups joués. Les élèves ont compris que certaines cases impliquent une victoire assurée ou un échec assuré, cependant ils ont des difficultés à identifier à qui revient la victoire ou l'échec : est-ce que c'est le joueur qui vient d'arriver sur la case qui va gagner, ou est-ce que c'est le joueur qui va jouer à partir de cette case qui va gagner ?

Dans le deuxième moment collectif, les justifications qui utilisent les parcours sont majoritaires (9 validations sur 12). Les parcours utilisés ne se terminent pas systématiquement sur la case 36, mais dès la première case gagnante validée comme telle par la classe. La démarche de chainage arrière est utilisée sans être explicitée. La stratégie gagnante du jeu est explicitée rapidement lors du troisième moment collectif.

La stratégie principale utilisée au cours du déroulement de la séance pour valider les propositions est la symétrie du plan de jeu. Les démarches qui apparaissent au cours de la séance sont :

- chainage arrière,
- étude de l'ensemble des choix possibles
- essai-erreur

Tout comme pour Tatiana, ces démarches ne sont pas reprises à la fin de la séance, cependant les élèves font le rapprochement entre «Grimpe » et « Le pion empoisonné ».

Après la séance, Marie nous a confié qu'elle est satisfaite, malgré le petit souci de compréhension lors du premier moment collectif (case gagnante pour qui ?). La séance a été plus courte que prévu, et les élèves ont fait le lien avec l'autre tâche du champ, ce qui est une bonne chose. Cependant une partie des élèves n'a pas tout suivi, ni les justifications, ni l'enjeu de la tâche (aller sur les cases gagnantes que l'on connait) bien que tous soient entrés dans la tâche. Enfin pour elle, la tâche a permis aux élèves qui connaissaient la récurrence (aller en arrière) de mettre en pratique leurs connaissances mais n'a pas permis aux autres de s'approprier cette nouvelle connaissance. Les courts moments de recherche à deux sont justifiés par le comportement de certains élèves qui deviennent vite difficile à gérer dès qu'ils ont compris des choses.

La composante médiative de Marie pourrait être caractérisée par le contrôle dans le contenu et les échanges avec peu d'improvisations et d'écart par rapport aux objectifs qu'elle se donne. Les justifications et validations sont présentes dans tous les échanges souvent stimulés par l'enseignante.

3. *Résultats – bilan (provisoire)*

Les deux enseignantes observées, malgré leurs différences, nous ont livré des séances relativement proches. Les composantes médiatives diffèrent quelques peu, mais leurs composantes cognitives semblent assez proches. Les deux enseignantes se sont ainsi données les mêmes objectifs de travailler sur des démarches de recherche et se donne chacune les moyens d'y parvenir, même si aucune explicitation des démarches apparait. Les démarches de recherches sont effectivement travaillées au cours de la séance à travers les justifications et validations des élèves mais aucune institutionnalisation n'est faite autour de ces démarches. Marie ne maitrise pas vraiment le vocabulaire en nous parlant de récurrence, bien qu'elle maitrise la démarche de chainage arrière. Il nous semble que les deux enseignantes sont très prudentes avec « Grimpe » en se donnant des objectifs d'enseignement qui nous semblent modestes. Tatiana qui nous semblait peu confiante face à son projet a su faire vivre dans sa classe des stratégies de recherches relativement variées, en faisant entrer les élèves progressivement dans la validation en utilisant des démarches.

Lors de l'entretien précédent la séance, Tatiana nous a fait part de son manque d'assurance quant à « Grimpe » car elle ne savait pas vraiment quel objectif elle pouvait associer. Marie avait une idée plus précise de ces objectifs, bien que mal formulés. À la décharge des enseignantes, le livre du maitre ne donne que peu d'information sur la réalisation de la tâche, et aucune connaissance n'est explicitée. On pourrait supposer que l'expérience et le profil de Marie favorise une analyse en terme de démarches de recherche possibles de la tâche. De son côté Tatiana sans expérience se trouve quelque peu démunie face à une telle tâche.

La contrainte institutionnelle pourrait sembler faible du fait d'une grande liberté dans l'organisation des séquences. Pourtant elle apparait comme une contrainte forte chez Tatiana qui semble dépourvue face à la réalisation en classe de la tâche. « Grimpe » n'est en aucun cas une tâche particulière du module de recherche pour le livre de 6$^{\text{ième}}$ HarmoS. Elle reflète tout à fait la philosophie des auteurs qui considèrent les enseignants comme des professionnels de l'enseignement leur laissant ainsi une liberté totale dans la mise en œuvre des tâches proposées. Notre étude ne remet pas en question cette philosophie qui nous semble tout à fait justifiable pour d'autres modules liés à des notions mathématiques plus classiques comme le nombre ou l'addition. Cependant comme le montre l'analyse de « Grimpe » par Marie, la résolution de problème pour travailler les démarches de recherche n'est pas un champ des mathématiques forcément maitrisé par les enseignants, et ce n'est pas dans la ressource qu'ils vont trouver toute l'aide dont ils pourraient avoir besoin.

V. CONCLUSION

Notre proposition avait pour but de présenter une étude autour de l'utilisation d'une ressource pour la mise en œuvre de tâches de résolution de problème. Cette étude s'appuie sur l'analyse de deux séances réalisées chacune par deux enseignantes différentes. L'analyse des scénarios réalisés croisée avec les attentes préalables et impressions a posteriori des enseignantes révèlent une exploitation optimale de la tâche étudiée du point de vue des enseignantes. En utilisant les composantes cognitives et médiatives de chaque enseignantes, il nous semble qu'elles sont assez cohérentes avec leur projet d'enseignement si ce n'est la décontextualisation des démarches mise en œuvre. Lorsque ces données sont croisées avec notre analyse de la tâche et de son potentiel de recherche, il nous semble que le potentiel de la tâche n'est pas exploité à son maximum. En effet, les moments collectifs dirigés par les enseignantes n'ont pas débouché sur l'explicitation de démarche de recherche, alors qu'elles sont mises en œuvre par les élèves. Il nous semble que la ressource propose trop peu d'éléments pour que les enseignants parviennent à une exploitation optimale du potentiel de recherche de la tâche. Le livre du maitre ne donne pas d'éléments de résolution, ce qui peut être tout à fait justifiable. Cependant dans ce contexte particulier cela ne fait que fragiliser les enseignants qui visent des connaissances a minima afin de s'assurer une séance réalisable.

Notre étude s'est largement focalisée sur l'analyse de la place de l'enseignant dans la gestion des moments collectifs. Daina a démontré dans sa thèse (Daina 2013) que les connaissances mathématiques et didactiques ainsi que les habitudes de gestion de classes sont centrales pour une mise en œuvre adéquate d'une suite de tâches. Cela est indépendant de la ressource car Arditti arrive aux mêmes conclusions (Arditi 2011). Les connaissances mathématiques des enseignantes observées relativement à la résolution de problème restent fragiles. Il nous semble que cela pourrait expliquer pourquoi les enseignantes n'exploitent pas entièrement le potentiel des tâches proposées. La ressource disponible n'apporte peut-être pas une aide optimale mais une ressource plus étoffée pourrait aboutir au même résultat. Il nous semble qu'alors l'étude pourrait se poursuivre sur l'analyse des formations continues et initiales disponibles pour les enseignants romands comme ressources autour de la démarche de recherche par des problèmes ouverts, des situations problème ou des jeux.

REFERENCES

Arditi S. (2011) *Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens*. Thèse de doctorat en didactique mathématiques. Université Paris Diderot.

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La pensée sauvage.

Charnay R. (1992) Problème ouvert problème pour cherche. *Grand N, 51,* 77-83.

Coppé S., Houdement C. (2010) Résolution de problèmes à l'école primaire française : perspectives curriculaire et didactique. In Commission Inter-IREM COPIRELEM (Ed.), *Actes du XXXVIème colloque COPIRELEM. L'enseignement des mathématiques à l'école : où est le problème ? (Auch 2009)* (48-71). Paris : ARPEME.

Daina A. (2013) *Utilisation des ressources : de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques / cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois*. Thèse de doctorat : Université de Genève.

Danalet C., Dumas J.-P., Studer C., Villars-Kneubühler F. (1999) *Livre du maître. Mathématiques 4P*. Neuchâtel : COROME.

Gagnebin, A., Guignard, N., Jaquet, F. (1998) Apprentissage et enseignement des mathématiques, Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire. Bienne : COROME.

Georget J.-P (2012) Expérimentation d'une ressource pour une situation de recherche de preuve entre pairs. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (GT6, pp. 838–848).

Georget J-P. (2009) Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants. Thèse de doctorat : Didactique des mathématiques. Paris : 2009

Robert A., Rogalski, N. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: Une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 2*(4), 505-528.

Vendeira-Maréchal C. (2010) Effets des contraintes institutionnelles sur les pratiques enseignantes dans l'enseignement spécialisé : une analyse didactique à partir du cas de l'introduction à l'addition. Thèse de doctorat : Université de Genève.

Annexe A

Tableau de correspondance des âges et degrés de scolarité en Suisse romande

Cycle /établissement	Année scolaire HarmoS	Age
Cycle 1 Ecole primaire	1$^{\text{ière}}$ HarmoS	4-5 ans
	2 $^{\text{ième}}$ HarmoS	5-6 ans
	3 $^{\text{ième}}$ HarmoS	6-7 ans
	4 $^{\text{ième}}$ HarmoS	7-8 ans
Cycle 2 Ecole primaire	5 $^{\text{ième}}$ HarmoS	8-9 ans
	6$^{\text{ième}}$ HarmoS	9-10 ans
	7$^{\text{ième}}$ HarmoS	10-11 ans
	8$^{\text{ième}}$ HarmoS	11-12 ans
Cycle 3 Cycle d'Orientation	9$^{\text{ème}}$ du cycle	12-13 ans
	10$^{\text{ième}}$ du cycle	13-14 ans
	11$^{\text{ième}}$ du cycle	14-15 ans

Annexes B – Scénario de Tatiana

Découpage en épisodes	Consignes
1. Consigne 7 :39	
2. Premier temps de recherche 16 :26	Le but c'est de réfléchir aussi pendant qu'on joue, ce n'est pas seulement de jouer.
3. Premier moment collectif 9 :30	Est-ce qu'il y a des choses que vous avez remarquées ? Pour l'instant je vous crois sur parole vous n'avez pas besoin de me prouver si c'est juste ou pas. On accepte toutes les propositions et on les essaye après.
4. Deuxième temps de recherche 11 :14	Je vous laisse expérimenter les techniques que l'on a vues ensemble.
5. Deuxième moment collectif 13 :35	Est-ce que vous avez pu expérimenter toutes ces techniques que l'on a vues ? Moi j'aimerai comprendre comment vous faites pour gagner.
Séance de 58 :24	

Annexe C – Scénario de Marie

Découpage en épisodes	Consignes
1. Consigne 5 mn	
2. Premier temps de recherche 4 mn	Vous jouez un peu et on en discute, les remarques que vous avez à faire
3. Premier moment collectif 13 :30 mn	Qu'est-ce que vous avez remarqué ?
4. Deuxième temps de recherche 4 :30 mn	« On va chercher les autres cases gagnantes »
5. Deuxième moment collectif 8 :20 mn	Qu'est-ce que vous avez trouvé comme cases gagnantes ?
6. Troisième temps de recherche 4 :10 mn	« L'objectif c'est comment commencer pour être sûr de gagner. »
7. Troisième moment collectif (4 mn)	Qui a une case gagnante ? Comment gagner ?
Séance de 45 :15	

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

UTILISATION DES TABLETTES DANS DES ACTIVITÉS MATHÉMATIQUES :
EXEMPLE ACTIVITÉS DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE APPLICATION : GEOGEBRA

My-Lhassan RIOUCH*

Résumé : Dans cette contribution, on s'intéresse à l'introduction de la tablette dans l'enseignement des mathématiques et à son apport dans l'enrichissement du milieu d'apprentissage des élèves. La tablette est utilisée pour concevoir des situations favorisant les interactions entre les élèves et le travail de groupe. Nous limitons notre étude à l'application GeoGebra sur tablette pour concevoir des situations de géométrie dynamique permettant de construire de nouveaux savoirs et résoudre certains problèmes mathématiques. La tablette est un outil qui favorise la communication, la collaboration et l'échange de donnés (Josef & Dollaire 2015). Elle permet de concevoir des situations permettant de conceptualiser les notions mathématiques et donner du sens aux savoirs. Elle permet aussi d'expérimenter et de modéliser des problèmes mathématiques.

Dans notre étude, on s'intéresse à la conception des nouvelles ressources numériques sur tablette et à la genèse instrumentale des outils : tablette et applications et à leurs apports sur l'apprentissage des mathématiques. On essaye d'enrichir cette étude par la description de quelques exemples en s'intéressant aux interactions sujet- milieu et à la gestion de notre espace de travail géométrique et ses différentes composantes.

Mots-clefs : tablette, géométrie dynamique, application Geogebra, genèse instrumentale, problème mathématique, espace de travail mathématique, ressources numériques.

I. INTRODUCTION – CONTEXTE

Selon plusieurs études récentes, l'introduction des tablettes en classe présente des avantages tels que : la facilité d'utilisation, la motivation des élèves, l'autonomie de l'élève, la collaboration élève-élève et élève-enseignant, le travail collectif et le développement de nouvelles compétences technologiques Karsenti et Fievez (2013). L'apparition de nouveaux outils technologiques et de nouveaux espaces d'apprentissages et de formations telles que les plates formes de formation à distance et le M-Learning : apprentissage par mobile, importeront des changements sur la façon d'enseigner et de se former et imposeront des défis sur l'enseignement de demain. Plusieurs universités et centres de recherches expérimentent les tablettes comme par exemples :

- Sommet de l'IPad et du numérique en éducation (université Montréal Canada 2013-2014).

* Délégation Meknès Tafilalt MEN Maroc - Maroc – riouchmymath@hotmail.com

Riouch M.-L. (2015) Utilisation des tablettes dans des activités mathématiques : Exemple activités de géométrie dynamique Application : Geogebra. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 597-611.

- Apprentissage avec les technologies mobiles opportunités et défit pour moderniser l'école marocaine (université Alakhawayn Maroc 2015).

L'instrumentalisation des outils tablette et applications et la conception de nouvelles ressources et leurs mise en œuvre n'est pas une affaire simple pour les enseignants et nécessitent des recherches au niveau didactique et pédagogique. Le changement de l'environnement de travail, l'assimilation et l'adaptation des nouvelles technologies au contexte scolaire nécessitent des innovations en pédagogie.

« La technologie à l'école sera nouvelle si la pédagogie qui l'emploi est nouvelle » (Bibeau 2007)

Au Maroc, malgré les efforts considérables de l'état pour l'équipement des établissements (programme génie 2006-2013) et les programmes de formation continue du plan d'urgence de 2009 sur les ressources numériques et sur le logiciel cabri II plus, on constate que la majorité des enseignants des mathématiques hésitent encore à introduire la technologie dans leurs pratiques quotidiennes de classe. Actuellement, quelques enseignants commencent à utiliser la tablette en classe malgré le manque de vision et de formation sur cet outil .Notre point de vue est de diriger les réflexions vers les usages possibles de cet outil et de faire des expérimentations sur des situations similaires et proches de celle déjà vu sur PC et conçus par les logiciels Cabri ou Geogbra .En général toute expérience antérieure avec un outil augmente la capacité d'utilisation avec un outil similaire (Sabra & Trouche 2008). La familiarisation avec les outils et l'expérience accumulée facilitent l'instrumentalisation, l'acceptabilité et l'adaptabilité de nouveau outils.

L'objectif de notre étude est de concevoir des situations permettant l'éclaircissement du processus de la genèse instrumentale de ces outils : tablette et application Geogebra .On essaye d'enrichir cette étude par la description de quelques exemples en se basant sur des modèles théoriques existants concernant le géométrie dynamique et son espace de travail géométrique (ETG) (Coutat & Richard 2011). Dans certaines situations, la manipulation des objets géométriques, le déplacement et la visualisation des traces et des lieux ne peuvent se faire que par le biais des logiciels de géométrie dynamique comme par exemple Geogebra, Cabri II plus, Math graphe. Le déplacement, l'ajustement des positions et le changement des paramètres facilitent l'émergence des conjectures et l'exploitation des propriétés géométriques dans la preuve. Dans ce contexte nous citons l'exemple des situations de déplacement conçu par Coutat (2006) dans le cadre de la géométrie dynamique ou l'ajustement permet la conceptualisation des propriétés géométriques du parallélogramme et nous inspirons de cette recherche pour créer d'autres situations de déplacement en intégrant l'application Geogebra sur tablette. La mise au point des relations et des interactions entre la genèse instrumentale et les deux autres genèses sémiotique et discursive permet à l'enseignant d'organiser l'espace de travail et de gérer l'activité cognitive de l'élève. Il est donc pertinent de poursuivre les recherches sur la géométrie dynamique et de bénéficier des expériences et du cumul des recherches sur ce sujet. Le passage du travail sur papier-crayon vers la tablette nécessite la gestion rationnelle de l'environnement de travail et la gestion de la classe au niveau pédagogique et didactique. Il est important aussi de rappeler que ce ne sont ni la tablette, ni ses applications qui favoriseront la réussite des élèves, mais bien le bon usage qui en sera fait par les enseignants et par les élèves. En fait, la tablette tactile n'aura sa place en classe que si elle participe à l'atteinte des objectifs de l'enseignement des mathématiques. Nous prévoyons que la tablette et ses applications permettrons à l'enseignant de renouveler et compléter son espace de travail mathématique et de diversifier ses méthodes de travail en classe ou hors classe.

II. PROBLEMATIQUE

L'introduction d'un nouvel outil technologique dans la classe n'est pas une affaire simple surtout pour les enseignants qui n'ont pas d'expérience suffisante dans la manipulation de la technologie et qui résistent encore à son utilisation. Les renouvèlements de la technologie posent des difficultés de choix, de différentiation entre les fonctionnalités et les usages possibles. Le processus d'appropriation et d'expérimentation d'un outil et sa mobilisation au service de l'activité mathématique demande plus de temps (Aldon et al, 2008) et il n'est pas le même pour tous les enseignants et pour tous élèves vu leurs expériences et leurs représentations. La complexité de conception des situations intégrant la technologie est liée à la prise en main des outils technologiques, à l'instrumentalisation des outils et à la scénarisation des activités pour organiser le temps et l'espace de travail et mettre en œuvre la situation (Trouche 2005).

Comme enseignant innovant en TICE primé au concours des enseignants du Maroc catégorie scénarisation pédagogique j'ai travaillé avec l'équipe d'inspection d'Elhajeb sur l'introduction en classe des logiciels de géométrie dynamique Geoplan, Geogebra et Cabri ainsi que sur la production et l'expérimentation de quelques ressources numériques. Actuellement avec l'apparition des tablettes, je consacre ma recherche à l'étude de l'application Geogebra sur tablette. Le but principal est de concevoir des situations d'apprentissage dans lesquelles la genèse instrumentale des artefacts tablette et son application Geogebra permet d'exécuter un ensemble de taches et d'utiliser les différentes registres géométrique, numérique, figural, symbolique, graphique et algébrique pour comprendre le processus de conceptualisation des notions mathématiques. En effet la compréhension et la maitrise d'un concept mathématique nécessite l'articulation et la complémentarité de plusieurs registres sémiotiques (Duval 1993). Dans ce contexte nous allons traités dans l'exemple de l'activité 1 conçu pour les élèves du tronc commun science la première année du lycée marocain (âge 15-16ans) le concept monotonie d'une fonction. L'activité proposée utilise le registre figural pour l'introduction de la notion et introduit d'autres registres pour la conceptualisation. La genèse instrumentale des différents outils de l'application nous permet de traiter et de la transformer les informations à l'intérieur d'un registre ou de passer progressivement d'un registre à l'autre, La conversion de registres permet d'introduire et comprendre le concept d'une fonction strictement croissante ou décroissante.

$$\big((\forall x \in I, \forall y \in I) : x < y \Rightarrow f(x) < f(y)\big), \; ou \; \big((\forall x \in I, \forall y \in I) : x < y \Rightarrow g(x) > g(y)\big)$$

Dans l'exemple de l'activité 2, on vise les élèves des premières années du collège (âge 12-13ans) et la partie du programme concernant les définitions et les propriétés caractéristiques des différentes droites sur le triangle : médiatrice, médiane, bissectrice, hauteur. L'ingénierie didactique de cette situation est constituée de deux phases.

<u>Première phase</u> : Nous avons produit une ressource numérique sous forme d'une animation englobant tous les acquis des élèves concernant les droites usuelles du triangle. Elle sera à leurs disponibilités avant et durant l'activité. Son but c'est d'interagir avec son contenu pour rappeler et renforcer tous les acquis et créer des discutions en classe ou hors classe. Nous essayons de créer un environnement permettant l'auto évaluation des acquis des élèves et de rendre leur travail collaboratif en leur laissant une part d'autonomie. Notre ressource est en phase d'expérimentation, son utilisation induira des changements pour améliorer sa qualité et son ergonomie.

<u>Deuxième phase</u> : nous avons conçu une situation permettant de découvrir l'existence du cercle circonscrit et inscrit du triangle puis donner la preuve. Puis une autre situation

problème dont la résolution nécessite la mobilisation des savoirs et des savoirs faire de l'élève. Le travail se fera en petit groupe pour expérimenter et discuter les conjectures et proposer les preuves. L'application Geogebra permettra de tracer facilement les figures et faire des essais pour vérifier et expérimenter une solution. Le groupe peut revenir à chaque fois l'environnement papier/crayon pour rédiger le raisonnement et la rédaction des solutions. Le problème posé à la nature d'un problème ouvert qui a plusieurs solutions et qui nécessite un travail collaboratif des élèves.

Le travail sur l'environnement tablette favorisera l'interaction et la discussion entre les groupes et permettra d'échanger les écrans des tablettes ou d'afficher la réponse d'un groupe sur l'écran de classe. Nous revenons ici au travail déjà fait sur TI-Navigateur et le travail en réseaux (Hivon, 2008) pour diffuser le travail des groupes. Le travail avec les tablettes en groupes en classe ou hors classe peut s'inspirer et se baser sur la dynamique des groupes et sur les théories d'apprentissage concernant le constructivisme et le socioconstructivisme et leurs rôles dans le travail collaboratif. L'appropriation et la mobilisation des nouveaux outils technologiques dans de telles situations nécessitent des orchestrations instrumentales Trouche (2005) pour les mettre au service de l'activité mathématique des élèves et l'aider à instrumentaliser ses outils et les exploiter. On parle déjà dans des expérimentations de la tablette du passage à la classe inversée et de l'apprentissage par mobile le M-Learning et son rôle dans l'auto formation et la formation à distance. Les plates formes offrent des cours en lignes ouvert CLOT ou MOOCS pour un grand public et le téléchargement des applications peut se faire gratuitement.

Dans notre étude, nous limiterons nos questions à l'apport de la tablette et son application Geogebra sur l'apprentissage des élèves. Nous nous interrogeons sur la conception des situations et sur la planification des activités en classe pour mettre en œuvre les différentes relations possibles entre les trois genèses de notre espace de travail mathématique. La conception de notre espace se base sur le cadre théorique général ETM de (Kuzniak & Richard 2014), et s'inspire particulièrement des recherches faites sur ETG géométrique de (Coutat & Richard 2011). On essaye d'articuler les trois genèses sémiotiques, instrumentale et discursive et de comprendre les interactions de toutes les composantes liées au milieu épistémologique et au sujet épistémique dans le but de contrôler et réguler les activités cognitives de l'élève. Notre recherche essaye de rependre à un ensemble de questions liées à l'intégration des tablettes en classe, à la conception des situations d'apprentissage et à l'instrumentation des outils tablette et ses applications.

- Quels sont les usages possibles de la tablette dans la classe des mathématiques ?
- Comment instrumentaliser la tablette et ses outils surtout l'application Geogebra ?
- Comment ses nouveaux outils peuvent aider à la découverte et à la construction de nouveaux savoirs et à les mobiliser pour résoudre les problèmes ?
- Comment peut-on organiser notre espace de travail et gérer les activités cognitives de l'élève pour construire son savoir ?
- Comment concevoir une situation problème en utilisant l'application Geogebra ?
- Quels sont les scénarios pédagogiques à concevoir pour instrumentaliser ses outils et gérer les activités des élèves ?
- Quels est l'apport de la tablette sur l'enseignement des mathématiques et sur l'activité cognitive de l'élève ?
- Quel rôle peut jouer l'apprentissage mobile M- Learning sur la formation à distance ?

III. CADRE THEORIQUE

1. *Conception des nouvelles situations d'apprentissage.*

La conception des situations d'apprentissage se fait en général dans le cadre des institutions scolaires. Les orientations pédagogiques des mathématiques incitent les enseignants à concevoir des situations permettant à l'élève de construire son savoir en interaction avec son milieu en se basant sur la théorie du constructivisme. Elles insistent aussi sur le travail collaboratif en groupe et son rôle dans la socialisation de l'apprentissage socio constructiviste. En mathématiques, la construction des savoirs est liée à la conceptualisation des objets pour leur donner des significations. La construction d'un concept et sa signification sont dissociables et la distinction entre un concept et sa construction est impossible (Bruno d'Amore, 2001). Le processus de conceptualisation est cyclique et comporte trois composantes. La construction joue un rôle essentiel pour donner une signification au concept voir Fig1.

