

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :  
enjeux et perspectives pour leur enseignement  
et leur apprentissage

espace mathématique francophone  
Alger : 10-14 Octobre 2015



## POUR UN USAGE RÉFLEXIF DES INSTRUMENTS DE GÉOMÉTRIE

Mamadou Souleymane SANGARÉ\* – Sinaly DISSA\*\*

**Résumé :** Cette contribution présente les premiers résultats à mi-parcours d'une recherche-développement sur la production de ressources pour la formation d'élèves-professeurs en géométrie plane. Nous élaborons et mettons à l'épreuve certaines activités géométriques centrées sur des usages réflexifs des instruments de géométrie dans des tâches de construction. A cet effet, nous proposons une situation de formation fondée sur la prise en compte interactive et réflexive des types de tâches suivants : « construire un dessin géométrique codé », « décrire sous forme de programme la construction effectuée » et « formuler une justification théorique de la construction ».

**Mots clés :** ressource de formation ; instruments de géométrie ; pratiques de classe ; tâche complexe ; réflexivité.

**Abstract:** This paper presents the first results halfway through a research and development production resources for student teachers training in plane geometry. We develop and test some geometric activities centered on reflexive uses of geometry instruments in construction tasks. To this end, we propose a training situation based on taking into account the interactive and reflexive types of tasks: "Building a coded geometric design", "describe as a program construction done" and "formulate a theoretical justification of the construction".

**Keys word:** training resources, geometry instruments, classroom practices, complex task, reflexivity

### I. INTRODUCTION

La présente communication est une synthèse du bilan à mi-parcours d'un projet de recherche-développement (Perrin-Glorian, 2011) sur la réalisation de ressources pour la formation d'enseignants en mathématiques. L'étude porte en particulier sur l'usage des instruments de géométrie en formation d'enseignants au Second Cycle Fondamental (équivalent du collège en France). De façon récurrente, nous nous sommes posé la question sur les approches d'élaboration de ce type de ressource de formation, sur les méthodes de sa mise en œuvre. Le dispositif conçu à cet effet, s'appuie sur les concepts de système de représentation sémiotique, de système de représentation non sémiotique (Duval, 2014) et celui de configuration géométrique dans le plan. Ce travail succède à une première expérience de formation d'enseignants centrée sur une caractérisation non usuelle des transformations géométriques (Sangaré, 2010) ; les résultats obtenus ont permis aux élèves-professeurs de prendre conscience de l'intérêt didactique lié aux opérations de reconfiguration d'une figure (Duval, 2003) lorsque celle-ci est composée des figures objet et image homologues dans une

\* École Normale Supérieure de Bamako – Mali – email : mamadoussangare@yahoo.fr

\*\* École Normale Supérieure de Bamako – Mali – email : dissasinaly@gmail.com

transformation donnée ; cependant, ils demeurent le plus souvent démunis face à des activités de mise en relation pertinente dans l'enseignement, d'une technique de construction d'un dessin géométrique, de la description de celle-ci sous forme de programme de construction, et surtout de la formulation des propriétés géométriques qui y sont sous-jacentes.

## II. CONTEXTE

Nous entamons ce travail au moment où l'École Normale Supérieure de Bamako se trouve dans une phase de mise en œuvre du plan de basculement vers le système Licence-Master-Doctorat (LMD) amorcé depuis 2011. Il coïncide avec l'opérationnalisation au second cycle fondamental et au lycée, de la reformulation des contenus d'enseignement au Mali en termes d'Approche Par Compétences (APC). Par ailleurs, cette recherche s'effectue en filière « Professeurs d'Enseignement Fondamental (PEF)<sup>1</sup> – option mathématiques et sciences expérimentales ». Recrutés à l'entrée sur concours professionnel après cinq années d'expérience professionnelle, les impétrants de cette filière sont chargés à leur sortie de rehausser la qualité de l'enseignement au second cycle fondamental. L'objet d'étude porte précisément sur le module intitulé « enseignement de la géométrie » ; il vise un triple objectif afin de permettre aux élèves-professeurs :

- de s'approprier le statut et les fonctions de la géométrie à travers les programmes, et leurs évolutions respectives du second cycle fondamental au lycée ;
- d'appréhender la géométrie en tant que domaine de modélisation de problèmes connexes aux mathématiques (physique, chimie, etc.), ou de problèmes « concrets » ;
- de construire des ressources pédagogiques en géométrie conformes au curriculum en vigueur, de les mettre à l'épreuve de la pratique de classe en adoptant constamment une attitude réflexive sur les résultats obtenus.

Aussi, nous nous proposons de mettre en place un cadre conceptuel et une approche méthodologique pour élaborer et mettre à l'épreuve certaines ressources de formation liées à des usages d'instruments de géométrie, qui tiennent compte des expériences scolaires et professionnelles des élèves-professeurs tout en s'inscrivant dans la nouvelle formulation des contenus d'enseignement.

## III. CADRE CONCEPTUEL

Nous développons deux notions-outils encore en chantier, qui sont couramment utilisées dans l'enseignement de la géométrie au second cycle fondamental et au lycée. La première est relative à la notion de configuration géométrique dans le plan. La seconde concerne l'usage d'instruments de géométrie en référence au concept de représentation non sémiotique des objets géométriques (Duval 2014). Leurs origines respectives découlent d'observations effectuées lors des séances de formation liées à des activités géométriques proposées aux élèves-professeurs.

### 1. La configuration géométrique

Dans la littérature relative à la didactique des mathématiques et à la formation des enseignants en géométrie, la notion de configuration apparaît le plus souvent dans les recherches menées sur la problématique dessin/figure ou encore, connaissances pratiques/connaissances

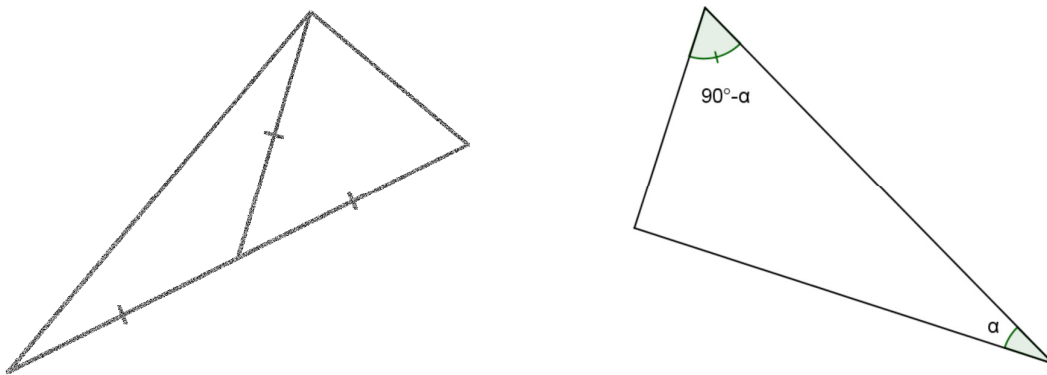
---

<sup>1</sup> Au Mali, le Professeur d'Enseignement Fondamental enseigne au second cycle fondamental (équivalent du collège en France).

théoriques. Ainsi, Robert (1998) énonce que dans le vocabulaire courant au niveau de l'enseignement actuel de la géométrie, le terme " configuration " est utilisé pour remplacer celui de figure, « notamment lorsque la figure concernée, d'usage fréquent, est souvent rencontrée par les élèves et doit leur devenir familière Ibid. 1995, p. 26 ». Pour Destainville (1990), le " dessin codé " peut être considéré comme la représentation spatio-graphique de propriété(s) géométrique(s) que l'on veut privilégier par rapport à d'autres à propos d'une figure géométrique de référence donnée.