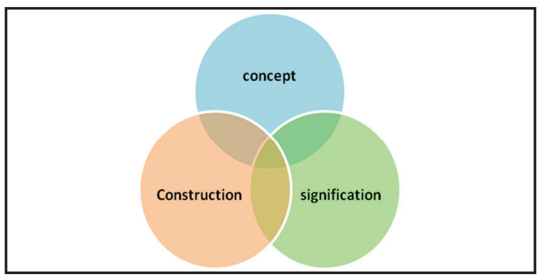


Figure 1 *– les relations entre les composantes de conceptualisation*

La conceptualisation des notions mathématiques dépend de la capacité d'utiliser différentes registres sémiotiques et les conversions possibles entre ces registres. En général la construction d'un concept passe par les actions suivantes : la représentation, le traitement et la conversion (Duval 1995). Voir Fig2.

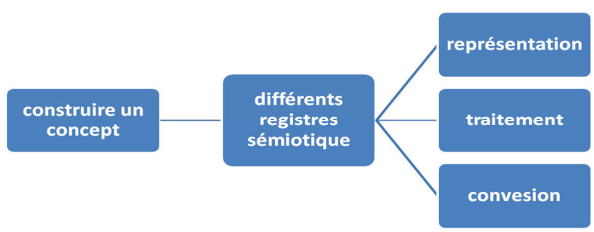


Figure 2 *– construction de concept par les registres sémiotique*

Pour Duval (1995) le recourt à plusieurs registres est une condition nécessaire pour distinguer les objets mathématiques et leurs représentations sémiotiques. Dans une situation d'apprentissage, l'interaction du sujet avec son milieu lui permet d'introduire ces registres pour traiter et analyser les informations et transformer les symboles liés aux registres en signes. L'introduction des instruments technologiques dans une telle situation peut enrichir l'activité cognitive de l'élève et faciliter le traitement de l'information à l'intérieur d'un registre ou par conversion de registres. La genèse instrumentale est le processus de construction des instruments par le sujet. Ce processus nécessite le développement des schèmes et des techniques de l'utilisation des artefacts tablette et application (Rabardel 1995).

Cette genèse participe à la construction par le sujet des signes en transformant les objets mathématiques. Elle contribue à la découverte des relations entre ces signes et à l'introduction des propriétés déjà étudiées pour analyser la situation et donner des preuves et les discuter pour enfin institutionnaliser le savoir. Dans la situation proposée concernant la monotonie les signes sont le dessin géométrique, les symboles algébriques, et les graphes, (Kuzniak & Richard 2014). La gestion rationnelle de ces signes facilite la conceptualisation des notions et la construction du savoir. Elle permet de modéliser mathématiquement la situation et de comprendre le phénomène étudié dans sa totalité. L'introduction de la tablette dans ce type de situations peut favoriser le travail de groupe, l'échange d'idées, les discutions entre les éléments d'un même groupe ou avec les autres groupe, l'échange et la diffusion des résultats vu que la tablette peut se relier à un écran de projection. Notre intérêt ici est de socialiser les apprentissages et rendre le travail des élèves plus collaboratif.

2. *La tablette un nouvel environnement technologique de travail - avantages et apport*

La tablette est un outil qui peut aider à la communication et la collaboration entre les élèves. La navigation simple entre ses différentes applications facilite son utilisation et son adaptation au contexte scolaire (Karsenti & Fievez 2013). La prise en main facile de ses outils tablettes et ses applications, la rapidité d'exécution des taches conçus par les enseignants minimise le temps des séances et augmente l'acceptabilité de ses outils dans la classe d'ailleurs une bonne relation avec l'outil technologique, facilite l'engagement des élèves dans l'exécution des taches et dans la résolution des problèmes (Aldon & al. 2008).

Les technologies mobiles tablettes et téléphones mobiles commencent à prendre leur place en classe et surtout sur la formation à distance et sur la production des contenus multimédia tels que vidéo, livre électronique, animation, simulation, jeu éducatif, visioconférence. La tablette électronique est un petit appareil portatif doté d'une interface avec un écran tactile, qui offre de nombreuses possibilités de personnalisation, comprend plusieurs applications et permet l'accès à l'internet, et dont les fonctionnalités se rapprochent souvent de l'ordinateur de bureau (Josef & Dollaire 2015). On peut résumer ses avantages et son apport sur la portabilité, la connectivité à internet, la facilité de production du multimédia et des animations et simulations. Cet outil est léger par rapport au PC portable et permet l'échange de donnés. La production des applications sur tablette s'accentue sur tous les domaines, en mathématique l'apparition de l'application Geogebra aide à introduire la tablette dans les activités liées à la géométrie dynamique. Les ressources déjà produites sur ce domaine peuvent se refaire dans un nouvel environnement. La tablette facilite l'autonomie de l'apprentissage des élèves en leurs permettant de l'utiliser selon leurs besoins et d'apprendre selon leurs rythmes (Sabra & Trouche 2008). Les TICE peuvent aider, dans certains de leurs aspects d'utilisation, au développement de l'autonomie : elles peuvent enrichir le milieu permettant aux élèves de confronter conjectures et hypothèses, de développer leurs démarches et de contrôler leurs solutions. L'enseignant peut planifier et alterner des phases de médiation et des phases d'autonomie des élèves durant les séquences d'apprentissage. Le travail de groupe peut se faire facilement avec et sur tablette et facilitera le travail collectif en autonomie des élèves.

Les situations proposés sur l'environnement tablette amèneront les élèves à prendre des initiatives comme expérimenter, instrumenter, découvrir, conjecturer, chercher des preuves, discuter. Elles aideront au développement les méta-connaissances du sujet et faciliteront son interaction avec son milieu pour construire son savoir (Brousseau 2004). L'enseignant peut dans ce nouvel environnement d'apprentissage gérer et favoriser l'activité cognitive de l'élève en respectant le processus de perception suivant (fig3).

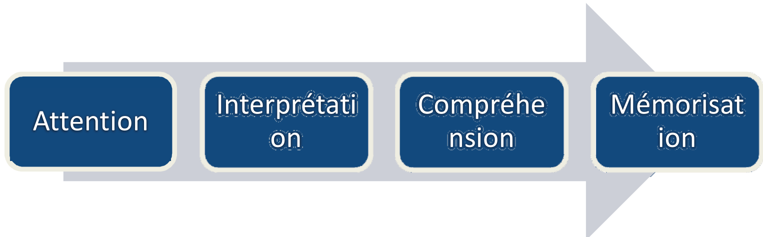


***Figure 3** – phases de perception pour gerer l'activité cognitive de l'elève*

La situation proposée comme exemple concernant la monotonie permet d'attirer l'attention de l'élève et le motive pour être capable d'analyser et interpréter les relations entre les objets mathématiques, traduire ses relations en langage mathématique pour donner du sens aux objets afin que l'élève découvre les nouveaux savoirs et les mémorise sous forme de définitions ou propriétés. Ce qui permet aussi à l'enseignant d'institutionnaliser les savoirs.

3. La genèse instrumentale des outils tablette et applications

Pour introduire les TICE dans sa pratique, l'enseignant doit être capable d'adapter les ressources existantes comme logiciels, animations, simulations, films éducatifs à ses besoins et aux contenus mathématiques. L'enseignant doit concevoir des nouvelles situations et instrumenter un ensemble d'outils pour tracer des figures dynamiques, faire des calculs, relier des objets mathématiques, tracer un lieu, et gérer l'activité mathématique de l'élèves de tel façon à favoriser son interaction avec le milieu. Les instruments permettent à l'élève d'exécuter des taches et le mettent dans des situations de recherche, d'expérimentation et de preuve. Parfois l'enseignant peut détourner les fonctionnalités d'un logiciel, ajouter une macro nécessaire pour la réussite d'une tache, ou produire lui-même de nouvelles ressources en combinant ces outils. Exemple utiliser plusieurs logiciels ou ressources pour produire un film éducatif. Selon Trouche :

> L'instrumentalisation est un processus de personnalisation de l'artefact, c'est donc processus de différentiation des artefacts, par lequel chaque usager met cet artefact à sa main…. Ce processus peut être considérer comme un détournement ou comme une contribution de l'usager au processus même de conception de l'instrument. (Trouche 2005)

L'enseignant doit orienter ses élèves et les amener à produire eux même leurs instruments et les aider à combiner ces instruments pour exercer les taches. Un instrument produit peut aider à exercer plusieurs taches selon le contexte d'utilisation. C'est ce qu'appelle Trouche les orchestrations instrumentales.

> Pour marquer cette nécessaire prise en compte de la construction des instruments, nous avons introduit la notion d'orchestration instrumentale. Les orchestrations instrumentales sont les dispositifs que le maître doit construire dans la classe pour guider la constitution des instruments des élèves et faciliter leur contrôle. Ces dispositifs règlent (sur le plan de l'espace et du temps) l'agencement des outils dans la classe. (Trouche 2007)

L'introduction des nouveaux outils comme la tablette ou téléphone mobile dans l'apprentissage des mathématiques doit se faire progressivement. L'échange et le partage d'expériences sont nécessaires pour mieux instrumentaliser les outils et les mettre au service de l'apprentissage. La communauté de travail de chaque établissement peut produire ses ressources numériques fonctionnant sur tablette exemples : animations –simulations –petits films éducatifs selon ses besoins. La conception des scénarios pédagogiques ou d'usage est nécessaire pour introduire ses nouveaux outils et les intégrer dans l'enseignement des mathématiques.

4. Le scénario pédagogique pour la mise en ouvre des situations d'apprentissages

Nous définissons le scenario pédagogique comme étant le résultat du processus de conception d'une activité ou d'une séance d'apprentissage. Il élabore les étapes de déroulement de la séance. Dans sa conception il faut tenir compte des objectifs, de la durée, des acquis et des savoirs et des savoirs faire des élèves, des compétences acquises ou à développer, des compétences technologiques nécessaires et du matériel à utiliser et ses potentialités. Il faut aussi préciser les taches de l'enseignant et de l'élève au cours du déroulement de la séance. Le scénario est constitué d'une fiche de l'élève pour guider ses activités, d'une fiche de l'enseignant pour gérer la classe et le temps et d'une fiche technique du matériel à utiliser. Comme le souligne Trouche :

> Plus simplement, nous dirons ici qu'il est nécessaire de préciser des scénarios donnant des éléments d'organisation du temps et de l'espace pour la mise en œuvre de la situation dans la classe. La prise de conscience de la nécessité de ces scénarios est apparue depuis quelques années en ce qui concerne l'intégration de logiciels conçus pour l'enseignement, par exemple Cabri (Capponi 1998). On trouve, depuis, un certain nombre de scénarios pédagogique s'accompagnant des situations. Ils précisent en général le découpage temporel en différentes phases de la situation et leurs modes de gestion : durée et nature de chaque phase (exploration, validation, travail de la technique…), organisation de la classe (en petits groupes, par binôme, …), en relation avec le problème posé. (Trouche 2005)

Dans le scénario, La nature de la situation à étudier et le processus de la genèse instrumentale des outils permettent d'élaborer un schéma qui décrit les phases de déroulement d'une séance d'apprentissage.

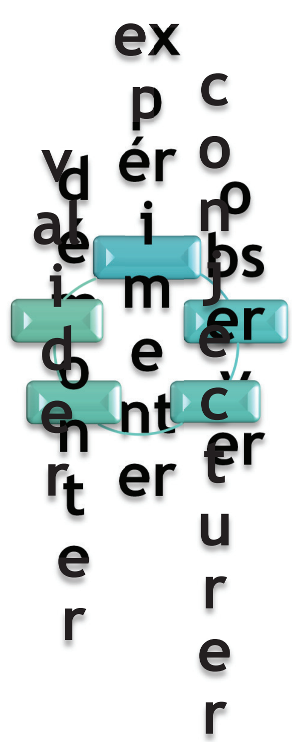


Figure 4 *– Exemple d'un processus de déroulement d'une séance d'apprentissage (schéma d'une activité expérimenter en classe Production personnelle)*

IV. EXEMPLES D'ACTIVITES SUR TABLETTE

1. Monotonie d'une fonction : conceptualisation

L'objectif de cette activité est d'introduire la notion de monotonie d'une fonction en partant d'une situation géométrique pour construire cette notion et la conceptualiser. L'expérience montre que les élèves ont des difficultés à assimiler algébriquement la définition et le changement des inégalités $>$ et $<$ et des difficultés à utiliser cette notion dans d'autre contextes exemple en terminale pour étudier la monotonie d'une suite récurrente $u_0 = a$, $U_{n+1} = f(U_n)$. L'introduction de cette notion nécessite la conception d'une situation permettant de construire la notion et de la conceptualiser progressivement en utilisant les différents registres sémiotiques. L'instrumentalisation des outils permet de passer d'un registre à l'autre c'est-à-dire une conversion de registre. Elle permet aussi de faire des relations de va et vient entre la genèse sémiotique et discursive pour donner du sens aux objets mathématiques et devenir des signes qui contribuent à la conceptualisation de la notion monotonie.

<u>Enoncé de la situation 1</u> :

ABCD un rectangle tel que $AB = 4cm$ et $BC = 3cm$. E un point sur $[A,B]$ tel que $BE = 1cm$.

F et G deux points mobiles sur $[C,D]$. On pose $DF = xcm$ et $DG = ycm$. On suppose que si $x < y$

-Tracer une figure dynamique permettant de déplacer F et G et calculer DF et DG

-Tracer les polygones AEFD et AEGD puis comparer leurs airs respectivement $f(x)$ et $f(y)$

-Tracer les polygones EBCF et EBCG puis comparer leurs airs $g(x)$ et $g(y)$
-Reprendre les questions si $x > y$

-Comparer $f(x)$ et $g(x)$

La comparaison d'airs se fait par différentes méthodes graphique ou algébrique et par les Courbes des fonctions linéaires.

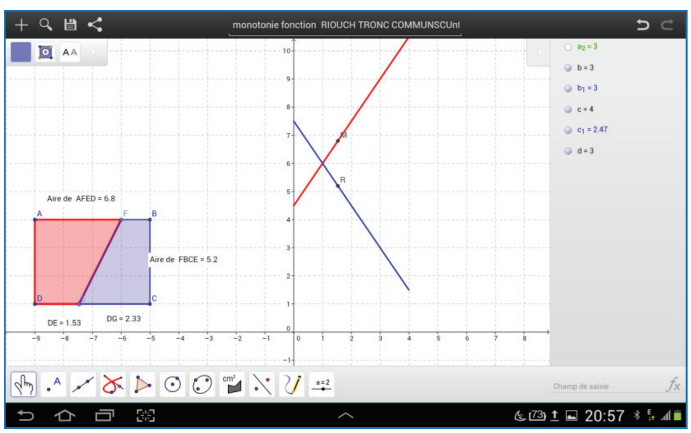


***Figure 5 –** figure de la situation1 sur tablette*

Le but de notre situation est d'introduire la définition d'une fonction monotone :

$$\left((\forall x \in I, \forall y \in I) : x < y \Rightarrow f(x) < f(y) \right), \left((\forall x \in I, \forall y \in I) : x < y \Rightarrow g(x) > g(y) \right)$$

Puis résoudre algébriquement et graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ et l'inéquation $f(x) > g(x)$, pour comprendre le comportement des airs des polygones AEFD et EBCF.

La gestion de notre espace de travail et ses différentes genèses reliant les deux plans milieux et sujet et les articulations entre registres pour conceptualiser la notion monotonie se résume sur la carte suivante :

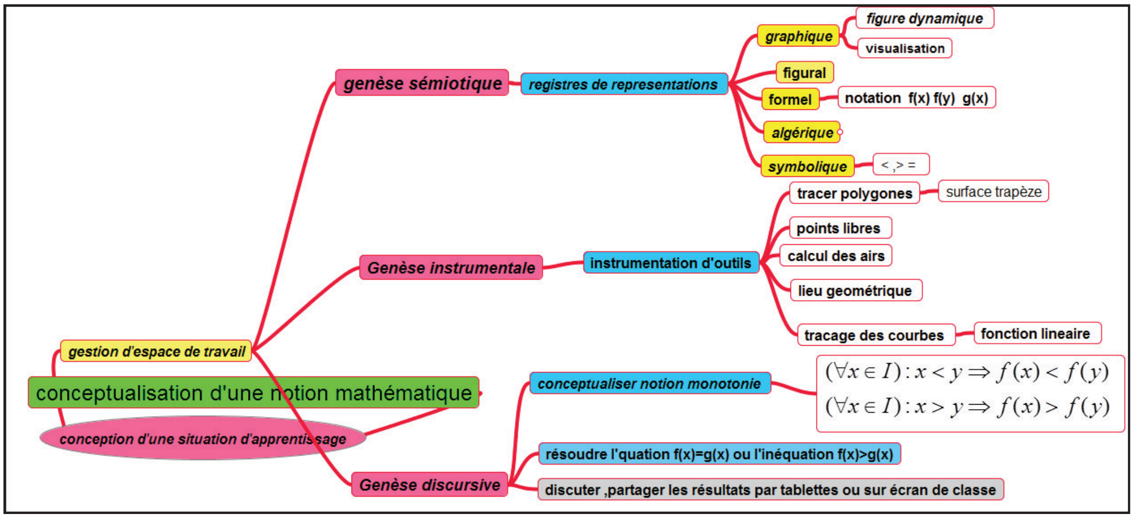


Figure 6 – *Description de notre espace de travail et ses différentes genèses*

Dans la genèse discursive l'utilisation de la figure dynamique et des graphes des fonctions linéaires induitla dévolution de la situation et la production des preuves pour institutionnaliser la définition de monotonie de f et g. Le déplacement et la visualisation des objets et leurs lieux sur la figure permettent de comparer numériquement puis algébriquement $f(x)etf(y)$ et $g(x)etg(y)$ et de comprendre le comportement des surfaces $f(x)etg(x)$ et de découvrir graphiquement la solution de l'équation $f(x)=g(x)$ et de l'inéquation et $f(x)>g(x)$ puis produire un discours et un raisonnement logique dans la résolution. L'élève produit les preuves et le raisonnement en suivant les étapes de la situation et en se basant sur la figure c'est ce qu'appelle Richard le raisonnement discursivo-graphique qui se construit à partir des inférences produite par la figure.

> …le registre figural peut à lui seul démontrer visuellement une propriété en fixant des « moments significatifs » du développement d'images significatifs du développement d'image mentales. ……lorsqu'un élève passe d'un énoncé à un dessin, ou d'un dessin à un texte la coordination entre registre discursif et registre figural suppose une activité cognitive de conversion (Richard 2004)

Sur la figure dynamique la visualisation permet de voir que la fonction f(x) est croissante et la fonction g(x) et décroissante. Le moment significatif pour l'équation c'est le moment ou $f(x)=g(x)$ numériquement sur la figure et graphiquement lorsque les courbes C_f et C_g se rencontrent en un point.

La genèse discursive induit aussi des relations entre les instruments à utiliser et les objets mathématiques à transformer en signes pour comprendre algébriquement la situation. Elle induit ainsi des relations entre les instruments utilisés et les registres sémiotiques. Donc la situation proposée essaye de gérer les interactions entre les trois genèses sémiotiques instrumentales et discursives. Dans l'ETG conçu par (Coutat et Richard) et repris par (Kuzniak & Richard 2014) on a introduit trois plans pour expliquer la coordination entre ces genèses.

….les plans verticaux ainsi introduits vont pouvoir être reliés aux différentes phases du travail mathématique mis en œuvre dans l'exécution d'une tâche : découverte et exploration, justification et raisonnement, présentation et communication. La réalisation effective de ces phases définira, de fait, un certain nombre de compétences mathématiques cognitives fondées sur la coordination des genèses dans leurs relations avec le plan épistémologique. (Kuzniak & Richard 2014)

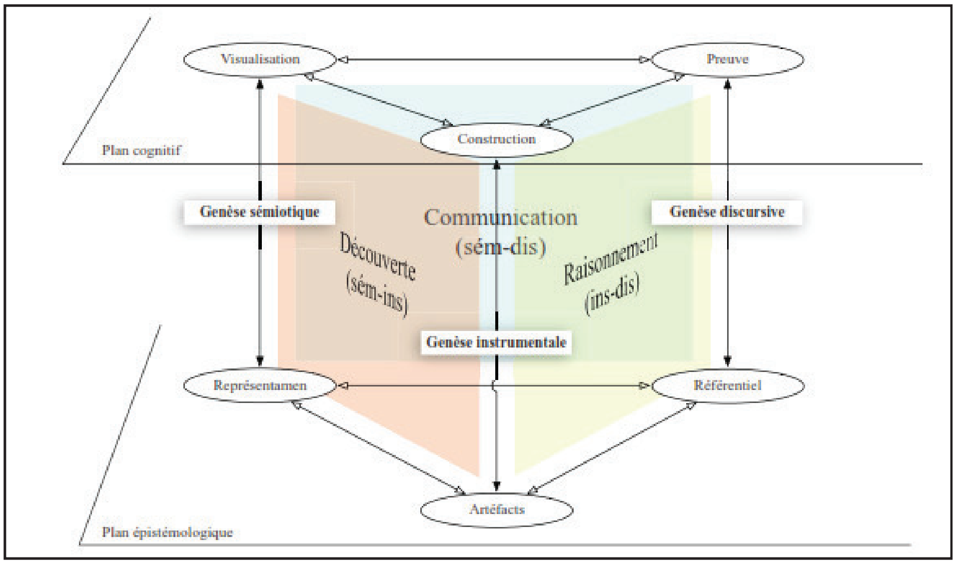


Figure 7 – *les plans verticaux de l'ETM géométrique conçu par Richard*

Le passage de l'environnement tablette vers l'environnement papier/crayon est obligatoire dans la rédaction des solutions algébriques. On utilise les relations d'ordre dans la comparaison et dans la résolution de l'équation et de l'inéquation.

2. *Les différentes droites du triangle : cercle inscrit circonscrit.*

Nous avons produit une animation permettant d'évaluer et renforcer les acquis des élèves concernant les propriétés des droites sur le triangle. Son interface se compose d'un menu et des boutons pour se déplacer sur tous ses composantes.

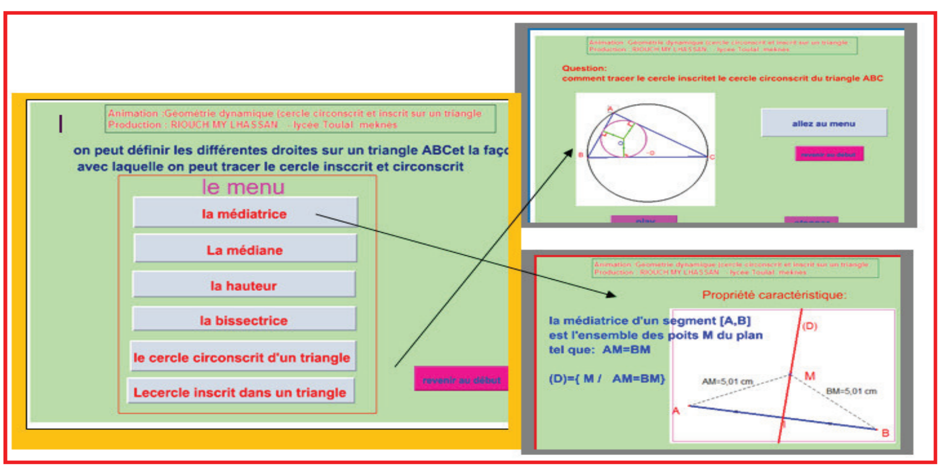


Figure 8 – *interface et quelques fenêtres de l'animation*

On peut utiliser cette animation même sur internet et sera mis à la disposition des élèves en classe et hors classe. Son objectif est de rappeler structurer tous les acquis des élèves concernant les droites sur le triangle et leurs propriétés caractéristiques. Après l'utilisation de cette ressource on peut consacrer une séance en classe pour le cercle inscrit ou circonscrit sur tablette en utilisant l'application Geogebra.

Enoncé de la situation 2 : cercle circonscrit :

En utilisant votre application Geogebra :

1) Construire les trois médiatrices des cotés d'un triangle ABC puis donner une conjecture

2) Montrer que les trois médiatrices se rencontrent en un point O et tracer le cercle de centre O et de rayon OA, puis donner une conclusion

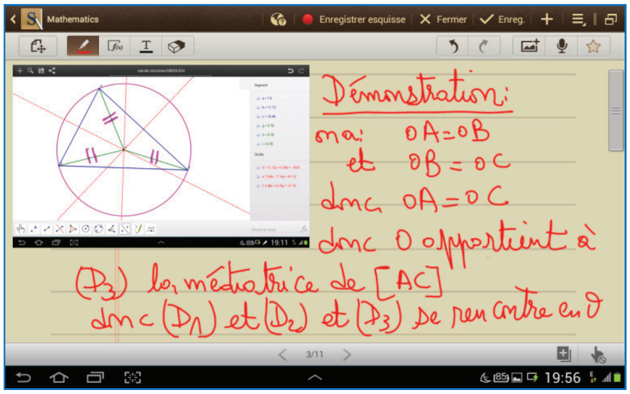
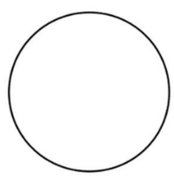


Figure 9 – *Une réponse sur tablette à la situation proposée*

3. Situation problème sur tablette

Enoncé :

Un technicien veut percer un disque métallique en son centre pour installer un arbre sur ce centre. Pouvez vous aidez ce technicien et lui proposez des solutions pour déterminer précisément le centre et donnez les preuves



Le but de tel problème est de mobiliser les savoir et les savoirs faire des élèves et les mettre dans des situations réelles dans la vie pour intégrer leurs savoirs et leurs donner du sens. On peut proposer ce type de problème en groupe pour discuter les solutions proposées et mener un débat en classe.