Notre point de vue est que la notion de configuration relève de deux exigences de l'enseignement de la géométrie au second cycle fondamental et au lycée: l'une résulte de sa légitimité théorique par rapport aux mathématiques, l'autre relève de la recherche d'une présentation ostensive minimale pour assurer la réussite d'un apprentissage provoqué (Sangaré, 2000). Aussi, nous qualifions cette légitimité théorique de la notion de configuration par une des propriétés caractéristiques<sup>2</sup> de la figure géométrique concernée. Elle est alors considérée comme une des significations de la figure géométrique visée. Autrement dit, une telle conception met en relief la polysémie de la figure géométrique. Cependant, cette conception est en rupture avec certaines pratiques de classe, particulièrement en résolution de problème de géométrie sur les figures planes ; en effet, la définition d'une figure géométrique préconisée par les contenus institutionnels d'enseignement devient si prégnante qu'elle inhibe le plus souvent l'appréhension des autres propriétés caractéristiques. Une illustration est donnée comme ci-dessous à propos de deux configurations du triangle rectangle avec les dessins géométriques associés (*Figure 1*) ; 73% des élèves-professeurs interrogés affirment qu'ils utilisent très peu ces deux configurations :

- un triangle dont le milieu d'un côté est équidistant de ses trois sommets est un triangle rectangle ;
- un triangle dont deux angles sont complémentaires est un triangle rectangle.



**Figure 1** – Deux dessins géométriques codés associés à deux configurations géométriques du triangle rectangle.

<sup>2</sup> En référence au Dictionnaire des Mathématiques de Bouvier A., George M. Le Lionnais F. (1996) qui dit à propos de « Propriété caractéristique d'un objet mathématique » ce qui suit : « Lorsque plusieurs assertions sont équivalentes, si l'une d'entre elles est choisie comme définition d'un objet mathématique, les autres sont alors dites propriétés caractéristiques de cet objet. Ainsi, lorsque pour un triangle T, les assertions suivantes sont équivalentes : « T possède deux côtés isométriques » et « T possède deux angles de mesures égales ». Usuellement, la première assertion est choisie comme définition d'un triangle isocèle ; la seconde en est alors une propriété caractéristique. Ce choix est évidemment arbitraire et n'est motivé que pour des raisons psychologiques ou pédagogiques, non mathématiques. (1996, p. 115)

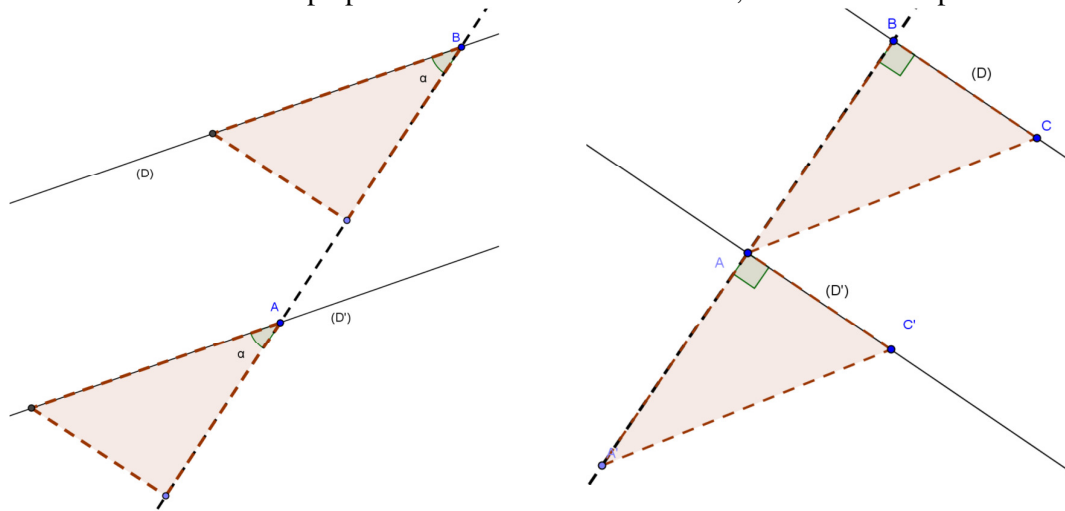
La disponibilité de configurations différentes d'une même figure géométrique favorise a priori l'entrée des élèves dans un processus de changement de point de vue pour résoudre un problème de cette classe. Elle doit permettre une exploration heuristique de la figure dans une perspective de rupture avec les pratiques de classe qui favorisent la fixation des élèves sur la seule propriété caractéristique choisie comme définition au niveau des programmes officiels.

## 2. Les instruments de géométrie comme système de représentation non sémiotique

Dans la réalisation d'un type de tâche (Chevallard 2001), tel que « construire à l'aide des instruments de géométrie une figure géométrique donnée », nos pratiques de classe privilégient le plus souvent la stratégie fondée sur la mise en relief de deux étapes : la traduction dans le spatio-graphique des données de la construction et la production du "dessin géométrique codé solution". Ainsi, les étapes intermédiaires sont occultées, leurs traces sont en général effacées au profit du "dessin solution". Nous relevons deux inconvénients de nature didactique au niveau de cette stratégie d'usage courant au second cycle fondamental, en enseignement de la géométrie.

Le premier inconvénient est que l'occultation des traces de construction dans les pratiques de classe, occulte par la même occasion l'appréhension de certaines connaissances géométriques qui sont sous-jacentes aux gestes techniques effectués pour réaliser le dessin "géométrique solution". Cette hypothèse se fonde sur les résultats obtenus par Parzys (2006) ; ceux-ci montrent que les futurs professeurs d'école en France « ne relient pas nécessairement les savoir-faire (constructions géométriques classiques) aux théorèmes qui les justifient, (ibid., p. 128) ». En guise d'exemple, la construction de la droite ( $D'$ ) parallèle à une droite ( $D$ ) et qui passe par un point  $A$  extérieur à ( $D$ ) à l'aide du jeu d'instruments, {*règle non graduée, équerre*} peut s'effectuer par plusieurs techniques ; nous en donnons deux comme sur la (*Figure 2*). La mise en relief des traces de construction (en pointillés) permet d'appréhender les propriétés pouvant être attachées respectivement aux techniques de construction :

- Si une sécante commune découpe sur deux droites des angles correspondants de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles ;
- Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.



**Figure 2** – Deux techniques de construction de la parallèle à une droite ( $D$ ) donnée et passant par un point  $A$  extérieur à ( $D$ ).

On peut remarquer que la deuxième propriété citée peut être considérée comme un cas particulier de la première.

Le second inconvénient est que dans nos pratiques de classe, la construction instrumentée en géométrie apparaît comme un type de tâche où l'essentiel de l'évaluation des productions d'élèves repose en général sur un contrôle expérimental du dessin géométrique codé. La description de ce type de production d'élèves est souvent absente ; elle se réduit à des explications orales qui stabilisent en classe, des échanges stéréotypés sur l'usage des instruments de géométrie. Par ailleurs, considéré comme système producteur de représentation non sémiotique, le système des techniques de construction instrumentée se prête néanmoins à des opérations caractéristiques d'un registre au sens de Duval (2014) : le traitement et la conversion.

Le traitement : Le même jeu d'instruments peut produire des dessins géométriques qui renvoient à la même figure géométrique, mais se distinguent par les configurations géométriques respectivement sous-jacentes à ces dessins géométriques : l'illustration donnée par la Figure 1 en est un exemple. Par ailleurs, deux jeux d'instruments distincts peuvent produire des dessins géométriques qui renvoient à la même figure géométrique et à la même configuration géométrique sous-jacente à ces dessins géométriques ; c'est le cas des jeux d'instruments {règle non graduée, compas} et {règle non graduée, rapporteur} à propos de la construction de la droite parallèle à une droite donnée ( $D$ ) passant par un point  $A$  extérieur à ( $D$ ) par la technique liée aux angles associés à deux droites parallèles. Ainsi, nous considérons les jeux d'instruments comme des variables didactiques dans toute situation de construction instrumentée au regard de leur influence sur les techniques de production d'un dessin géométrique et par la suite, sur les propriétés géométriques sous-jacentes à ces techniques.

La conversion : Le processus de réalisation d'un dessin géométrique codé utilisant un jeu d'instruments peut être représenté par une suite ordonnée de gestes techniques qui se décrit sous forme de programme de construction dans la langue d'enseignement. Ce choix permet a priori d'inciter le constructeur à mettre en rapport les connaissances techniques et les connaissances langagières de description, en particulier celles qui sont liées à la langue d'enseignement. Il permet également de *prolonger la classe en dehors de la classe* : une bonne description d'une construction géométrique favorise la reprise par les élèves des activités géométriques en dehors de la classe, afin de consolider les acquisitions faites en présentiel. La description retrouve alors un intérêt didactique en tant que moyen de communication et d'institutionnalisation des acquis même si ceux-ci ne sont que partiels.