La situation a l'aspect d'un problème ouvert ou celle de la situation de recherche et de preuve entre pairs. Elle a les trois potentiels décrits par (Georget 2012) : un potentiel de recherche puisque la solution n'est pas évidente, un potentiel de résistance puisque la solution même s'elle est perçue nécessite une preuve et un potentiel de débat puisque le problème possède plusieurs solutions qu'on doit discuter en groupe. L'apport de la tablette est de tracer facilement et avec précision la figure de la solution proposée et de l'expérimenter. La tablette permet aussi d'accompagner ce débat en échangeant les figures proposés ou on affichant la solution d'un groupe sur l'écran de classe et la discuter ensemble. La tablette peut favoriser le travail collectif et surtout collaboratif des élèves.

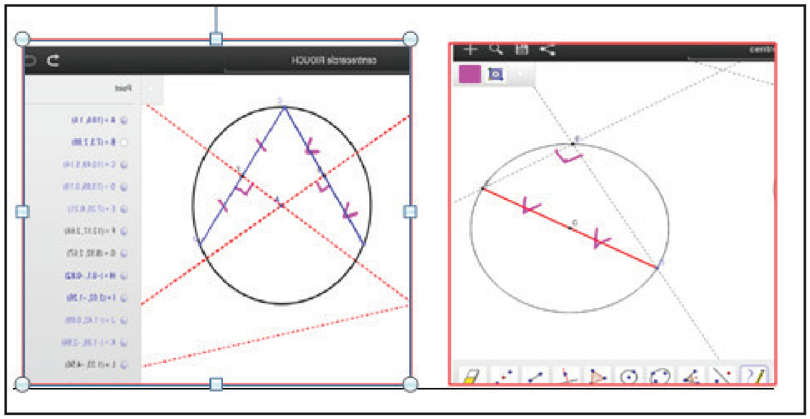


Figure 10 – *Deux solutions se basant sur le cercle circonscrit et sur le triangle rectangle*

V. CONCLUSION

Dans la description des exemples précédents, il apparait que la tablette peut remplacer les outils technologiques déjà utiliser en classe calculatrice, ordinateur, écran de projection. Les recherches déjà faites peuvent aider à la conception des situations intégrant la tablette. Son introduction est seulement une question du temps, les élèves sont déjà familiarisés avec la tablette et les smart phones. Dans plusieurs pays Canada, France, Turquie, Malaysie, son expérimentation en usages scolaires est en cours vu son apport sur la conception, l'échange et la mutualisation des ressources et sur l'amélioration des apprentissages. On peut l'utiliser pour accéder aux ressources sur internet, pour voir mes films, des animations et pour produire du multimédia. En mathématique on peut l'intégrer facilement sur le domaine de la géométrie, des statistiques, des probabilités, sur la création des simulations et sur la résolution des problèmes. Toutes les activités liées à la géométrie dynamique, à l'optimisation, aux simulations du hasard, aux tableurs et à la modélisation mathématique peuvent se refaire sur tablette (voir exemples sur annexe). C'est donc un outil qui rassemble plusieurs fonctionnalités déjà utilisé sur d'autres supports technologiques. La tablette peut renouveler l'environnement d'apprentissage, faciliter les tâches aux enseignants, minimiser le temps de déroulement des activités et favoriser l'apprentissage collaboratif. Son expérimentation dans plusieurs domaine a déjà donné de bon résultats surtout ce concerne la formation à distance et l'apprentissage mobile.

REFERENCES

Aldon G., Artigue M., Bardini C., Baroux-Raymond D., Bonnafet J.-L., Combes M.-C., Guichard Y., Hérault F., Nowak M., Salles J., Trouche L., Xavier L., Zucchi I. (2008) Nouvel environnement technologique, nouvelles ressources, nouveaux modes de travail : le projet e-colab (expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques). *Repères IREM* 72, 51-78.

Aldon G. (2012) Conception collaborative de ressources : l'expérience E-colab actes EMF 2012.

Bilan de l'expérimentation d'usage pédagogique de tablettes numériques sur l'académie de Nice. (2011) http://www.ac-nice;fr/matrice/.

Bibeau R. (2007) Les technologies de l'information et de la communication peuvent contribuer à améliorer les résultats scolaires des élèves. *Revue de l'association EPI. EpiNet*, 94.

Brousseau G. (2004) *Théorie des situations didactiques.* La pensée sauvage éditions.

Coutat S., Richard P.R. (2011) Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés géométriques. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 16, 97-126.

Coutat S. (2006) Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser la liaison école primaire collège : une ingénierie didactique sur la notion de propriété. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble.

D'Amore B. (2001) Conceptualisation, registres de représentations sémiotiques et noétiques : Interactions constructivistes dans l'apprentissage des concepts mathématiques et hypothèse sur quelques facteurs inhibant la dévolution. *Scientia Paedagogica Experimentalis* 38(2), 143-168.

Darhmaoui H. (2015) Rapport journée d'étude sur l'apprentissage avec les technologies mobiles, opportunités et défis, pour moderniser l'école Marocaine.

Duval R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensé. *Annales de didactique et des sciences cognitives* 5, 37-65.

Duval R. (1995) Sémio et pensé humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.

Drissi M. (2003) Guide pour concevoir un scénario pédagogique intégrant les TIC, environnement informatique et apprentissage humain.

Georget J.-P. (2009) Apport de l'ergonomie des EIAH pour l'analyse et la conception des ressources. EMF 2009.

Georget J.-P., Labrouse B. (2012) Expérimentation d'une ressource pour une situation de recherche et de preuve entre pairs. Actes EMF2012

Hivon L., Manuel P., Rouché L. (2008) Un réseau de calculatrices à la construction collaborative du savoir dans la classe , *Educ Math.*

Josef G., Dollaire F. (2015) *Guide sur l'apprentissage mobile et son impact sur la formation à distance dans la francophonie canadienne*. http://www.pch.gc.ca.

Karsenti T., Fievez A. (2013) *L'iPad à l'école: usages, avantages et défis : résultats d'une enquête auprès de 6057 élèves et 302 enseignants du Québec (Canada).* Montréal, QC : CRIFPE.

Kuzniak A., Richard P.R. (2014) Espace de travail mathématique. Points de vue et perspectives.

Orientations pédagogiques mathématiques du ministre de l'éducation Maroc 2007.

Rabardel P. (1995) Les hommes et les technologies une approche cognitive des instruments contemporains.

Rapport national du programme Génie du ministre de l'éducation Maroc 2010.

Richard P. R. (2011) L'inférence figurale : un pas de raisonnement Discursivo- graphique.

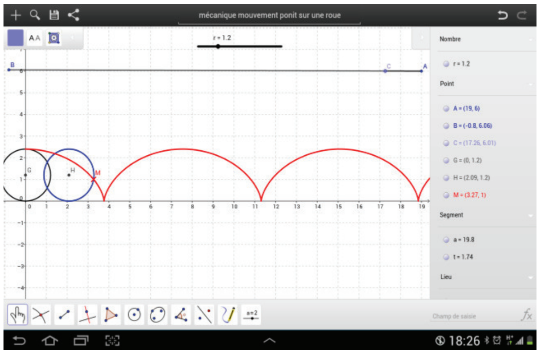
Sabra H., Trouche L. (2009) *Enseignement des mathématiques et TICE, Revue de la littérature de recherche francophone (2002 – 2008).*Lyon : INRP.

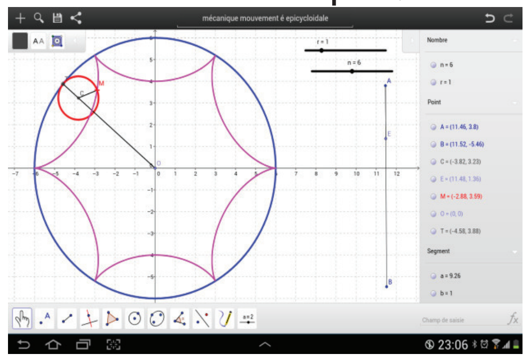
Trouche L. (2005) Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. *Actes de l'Université d'été de Saint Flour : le calcul sous toutes ses formes*, 265-275.

Trouche L. (2007) Environnements informatisés et mathématiques Quels usages pour quels apprentissages.

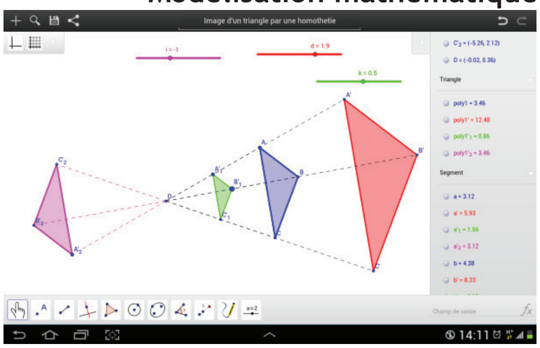
ANNEXE

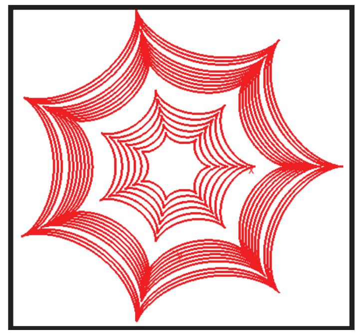
Autres activités liés à d'autres domaines mathématiques :



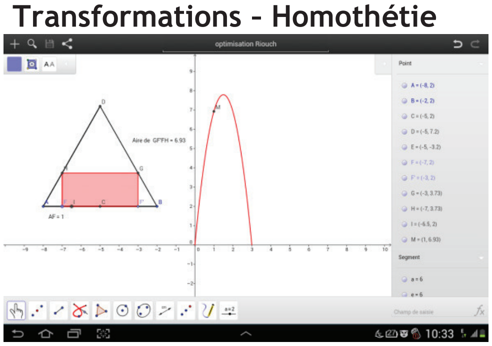


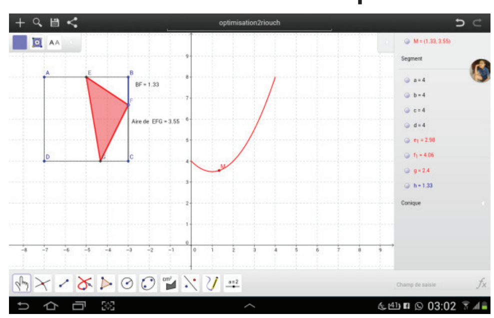
Modélisation mathématique et simulations : trajectoires des points





Transformations – Homothétie **arts et mathématiques**





Optimisation surfaces **(voir exemple : L'inférence figurale, Richard)**

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

POUR UN USAGE RÉFLEXIF DES INSTRUMENTS DE GÉOMÉTRIE

Mamadou Souleymane SANGARÉ[*] – Sinaly DISSA[**]

Résumé : Cette contribution présente les premiers résultats à mi-parcours d'une recherche-développement sur la production de ressources pour la formation d'élèves-professeurs en géométrie plane. Nous élaborons et mettons à l'épreuve certaines activités géométriques centrées sur des usages réflexifs des instruments de géométrie dans des tâches de construction. A cet effet, nous proposons une situation de formation fondée sur la prise en compte interactive et réflexive des types de tâches suivants : « construire un dessin géométrique codé », « décrire sous forme de programme la construction effectuée » et «formuler une justification théorique de la construction ».

Mots clés : ressource de formation ; instruments de géométrie ; pratiques de classe ; tâche complexe ; réflexivité.

Abstract: This paper presents the first results halfway through a research and development production resources for student teachers training in plane geometry. We develop and test some geometric activities centered on reflexive uses of geometry instruments in construction tasks. To this end, we propose a training situation based on taking into account the interactive and reflexive types of tasks: "Building a coded geometric design", "describe as a program construction done" and "formulate a theoretical justification of the construction ".

Keys word: training resources, geometry instruments, classroom practices, complex task, reflexivity

I. INTRODUCTION

La présente communication est une synthèse du bilan à mi-parcours d'un projet de recherche-développement (Perrin-Glorian, 2011) sur la réalisation de ressources pour la formation d'enseignants en mathématiques. L'étude porte en particulier sur l'usage des instruments de géométrie en formation d'enseignants au Second Cycle Fondamental (équivalent du collège en France). De façon récurrente, nous nous sommes posé la question sur les approches d'élaboration de ce type de ressource de formation, sur les méthodes de sa mise en œuvre. Le dispositif conçu à cet effet, s'appuie sur les concepts de système de représentation sémiotique, de système de représentation non sémiotique (Duval, 2014) et celui de configuration géométrique dans le plan. Ce travail succède à une première expérience de formation d'enseignants centrée sur une caractérisation non usuelle des transformations géométriques (Sangaré, 2010) ; les résultats obtenus ont permis aux élèves-professeurs de prendre conscience de l'intérêt didactique lié aux opérations de reconfiguration d'une figure (Duval, 2003) lorsque celle-ci est composée des figures objet et image homologues dans une

[*] École Normale Supérieure de Bamako – Mali – email : mamadoussangare@yahoo.fr
[**] École Normale Supérieure de Bamako – Mali – email : dissasinaly@gmail.com

transformation donnée ; cependant, ils demeurent le plus souvent démunis face à des activités de mise en relation pertinente dans l'enseignement, d'une technique de construction d'un dessin géométrique, de la description de celle-ci sous forme de programme de construction, et surtout de la formulation des propriétés géométriques qui y sont sous-jacentes.

II. CONTEXTE

Nous entamons ce travail au moment où l'École Normale Supérieure de Bamako se trouve dans une phase de mise en œuvre du plan de basculement vers le système Licence-Master-Doctorat (LMD) amorcé depuis 2011. Il coïncide avec l'opérationnalisation au second cycle fondamental et au lycée, de la reformulation des contenus d'enseignement au Mali en termes d'Approche Par Compétences (APC). Par ailleurs, cette recherche s'effectue en filière « Professeurs d'Enseignement Fondamental (PEF)[1] – option mathématiques et sciences expérimentales». Recrutés à l'entrée sur concours professionnel après cinq années d'expérience professionnelle, les impétrants de cette filière sont chargés à leur sortie de rehausser la qualité de l'enseignement au second cycle fondamental. L'objet d'étude porte précisément sur le module intitulé « enseignement de la géométrie » ; il vise un triple objectif afin de permettre aux élèves-professeurs :

- de s'approprier le statut et les fonctions de la géométrie à travers les programmes, et leurs évolutions respectives du second cycle fondamental au lycée ;
- d'appréhender la géométrie en tant que domaine de modélisation de problèmes connexes aux mathématiques (physique, chimie, etc.), ou de problèmes « concrets » ;
- de construire des ressources pédagogiques en géométrie conformes au curriculum en vigueur, de les mettre à l'épreuve de la pratique de classe en adoptant constamment une attitude réflexive sur les résultats obtenus.

Aussi, nous nous proposons de mettre en place un cadre conceptuel et une approche méthodologique pour élaborer et mettre à l'épreuve certaines ressources de formation liées à des usages d'instruments de géométrie, qui tiennent compte des expériences scolaires et professionnelles des élèves-professeurs tout en s'inscrivant dans la nouvelle formulation des contenus d'enseignement.

III. CADRE CONCEPTUEL

Nous développons deux notions-outils encore en chantier, qui sont couramment utilisées dans l'enseignement de la géométrie au second cycle fondamental et au lycée. La première est relative à la notion de configuration géométrique dans le plan. La seconde concerne l'usage d'instruments de géométrie en référence au concept de représentation non sémiotique des objets géométriques (Duval 2014). Leurs origines respectives découlent d'observations effectuées lors des séances de formation liées à des activités géométriques proposées aux élèves-professeurs.

1. La configuration géométrique

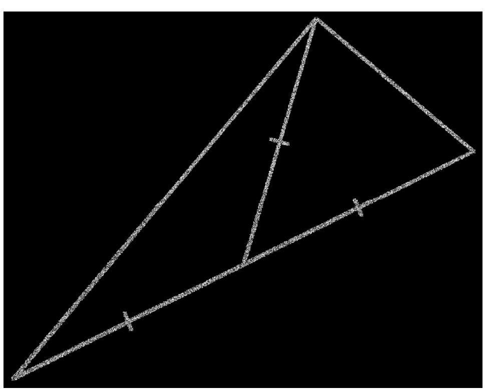
Dans la littérature relative à la didactique des mathématiques et à la formation des enseignants en géométrie, la notion de configuration apparaît le plus souvent dans les recherches menées sur la problématique dessin/figure ou encore, connaissances pratiques/connaissances

[1] Au Mali, le Professeur d'Enseignement Fondamental enseigne au second cycle fondamental (équivalent du collège en France).

théoriques. Ainsi, Robert (1998) énonce que dans le vocabulaire courant au niveau de l'enseignement actuel de la géométrie, le terme " configuration " est utilisé pour remplacer celui de figure, « notamment lorsque la figure concernée, d'usage fréquent, est souvent rencontrée par les élèves et doit leur devenir familière Ibid. 1995, p. 26». Pour Destainville (1990), le " dessin codé " peut être considéré comme la représentation spatio-graphique de propriété(s) géométrique(s) que l'on veut privilégier par rapport à d'autres à propos d'une figure géométrique de référence donnée.

Notre point de vue est que la notion de configuration relève de deux exigences de l'enseignement de la géométrie au second cycle fondamental et au lycée: l'une résulte de sa légitimité théorique par rapport aux mathématiques, l'autre relève de la recherche d'une présentation ostensive minimale pour assurer la réussite d'un apprentissage provoqué (Sangaré, 2000). Aussi, nous qualifions cette légitimité théorique de la notion de configuration par une des propriétés caractéristiques[2] de la figure géométrique concernée. Elle est alors considérée comme une des significations de la figure géométrique visée. Autrement dit, une telle conception met en relief la polysémie de la figure géométrique. Cependant, cette conception est en rupture avec certaines pratiques de classe, particulièrement en résolution de problème de géométrie sur les figures planes ; en effet, la définition d'une figure géométrique préconisée par les contenus institutionnels d'enseignement devient si prégnante qu'elle inhibe le plus souvent l'appréhension des autres propriétés caractéristiques. Une illustration est donnée comme ci-dessous à propos de deux configurations du triangle rectangle avec les dessins géométriques associés (*Figure 1*) ; 73% des élèves-professeurs interrogés affirment qu'ils utilisent très peu ces deux configurations :

- un triangle dont le milieu d'un côté est équidistant de ses trois sommets est un triangle rectangle ;
- un triangle dont deux angles sont complémentaires est un triangle rectangle.



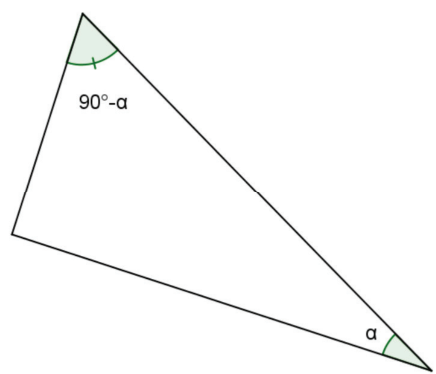


Figure 1 *– Deux dessins géométriques codés associés à deux configurations géométriques du triangle rectangle.*

[2] En référence au Dictionnaire des Mathématiques de Bouvier A., George M. Le Lionnais F. (1996) qui dit à propos de« Propriété caractéristique d'un objet mathématique » ce qui suit : « Lorsque plusieurs assertions sont équivalentes, si l'une d'entre elles est choisie comme définition d'un objet mathématique, les autres sont alors dites propriétés caractéristiques de cet objet. Ainsi, lorsque pour un triangle T, les assertions suivantes sont équivalentes : « T possède deux côtés isométriques » et « T possède deux angles de mesures égales ». Usuellement, la première assertion est choisie comme définition d'un triangle isocèle ; la seconde en est alors une propriété caractéristique. Ce choix est évidemment arbitraire et n'est motivé que pour des raisons psychologiques ou pédagogiques, non mathématiques. (1996, p. 115)

La disponibilité de configurations différentes d'une même figure géométrique favorise a priori l'entrée des élèves dans un processus de changement de point de vue pour résoudre un problème de cette classe. Elle doit permettre une exploration heuristique de la figure dans une perspective de rupture avec les pratiques de classe qui favorisent la fixation des élèves sur la seule propriété caractéristique choisie comme définition au niveau des programmes officiels.

2. Les instruments de géométrie comme système de représentation non sémiotique

Dans la réalisation d'un type de tâche (Chevallard 2001), tel que « construire à l'aide des instruments de géométrie une figure géométrique donnée », nos pratiques de classe privilégient le plus souvent la stratégie fondée sur la mise en relief de deux étapes : la traduction dans le spatio-graphique des données de la construction et la production du "dessin géométrique codé solution". Ainsi, les étapes intermédiaires sont occultées, leurs traces sont en général effacées au profit du "dessin solution". Nous relevons deux inconvénients de nature didactique au niveau de cette stratégie d'usage courant au second cycle fondamental, en enseignement de la géométrie.

Le premier inconvénient est que l'occultation des traces de construction dans les pratiques de classe, occulte par la même occasion l'appréhension de certaines connaissances géométriques qui sont sous-jacentes aux gestes techniques effectués pour réaliser le dessin "géométrique solution". Cette hypothèse se fonde sur les résultats obtenus par Parzysz (2006) ; ceux-ci montrent que les futurs professeurs d'école en France «ne relient pas nécessairement les savoir-faire (constructions géométriques classiques) aux théorèmes qui les justifient, (ibid., p. 128) ». En guise d'exemple, la construction de la droite (*D'*) parallèle à une droite (*D*) et qui passe par un point *A* extérieur à (*D*) à l'aide du jeu d'instruments, {*règle non graduée, équerre*} peut s'effectuer par plusieurs techniques ; nous en donnons deux comme sur la (*Figure 2*). La mise en relief des traces de construction (en pointillés) permet d'appréhender les propriétés pouvant être attachées respectivement aux techniques de construction :

- Si une sécante commune découpe sur deux droites des angles correspondants de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles ;
- Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

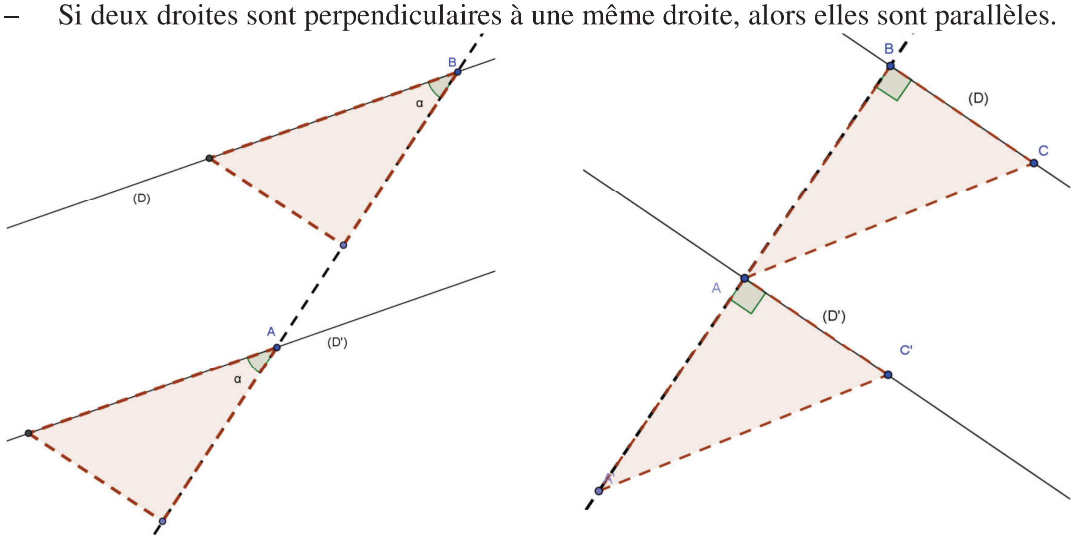


Figure 2 *– Deux techniques de construction de la parallèle à une droite (D) donnée et passant par un point A extérieur à (D).*

On peut remarquer que la deuxième propriété citée peut être considérée comme un cas particulier de la première.

Le second inconvénient est que dans nos pratiques de classe, la construction instrumentée en géométrie apparaît comme un type de tâche où l'essentiel de l'évaluation des productions d'élèves repose en général sur un contrôle expérimental du dessin géométrique codé. La description de ce type de production d'élèves est souvent absente ; elle se réduit à des explications orales qui stabilisent en classe, des échanges stéréotypés sur l'usage des instruments de géométrie. Par ailleurs, considéré comme système producteur de représentation non sémiotique, le système des techniques de construction instrumentée se prête néanmoins à des opérations caractéristiques d'un registre au sens de Duval (2014) : le traitement et la conversion.

Le traitement : Le même jeu d'instruments peut produire des dessins géométriques qui renvoient à la même figure géométrique, mais se distinguent par les configurations géométriques respectivement sous-jacentes à ces dessins géométriques : l'illustration donnée par la Figure1 en est un exemple. Par ailleurs, deux jeux d'instruments distincts peuvent produire des dessins géométriques qui renvoient à la même figure géométrique et à la même configuration géométrique sous-jacente à ces dessins géométriques ; c'est le cas des jeux d'instruments {règle non graduée, compas} et {règle non graduée, rapporteur} à propos de la construction de la droite parallèle à une droite donnée (*D*) passant par un point *A* extérieur à (*D*) par la technique liée aux angles associés à deux droites parallèles. Ainsi, nous considérons les jeux d'instruments comme des variables didactiques dans toute situation de construction instrumentée au regard de leur influence sur les techniques de production d'un dessin géométrique et par la suite, sur les propriétés géométriques sous-jacentes à ces techniques.