En résumé, nous rejoignons le point de vue de Rabardel (1995) pour dire que les instruments ne sont pas neutres, au moins pour les premiers apprentissages de la géométrie. Certaines traces de construction instrumentée peuvent jouer un rôle heuristique en début d'apprentissage de la démonstration en 8<sup>ième</sup> (4<sup>ième</sup> de collège en France). L'inhibition de ces traces représentées par les traits en pointillés, freine (bloque souvent) le processus d'appréhension perceptive des propriétés sous-jacentes à la construction : les élèves se contentent alors de ce qui leur reste en mémoire des seuls gestes du constructeur. C'est en nous fondant sur ce cadre conceptuel, qu'un type de tâche est proposé aux élèves-professeurs dans une perspective d'élaboration de ressource de formation.

#### IV. APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE

L'approche méthodologique est structurée à travers une prise en compte conjuguée des aspects mathématique, didactique et pédagogique en formation d'enseignants. Pour cela, nous nous inspirons du point de vue développé par Perrin-Glorian (2011, p. 69) sur « l'ingénierie

didactique pour le développement et la formation (I.D.D.) ». Les activités géométriques proposées dans cette étude résultent de certains choix liés aux pratiques de classe observées en géométrie au second cycle fondamental et même en début de lycée.

Nous nous appuyons sur le concept de réflexivité critique comme outil de construction de ces compétences en incitant les élèves-professeurs à adopter une « ...posture qui vise une transformation, qui se travaille collectivement et avec méthodes, qui mobilise et permet de s'approprier des savoirs théoriques et pratiques » (Voz & Cornet 2009, p.2). En effet, il s'agit d'amener les élèves-professeurs à problématiser certaines traces de construction comme objet d'étude ; cette problématisation pourrait être introduite à partir d'interrogations sur la (ou les) signification(s) attribuable(s) à ces traces en termes de configurations géométriques pour une justification théorique du dessin produit par une technique de construction instrumentée.

*1. Situation de formation proposée : une « tâche en quatre sous-tâches » étroitement liées*

Le type d'activité géométrique choisie comme situation de formation proposée aux élèves-professeurs est relatif à la mise en relation de quatre sous-tâches suivantes :

- $ST_1$  : construire à l'aide de jeu d'instruments un dessin géométrique codé d'une figure géométrique donnée ;
- $ST_2$  : décrire dans la langue d'enseignement, le programme de construction effectuée ci-dessus ;
- $ST_3$  : justifier la construction effectuée.
- $ST_4$  : Identifier les effets possibles d'une présentation isolée des trois premières tâches en enseignement de la géométrie ? Même question pour une présentation interactive des trois premières tâches en enseignement de la géométrie ? Formuler à chaque fois les arguments justificatifs aux réponses données.

Deux items sont proposés :

Item 1 : Construction de la parallèle ( $D'$ ) à une droite ( $D$ ) donnée et qui passe par un point  $A$  donné extérieur à ( $D$ ).

Item 2 : Construction de la perpendiculaire ( $D'$ ) à une droite ( $D$ ) donnée et qui passe par un point  $A$  donné extérieur à ( $D$ ).

Consigne : les jeux d'instruments autorisés sont {règle non graduée, équerre}, {règle non graduée, compas}, {règle non graduée, rapporteur}.

*2. Justification du choix de la situation de formation : une « tâche en quatre sous-tâches » étroitement liées*

Nous avançons trois arguments pour le choix de la situation de formation.

- Cette situation de formation est en rupture avec les expériences vécues par les élèves-professeurs lors de leur cursus au second cycle fondamental ou au lycée. En effet, nos pratiques de classe présentent les trois premières sous-tâches énoncées plus haut isolément les unes des autres. De ce fait nous voulons d'abord problématiser en formation, la prise en compte interactive de l'action liée à : la construction instrumentée effective du dessin géométrique codé, la formulation à travers une description de la construction effectuée précédemment, et la justification théorique de toute situation de construction géométrique par une configuration de la figure géométrique en jeu (Brousseau, 1987). Au vu des résultats

obtenus, sur ces trois premières sous-tâches, il s'agit de faire réagir les élèves-professeurs sur la possibilité d'un éventuel réinvestissement des acquis dans les pratiques enseignantes par l'adoption d'une posture réflexive.