La conversion : Le processus de réalisation d'un dessin géométrique codé utilisant un jeu d'instruments peut être représenté par une suite ordonnée de gestes techniques qui se décrit sous forme de programme de construction dans la langue d'enseignement. Ce choix permet a priori d'inciter le constructeur à mettre en rapport les connaissances techniques et les connaissances langagières de description, en particulier celles qui sont liées à la langue d'enseignement. Il permet également de *prolonger la classe en dehors de la classe* : une bonne description d'une construction géométrique favorise la reprise par les élèves des activités géométriques en dehors de la classe, afin de consolider les acquisitions faites en présentiel. La description retrouve alors un intérêt didactique en tant que moyen de communication et d'institutionnalisation des acquis même si ceux-ci ne sont que partiels.

En résumé, nous rejoignons le point de vue de Rabardel (1995) pour dire que les instruments ne sont pas neutres, au moins pour les premiers apprentissages de la géométrie. Certaines traces de construction instrumentée peuvent jouer un rôle heuristique en début d'apprentissage de la démonstration en 8$^{\text{ième}}$ (4$^{\text{ième}}$ de collège en France). L'inhibition de ces traces représentées par les traits en pointillés, freine (bloque souvent) le processus d'appréhension perceptive des propriétés sous-jacentes à la construction : les élèves se contentent alors de ce qui leur reste en mémoire des seuls gestes du constructeur. C'est en nous fondant sur ce cadre conceptuel, qu'un type de tâche est proposé aux élèves-professeurs dans une perspective d'élaboration de ressource de formation.

IV. APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE

L'approche méthodologique est structurée à travers une prise en compte conjuguée des aspects mathématique, didactique et pédagogique en formation d'enseignants. Pour cela, nous nous inspirons du point de vue développé par Perrin-Glorian (2011, p. 69) sur « l'ingénierie didactique pour le développement et la formation (I.D.D.) ». Les activités géométriques proposées dans cette étude résultent de certains choix liés aux pratiques de classe observées en géométrie au second cycle fondamental et même en début de lycée.

Nous nous appuyons sur le concept de réflexivité critique comme outil de construction de ces compétences en incitant les élèves-professeurs à adopter une « …posture qui vise une transformation, qui se travaille collectivement et avec méthodes, qui mobilise et permet de s'approprier des savoirs théoriques et pratiques » (Voz & Cornet 2009, p.2). En effet, il s'agit d'amener les élèves-professeurs à problématiser certaines traces de construction comme objet d'étude ; cette problématisation pourrait être introduite à partir d'interrogations sur la (ou les) signification(s) attribuable(s) à ces traces en termes de configurations géométriques pour une justification théorique du dessin produit par une technique de construction instrumentée.

1. *Situation de formation proposée : une « tâche en quatre sous-tâches » étroitement liées*

Le type d'activité géométrique choisie comme situation de formation proposée aux élèves-professeurs est relatif à la mise en relation de quatre sous-tâches suivantes :

- *ST_1 : construire à l'aide de jeu d'instruments un dessin géométrique codé d'une figure géométrique donnée ;*
- *ST_2 : décrire dans la langue d'enseignement, le programme de construction effectuée ci-dessus ;*
- *ST_3 : justifier la construction effectuée.*
- *ST_4 : Identifier les effets possibles d'une présentation isolée des trois premières tâches en enseignement de la géométrie ? Même question pour une présentation interactive des trois premières tâches en enseignement de la géométrie ? Formuler à chaque fois les arguments justificatifs aux réponses données.*

Deux items sont proposés :

Item 1 : Construction de la parallèle (*D'*) à une droite (*D*) donnée et qui passe par un point *A* donné extérieur à (*D*).

Item 2 : Construction de la perpendiculaire (*D'*) à une droite (*D*) donnée et qui passe par un point *A* donné extérieur à (*D*).

Consigne : les jeux d'instruments autorisés sont {règle non graduée, équerre}, {règle non graduée, compas}, {règle non graduée, rapporteur}.

2. *Justification du choix de la situation de formation : une « tâche en quatre sous-tâches» étroitement liées*

Nous avançons trois arguments pour le choix de la situation de formation.

- Cette situation de formation est en rupture avec les expériences vécues par les élèves-professeurs lors de leur cursus au second cycle fondamental ou au lycée. En effet, nos pratiques de classe présentent les trois premières sous-tâches énoncées plus haut isolément les unes des autres. De ce fait nous voulons d'abord problématiser en formation, la prise en compte interactive de l'action liée à : la construction instrumentée effective du dessin géométrique codé, la formulation à travers une description de la construction effectuée précédemment, et la justification théorique de toute situation de construction géométrique par une configuration de la figure géométrique en jeu (Brousseau, 1987). Au vu des résultats obtenus, sur ces trois premières sous-tâches, il s'agit de faire réagir les élèves-professeurs sur la possibilité d'un éventuel réinvestissement des acquis dans les pratiques enseignantes par l'adoption d'une posture réflexive.

- D'un autre point de vue, nous avons constaté qu'au niveau des pratiques de classe, la mise en œuvre des techniques de construction géométrique est totalement déconnectée de la technologie (Ibid. 2001). Or c'est la seconde qui rend à la première sa légitimité théorique au sens de la géométrie euclidienne ; en dehors de cette vision interactive, l'exercice des seules techniques risque de modifier la tâche de construction instrumentée en une tâche artisanale. Ceci nous semble être un facteur qui pourrait nuire à l'exercice d'une vigilance épistémologique dont la responsabilité incombe à l'enseignant.

- Le choix d'une méthode fondée sur la prise en compte des interactions entre construction – description – justification pourrait faciliter au niveau des pratiques de classes une certaine désacralisation du dessin géométrique initialement obtenu (ou donné), en le considérant comme une représentation spatio-graphique pouvant être l'objet de modifications dans un processus de *sur-construction/déconstruction*, faisant éventuellement apparaître d'autres configurations favorables à l'adoption d'une démarche heuristique dans les activités géométriques. En particulier, la résolution d'un problème s'avère plus ardue lorsque pour la figure géométrique en jeu, la (ou les) configuration(s) les plus pertinente(s) sont les moins sollicitées dans les pratiques de classe comme l'illustre les exemples donnés en (*Figure1*).

3. Choix d'un modèle de scénario de mise en œuvre

Le scénario de déroulement de la séquence de mise en œuvre repose sur le respect des consignes données pour leur accomplissement, dans une perspective de prise d'attitude réflexive sur les productions réalisées au niveau de la quatrième sous-tâche. A cet effet, le public cible étant constitué d'adultes, nous choisissons de leur faire vivre lors des séances « des moments collectifs (Robert 2005, p. 82) ». Ainsi, le travail proposé est effectué par *21* élèves-professeurs repartis en *7* groupes d'égal effectif, avec l'exigence le plus souvent, de retravailler d'avantage les productions initiales après une séance de bilan à mi-parcours. La réalisation des activités géométriques proposées exige a priori des opérations de traitement et/ou de conversion dans les registres de représentation sollicités (Duval 2003). Le respect des contraintes fixées doivent permettre l'émergence de conflits cognitifs et/ou sociocognitifs au sein des groupes ou au moment des séances de bilan à mi-parcours. Ce choix repose sur la préconisation institutionnelle pour une plus grande professionnalisation de la formation d'enseignants dans le système LMD.

V. PRÉSENTATION DE QUELQUES PRODUCTIONS

L'analyse des productions d'élèves-professeurs se focalise en particulier sur les argumentations développées par les groupes de travail sur chacun des trois premières sous-tâches lors de la séance de bilan. La quatrième sous-tâche a fait l'objet d'une attention particulière suivant d'éventuelles retombées en termes d'activité de formation sur l'enseignement de la géométrie au second cycle fondamental.

1. Place et fonctions des traces de construction dans les pratiques enseignantes

L'examen des productions, montre que certaines traces de construction sont inexistantes ou effacées partiellement ou entièrement (2 groupes sur 7). Par ailleurs, la fonction qui apparaît majoritairement est celle d'auxiliaire temporaire (5 groupes sur 7) pour la construction du dessin géométrique en jeu. On perçoit cette pratique sur la production du Groupe 4 (*Figure 3*).

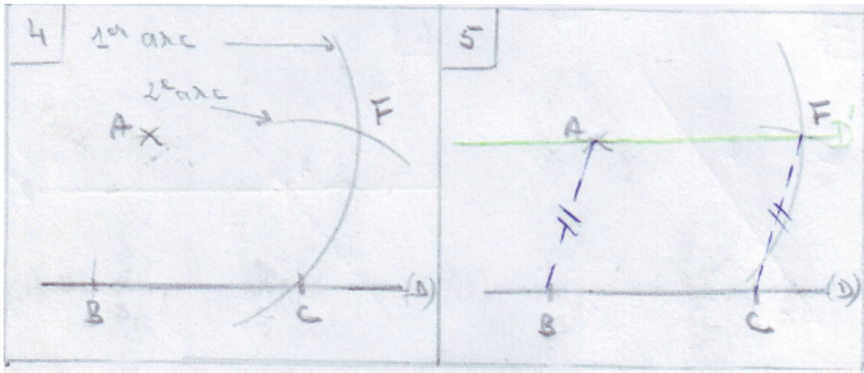


Figure 3 - *Production du Groupe 4 pour la construction de la parallèle (D') passant par A à (D) à l'aide du jeu d'instruments {règle non graduée, compas}.*

Cependant, suite à une suggestion lors du bilan dirigée par le formateur au Groupe 4 de reprendre cette production en traçant entièrement les cercles au lieu des deux arcs indiqués, un second point d'intersection des deux cercles est apparu (*Figure 4*). La technique du groupe est fondée sur les propriétés géométriques du parallélogramme, en particulier sur l'égalité des longueurs deux à deux des côtés opposés. Pour relancer l'activité, il a soumis la question ci-après à toute la classe : « quel critère faut-il donner à des élèves du fondamental pour choisir l'un des deux points d'intersection des deux cercles pour que le quadrilatère correspondant soit un parallélogramme ? » Après un bref débat au sein de la classe, le critère de « convexité du quadrilatère-solution » a émergé. Or nos pratiques de classes en géométrie font apparaître la convexité d'un quadrilatère comme une de ses propriétés devant être perçue sur le dessin géométrique et utilisée de façon implicite dans les activités géométriques. De plus, la catégorisation des quadrilatères (Buekenhout 2006) selon des critères géométriques est rarement l'objet de problème dans nos pratiques de classe.

Cet épisode du bilan a permis de montrer que les traces de construction ne sont pas neutres dans l'apprentissage de la géométrie, particulièrement pour les tâches de construction instrumentée : il est possible de leur attribuer une fonction didactique dans les pratiques de classe en géométrie.

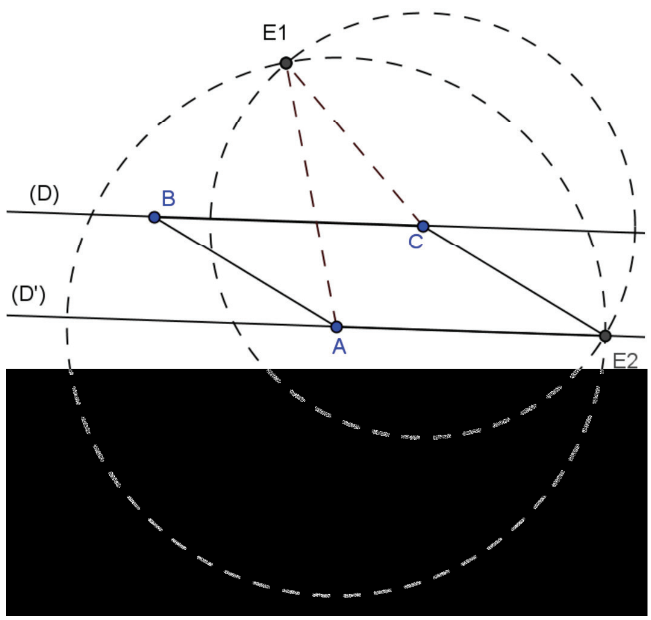


Figure 4 - *Une reprise de la Figure pour le tracé entier des deux cercles*

2. Les productions d'élèves-professeurs sur le type de situation présentée

L'un des objectifs de ce travail est de mettre à l'épreuve la pertinence de la situation de formation donnée sous l'étiquette « tâche en quatre sous-tâches » : *construction instrumentés – description en programme de la construction – justification théorique de la construction*. Nous donnons ci-après une analyse de deux productions.

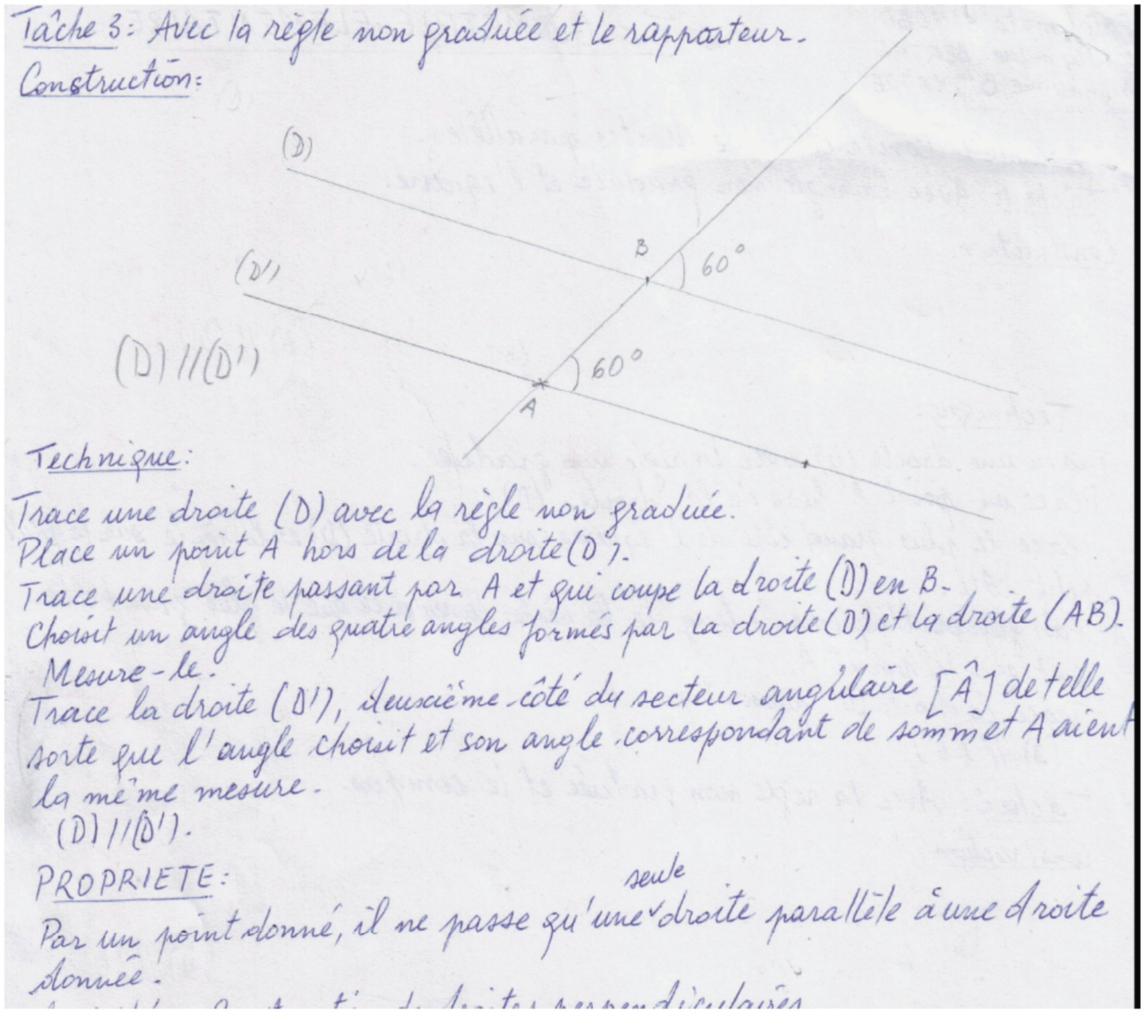
<u>Groupe 4</u> : En conclusion du bilan de la production de ce groupe (***Figure 3** et **Figure 4***), la nécessité de prendre en compte les interactions possibles entre les trois premières sous-tâches de construction instrumentée est apparue plausible chez les élèves-professeurs ; nous l'interprétons de la façon suivante.

- La construction effective des deux cercles sur le dessin géométrique (***Figure 4***) a montré de visu, la présence des deux points E_1 et E_2 : cette prise en compte des traces de construction a permis de rendre problématique le choix du point-solution entre E_1 et E_2, même si ce choix repose ici sur des critères de nature perceptive ; nous sommes dans la réalisation de la *sous-tâche1*.
- C'est ainsi que la question sur le critère choix du quatrième sommet du parallélogramme solution s'est posée ; la recherche a été menée à l'aide du dessin géométrique ; de façon précise, une réécriture de la description initiale s'est avérée nécessaire : nous sommes dans la réalisation de la *sous-tâche2*.
- Cependant, la description du choix entre E_1 et E_2 doit a priori s'appuyer sur des critères de nature géométrique (la convexité du quadrilatère-solution) : nous sommes dans la réalisation de la *sous-tâche3*.

<u>Groupe 5</u> : Une copie de la production effectuée par ce groupe sur la tâche de construction de la parallèle (*D'*) à (*D*) passant par le point *A* extérieur à (*D*) à l'aide du jeu d'instruments {règle non graduée, rapporteur} est donnée en (***Figure 5***).Elle nous a permis d'analyser la cohérence entre les trois premières sous-tâches, et la pertinence de l'acception une « tâche en quatre sous-tâches».

- La technique de construction est fondée sur les relations entre les angles associés définis par une sécante commune à deux droites parallèles (ici angles correspondants). Cependant, on peut noter l'équivoque observable entre la mesure commune supposée exacte des angles correspondants sur le dessin (*60°*) et la description associée à travers l'extrait « Trace <u>une</u>[3] droite passant par *A* et qui coupe la droite (*D*) en *B* ». Une autre incohérence est perceptible entre d'une part le dessin géométrique et la description, et d'autre part la justification théorique (l'énoncé du postulat d'Euclide). En définitive, la prise en compte des interactions deux à deux des trois premières sous-tâches n'est pas spontanée chez les élèves-professeurs dans les pratiques de classe en géométrie des figures. Ceci semble conforter l'hypothèse selon laquelle cette lacune peut être considérée comme objet de formation.

[3] C'est nous qui le soulignons.


Tâche 3 : Avec la règle non graduée et le rapporteur.

Construction :

(D)

(D')

B

60°

(D)//(D')

60°

A

Technique :

Trace une droite (D) avec la règle non graduée.
Place un point A hors de la droite (D).
Trace une droite passant par A et qui coupe la droite (D) en B.
Choisit un angle des quatre angles formés par la droite (D) et la droite (AB).
Mesure-le.
Trace la droite (D'), deuxième côté du secteur angulaire [Â] de telle sorte que l'angle choisit et son angle correspondant de sommet A aient la même mesure.
(D)//(D').

PROPRIETE :

Par un point donné, il ne passe qu'une seule droite parallèle à une droite donnée.

Figure 5 *- Production du Groupe5 pour la construction de la parallèle (D') passant par A à (D) à l'aide du jeu d'instruments {règle non graduée, rapporteur}.*

3. *Les productions d'élèves-professeurs sur la quatrième sous-tâche ST_4*

L'objectif principal ici était de mettre à l'épreuve l'attitude de réflexivité chez les élèves-professeurs par l'extériorisation des équivoques pouvant se manifester en classe de géométrie sur les trois premières sous-tâches, puis chercher leur origine afin de proposer d'éventuelles solutions.

Fonction des traces de construction : Les propos échangés lors de la phase de bilan ont fait ressortir une seule fonction des traces par rapport au point de vue des élèves-professeurs sur les pratiques de classe en géométrie : les traces sont des auxiliaires de construction ; elles ne sont pas mises en relation avec les propriétés sous-jacentes à la production du dessin géométrique codé. Par ailleurs, plusieurs groupes (*4* sur *7*) ont soulevé la question liée au fait que trop de traces de construction rend difficile l'appréhension visuelle des propriétés géométriques sur le dessin : « comment faire alors le choix de traces pertinentes? »

Fonction de la description sous forme de programme de construction : *6* des *7* groupes trouvent que la description d'une construction géométrique se réduit le plus souvent à une explication orale circonstancielle des gestes techniques effectués lors de la construction. Cette explication est rarement l'objet d'une institutionnalisation, et en général détachée de toute intention pédagogique comme par exemple, lui attribuer une fonction de mémorisation écrite de la construction géométrique. Or c'est par cette fonction de mémorisation que l'enseignant peut offrir la possibilité aux élèves de *prolonger la classe en dehors de la classe*.

La justification théorique de la construction : Sur deux items, un seul groupe sur les *7* a pu produire une justification théorique cohérente de la technique de construction, avec cependant une description assez confuse. Les raisons évoquées pour cet échec massif pour une telle tâche est que la justification théorique est très peu sollicitée dans les pratiques de classe en construction géométrique : on se contente le plus souvent de la conformité perceptive du dessin géométrique produit, ou des fois, d'un contrôle expérimental.

En particulier, *4* groupes sur *7* reconnaissent que les propriétés géométriques d'une figure donnée sont le plus souvent sollicitées de façon ostensive (rarement par écrit) comme outil de construction géométrique. De plus, ils attribuent cette lacune au fait que les pratiques de classe privilégient peu l'usage d'une diversité assez large de configurations géométriques associées à une figure géométrique donnée. Ainsi, l'activation de l'une des deux configurations représentées dans le spatio-graphique en (*Figure 1*) s'avère problématique dans une tâche de construction instrumentée d'un triangle rectangle en raison de la prégnance de la définition préconisée par les programmes (présence d'un angle droit dans le triangle).

VI. CONCLUSION

Les jeux d'instruments renvoient à des techniques gestuelles dont le produit est le dessin géométrique codé ; un travail d'investigation et de diversification de leur usage pourrait enrichir la classe des activités de construction géométrique instrumentée. Certaines traces de construction pertinentes (dont le choix est de la responsabilité didactique de l'enseignant) doivent permettre aux élèves de lier les techniques de construction instrumentée à des configurations géométriques sous-jacentes ; cette liaison donne par la suite un sens théorique au geste technique ; l'absence de cette liaison fait de la construction instrumentée une tâche artisanale. Le système producteur de dessins géométriques codé, fondé sur des techniques gestuelles de construction ne doit pas s'ériger en une ressource implicite souvent source de malentendus dans les relations didactiques en classe de géométrie au moins pour les premiers apprentissages de la démonstration : toute technique de construction instrumentée doit être finalisée au moins par la technologie sous-jacente.

Par ailleurs, les instruments ne sont pas neutres dans l'apprentissage de la géométrie ; dans nos pratiques enseignantes, leur usage artisanal semble prendre le dessus sur leur usage en posture réflexive : la conception de ressources autour des traces et des configurations constituent une tentative didactique pour inverser cette tendance. L'instrument et le jeu d'instruments sont au service des tâches de production dans le spatio-graphique, mais la mise en relief de certaines traces constitue un levier pour faire entrer les élèves dans la construction d'une signification théorique du geste technique accompli. Les traces de construction judicieusement mises en relief, et le type de situation de formation « une tâche à quatre composantes interactives » constituent un vivier potentiel pour concevoir des ressources pertinentes en formation autour de connaissances de nature diverse, qui demeurent le plus souvent implicites dans les pratiques de classes en géométrie.

Enfin, ce travail nous a permis d'identifier quelques pistes pour l'étude des rapports entre situation d'enseignement et situation de formation d'enseignants. Ce travail doit se poursuivre en approfondissant l'étude de cette catégorie de situations de formation puis, envisager des expériences similaires dans un environnement de géométrie dynamique.

REFERENCES

Bouvier A., George M., Le Lionnais F. (1996) *Dictionnaire des mathématiques*. Presses Universitaire de France.

Brousseau G. (1987) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2), 33-115.

Buekenhout F. et al. (2006) Classification objective des quadrilatères. *Les Cahiers du CeDoP à l'adresse : http://www.ulb.ac.be./cedop/index_12.html*

Chevallrd Y. (2001) Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions. In Dorier et al. *Actes de la 11e école d'été de didactique de mathématiques*, (pp. 3-22). La Pensée Savage – Éditions.

Destainville B. (1990) *Transformations et configurations du Collège à la Seconde*. In Bulletin INTER-IREM (1989-1990), pp.119-124

Duval R. (2014) Comment analyser le problème de la compréhension des mathématiques ? *Revista IberAmericana* 37, 9-29. *www.fisem.org/Web/union*

Duval R. (2003) Décrire, visualiser ou raisonner : "quels apprentissages premiers" de l'activité mathématique ? *Annales de Didactique et des Sciences Cognitives* 8, pp. 13-62.

Parzysz B. (2006) La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles : de quoi s'agit-il ? *Quaderni di Ricerca in Didattica* (17), 128-151

Perrin-Glorian M-J. (2011) L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formation des enseignants. In En amont et en aval des ingénieries didactiques. *XVe école d'été de didactique des mathématiques* 1, 57-78.

Rabardel P. (1995) Qu'est-ce qu'un instrument ? Appropriation, conceptualisation, mise en situation. *Outils pour le calcul et le traçage des courbes. CNDP-DIE,* 61-65.

Robert A. (2005) Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche et formation* (50), 75-89.

Robert A. (1998) L'épreuve sur dossier à l'oral du CAPES de mathématiques. *I. Géométrie, 2e édition, ellipses.*

Sangaré M. (2010) Une caractérisation non usuelle des transformations géométriques du plan pour une formation d'enseignants. *Petit x* 82, 31-54.

Sangaré M. (2000) *La rotation : approche cognitive – approche didactique. Une étude de cas au Mali.* Thèse de doctorat Université du Mali

Voz G., Cornet J. (2009) Comment former de futurs enseignants réflexifs? Quel est l'impact de la formation à la réflexivité ? Comment l'améliorer ? Réponses d'étudiants. In *ABC EDUC – journée d'étude : La formation des enseignants,* Bruxelles, 09/09/2009. https://www.google.com/search?q=reflexivit%C3%A9&ie=utf-8&oe=utf-8#q=VOZ+G.%2C+CORNET+J.+%282009%29 (consulté le 19-08-2015)

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

L'INTEGRATION DES RESSOURCES MATHENPOCHE UN MOTEUR POUR LE DEVELOPPEMENT DU TRAVAIL COLLABORATIF DES ENSEIGNANTS DE MATHEMATIQUES DE COLLEGE: CAS DE L'ALGERIE

Karima SAYAH[*]

Résumé – Le programme de la réforme Algérien vise la restructuration du système éducatif, privilégiant l'approche par les compétences (Perrenoud 1997) et l'introduction des TICe. Dans ce contexte, la mission didactique de l'enseignant de mathématiques devient plus complexe, elle requiert de sa part un questionnement de ses pratiques, ses ressources et ses connaissances professionnelles. Notre questionnement porte sur la capacité qu'a l'intégration des ressources Mathenpoche sur le travail collectif des enseignants. Pour éclairer nos questions, nous nous appuyons sur l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2008), que nous élargissons pour un suivi collectif. Nous présenterons dans cet article les résultats concernant une enseignante. Son travail avec le collectif a convergé vers la conception d'une nouvelle ressource (QCM) qui met en évidence une amorce d'évolution de son système documentaire.

Mots-clefs: Approche documentaire, approche par les compétences, travail collectif, développement professionnel, enseignement des mathématiques et TICE.

Abstract – The program of the Algerian reform is the restructuring of the education system, emphasizing the approach by skills (Perrenoud 1997) and the introduction of ICT. In this context, the educational mission of the mathematics teacher becomes more complex, it requires from him a questioning its practices, professional resources and knowledge. Our inquiry is about the ability of integrating Mathenpoche resources on the collective work of teachers. To illuminate our questions, we rely on the documentary approach of didactics (Gueudet & Trouche 2008), as we expand to a collective monitoring. We present in this paper the results for a teacher. His work with the group converged on the design of a new resource (QCM) that highlights a primer of changes in its documentation system.

Keywords: Documentary approach, approach by competence, collective work, professional development, mathematics and ICT

I. INTRODUCTION

Plusieurs pays, ont adopté l'approche par les compétences dans l'organisation de leurs curriculums, Le programme de la réforme Algérien (PARE[1]) vise la restructuration du

[*] Laboratoire Sciences et Société ; Historicité, Education et Pratiques (S2HEP), Université Claude Bernard Lyon 1 et École Normale Supérieure de Lyon. – FRANCE – lasmars@yahoo.fr

Sayah K. (2015) L'intégration des ressources MathEnPoche un moteur pour le développement du travail collaboratif des enseignants de mathématiques de collège: Cas de l'Algérie. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 623A-623Q

système éducatif, privilégiant l'approche par les compétences (Perrenoud 1997) et l'introduction des TICe.

À l'instar de nombreux pays et à l'ère du numérique, cette réforme du programme de l'éducation nationale a montré une forte volonté quant à l'intégration des technologies de l'information et de la communication dans l'enseignement (TICe). Ces derniers sont particulièrement bien adaptés aux champs des mathématiques. Pour (Marcel 2014) c'est le temps de la génération C, autrement dit la génération Connectée des trois « C » : communiquer, collaborer, créer qui chevauchent aussi bien pour les élèves que pour les nouveaux enseignants. Hormis dans sa tache professionnelle, ces actions sont désormais présentes via les réseaux sociaux pour cette génération. Nous pourrons à titre d'exemple marquer la présence des enseignants bénévoles de mathématiques d'Algérie via des sites non institutionnalisés ou via des associations[2].

Dans ce contexte, la mission didactique de l'enseignant de mathématique devient plus complexe, elle requiert de sa part un questionnement de ses pratiques, ses ressources et ses connaissances professionnelles. Nous fixons notre regard sur la documentation des enseignants de mathématiques, et sur leurs pratiques individuelles et collectives et leurs impacts sur leur développement professionnel (Engeström 1994).

Un bon exemple des activités collectives des enseignants aussi de mathématique est l'association *sésamath* née en 2001 de la fusion de plusieurs sites dédiés à l'enseignement de cette discipline, est un vrai modèle de mutualisation et de diffusion gratuite de ressources mathématiques. S*ésamath* est très connue du grand public pour ses manuels, ses cahiers d'activités et sa banque d'exercices connue sous le nom de l'exerciseur Mathenpoche (noté par la suite MEP[3]).

Notre communication vise à aborder la mise en oeuvre d'un travail collectif autour de Mathenpoche pour la conception d'une ressource dans l'enseignement des mathématiques. Nous tenons en compte le travail de l'enseignant en classe et hors classes et ses interactions avec les ressources mobilisées dans le collectif.

II. LE POSITIONNEMENT THÉORIQUE ET QUESTIONS DE RECHERCHES

1. L'approche documentaire et travail collectif des enseignants de mathématiques

Nous assistons ces dernières années à un foisonnement de ressources pour l'enseignement des mathématiques. Cette évolution entraîne des mutations profondes, non seulement des ressources, mais du travail même de l'enseignant de mathématique, et de son développement professionnel (Gueudet & Trouche 2008). Ce constat a été à l'origine de l'élaboration d'une approche spécifique: l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2010). Pour assurer sa tache didactique, l'enseignant de mathématiques utilise, modifie, et adapte un ensemble de ressources matérielles et immatérielles dans un contexte individuel et/ou collectif. Dans notre recherche, nous nous positionnons sur l'approche documentaire sous son aspect à la fois individuel et collectif et sur la notion de ressource que l'enseignant de mathématique mobilise pour accomplir sa tache didactique.

---

[1] PARE: Programme d'appui de l'UNESCO à la réforme du système éducatif. En ligne: http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001583/158372f.pdf

[2] Exemple de site Physique48 de Relizane www.physique48.com et l'Association Algérienne de Développement de l'Enseignement des mathématiques et des technologies de l'information. En ligne: www.aademti.dz

[3] Mathenpoche noté par la suite MEP. Logiciel d'apprentissage des mathématiques conçu par l'association *sésamath*. En ligne:http://mathenpoche.sesamath.net

Cette approche théorique permet d'analyser le travail documentaire des enseignants de mathématiques (Gueudet & Trouche 2009), mettre en relief les ressources individuelles, et les ressources développées dans un contexte collectif. Ces auteurs considèrent que le travail du professeur, se nourrit des ressources disponibles dans le collectif pour construire ce qui est nécessaire pour faire son métier. Ils considèrent que le professeur, dans son travail documentaire, dispose d'un ensemble de ressources de diverses nature qui vont donner naissance, pour une classe de situation[4] donnée, au cours d'une genèse documentaire, à un document (Gueudet & Touche 2010). Le travail documentaire du professeur est considéré le moteur d'une genèse documentaire, qui développe conjointement une nouvelle ressource (composée d'un ensemble de ressources sélectionnées, modifiées, recombinées). Toute genèse documentaire, pour un enseignant, est porteuse de développement professionnel. En ce sens que l'enseignant acquiert de nouvelles savoirs, de nouvelles compétences et de nouvelles pratiques (Gueudet & Trouche Ibid). Par «ressource» mathématique, ou en mathématique, nous regroupons, les manuels scolaires, les guides pédagogiques, les programmes scolaires et aussi les logiciels et les bases d'exercices libres tels que Mathenpoche (MEP) et les cahiers sésamath. La ressource mathématique selon (Adler 2010) provient du mot «Re-sourcer». Gueudet et Trouche (2010) accordent au même mot une place primordiale dans l'activité professionnelle, leur définition du terme s'aligne avec celle d'Adler (ibidem): Re-sourcer: « tout ce qui est susceptible de re-sourcer le travail des professeurs ». (Gueudet & Trouche 2010) Au terme ressource mathématique, nous acceptons toute entité ou élément matériel, humain ou culturel, numérique ou non ayant un trait avec l'activité professionnelle. L'approche documentaire distingue la ressource du document. Les ressource (humaines, matérielles, numériques, cahiers et manuels sésamath) constituent les ingrédients, des input dont l'enseignant a besoin pour créer son propre document, son Output. Cette conception se déroule dans un cycle fini pouvant faire retour aux actions et/ou ressources: les input. Contrairement à la ressource, (Pédauque 2006) définit le document par son usage, son intention didactique, et par l'information qu'il porte.

Nous utiliserons les termes ressource primaire et ressource intermédiaire dans le sens où l'enseignant s'approprie de ressources initiales (*primaires*), pour créer ses documents, on leur attribue le statut de ressources *intermédiaires*, après usage, elles seront révisées, réajustées, pour l'enseignant cette ressource est toujours en évolution dans un cycle de vie récursif déterminé, au bout duquel elle passe au statut de ressource *stabilisée*, qui fera partie de son système de ressource, et qui pourra contribuer à la création de nouvelle ressource.

A sa question « Pourquoi un enseignant refuserait-il de travailler en équipe? » (Perrenoud 1994, pp. 1) affirme « N'est-ce pas une façon de mettre en commun des idées, des hypothèses, des solutions, de tirer parti des différences de points de vue et de compétences, de favoriser une division optimale du travail, de renforcer l'identité de chacun? », le collectif d'enseignants collaborent, ainsi pour construire collectivement un certain nombre d'outils pédagogiques et didactiques ; c'est le cas lorsqu'ils décident de redéfinir des items d'évaluation (Marcel 2006), d'élaborer des modalités de corrections communes, de créer des fiches pédagogiques communes, etc. Pour (Grangeat 2011, pp.76-100-) « le travail collectif n'implique pas nécessairement une équipe, une communication en face-à-face ou même une régularité : il est déterminé par l'existence d'une mission ou d'un projet commun ou par la nécessité de partager des connaissances ou des ressources». Ce travail collectif franchit les murs de l'école pour instaurer une nouvelle forme du travail enseignant hors l'école en

[4]Ensemble de situations d'activité professionnelle voisines en termes de tâches à accomplir et de conditions à prendre en compte, qui vont engendrer des modalités d'action voisines. (Rabardel & Bourmaud 2005).

utilisant les technologies de l'information et de la communication. Ainsi les enseignants en s'auto-prescrivant de nouvelles tâches professionnelles agissent collectivement afin d'ajuster les finalités pédagogiques et didactiques aux contraintes et ressources dont ils disposent « réellement » dans l'école (Marcel 2004). Ces pratiquent individuelles alimentent le collectif d'enseignants, l'école tend donc à s'organiser et à fonctionner comme un réseau de compétences collectives où les compétences de chacun peuvent enrichir le réseau qui pourra être mobilisé à son tour par chaque acteur (Le Boterf 2006).

Pour notre cas nous soutenons que les pratiques des enseignants de mathématiques « novices »[5] évoluent vers celles des enseignants « experts ». Lors de ce processus les enseignants s'approprient, des possibilités techniques offertes par MEP, de son contenu mathématique, de l'intégration de ses manuels, de ses cahiers *sésamath* en les adaptant au contexte, et spécialement de ses outils pour l'enseignement de la géométrie ceci donne naissance à un développement d'un instrument (Trouche 2005).

2. *L'approche par les compétences et la notion de situation problème dans l'enseignement des mathématiques*

La compétence est un savoir-agir complexe qui prend appui sur la mobilisation et la combinaison efficace d'une variété de ressources internes et externes à l'intérieur d'une famille de situations (Tardif 2006), (Jonnaert 2009) (Figure 1). Evoquer l'approche par les compétences dans l'enseignement des mathématiques, nous renvoie aux référentiels institutionnel: «il s'agit d'identifier deux ou trois compétences par année (par exemple une compétence dans le domaine numérique, une compétence en géométrie, une compétence en grandeurs) ». Cette approche requiert de la part de l'enseignant de faire d'autres mathématiques celles qui placent l'activité de résolution de problèmes (Perrenoud 1995) comme moteur de l'apprentissage des mathématiques.

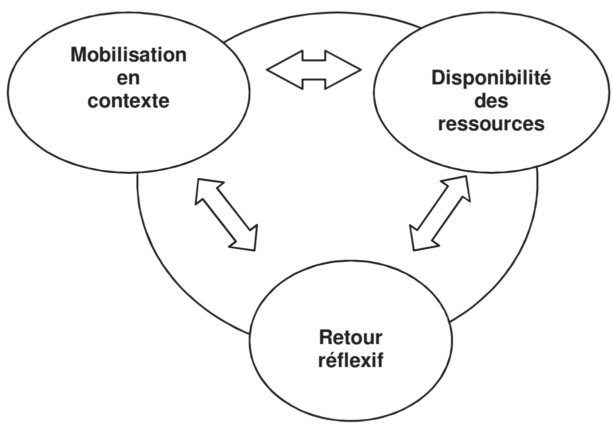


Figure 1 - *Les trois aspects de la compétence* [6]

Pour les mathématiciens comme pour les didacticiens, apprendre les mathématiques c'est faire des mathématiques. Chevallard (1981) éclaire cette spécificité: « les mathématiques sont moins un ensemble de connaissances (à acquérir) ou un corpus d'énoncés (à apprendre)

[5] Par enseignant novices, nous désignons tout enseignant de mathématique stagiaire, débutant ou tout enseignant débutant dans l'usage des Tice

[6] Citer dans: Développement des compétences professionnelle. Nicole tardif. En ligne:
www.vitrinefrancais.qc.ca/img/ppt/comp_prof.ppt

qu'une activité spécifique dont les éléments essentiels sont des problèmes que l'on s'essaie à résoudre et qui sont en quelque sorte le moteur de l'activité mathématique, et des outils (concepts, méthodes,techniques) dont la construction elle-même est un problème mathématique et qui seront mis en fonctionnement pour résoudre des problèmes ».

Selon Meirieu (1989), Jonnaert (2002) la finalité de ces situations d'apprentissage conçues par l'enseignant est de créer un espace de réflexion et d'analyse autour d'un problème à résoudre. C'est dans ces situations problèmes que sont élaborées les notions et prouvées les connaissances opératoires et que sont extraites les propriétés pertinentes.

Dans la communication présente, nous nous centrons sur un objet d'étude, à savoir le travail collectif des enseignants de mathématiques autour des ressources de *sésamath* (MEP, manuels sésamath et les cahiers d'activité *sésamath*) et leur impact sur la conception des ressources et sur le développement professionnel des enseignants notamment stagiaires. le cadre théorique sur les compétences a été évoqué pour approcher la place des situations problème.

III. QUESTIONNEMENT ET MÉTHODOLOGIE

Nous proposons, dans le cadre de cette recherche, de nous intéresser à l'évolution des pratiques collectives des enseignants à l'école et hors l'école en utilisant un outil dédié au mathématique MEP et ses ressources. Plus précisément, nous étudierons en quoi le collectif d'enseignants organisé autour des ressources Sésamath (MEP et les cahiers d'activités) jouent un rôle dans l'évolution du système de ressources et des pratiques des enseignants membres.

Nous défendons l'hypothèse que le développement du travail collectif autour des ressources sésamath (MEP et les cahiers d'activités) a un retour sur le développement professionnel des enseignants, sur son système de ressource et sur ses connaissances, en se posant comme question: le travail collectif des enseignants autour des ressources sésamath (MEP, manuels sésamath et les cahiers d'activités) constituent-t-ils un appui pour la conception et la mise en oeuvre de ressources pour un enseignement des mathématiques basé sur les compétences en mettant en exergue la notion de situation problème et d'activité? et quels impact aura cette collaboration sur leur développement professionnel?

1. Nos outils méthodologiques

Le collège IMTIYAZ est un collège privé arabophone, selon les règles institutionnelles, tout enseignement doit se faire en langue arabe. L'enseignement des mathématiques n'en fait pas exception, toutefois, l'écriture et le symbolisme mathématique se font de gauche à droite en lettre française. Notre choix pour ce collège est lié à deux critères: Le collège dispose d'enseignants de mathématiques de différents profil (diplôme de mathématique, diplôme de biologie, diplôme de physique) et d'enseignants assez expérimentés et de formation bilingue, (assez expérimentés dans l'enseignement des mathématiques et dans l'usage des TICe). Le deuxième critère de choix de ce collège réside dans l'intégration des ressources francophone mais dans une classe non institutionnelle et hors des séances officielles de classe à savoir : le club de mathématiques.

Ce club active d'une manière exclusive au collège il est est animé par la coordinatrice pédagogique, ex enseignante, de longues expérience dans la formation, l'enseignement et l'inspection. Dans ce club adhérent des élèves de différentes classes et de différents niveaux, qui se rencontrent chaque semaine au cours d'une séance d' une heure trente minute. Les activités mathématiques pour chaque niveau, choisis (par la coordinatrice seule) sont issues de ses diverses ressources étrangères indépendamment du programme institutionnel et dans leurs langues d'origine. Ce club a donc servi pour les enseignants du collège, comme milieu de découverte de MEP, des cahiers d'activités et des manuels sésamath. Initialement, les enseignants sont invités par leur coordinatrice à assister au club. Leur rôle était double: découvrir d'autres ressources et approcher l'enseignement par les compétences par la mise en situation problème des élèves sous la direction de la coordinatrice.

Nous envisageons donc de suivre nos enseignants dans deux collectifs différents: Le premier collectif est composé de l'enseignante Meriem et de la coordinatrice dans le club de mathématiques, et le deuxième collectif composé de Meriem et de ses collègues Youcef[7] et Adam[8] assez expérimentés. On ne présente dans cet article que les données relatives au suivi de Meriem dans ces deux collectifs.

Notre méthodologie pour le suivi de nos enseignants s'inspire de la méthodologie d'investigation réflexive (Gueudet & Trouche 2009), elle est toujours en cours de développement. Nous précisons que cette méthodologie fait abstraction à l'aspect collectif. Nous proposons d'autres outils qui sont toujours en cours de développement:

<u>Des entretiens</u>: l'enseignant suivi a été interviewe en 3 temps. Un premier entretien au début de sa période de suivi, un deuxième entretien avant l'observation en classe, un troisième après le déroulement de sa séance.

<u>Des représentations schématiques du système de ressources</u>: Nous demandons à l'enseignant de reproduire sur un même support un schéma représentant son système de ressources individuel et son travail au sein du collectif. Notre question était formulée comme suit: «Merci de nous compléter ce canevas où vous précisez vous même en tant qu'acteur et tous les acteurs internes et externes à l'établissement avec qui vous collaborez, ainsi les ressources mobilisées par chaque acteur (ressources numérique ou autres), en précisant leur organisations sur les supports merci aussi de préciser votre colonne en couleur différentes, nous vous recommandons d'utiliser la légende qui se trouve sur ce canevas qui vous permet de représenter facilement votre schéma». Ce schéma est par la suite photocopié, il sert de canevas. Au cours de l'entretien précédant la séance observée, nous demandons à l'enseignant de reprendre la photocopie et de préciser les ressources et les acteurs qu'il a mobilisé pour créer sa ressources intermédiaire. Nous remettons par la suite à l'enseignant le canevas élaboré initialement et nous lui demandons de le commenter par rapport à celui qu'il a modifié pour concevoir sa ressource intermédiaire.

<u>Journal de bord:</u> Nous sollicitons l'enseignant de tenir un journal de bord pour renseigner son travail avec le collectif et l'évolution de sa ressource intermédiaire. Une fois cette ressources crée d'une manière individuelle, elle est révisée et discutée en collectif, après usage en classe, cette ressource intermédiaire est encore révisée par l'enseignant et par le collectif, sur le journal de bord doit donc figurer toute cette traçabilité d'activité, et ce n'est qu'en affectant le statut de ressource stabilisée à la ressource intermédiaire que l'enseignant clôture son journal de bord relatif à la ressource en question.

<u>Observation en classe enregistrée en video</u>: Nous demandons à l'enseignant de nous remettre sa ressource intermédiaire qu'il a préparé avec la date et l'horaire de son déroulement. Certain enseignants ont refusé d'être filmé, ce qui nous a obligé à filmer sans

---

[7] Youcef: Enseignant de formation bilingue, longue expérience dans l'enseignement des mathématiques et dans l'usage des TICe (diplôme universitaire pour l'enseignement de mathématiques)

[8] Adam: Enseignant de plus expérimenté des enseignants, titulaire d'une licence pour l'enseignement des mathématiques, exerçant à la fois de ce collège et dans un collège public. Aucune expérience dans l'usage de sTICe

leur apparition. L'objectif était d’étudier les usages des ressources sélectionnées par l'enseignant individuellement ou collectivement.

2. *Le choix de Mathenpoche (MEP)*

Sésamath est une association d'enseignants de mathématiques, dont la plupart des membres sont enseignants au collège. L'association a été fondée en 2001, par un petit groupe de professeurs qui souhaitaient mutualiser les ressources qu'elles développaient. Ils sont ensuite passés à la conception commune d'un exerciseur, MEP, couvrant l'intégralité du programme Français du collège. MEP a été immédiatement utilisé par de nombreux professeurs français et étrangers. Son action est placée dans une perspective de service public et considère les ressources éducatives qu'elle génère comme des biens communs qui peuvent servir à tous. Ses ressources sont structurées selon deux grands domaines : Les ressources pour les enseignants : afin de préparer ses cours, de les illustrer tels que les cahiers et les manuels sésamath. - Les ressources directement pensées pour les élèves, les parents ou toute autre utilisateur non enseignant. tels que le site MEP et qui peut être aussi utilisé par les enseignants. Notre choix pour MEP et les ressources sésamath est lié à la proximité de programmes de mathématique algériens et français. Nous ne s'intéressons pas à l’usage de MEP en ligne en classes mais à l'appropriation et l’adaptation de ces ressources (activités, QCMs etc..) parmi les ressources locales de l'enseignant dans sa pratique. Nous élargissons notre regard sur l’usage des cahiers d'activités sésamath qui ont pris leur place dans le cursus scolaire au niveau du collège.

IV. QUELQUES DONNÉES RECUEILLIES ET LEUR ANALYSE

L’objectif de notre communication est d’analyser le travail documentaire et l’impact du travail collectif autour de MEP pour la conception de ressources, d’une enseignante que nous nommons Meriem en s’appuyant sur un entretien général, ses représentation schématique de son système de ressources et sur notre participation à une séance de travail collective.

Meriem est à l’origine une enseignante d’informatique, elle est ingénieur d’état (Bac+5), elle n’a commencé à enseigner les mathématiques que dans le collège Imtiyaz, il s’agit d’une conversion de sa fonction, par besoin du collège. La réglementation en vigueur permet à un enseignant d’informatique d‘enseigner les mathématiques au collège et même au lycée. Elle a trois (3) années d'expérience en enseignement des mathématiques au moment du démarrage de notre expérimentation. Durant sa carrière d'enseignante en informatique, elle a enseigné l'algorithmique pour les élèves du collège même, pendant aussi trois années. Le programme d’algorithmique traite les exercices mathématiques du programme institutionnel, elle entretient un travail collectif fréquent donc avec les enseignants de mathématiques. Nous avons suivi Meriem dans deux collectifs: au niveau du club de mathématique (donc en classe non institutionnelle) et au niveau de ses interactions avec ses collègues (en classe officielle).

Meriem est toujours encadrée par la coordinatrice pédagogique, et par un autre enseignant de longue expérience au collège. De part sa formation d'informaticienne, elle évoque un grand intérêt à l’usage des TICe dans ses pratiques. Nous lui avons demandé de nous établir un schéma représentant son système de ressource lors de son premier entretien (figure. 2) que nous avons gardé. A l’issue de ce schéma, de notre entretien et de son journal de bord, nous remarquons que Meriem entretient une collaboration timide avec l'ensemble des collègues: travail collectif avant chaque examen généralement, sur ce elle affirme « J’utilise les officiels je suis les recommandations de la coordinatrice lors des séances de coordination ».

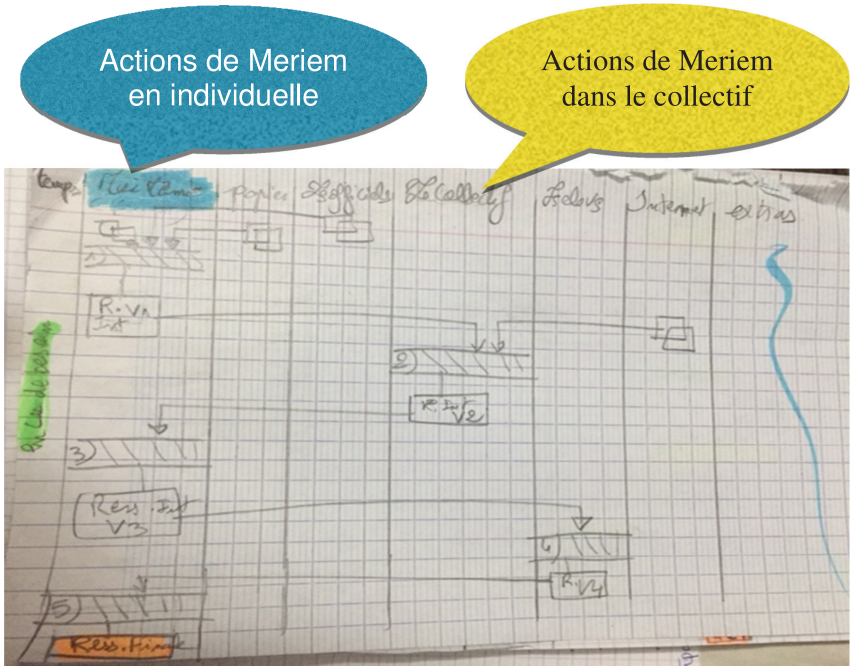


Figure 2 *–Schéma initial du système de ressource de Meriem à la fois individuel et collectif*

VII. *1. Observation de Meriem dans le club de mathématique*

Au cours de la même année de son suivi, Meriem est appelé à assister au club de mathématique, où elle découvre les activités des manuels MEP et des cahiers d'activités de sésamath mais en langue française. La coordinatrice témoigne que Meriem la sollicite souvent: « depuis qu'elle assiste au club, elle me demande souvent de lui prêter mes livres, malgré qu'ils sont en français, elle travaille dessus et me demande parfois de revoir sa traduction....pas littéraire mais surtout mathématiques». Meriem rajoute lors de l'entretien général: «On a de la chance dans ce collège, on est encadré d'enseignants, expérimentés, et qui sont prêts à nous aider à tout moment non seulement dans les séances officielles de coordination, mais on discute même entre les heures; pendant la récréation, avec d'autres enseignants même les stagiaires, je ne peux imaginer travailler seul, le groupe rapporte toujours un plus». Ces séances du club étaient considérées pour Meriem des séances de formation surtout à l'approche par les compétences: «J'apprend toujours de la coordinatrice qui anime ce club, j'apprend comment elle gère les groupes de sa classe, comment elle gère surtout le temps, comment elle guide les élèves à trouver la solution, ils sont très autonomes, et je prend toujours une copie de l'activité de la séance du club» Les activités du club étaient beaucoup plus structurées sous forme de QCMs, Meriem observait à la fois le travail des différents groupes et analysait en même temps le contenu du QCMs. Elle voyait que ces activités, à la fin d'un cours, peuvent lui servir à la fois, d'une évaluation et, pour les élèves comme outil de consolidation ou d'une révision : « Cette méthode me plait énormément, certes on l'a sur nos manuels mais je ne l'ai jamais utilisé, vu que les questions sont trop faciles, mais là c'est différents, ça pousse à réfléchir ». (Figure.3)

Figure 3*- L'atelier de mathématique: A gauche la coordinatrice en interaction avec les élèves. Au centre et à droite, interactions de Meriem avec les élèves.*

La documentation collective de Meriem, semble s'enrichir non pas de toute l'équipe pédagogique, mais elle détient une forme de relation assez rapprochée avec deux autres enseignants plus expérimentés et la coordinatrice, mais la collaboration apparait timidement avec les autres enseignantes de moindre expérience. Sur ce elle rajoute « *Moi, j'ai toujours un penchant vers les enseignants expérimentés, et il se peut aussi de trouver un enseignant débutant dont sa documentation est très riche surtout d'Internet mais je n'en fais pas vraiment confiance »*.

VIII. *2. Interactions de Meriem avec l'enseignant Adam pour la conception de sa ressource intermédiaire (QCM pour un contrôle).*

Nous avons observé Meriem au sein d'une réunion de travail[9] avec Adam, pour la conception de sa ressource intermédiaire, nous lui avons demandé de nous faire parvenir à la fin, sa représentation schématique pour l'élaboration de la dite ressource. Ceci nous servira pour la confronter avec sa représentation initiale de son système de ressource.

Figure 4*- Interactions de Meriem avec Adam au cours de l'élaboration de sa ressource intermédiaire (QCM)*

Nous nous appuyons donc, sur la représentation schématique, sur notre observation et sur l'entretien mené juste après la réunion pour analyser les interactions de Meriem avec son collègue Adam. Nous classons ses interactions sous quatre (4) aspects:

- Des interactions se rapportant au choix du thème du QCM,
- Lecture, discussion autour des questions, adaptation en cas de nécessité,
- Retour sur certaines notions du cours,
- Traduction et mise en œuvre du QCM.

Meriem et Adam discutent d'abord le thème du QCM selon l'avancement dans le programme, sur ce elle ajoute « j'envisage de donner un QCM en géométrie, nos élèves semblent se désintéresser de cette spécialité des mathématiques… » Adam rajoute « j'ai vu

---

[9] Réunion non officielle organisée par le collectif, nous étions inviter à assister à cette réunion entant qu'observateur

quelques uns sur ces cahiers sésamath, ils sont très intéressants, tu as terminé ton cours sur la géométrie dans l’espace… on peut voir ça pour les classes de 6ème ». Meriem ne semble pas avoir ramené au préalable un travail personnel, sur recommandation de la coordinatrice, il suffit dans un premier temps d'adapter les QCMs des manuels sésamath. Un QCM se rapportant au cours de la géométrie dans l’espace a donc été sélectionné pour les classes de 6ème. Meriem rajoute « on fait de même alors pour les classes de 4ème, un QCM en géométrie qu’est ce que vous pensez? ». En lisant les QCM (du manuels de 4ème) seul, Adam avait une autre idée, « nous avons bien traité la géométrie dans nos contrôles précédents.., regarde le QCM sur les statistiques… ».

La lecture des QCM a entrainé plusieurs moments de pauses caractérisé de la part de Meriem par une incompréhension de la consigne (contexte mathématique) et qui nécessite l’intervention de Adam pour une éventuelle traduction, tel que la consigne « ABCDEFGH est un pavé droit » ou encore « La moyenne des vitesses moyennes sur les deux parties d'un trajet est égale à la vitesse moyenne sur tout le trajet » où parfois discuté les réponses qui lui paraissent ambiguës et très rapprochées, exemple à la question: « Avec quatre notes, la moyenne de Louise en Mathématiques est de 12? », Meriem a prouvé une ambiguité quant à la compréhension des propositions R3 et R4 (Figure. 5), d’autres moments de temporisations pour incompréhension de la terminologie mathématique « triangle équilatéral, isocèle »

Questions	R1	R2	R3	R4
Avec quatre notes, la moyenne de Louise en Mathématiques est de 12.	Elle a pu avoir trois fois la note 16	Elle a eu autant de notes au dessus de 12 qu'en dessous	Ses trois premières notes ont pu être 8,5 ; 10 et 11,5	Elle a pu avoir une moyenne de 11 sur ses trois premières notes et 13 pour la dernière

Figure 5- *Une question extraite du QCM sur les statistiques pour les classes de $4^{ème}$*

D’autres interactions ont eu des retours à certaine notions du cours, telle que la question « Trouve les affirmations vraie » (Figure.6), Meriem est indécise face au couple de réponses (R1, R2), elle temporise, elle intervient auprès de Adam, « un cube est un pavé particulier mais pas l’inverse? je crois », « effectivement..comme ont dit aussi qu’un carré est un parallélogramme particulier dans le plan» rajoute Adam.

Questions	R1	R2	R3	R4
Trouve les affirmations vraies.	Un cube est un pavé particulier	Un pavé est un cube particulier	Toutes les arêtes du cube ont la même longueur	Les pavés ont autant de sommets que de faces

Figure 6- *Une question extraite du QCM sur le cours l’espace pour les classes de $6^{ème}$*

Le derniers aspects d’interactions de Meriem avec Adam, a porté sur le barème de notation du QCM, sur ce, elle rajoute « je ne veux pas appliquer la méthode de notation du QCM, c’est à dire avec des plus quand c'est juste et des moins qu'on c'est faux », Adam, est entièrement d'accord, « nous allons juste donner pour chaque question 0,5 noté quand c'est juste, nos élèves ne sont pas habitués ni à ce type d'exercice dans les contrôles, ni à ce type de notation…il faut aller doucement ». Quant à la traduction des QCMs, Meriem se propose de la faire et de la proposer à la coordinatrice pour validation, « j'ai pris note des nouveaux mots mathématiques, le reste c'est bon »

Meriem voyait qu'avec ce type d'exercice l'élève apprend mieux son cours par les situations proposées elle rajoute «Ils comprennent très bien!..... C'est à dire ce qui lui manque dans le cours, il (l'élève) le comprend avec le QCM». Elle reconnait que les aspects collectifs du travail documentaire avec son collègue sont très bénéfiques pour elles, comme elle l'annonce: « Ces QCMs présentent chacun, huit situations, ils apparaissent comme un seul exercice, mais en réalité ils présentent huit situations dont j'ai discuté avec mon collègue, leurs réponses, ceci m'a apporté un plus dans mes connaissances mathématiques et surtout dans la façon d'élaborer ce type de ressources». De ce fait, on peut affirmer l'importance que Meriem accorde au travail collectif pour l'évolution de ses ressources ainsi que pour le développement de sa propre documentation. Les données préliminaires recueillies lors de cette séance de travail, montrent l'importance des échanges autour de la ressource QCM de sésamath pour son adaptation dans un contexte arabophone. Il est apparent aussi que cette documentation collective influe en retour sur sa tache d'enseignement en classe mais surtout sur son système de ressources et son système documentaire.

En analysant à postériori, son système de ressources, les taches que Meriem énumère au niveau de l'acteur collectif (figure 8) sont plus élevées en terme de fréquence et qui aboutissent généralement à la conception de sa ressource intermédiaire. Cette représentation apparait en adéquation avec sa représentation initial de son système de ressource. La colonne Meriem, sur le schéma, montre bien son travail individuel. Nous représentons les interactions de Meriem avec Adam lors de la séance d'élaboration de sa ressource par un modèle inspirée de la méthodologie d'analyse des système d'information (MERISE[10]). L'acteur collectif dispose de ses propres ressources et c'est autour d'un travail collectif que Meriem discute et échange des idées sur sa ressource QCM à élaborer (Figure 9). Notons qu'aucun travail au préalable en individuel a été effectué de la part de Meriem, seulement elle a pris connaissance

[10] Méthode d'analyse des sytème d'information, analysant un système en différents modèle, nous adaptons le modèle conceptuel et organisationnel des traitements qui répondent aux questions: QUI fait quoi et comment. http://www.lsis.org/espinasseb/publis/LivreMerisePDF-total-12sept14.pdf

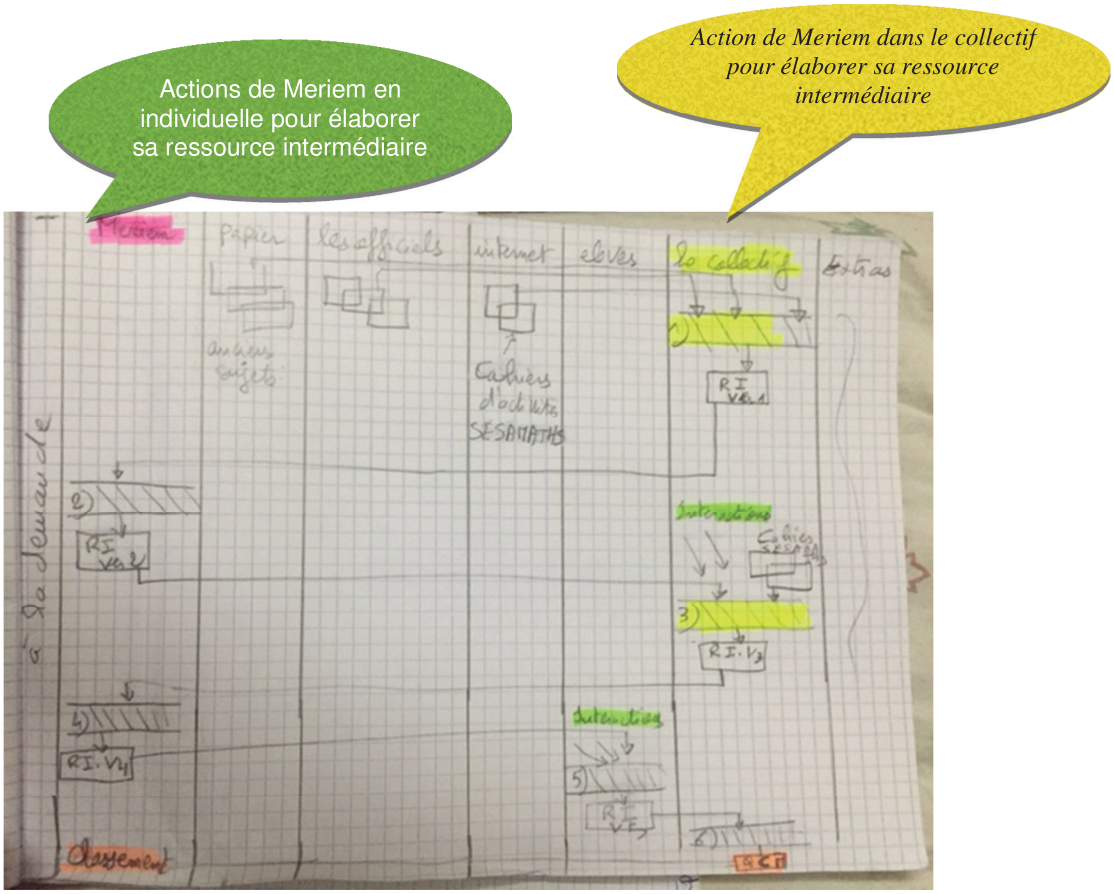


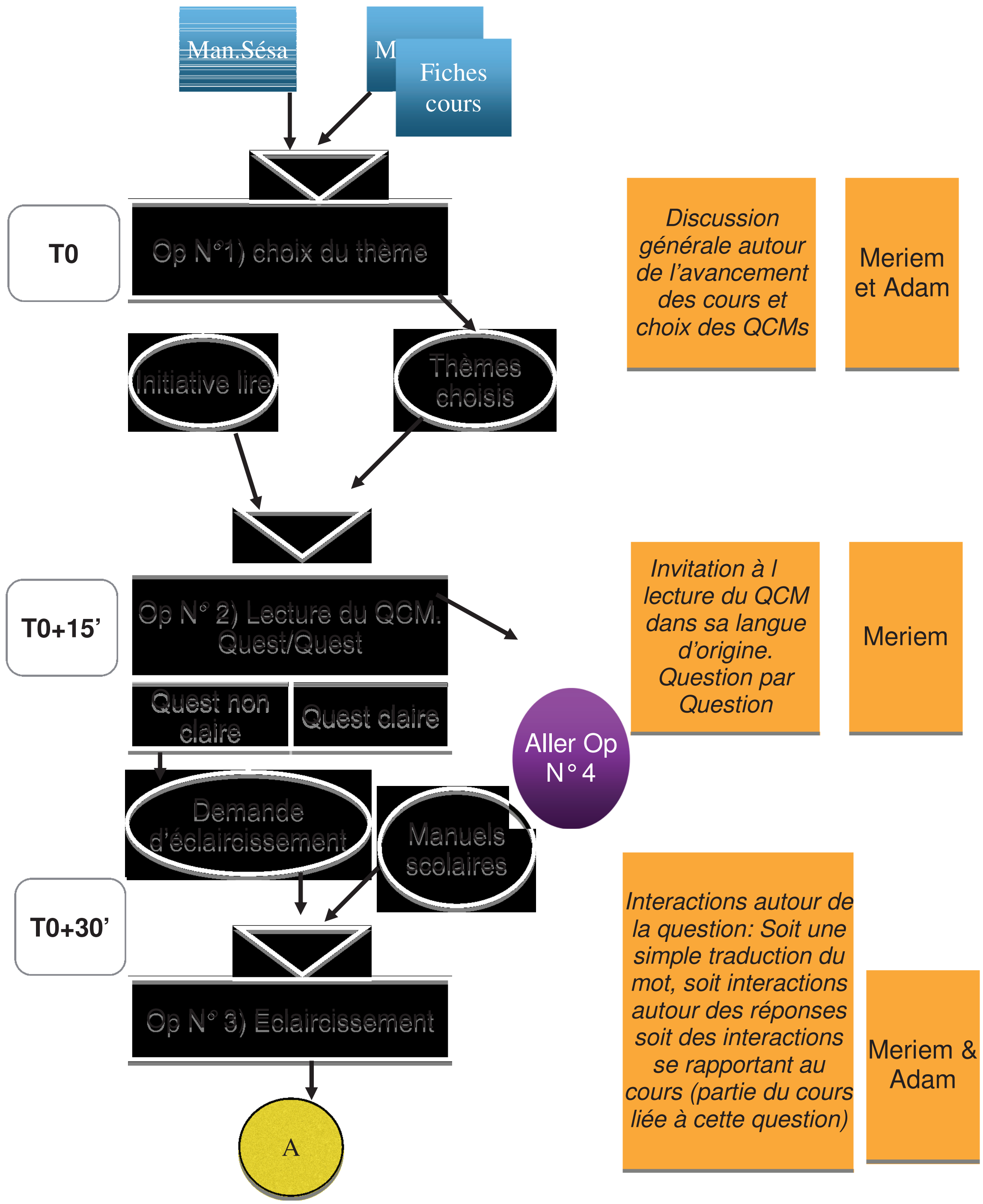
Figure 8 *–Schéma du système de ressource de Meriem à la fois individuel et collectif pour l'élaboration de la ressource QCM*

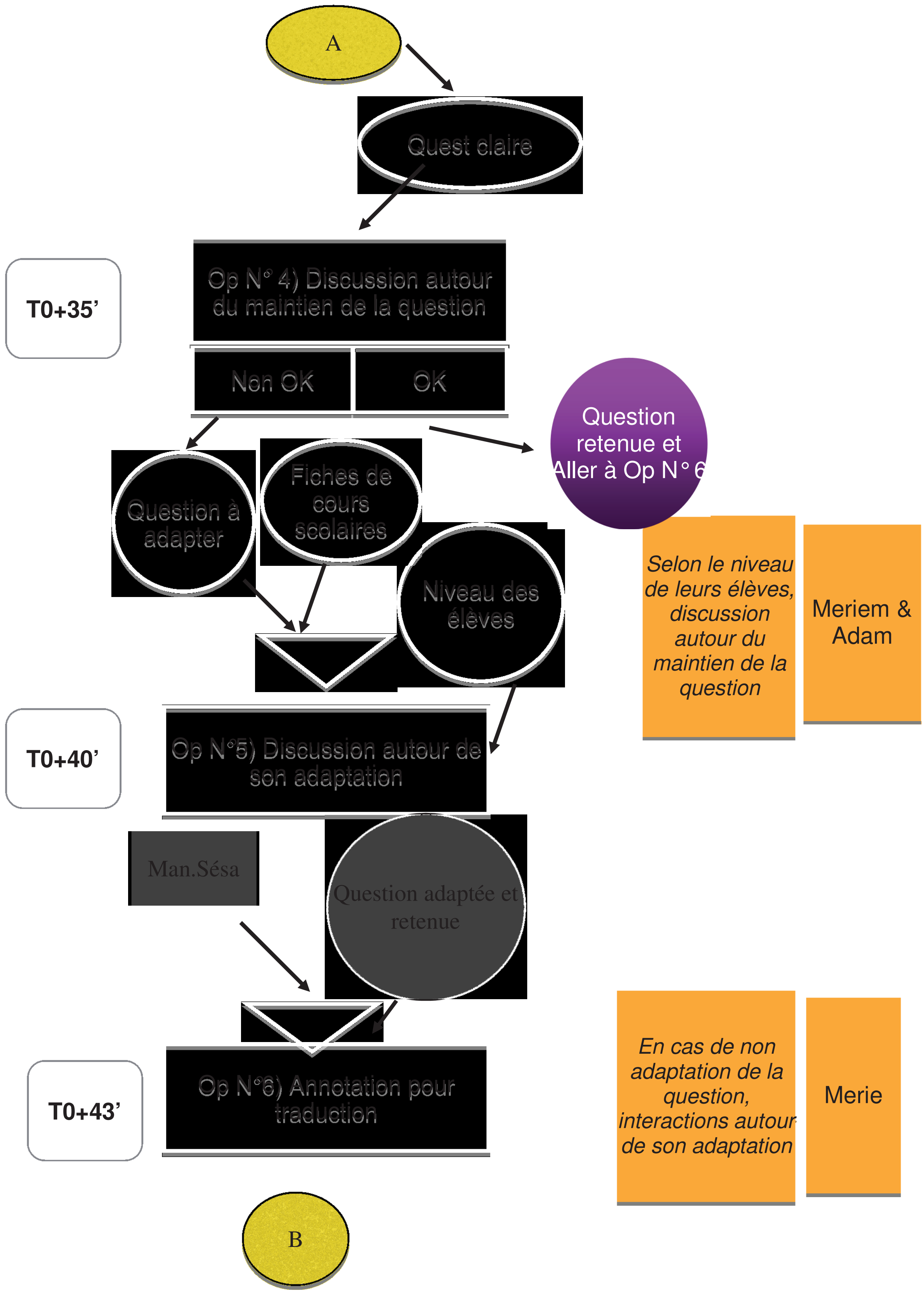
Dans son domicile des différents QCMs se rapportant à ses cours pour les classes qu'elle partage avec son collègue Adam. Notons aussi que le sujet de contrôle est commun à toutes les classes du même niveau. Les flèches sur le schéma illustre le flux d'informations échangées entre les différents acteurs.

Analyse des interactions de Meriem avec Adam pour l'élaboration de sa ressource intermédiaire

Nous nous inspirons de la méthodologie d'analyse des systèmes d'information « Merise » pour décrire et analyser les interactions/actions entre Meriem et Adam pour l'élaboration de sa ressource intermédiaire (QCM). Ce modèle répond aux question: QUI? fait QUOI? QUAND? et COMMENT?. Nous désignons par: Man Sésa, les manuels sésamath, OP, les opérations et T0 l'instant de démarrage de la réunion de travail.

Temps	Intéractions/actions	Descriptions des opérations	L'acteur (s)
Quand?	Opérations réalisées	Quoi?	Qui




A
Quest claire
T0+35'
Op N° 4) Discussion autour du maintien de la question
Non OK
OK
Question retenue et Aller à Op N° 6
Question à adapter
Fiches de cours scolaires
Niveau des élèves
Selon le niveau de leurs élèves, discussion autour du maintien de la question
Meriem & Adam
T0+40'
Op N°5) Discussion autour de son adaptation
Man.Sésa
Question adaptée et retenue
En cas de non adaptation de la question, interactions autour de son adaptation
Merie
T0+43'
Op N°6) Annotation pour traduction
B

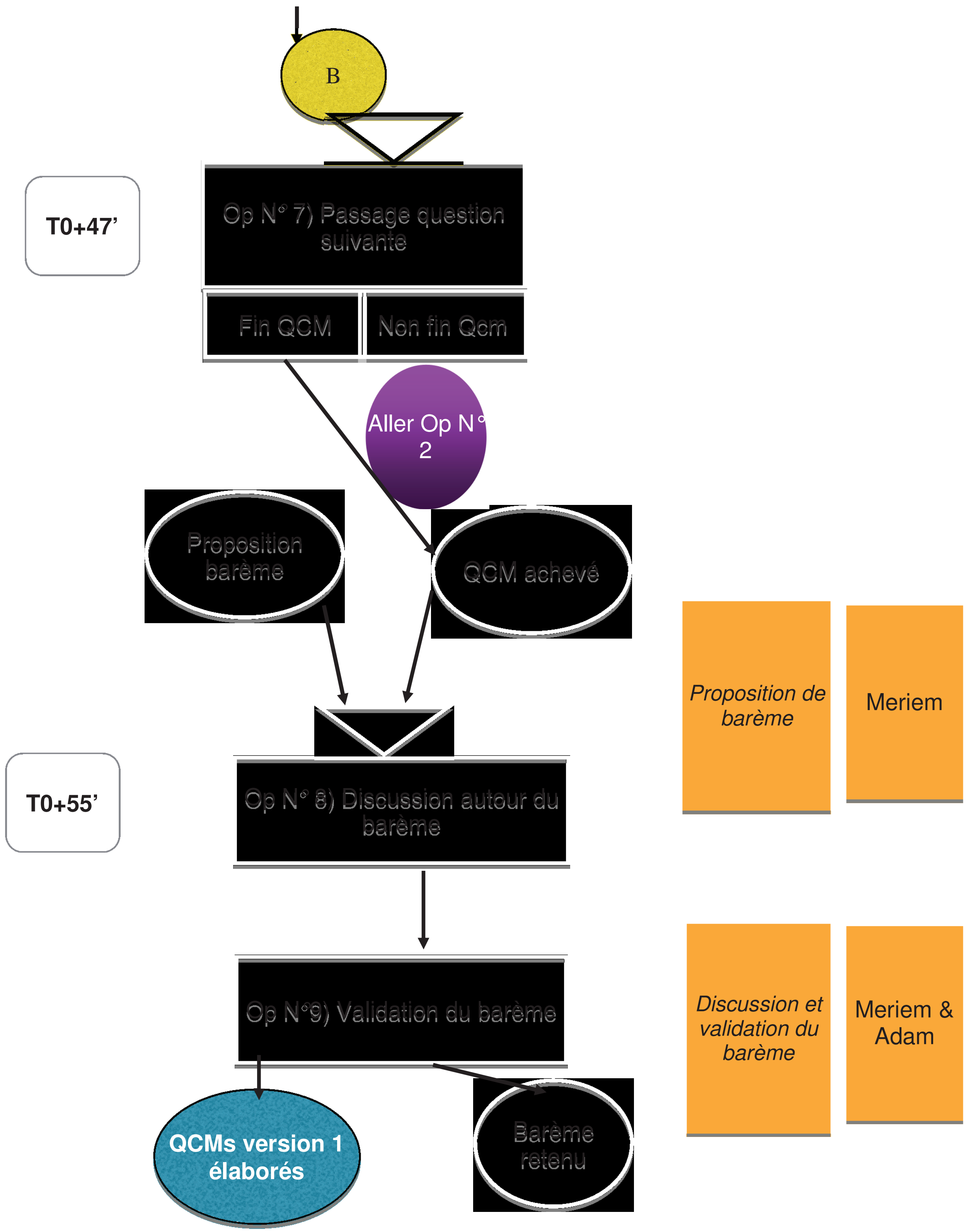


Figure 9*- Modélisation des interactions de Meriem avec Adam pour la conception de sa ressource intermédiaire QCMs (Inspiré de méthode d'analyse MERISE*

.

Notre synthèse pour la vision de Meriem pour le travail collectif peut se résumer ainsi: «Communiquer, échanger, c'est comprendre plus et surtout échapper à l'enseignement des mathématiques classique et réussir un enseignement basé sur les compétences autour des ressources sésamath» tel est le but principal que Meriem tient à mettre en oeuvre pour répondre aux directives institutionnelles. « Je n'est pas de problèmes dans la connaissance mathématique, mais généralement j'éprouve des difficultés dans le choix des activités à mettre en oeuvre pour mettre mes élèves en situation problème réelle». Meriem semble donc avoir pris connaissance des aspects collectifs de son travail documentaire. Les données préliminaires collectées montrent un amorçage d'activités collectives, elle considère donc que son développement professionnel dépend de la documentation collective et de son activité dans le collectif.

Par conséquent, ce travail collectif autour des ressources MEP a conduit à une modification des idées de Meriem sur la façon de construire un contrôle ou une évaluation ; Il s'agit donc ici d'une évolution de son système documentaire.

V. CONCLUSION

Ces premiers résultats semblent amorcer un travail collectif que prône l'enseignante Meriem pour l'évolution de son système documentaire. Il est à signaler que cette documentation collective constitue un appui pour la conception et les usages de ressources MEP dans un milieu arabophone. Nous signalons que ces conclusions préliminaires, sont issues d'entretiens, d'analyse de ses représentations schématiques de son système de ressource, et de ses interactions avec son collègue lors de la séance d'élaboration de sa ressource intermédiaire.

Notre méthodologie se développe au fil du temps pour observer d'autres terrains expérimentaux. Des observations en classes, des entretiens ont été réalisé mettant en relief l'impact du travail collectif autour des ressources MEP sur le développement professionnel des enseignants de mathématiques. Après le club de mathématique, les ressources MEP (dont seulement les activités des manuels *sésamath*) ont été expérimentées dans les classes, cette expérimentation jugée par le corps enseignants positive a été généralisée avec la traduction collective des cahiers d'activités de *sésamath* et leurs usages parmi les ressources officielles dans le collège. Une équipe pluridisciplinaire s'est constituée regroupant, une informaticienne, l'ensemble des enseignants de mathématique, et d'enseignant de langues arabe, supervisée par la coordinatrice. Nous signalons, que lors du démarrage de notre expérimentation, le collège n'était pas doté d'une connexion Internet, les ressources de *sésamath* étaient accessibles en hors ligne, actuellement, et avec l'arrivée de la 3G au collège, notre méthodologie évoluera vers l'usage en ligne de MEP.

REFERENCES

Adler J (2010) La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In Gueudet G., Trouche L. (Eds.) (pp. 23–37) *Ressources vive., Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Collection Paideia. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Chevallard Y. (1981) Pour la didactique, IREM d'Aix-Marseille.

Engeström Y (1994) Teachers as Collaborative Thinkers : Activity-theoretical Study of an Innovative Teacher Team. In Carlgren I., Handal G., Vaage S. (Eds.) *Teachers' Minds and*

Actions : Research on Teachers' Thinking and Practice (pp. 43-61). Londres: TheFalmer Press

Grangeat M. (2011) Le travail collectif enseignant : éléments de modélisation du développement professionnel. In Grangeat M. (Ed.) *Les démarches d'investigation dans l'enseignement scientifique. Pratiques de classe, travail collectif enseignant, acquisitions des élèves* (pp. 76-100), INRP.

Gueudet G., Trouche L. (2008) *Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques*. Éducation et didactique.

Gueudet G., Trouche L. (2009) Conception et usages de ressources pour et par les professeurs : Développement associatif et développement professionnel. *Dossiers De l'Ingénierie Educative* 65, 78-82.

Gueudet G., Trouche L. (2010) Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires.

Jonnaert P. (2009) *Compétences et socioconstructivisme : un cadre théorique. Perspective en éducation et formation*. Bruxelles : De boeck,.

Jonnaert P. (2002) *Compétences et socioconstructivisme – Un cadre théorique*. Bruxelles : De Boeck.

Lebrun M. (2014) *Les MOOC, une occasion historique pour redonner du sens à la présence ... même à distance*. Conférence à Brest Bretagne

Pédauque R. T. (Ed.) (2006) *Le document à la lumière du numérique*. Caen : C & F éditions.

Perrenoud P. (1994) *Travailler en équipe pédagogique, c'est partager sa part de folie*. En ligne: http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_1994/1994_08.html

Perrenoud P. (1997) *Construire des compétences dès l'école*. 5 éd., ESF, 2008

Perrenoud P. (1995d) Des savoirs aux compétences : les incidences sur le métier d'enseignant et sur le métier d'élève. *Pédagogie collégiale* (Québec) 9(2), 6-10.

Rabardel P., Bourmaud G. (2005) Instruments et systèmes d'instruments. In Rabardel P., Pastré P. (Eds.) *Modèles du sujet pour la conception. Dialectiques activités développement* (pp. 211-229). Toulouse : Octarès.

Tardif J. (2006). L'évaluation des compétences. Documenter le parcours de développement, Montréal : Chenelière Éducation.

Trouche L. (2005) Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. In *Actes de l'université d'été de Saint-Flour, Le calcul sous toutes ses formes*.

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

FORMATION MATHÉMATIQUE DES ENSEIGNANTS : QUELLES MÉDIATIONS DOCUMENTAIRES ?

Moustapha SOKHNA[*] – Luc TROUCHE[**]

Résumé - Cette étude s'intéresse à l'usage et à la conception de ressources par les enseignants de mathématiques dans le cadre d'une formation hybride. Elle porte sur le rôle du tutorat et son impact sur la formation mathématique des enseignants et s'inscrit ainsi dans les travaux du groupe 6. Les éléments de réponses proposés sont issus d'une recherche en cours sur le lien entre conception et usage de ressources et développement professionnel de professeurs de mathématiques qui n'ont suivi ni formation mathématique universitaire, ni formation professionnelle initiales.

Mots-clefs : Professeur de mathématiques, développement professionnel, usage et conception de ressources, travail collaboratif, tutorat.

I. INTRODUCTION

Depuis quelques années, on peut observer un intérêt croissant, dans le domaine de la didactique des mathématiques, pour les modalités de conception et d'usage des ressources pour/par les enseignants (Assude 2009, Gueudet & Trouche 2008, Hitt et al. 2012). Cet intérêt est motivé, en particulier, par le développement de dispositifs *hybrides* de formation, i.e. combinant phases en présence et phases à distance (Sokhna & Sarr 2010), et par un questionnement sur la nature même de la formation mathématique des enseignants.

Ce questionnement (Hache et al. 2009) situe cette formation mathématique sur une échelle de perspectives de 1 à 4 : plus on va vers la perspective 4 (figure 1), plus les mathématiques sont « décortiquées », « défaites », « détaillées », alors qu'elles sont de plus en plus « compressées », « condensées », « compactes » quand on s'approche de la perspective 1.

[*] Faculté des Sciences et Technologies de l'Éducation et de la Formation, Université Cheikh Anta Diop de Dakar– moustapha.sokhna@ucad.edu.sn
[**] Institut Français de l'Éducation, École Normale Supérieure de Lyon – luc.trouche@ens-lyon.fr

Sokhna M., Trouche L. (2015) Formation mathématique des enseignants : quelles médiations documentaires ? In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 624-639.

Mathématiques de plus en plus compressées

Mathématiques de plus en plus décortiquées

Perspective 4	Perspective 3	Perspective 2	Perspective 1
Le travail des mathématiques « scolaires »	Le travail de mathématiques nouvelles, en lien avec les contenus de l'école	Le travail des mathématiques académiques, avec des liens systématiques et explicites avec les contenus à enseigner à l'école	Le travail des mathématiques académiques enseignées à l'université pour le futur mathématicien

Figure 1 - *Les perspectives de formation mathématiques des enseignants (Hache et al. 2009).*

Comment penser des dispositifs de formation prenant en compte cette nécessité de « *décorticage* » et de «*décompression* » ? Quelles médiations penser, du point de vue des ressources et des acteurs impliqués ? Ce questionnement est particulièrement aigu dans des pays où l'on considère que la formation mathématique des enseignants est insuffisante.
Nous proposons ici de mettre en évidence, dans le cadre d'un dispositif expérimental, l'importance des interactions entre tuteurs et stagiaires. Dans un premier temps, nous préciserons les cadres théoriques qui soutiennent ce questionnement, nous présenterons ensuite le terrain d'étude, puis la méthodologie mise en œuvre ; nous analyserons enfin, et discuterons, les premières données recueillies.

II. QUELQUES OUTILS THEORIQUES

Notre étude s'enracine dans deux cadres principaux, la *théorie anthropologique du didactique* (Chevallard 1997) *et l'approche documentaire du didactique* (Gueudet & Trouche 2008) qui nourrissent une approche dynamique de la formation des enseignants.

1. *Théorie anthropologique du didactique*

La Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) situe l'activité *d'étude* des mathématiques, comme l'activité *d'enseignement* des mathématiques, dans l'ensemble des activités humaines. Elle se fonde sur le postulat que toute activité humaine, régulièrement accomplie, peut être décrite grâce au modèle unique de praxéologie, défini comme un quadruplet (*types de tâches, techniques, technologies et théories).* Ainsi pour Chevallard (1997, p. 44) :

> L'une des premières tâches auxquelles s'affronte le professeur en tant que directeur d'étude d'une classe donnée, consiste à déterminer, à partir des indications du programme d'études officiel, les organisations mathématiques à étudier en précisant, pour chacune d'elle, son contenu précis et, en particulier, le socle des types de tâches mathématiques qu'elle contient ainsi que le degré de développement à donner aux composantes techniques, technologique, théorique.

Dans une institution donnée, on ne rencontre que très rarement des praxéologies ponctuelles, c'est-à-dire des praxéologies intégrant un seul type de tâches. Les organisations praxéologiques contiennent le plus souvent plusieurs types de tâches et plusieurs techniques. Si toutes les techniques sont rattachées à une seule technologie on dit que l'organisation praxéologique est locale. Une organisation est régionale si elle est construite à partir d'une théorie mathématique donnée et elle est globale si elle intègre plusieurs théories. La dialectique organisation locale/globale nous semble intéressante à prendre en compte en formation, particulièrement pour soutenir les processus de compression et de décorticage (figure 1) des mathématiques. Elle doit, selon nous, être complétée par une approche qui permette de penser la conception et les usages des ressources, supports de ces organisations.

2. Approche documentaire du didactique

L'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2008) vise à analyser l'activité de l'enseignant sur, avec, et pour les *ressources*. Elle peut être décrite autour de deux points fondamentaux : la distinction entre ressources et *documents*, et le processus de *genèse documentaire* (figure 2) : un ensemble de ressources donne naissance, pour une classe de situations, au cours d'une genèse documentaire, à un *document*. Le document se construit ainsi, progressivement, par et pour le professeur, à travers deux processus duaux : *l'instrumentation* (le processus qui fait émerger les fonctions constituantes des ressources) et *l'instrumentalisation* qui est liée au développement des fonctions constituées des ressources.

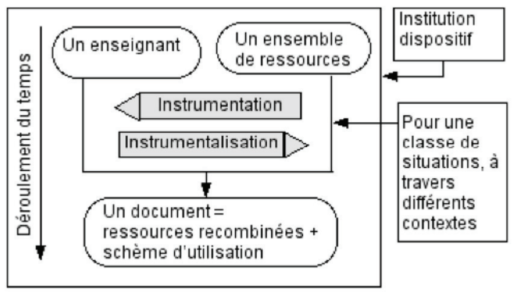


Figure 2. *Représentation schématique de la genèse d'un document* (Gueudet & Trouche 2010)

Le travail documentaire du professeur est le moteur d'une genèse documentaire, qui développe conjointement une nouvelle ressource (composée d'un ensemble de ressources sélectionnées, modifiées, recombinées) et un schème d'utilisation de cette ressource. Un schème d'utilisation comporte en particulier des règles d'action, et des invariants opératoires qui se forgent au cours de l'activité de l'enseignant. L'ensemble des ressources d'un professeur est un ensemble vivant, en permanent renouvellement, et en interaction avec l'activité qu'il déploie. La notion de *système de ressources* (Gueudet & Trouche 2008) décrit bien cet ensemble structuré, produit et ressort de l'activité du professeur.

Dans cette perspective théorique, nous proposons d'introduire la notion de *médiation documentaire,* prolongeant la médiation instrumentale qui, pour Rabardel (1999), « apparaît comme un concept central pour penser et analyser les modalités par lesquelles les instruments influencent la construction du savoir ». Ce concept de médiation documentaire nous permettra de penser et d'analyser les modalités par lesquelles l'évolution des ressources et le développement des connaissances des enseignants se nourrissent mutuellement.

3. Une approche dynamique de la formation des enseignants

Nous faisons l'hypothèse que, dans le cadre de la formation des enseignants en mathématiques, les *médiations documentaires* doivent se développer à partir de ressources spécifiques permettant aux collectifs de stagiaires un jeu de décorticage et de compression des concepts mathématiques à introduire en classe. Ces médiations jouent pour les deux types d'acteurs qui nous intéressent ici : les tuteurs qui s'appuient sur ces ressources pour soutenir la *collaboration* entre stagiaires ; les stagiaires qui utilisent les ressources pour « faire leurs cours ». Ces médiations jouent entre ces acteurs et l'objet de leur activité, mais aussi entre les acteurs eux-mêmes, et entre chaque acteur et lui-même. La figure 3 ci-dessous traduit ces différentes médiations, qui se prolongent, via les ressources, au sein des classes des stagiaires, impliquant alors les élèves.

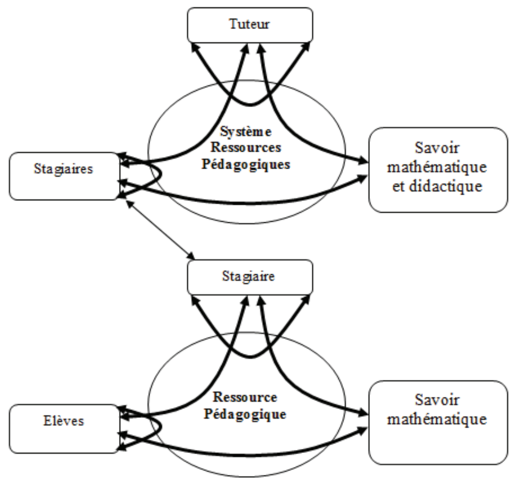


Figure 3 - *Schéma représentant les différentes médiations à l'œuvre dans un dispositif de formation continue, impliquant le tuteur, le stagiaire et les élèves, autour d'un jeu sur les ressources (Sokhna 2006)*

Cette imbrication des médiations doit être comprise comme le cœur d'un dispositif de formation qui implique nécessairement chaque tuteur dans un rôle *proactif. D'ailleurs*, pour Duplàa *et al.* (2003, p. 483), ce rôle conduit le tuteur à intervenir dès la conception des ressources :

> En collaboration avec l'expert des contenus, il déterminerait les nœuds difficiles, conceptuels et stratégiques de la ressource ou des activités. Ensuite, dans la phase de mise en œuvre, cet acteur serait proactif en provoquant des réflexions et débats sur des nœuds difficiles, conceptuels ou stratégiques.

Duplàa *et al.* (ibidem, p. 481) soulignent que « ce tutorat proactif est d'autant plus délicat à mettre en œuvre qu'il ne doit pas rétablir une relation pédagogique à dominante transmissive ». Il nous semble donc que la formation doit s'appuyer aussi sur l'expérience propre des stagiaires, leur créativité, leur *réflexivité* et sur leur *travail collaboratif* (Soury-Lavergne *et al.* 2013).

Nous faisons l'hypothèse que le développement des systèmes de ressources des enseignants, est en grande partie lié au développement des interactions entre tuteurs et collectifs des stagiaires, au cœur des médiations documentaires.

III. TERRAIN EXPERIMENTAL

Notre étude porte sur le lien entre ressources et formation des enseignants de mathématiques dans le cadre de dispositifs hybrides de formation, avec un intérêt particulier pour le rôle des interactions entre tuteurs et stagiaires. La situation actuelle de la formation d'enseignants au Sénégal nous paraît constituer un bon terrain d'étude. En effet, pour faire face aux besoins d'enseignement, de nombreux professeurs contractuels sont recrutés, sans formation professionnelle et avec, pour la plupart, une formation mathématique très modeste, souvent du seul niveau du baccalauréat. Il s'agit donc, pour le système sénégalais, de concevoir des dispositifs de formation continue pour un grand nombre d'enseignants, qui ne peuvent pas s'éloigner de leur classe. Nous présentons dans cette section la structure de la formation des enseignants au Sénégal, puis l'environnement de travail des professeurs contractuels que nous suivrons plus particulièrement et enfin les ressources sur lesquelles repose leur formation.

1. *La structure de la formation des professeurs de mathématiques au Sénégal*

Au Sénégal, la formation des professeurs de collège et de lycée est prise en charge par la Faculté des Sciences et Technologies de l'Education et de la Formation (FASTEF) à travers deux dispositifs : un dispositif de formation initiale en présentiel (FIP) pour les étudiants et un dispositif de formation continue[1] à distance (FCD) pour les professeurs contractuels. Ces deux dispositifs sont organisés chacun autour de deux filières (figure 4) : une filière qui regroupe les étudiants de niveau licence (section A dont la durée de la formation est d'une année) et de niveau maitrise (section B dont la durée de la formation est deux ans), et une filière qui regroupe des étudiants de niveau baccalauréat (section C dont la durée de la formation est deux ans). Dans la première filière, il s'agit d'assurer la formation *professionnelle* des étudiants, dont la formation *académique* a été prise en charge par d'autres facultés, pour en faire des professeurs de l'enseignement moyen (PEM) et/ou des professeurs de l'enseignement secondaire (PES). Dans la deuxième filière, il s'agit d'assurer la formation académique en première année *et* professionnelle en deuxième année pour faire de ces étudiants des Professeurs de Collèges d'Enseignement Moyen (PCEM). Ces PCEM sont bivalents : en mathématiques, ils sont des professeurs de mathématiques et physique-chimie (F1C MPC) ou Mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre (F1C MSVT).

Nature du dispositif	Niveau des étudiants	Formation dispensée
Formation initiale en présentiel : étudiants recrutés sur concours par la FASTEF, qui seront, pour la plupart d'entre eux, s'ils réussissent leurs examens, recrutés comme enseignants titulaires	Etudiants qui ont acquis une licence (F1A) ou une maîtrise (F1B) dans une autre faculté	Formation professionnelle en un (F1A) an ou deux ans (F1B)
	Etudiants de niveau baccalauréat (F1C). En mathématiques ils sont F1C MPC (mathématiques et la physique-chimie) ou MSVT (mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre.	Formation académique en première (F1C1) année sanctionnée par un examen de passage, suivie d'une formation professionnelle pendant la deuxième année (F1C2).
Formation continue à distance : enseignants recrutés comme contractuels, qui ont accès à la formation sous certaines conditions (cf. III-2) qui seront, s'ils réussissent leur examen, recrutés comme enseignants titulaires.	Etudiants qui ont acquis une licence (F1A) ou une maîtrise (F1B) dans une autre faculté, et enseignent comme contractuels dans des lycées	Formation professionnelle en un (F1A) ou deux ans (F1B)
	Etudiants de niveau baccalauréat (F1C), enseignant comme contractuels dans des collèges. En mathématiques ils sont F1C MPC (mathématiques et la physique-chimie) ou MSVT (mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre.	Formation académique en première année (pour les F1C1) de niveau licence 1 de mathématique sanctionnée par un examen de passage, suivie d'une formation professionnelle pendant la deuxième année (pour les F1C2).

Figure 4 - *Les différentes filières de formations des enseignants assurées par la FASTEF.*

[1] Qualifier de *continue* cette formation est sans doute ambigu, car ces enseignants n'ont pas eu de formation intiale. Cependant cette formation n'intervient pas au début de la carrière de ces enseignants, mais en cours de carrière, nous préférons donc parler dans ce cadre de formation continue (même si, nous le verrons, ce sont les ressources, plus que les formateurs, qui assurent cette continuité de la formation). Il faut noter également que le qualificatif « à distance » est tout aussi ambigu, surtout pour les étudiants de la section C. En effet, pour ces enseignants, les seuls moments d'échanges officiellement organisés avec leurs formateurs sont les périodes de regroupement de deux jours à la FASTEF pour la remise des tapuscrits. Une plateforme de formation à distance existe « http://www.fad-fastef.org » mais elle est réservée aux étudiants des sections A et B.

En section C, en mathématiques, les deux dispositifs (FIP et FCD) semblent proches : ce sont les mêmes formateurs qui interviennent dans les deux cadres ; ce sont les mêmes ressources qui sont proposées aux étudiants ; la réussite à l'examen de la première année conditionne l'accès à la deuxième année. Ces deux dispositifs diffèrent cependant profondément : dans le premier cas, les étudiants suivent leurs études à la FASTEF et les ressources d'enseignement sont délivrées par les professeurs dans des cours ordinaires en présentiel tout au long de l'année (FIP) ; dans le deuxième cas les contractuels sont la plupart du temps dans leurs classes, et les ressources – des tapuscrits - leur sont remises lors d'un regroupement de deux jours à la FASTEF. Les contractuels ne reviendront à la FASTEF que pour l'examen final (FCD).

Ainsi les profils des étudiants de la FIP étant différents de ceux de la FCD, on peut s'interroger sur la pertinence du choix de duplication du dispositif de formation. En effet, en première année de la section C, tous les étudiants (ceux de la FIP comme ceux de la FCD) suivent des cours de niveau L1 mathématiques et c'est seulement en deuxième année qu'ils suivent une formation professionnelle. Or, les étudiants de la FCD étant déjà dans les classes et donc confrontés quotidiennement aux difficultés d'ordre professionnel, il est difficilement compréhensible que la formation en première année soit seulement académique et qu'il faille attendre la deuxième année pour suivre une formation professionnelle. Par contre, les étudiants de la formation initiale en présentiel qui ne vont pas en stage qu'en deuxième année acceptent plus facilement de travailler en première année sur les mathématiques plus compressées (figure 1). En deuxième année, Ils bénéficient d'un encadrement rapproché auprès d'enseignants expérimentés et des formateurs de la FASTEF qui organisent ainsi la transposition des notions apprises en première année.

Notre étude portera sur le dispositif de formation continue à distance, plus particulièrement pour les contractuels qui n'ont que le niveau du baccalauréat et qui enseignent dans des collèges (la section C), car c'est à ce niveau que le besoin de formation semble être plus pressant.

2. *L'environnement de travail des professeurs contractuels*

Le grand nombre de professeurs contractuels à former, que nous appellerons *stagiaires* dès lors qu'ils seront impliqués dans le dispositif de formation, a imposé aux institutions (Ministère et FASTEF) de faire des choix : ce sont les contractuels qui ont le plus d'ancienneté dans le métier qui sont prioritaires pour la formation. En 2013-2014, 1262 stagiaires se sont inscrits en première année de cette section C de la FCD. Ainsi les contractuels qui commencent leur formation ont, en moyenne, de l'ordre de 5 ans d'ancienneté. Ils ont donc commencé à construire leur système de ressources (cf. II-2) pour enseigner et pour cela certains stagiaires peuvent s'appuyer sur les cellules d'établissement[2]. Les ressources disponibles peuvent beaucoup varier d'un établissement à l'autre (existence d'une bibliothèque ou non, interactions possibles avec d'autres contractuels ou non, existence d'une équipe pédagogique ou non, appui du pilotage de l'établissement ou non…). Nous

[2] Dans chaque lycée et collège ou regroupement de collège d'une localité et pour chaque discipline, existe une structure qui regroupe les enseignants de la discipline et qui sert de cadre pour se concerter autour des activités de formation (organisation des ateliers de formation ou d'autoformation etc.) et des activités d'enseignement (discussion autour des progressions communes, de la façon dont seraient abordées certaines parties difficiles du programme). Ces structures sont appelées cellule et la métaphore biologique prend tout son sens. Les cellules ne vivent pas toutes au même rythme : celles qui sont très dynamiques organisent régulièrement des sessions de formation et d'autres peuvent rester toute l'année sans une seule rencontre

décrirons plus précisément ces ressources support de notre expérimentation dans notre dispositif expérimental §IV-4.

Rappelons que ces professeurs de niveau du Baccalauréat sont tous bivalents. Il faut noter également que la bivalence n'est pas la seule difficulté : ces enseignants doivent travailler 25 heures par semaine dans des classes souvent pléthoriques (en moyenne près de 68 élèves, PDEF 2003). Il faut signaler aussi que, durant la formation aucune réduction horaire ne leur ait accordé. Toutes ces difficultés pourraient conduire ces enseignants à faire des choix : privilégier leur formation et la préparation de l'examen au détriment de leur enseignement ou inversement.

3. Les ressources de la formation des professeurs contractuels

La formation des professeurs contractuels repose sur des tapuscrits, conçus par les formateurs titulaires des cours en FIP. Ces ressources de formation, que nous appellerons désormais ReF, sont toutes conçues, pour chaque cours, sur un même modèle, en quatre blocs (description des objectifs et des prérequis, proposition d'activités d'apprentissage, présentation du contenu d'enseignement et enfin des exercices ; voir un exemple annexe 1). La première année, ces ressources (ReF1) sont structurées en trois grands ensembles : deux cours (algèbre - voir annexe 2 le programme d'algèbre - et analyse) de niveau première année universitaire (correspondant à la perspective 1, Figure 1) et un cours de géométrie de niveau collège (correspondant à la perspective 4, Figure 1). La deuxième année, les ressources (ReF2) présentent les notions à enseigner, depuis la définition d'un objectif pédagogique à des propositions de solutions d'exercices de niveau collège (correspondant à la perspective 4, Figure 1).

La remise des tapuscrits aux stagiaires a lieu à la FASTEF et est accompagnée de séances d'échanges de 4 à 6 heures, entre les contractuels et les formateurs, sur les contenus et sur les modalités de formation. Ces échanges peuvent aller de l'explication d'une notion jusqu'à des propositions de méthode d'organisation du travail. Des échanges informels peuvent aussi avoir lieu pendant l'année entre contractuels et entre contractuels et formateurs.

A distance, des stagiaires, la plupart du temps encouragés par l'existence de regroupement dans des établissements, appellent au téléphone ou envoient des courriels aux responsables de cours pour des éclaircissements. D'autres, toujours en groupe, sollicitent et obtiennent des séances de travaux dirigés en présentiel avec des formateurs de la FASTEF. Notre étude portera plus particulièrement sur les ReF1 et sur la façon dont elles s'intègrent dans le système de ressources des stagiaires de première année, qui nous paraît être l'année la plus sensible pour l'entrée dans une dynamique de formation. On peut faire l'hypothèse que, compte tenu de leur niveau académique et de la quantité de travail qu'ils doivent assumer, les stagiaires n'ont pas, dans des conditions ordinaires, les moyens d'intégrer seuls les ressources de formation dans leur propre système de ressources : soit leurs ressources propres et les ressources de formation restent étanches les unes par rapport aux autres, soit les ressources de formation sont « parachutées » telles qu'elles dans la classe.

Le dispositif expérimental que nous avons mis en place est limité, pour une « simple » étude de cas : il s'est agit pour nous d'injecter dans le dispositif ordinaire des acteurs jouant le rôle de tuteurs proactifs en relation avec un groupe de stagiaires de première année exerçant dans le même établissement. Nous voulons étudier les effets de cette modification du dispositif, dans l'hypothèse que l'interaction d'un tuteur proactif avec des stagiaires jouant le jeu de la collaboration sera décisive pour le développement des médiations documentaires. Il devra travailler avec les stagiaires des organisations mathématiques locales pour soutenir leur activité d'enseignement, en faire un ressort pour enclencher l'étude d'une organisation mathématique globale dans un objectif de formation mathématique. Les phases d'instrumentation des ressources de formation par les stagiaires appuient leur enseignement. Les enseignants qui ont une certaine maitrise de la ressource, dans leur enseignement, comprendront mieux leur organisation mathématique et sauront mieux réguler les organisations didactiques. Les phases d'instrumentalisation par les stagiaires des ressources soutiennent quant à elles leur formation. En effet, les enseignants qui, à travers les ressources de formation tentent de les modifier à des fins d'enseignement, en feront une meilleure appropriation et auront ainsi une meilleure idée de leur formation. L'activité propre du tuteur se déploiera en synergie avec l'activité des stagiaires dans l'établissement. L'importance des échanges entre le collectif des professeurs stagiaires au sein de leur établissement d'exercice est en effet un élément majeur, qui apparaît dans de nombreuses études sur la formation continue des enseignants (voir par exemple Soury-Lavergne *et al.* ibidem). Nous faisons l'hypothèse que l'activité du collectif et la proactivité des tuteurs pourront nourrir conjointement les genèses documentaires.

IV. LES ELEMENTS METHODOLOGIQUES

Dans cette section nous présentons, en plusieurs points, la méthodologie qui a sous-tendu cette étude : seront précisés le thème mathématique qui sera abordé, les acteurs qui vont endosser le rôle de tuteur et les stagiaires dont la formation va être étudiée.

1. Le choix du thème mathématique

Le choix du thème est guidé par trois préoccupations majeures :

- Le premier critère est la présence du thème à la fois dans programme d'enseignement au collège et dans le programme de formation des stagiaires ;
- Le deuxième critère est la rareté des ressources relatives à ce thème permettant de motiver davantage l'intégration des ressources proposées ;
- Le troisième critère est relatif à difficulté du thème, motivant davantage le soutien d'un tuteur proactif et des échanges entre pairs.

Nous avons ainsi choisi le thème de la logique : en effet, au Sénégal, l'enseignement du raisonnement et de la logique est présent dans tous les ordres d'enseignement. Le programme de mathématiques de collège demande « de renforcer la maitrise de la pensée logique et mathématique de l'élève» (Programme de 6ème 2006, CNM 2006) et contrairement aux autres parties, le programme ne propose pas de ressource et ne suggère pas de technique d'enseignement ; enfin tous les étudiants de même niveau arrivant à l'université éprouvent des difficultés sérieuses en logique (Durand-Guerrier & Ngandop 2009).

2. Des tuteurs proactifs

Les tuteurs n'existant pas dans le dispositif actuel de formation, il s'agit de « recruter » des personnes susceptibles de devenir des tuteurs proactifs. Ces tuteurs doivent être suffisamment proche des situations professionnelles des stagiaires pour être en mesure d'anticiper certaines difficultés et capable de leur proposer des solutions adaptées à leurs préoccupations, ils doivent être ouverts et considérer les stagiaires comme des partenaires dans le processus de formation. Suivant ces critères, deux « candidats tuteurs », Nourou et Martin[3], ont été choisis parmi les étudiants de la FASTEF : ils ont un master de mathématiques et ont validé une

[3] Pour respecter l'anonymat des personnes, les noms réels sont changés par les noms que voilà.

année de formation professionnelle. Ils ont aussi une certaine ouverture par rapport aux mathématiques et à leur enseignement, ouverture repérée à partir des rapports de stage (qualité académique et professionnelle, capacité d'écoute des autres, capacité d'accueil à des solutions alternatives proposées par d'autres). Afin de leur permettre de jouer le mieux possible leur rôle, une préparation spécifique est organisée par le concepteur de cours (un des auteurs de cet article) en deux séances de deux heures, préparant aussi une répartition des rôles : Nourou se charge de trouver des ressources appropriées pour la formation des stagiaires et Martin organise des sessions de formation en présentiel en s'appuyant sur les ressources proposées par Nourou.

3. *Choix des stagiaires*

Nous avons mené cette étude auprès des 1262 stagiaires en mathématiques qui se sont inscrits en première année de la section C de la FCD (784 en mathématiques et sciences de la vie et de la terre MSVT et 478 en mathématiques et physique-chimie MPC). Parmi ces 1262 stagiaires, 39 (19 MSVT et 20 MPC) ont sollicité et obtenue des séances gratuites de formation en présentiel pendant trois semaines avec le concepteur de cours de logique (un des auteurs de cet article). Trois stagiaires parmi les 39, tous d'une même cellule pédagogique de la région de Dakar (Diène, Moussa et Félicité) et tous volontaires, sont choisis pour le dispositif expérimental. Ce choix de travailler avec des enseignants d'une même cellule est motivé par un besoin d'éprouver l'idée selon laquelle la collaboration peut être décisive pour le développement des médiations documentaires.

4. *Le dispositif expérimental de recherche et de formation*

Le dispositif de formation et de recherche peut être subdivisé en deux phases.

La première phase du dispositif permet de recueillir des données nécessaires au travail de tuteurs proactifs (la détermination de nœuds difficiles, conceptuels et stratégiques sur la conception et la mise en œuvre de ressource) et prépare ainsi les activités de la phase 2. Elle s'appuie sur l'examen de passage en 2$^{\text{ème}}$ année des étudiants de la section C (voir § III-1) : Les 1262 stagiaires qui se sont inscrits en première année de la section C de la FCD ont fait cet examen en octobre 2014. En logique et algèbre l'épreuve est de niveau Licence1 mais elle s'appuie sur le programme de collège. Elle comprend deux exercices : l'exercice 1 avec 16 questions à choix multiples sur l'algèbre et la logique et un exercice 2 spécifiquement sur la logique (voir annexe 3 l'épreuve de 2014). Ainsi nous allons analyser les ressources (ReF1-Algèbre et Logique) et l'épreuve d'algèbre et logique, nous analyserons ensuite les résultats des 1262 stagiaires puis ceux particulier des 39 qui ont suivis des formations en présentiel et nous allons enfin analyser les copies de Diène, Félicité et Moussa.

Dans la deuxième phase, nous allons mettre en place un dispositif expérimental que nous allons analyser. La phase de réalisation de l'expérimentation est organisée autour de quatre étapes (Figure 5) :

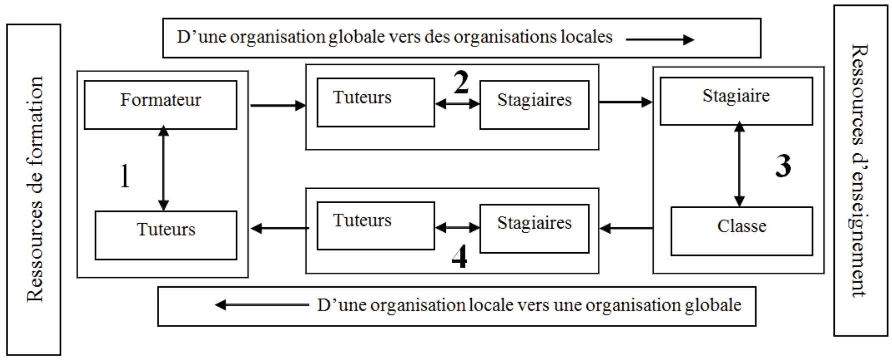


Figure 5 - *Dispositif de formation et de recueil de données.*

S'adossant sur notre proposition de tutorat proactif (figure 5) et de notre choix d'organiser les collaborations pour les formations le concepteur de cours aménage, à *l'étape 1* du dispositif, des échanges avec les tuteurs sur les résultats de l'examen et sur l'articulation entre différentes organisations mathématiques ponctuelles et leur mise en œuvre en classe afin d'analyser des ressources ReF1. Cette étape permettra de dégager des critères d'un tutorat proactif de formation des enseignants. A *l'étape 2* un travail collaboratif de conception d'une fiche de cours sera organisé entre tuteurs et stagiaires qui s'appuie sur l'analyse des ressources ReF1 de l'étape 1. A *l'étape 3*, la fiche cours de l'étape 2 sera mise en œuvre par un stagiaire en présence des deux autres stagiaires et des deux tuteurs. Cette étape permettra d'étudier les corrélations entre critères de proactivité choisis en phase 2 et le niveau d'instrumentation du stagiaire. *L'étape 4* sera une séance de formation au module de logique organisée par les deux tuteurs pour les trois stagiaires en s'appuyant sur les difficultés observées lors de l'étape 3 (on notera les modifications opérées sur les ressources ReF1). L'étude de cette 4ème étape permet d'analyser, avec les critères éprouvés, le niveau de proactivité des tuteurs. Un 2nd cycle de 4 étapes se déroulera dans les mêmes conditions pour vérifier la solidité des résultats obtenus lors du 1er cycle.

5. *Les données à recueillir et la méthode de recueil des données*

La conception des outils de recueil de données s'inspire fortement de la méthodologie d'investigation réflexive (Gueudet & Trouche 2008), c'est-à-dire qu'elle mobilise le regard des acteurs sur leur propre activité. Ces outils permettront le suivi du travail documentaire des tuteurs et des stagiaires (sous la forme de journaux de bord) et le suivi de l'intégration de nouvelles ressources dans leurs systèmes de ressources (sous la forme de représentations graphiques des ressources qui organisent l'enseignement de la logique). Dans cet article ne seront présentés que les résultats tirés de la première phase du dispositif expérimental § IV-4, ceux de la 2nd phase faisant l'objet d'une étude en cours.

V. ELEMENT D'ANALYSE

Cette étude est en cours, l'analyse qui sera présentée dans cet article se limitera à la phase 1 du dispositif expérimental.

L'analyse des ressources (Ref1 Algèbre et logique) montre que ces ressources s'appuient sur des activités qui peuvent faire sens chez les enseignants avant de construire des mathématiques abstraites condensées et compressées (figure 1, perspective1) : dans l'esprit d'une formation mathématique pour des mathématiciens cela a du sens de faire une incursion dans l'algèbre de Boole, mais pour un enseignant qui doit expliquer, justifier, décortiquer et décompresser la tendance devrait être orientée vers la perspective 4. L'analyse de l'épreuve et des résultats des stagiaires le confirme.

L'analyse de l'épreuve montre que 8 des 16 questions de l'exercice 1 peuvent être traitées avec des connaissances mathématiques du collège. Il s'agit des questions 3, 4, 6, 10, 11, 13, 14 et 16. Les questions 3, 6, 10 et 13 sont sur le sens de l'implication. Qu'est-ce qu'une condition nécessaire ; Qu'est-ce qu'une condition suffisante ? C'est le cas de la question n°13 : Pour qu'un parallélogramme ABCD soit un rectangle il suffit que ABC soit un triangle rectangle en B. Les autres questions utilisent les quantificateurs (Pour tout réel x, est-ce qu'il existe un réel y tel x +y = 0 question n°14). Les 8 autres questions de l'exercice 1 sont en rapport avec des mathématiques abstraites qui ne sont pas mobilisables par l'enseignant dans sa classe (par exemple la question 2, est ce que toute relation symétrique est une relation reflexive ?). Dans l'exercice 2, l'idée était de travailler sur la validité d'un énoncé quantifié et de construire sa négation « il existe un entier naturel mutiple de trois et dont la somme de ses chiffres est 7 ». Pour prouver que cet énoncé est faux, il faut écrire sa négation qui fait appel à l'écriture de la négation des quantificateurs « Quel que soit l'entier n, s'il est multiple de 3 alors la somme de ses chiffres est multiple de 3 (***donc différents de 7***)». Si un entier n = $\sum_{k=0}^{n} c_k 10^k$ est divisible par 3 alors $\sum_{k=0}^{n} c_k (3\times 3+1)^k$ qui est égal à $3\times\sum_{k=0}^{n} c_k \alpha_k \; + \sum_{k=0}^{n} c_k$ est divisible par 3. Donc $\sum_{k=0}^{n} c_k$ est divisible par 3. Or 7 n'est pas divisible par 3 donc la proposition est fausse.

Malgré la proximité de ces exercices avec ce que ces stagiaires sont sensés enseigner, seulement 44,06 % d'entre eux ont eu la moyenne. A l'exercice 2 par exemple, leur principale difficulté apparait dans la justification de leur réponse. Même, s'ils ont eu, pour la plupart, le sentiment que la proposition est fausse, pour la prouver, les méthodes utilisées montrent les difficultés qu'ils ont à intégrer les ressources de formation dans leur propre système de ressources. Ils prennent par exemple plusieurs multiples de 3 *(3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30; 33; 36; 39; 42; 45; 48; 51; 54)* pour constater que la somme de leurs chiffres est différente de 7. Ceux-là sont dans une attitude très « scolaire » et ne parviennent pas à organiser le processus de démonstration en lien avec leurs ressources de formation; d'autres sont sur une compréhension formelle du cours de logique et ne parviennent pas à le relier aux mathématiques scolaires. Ils savent que *la négation de « $\exists x\ p(x)$ »* est *« $\forall x\ \rceil p(x)$»,* que celle de *« $P \wedge Q$»* est *« $NonP \vee NonQ$ »*. Pour eux la négation de la proposition est alors « **Quel que soit** l'entier multiple de 3 **ou** dont la somme de ses chiffres est multiple de 3 ». Ceci ne veut pas dire que ces enseignants sont incapables d'enseigner : ils manifestent seulement des difficultés à faire par eux même les liens entre les mathématiques abstraites et les mathématiques qu'ils enseignent. On peut même faire l'hypothèse que ces mathématiques abstraites, cachent et parfois font écran aux mathématiques scolaires. Parmi les 39 qui ont suivis des séances de décorticage et de décompression des mathématiques abstraites plus de 82 % ont eu la moyenne. Il est évident que ces enseignants étaient également très motivés et engagés dans leur formation pour consacrer trois semaines de vacances scolaires à leur formation et l'écriture des quantificateurs et de la négation de l'implication leur était familière. Ils écrivent correctement la négation même si certains ont eu des difficultés à aller jusqu'au bout de leur démonstration. C'est le cas de Moussa et Félicité. Diène lui, a montré un niveau tout à fait appréciable aussi bien sur les mathématiques abstraites que sur les mathématiques scolaires. Nous verrons dans la deuxième phase comment leur comportement par rapport aux mathématiques va impacter sur leur pratique de classe.

De l'analyse de ces ressources, des épreuves et des résultats que nous allons poursuivre, on peut noter d'ores et déjà que les difficultés rencontrées par ces enseignants sont liées à l'organisation du dispositif et l'articulation entre les mathématiques abstraites qu'ils apprennent et les mathématiques scolaires qu'ils enseignent.

VI. CONCLUSION

Perriault (2002, p. 14) appelle l'effet diligence : « Phénomène que connaît bien l'histoire des techniques : les premiers wagons ressemblaient aux diligences tout comme bien des cours mis en ligne ressemblent, aujourd'hui, à des manuels scolaires ». Le fonctionnement d'un dispositif de formation à distance non repensé mais vécu comme une duplication du dispositif en présentiel était loin d'être une panacée. L'analyse des ressources et des résultats montrent que le problème ne se pose pas en terme de « qui peut le plus peut le moins » comme si les « connaissances » des mathématiques supposées plus « difficiles » facilitent l'enseignement des mathématiques scolaires. La mise en œuvre du dispositif expérimental que nous avons présenté ici permettra, nous l'espérons, de valider notre hypothèse que la formation doit se faire autour des mathématiques que ces stagiaires enseignent, en s'appuyant sur leur travail collaboratif au sein des cellules d'établissement, avec des tuteurs qui puissent prendre en compte le développement de la *culture mathématique* en rapport avec celui de la *culture d'enseignement des mathématiques*. Ces compléments d'analyse, essentiels, seront au cœur de notre communication au colloque EMF2015.

REFERENCES

Assude T. (2009) Une approche systémique et fonctionnelle de la conception de parcours de formation. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation* (pp. 827–842). LIENS, numéro spécial http://fastef.ucad.sn/EMF2009

Chevallard Y. (1997) Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *17*(3), 17-54.

Duplàa E., Galisson A., Choplin, H. (2003) Le tutorat à distance existe-t-il ? Propositions pour du tutorat proactif à partir de deux expérimentations de FOAD. In Desmoulins C., Marquet P., Bouhineau D. (Eds.), *Actes de la conférence EIAH 2003* (pp. 477-484), ATIEF et INRP.

Durand-Guerrier V., Ngandop J.-N. (2009) Questions de logique et de langage à la transition secondaire – supérieur. L'exemple de la négation In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de* formation (pp. 1033-1047). LIENS, numéro spécial http://fastef.ucad.sn/EMF2009

CNM (2006) *Programme de mathématiques de l'enseignement moyen et secondaire,* Inspection Générale de l'Education Sénégal, [http://igen.education.sn], dernière consultation, décembre 2014.

Gueudet G., Trouche, L. (2010) *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, INRP et Presses Universitaires de Rennes.

Gueudet G., Trouche L. (2008) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique* 2(3), 7-33.

Hache C., Proulx J., Moussa, S. (2009) Formation mathématique des enseignants : contenus et pratiques Compte-rendu du Groupe de Travail n°1– EMF2009. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de* formation (pp. 34-39). LIENS, numéro spécial http://fastef.ucad.sn/EMF2009

Hitt F., Maschietto M., Trgalova J., Sokhna M. (2012) Ressources et développement professionnel des enseignants. In Dorier J.-L. (Ed.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2012* (pp. 772-783), Genève, Suisse http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

PDEF (2003) *Programme de développement de l'éducation et de la formation du Sénégal,* [http://www.education.gouv.sn/politique/Fichiers/pdef-ept.pdf], dernière consultation, février 2006

Perriault J. (2002) *L'accès au savoir en ligne*. Paris : Odile Jacob.

Rabardel P. (1999) Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In Bailleul M. (dir.) *Actes de la X^e Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp. 202-213). Caen : IUFM.

Sokhna M. (2006) *Formation continue des enseignants de mathématiques du Sénégal: genèse instrumentale de ressources pédagogiques*. Thèse de Doctorat. Université Montpellier 2. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00917620

Sokhna M., Sarr J. (2010) L'Université Virtuelle Africaine: passage d'une formation d'enseignants aux mathématiques à une formation d'enseignants de mathématiques au Sénégal. *Scientific Annals of "Alexandru Ioan Cuza" University of Iaşi, Educational Sciences Series* 13, 75-94

http://www.psih.uaic.ro/cercetare/publicatii/anale_st/rezumate/cuprinsSE09.htm

Soury-Lavergne S., Trouche L., Loisy C., Gueudet G. (2013) *Le travail collectif et les pratiques réflexives au cœur des dispositifs hybrides de formation : de Pairform@nce à M@gistère*, rapport à destination du MEN et du MESR, IFÉ-ENS de Lyon. https://www.academia.edu/5014855/Soury-Lavergne_S._Trouche_L._Loisy_C._and_Gueudet_G._2013_Le_travail_collectif_et_les_pratiques_r%C3%A9flexives_au_coeur_des_dispositifs_hybrides_de_formation_de_Pairform_at_nce_%C3%A0_M_at_gist%C3%A8re

Annexe 1	Annexe 2
STRUCTURE D'UN COURS	Programme Algèbre et Logique (Cours annuel de 6 heures semaine cours et TD)
I.IDENTITE	**THÈME 1 :** LOGIQUE ET RAISONNEMENT; **THÈME 2 :** RELATIONS ET GRAPHE D'UNE RELATION ; **THÈME 3 :** GROUPE ; **THÈME 4 :** ANNEAU ET CORPS ; **THÈME 5 :** LES NOMBRES COMPLEXES ; **THÈME 6 :** ANNEAU DE POLYNOMES ; **THÈME 7 :** ESPACES VECTORIELS ET APPLICATIONS LINEAIRES ; **THÈME 8 :** MATRICES **THÈME 9 :** DETERMINANTS ET APPLICATIONS ; **THÈME 10 :** ARITHMETIQUE ; **THÈME 11 :** LES ENTIERS NATURELS ET L'ANALYSE COMBINATOIRE.
1.1. Titre du cours	
1.2. Volume horaire	
1.3. Auteur(s) du cours	
1.4. Contacts de l'auteur	
2. INTENTIONS PEDAGOGIQUES	
2.1. Objectifs généraux	
2.2. Objectifs spécifiques	
3. CONDITIONS REQUISES	
3.1. Pré-requis	
3.2. Outils didactiques	
4. CONTENUS	
4.1. Résumé du cours	
4.2. Plan détaillée	
4.3. Organisateur graphique (conceptogramme)	
5. RESSOURCES COMPLEMENTAIRES	
5.1. Glossaire des principaux concepts	
5.2. Références bibliographiques	
6. ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	
6.1. Résumé de l'activité	
6.2. Description détaillée	
6.3. Evaluation formative	
7. EVALUATION	
7.1. Auto-évaluation des acquis	
7.2. Synthèse de remédiation	
7.3. Evaluation sommative	
Tableau de Planification	

Annexe 3

Université Cheikh Anta Diop

(1) FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION

Département de mathématiques

Examen algèbre C1 FAD octobre 2014
Section : MPC ☐ MSVT. ☐
Prénom et Nom :…………………………………………………………
Date et lieu de naissance : …………………………………………….
Tel : ………………………… Série du Baccalauréat ☐

METTEZ VOS RÉPONSES DIRECTEMENT SUR CETTE FEUILLE QUI SERA RAMASSÉE.

EXERCICE 1 :

A CHACUNE DES QUESTIONS CI-DESSOUS, SOULIGNER LA OU LES RÉPONSE(S) JUSTES.

n°	La proposition n°i est-elle	vraie ?	fausse ?	ni vraie ni fausse ?	à la fois vraie et fausse ?
1	Pour que $(P \Rightarrow Q)$ soit fausse il faut et il suffit que $(P \wedge \urcorner Q)$ soit vraie				
2	Toute relation symétrique est une relation reflexive.				
3	Soient a et b deux réels, pour que le produit ab soit égal à 0 il faut et suffit que b soit égal à 0				
4	Il existe un réel x tel que pour tout réel y, xy = y				
5	Il existe un réel x tel que pour tout réel y, (x + y)(1+xy) = y				
6	Pour qu'un quadrilatère ABCD soit un losange il faut que la diagonale (AC) soit perpendiculaire à la diagonale (BD).				
7	Pour que $(P \Rightarrow Q)$ soit vraie il faut et il suffit que $(\urcorner Q \Rightarrow \urcorner P)$ soit vraie				
8	La fonction ln est un homomorphisme du groupe $(IR^*_+, .)$ vers le groupe (IR, +)				
9	Pour que l'implication $(P \Rightarrow Q)$ soit vraie il faut que les deux assertions (P et Q) soient toutes deux vraies.				
10	Pour qu'un parallélogramme ABCD soit un rectangle il faut que ABC soit un triangle rectangle en B.				
11	Pour tout réel x, il existe un réel y tel que xy = 1				
12	Soient A et B deux ensembles non vides, pour que $A \cap B = \{\ \}$, il faut que $A \subset \overline{B}$				
13	Pour qu'un parallélogramme ABCD soit un rectangle il suffit que ABC soit un triangle rectangle en B.				
14	Pour tout réel x, il existe un réel y tel x +y = 0				
15	Soient A et B deux ensembles non vides, pour que $A \cap B = \{\ \}$, il suffit que $A \subset \overline{B}$				
16	Il existe un réel y tel que pour tout réel x, x +y = 0				

EXERCICE 2

Dites si la phrase ci-dessous est vraie donner sa négation. (Vous devez justifier votre réponse)
« il existe un entier naturel mutiple de trois et dont la somme de ses chiffres est 7 »