- D'un autre point de vue, nous avons constaté qu'au niveau des pratiques de classe, la mise en œuvre des techniques de construction géométrique est totalement déconnectée de la technologie (Ibid. 2001). Or c'est la seconde qui rend à la première sa légitimité théorique au sens de la géométrie euclidienne ; en dehors de cette vision interactive, l'exercice des seules techniques risque de modifier la tâche de construction instrumentée en une tâche artisanale. Ceci nous semble être un facteur qui pourrait nuire à l'exercice d'une vigilance épistémologique dont la responsabilité incombe à l'enseignant.
- Le choix d'une méthode fondée sur la prise en compte des interactions entre construction – description – justification pourrait faciliter au niveau des pratiques de classes une certaine désacralisation du dessin géométrique initialement obtenu (ou donné), en le considérant comme une représentation spatio-graphique pouvant être l'objet de modifications dans un processus de *sur-construction/déconstruction*, faisant éventuellement apparaître d'autres configurations favorables à l'adoption d'une démarche heuristique dans les activités géométriques. En particulier, la résolution d'un problème s'avère plus ardue lorsque pour la figure géométrique en jeu, la (ou les) configuration(s) les plus pertinente(s) sont les moins sollicitées dans les pratiques de classe comme l'illustre les exemples donnés en (*Figure 1*).

### 3. Choix d'un modèle de scénario de mise en œuvre

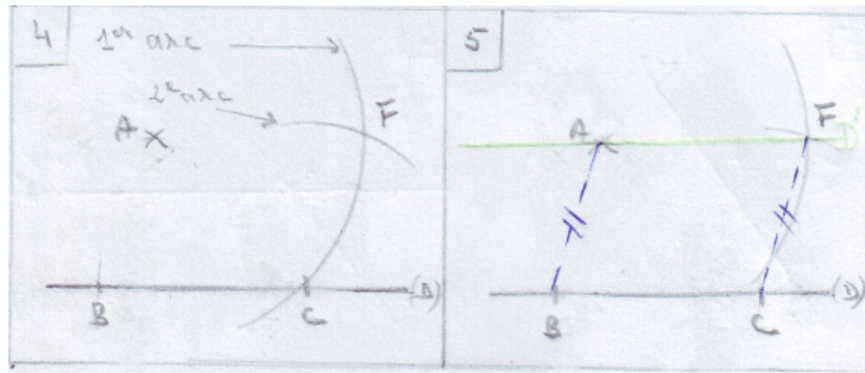
Le scénario de déroulement de la séquence de mise en œuvre repose sur le respect des consignes données pour leur accomplissement, dans une perspective de prise d'attitude réflexive sur les productions réalisées au niveau de la quatrième sous-tâche. A cet effet, le public cible étant constitué d'adultes, nous choisissons de leur faire vivre lors des séances « des moments collectifs (Robert 2005, p. 82) ». Ainsi, le travail proposé est effectué par 21 élèves-professeurs repartis en 7 groupes d'égal effectif, avec l'exigence le plus souvent, de retravailler d'avantage les productions initiales après une séance de bilan à mi-parcours. La réalisation des activités géométriques proposées exige a priori des opérations de traitement et/ou de conversion dans les registres de représentation sollicités (Duval 2003). Le respect des contraintes fixées doivent permettre l'émergence de conflits cognitifs et/ou sociocognitifs au sein des groupes ou au moment des séances de bilan à mi-parcours. Ce choix repose sur la préconisation institutionnelle pour une plus grande professionnalisation de la formation d'enseignants dans le système LMD.

## V. PRÉSENTATION DE QUELQUES PRODUCTIONS

L'analyse des productions d'élèves-professeurs se focalise en particulier sur les argumentations développées par les groupes de travail sur chacun des trois premières sous-tâches lors de la séance de bilan. La quatrième sous-tâche a fait l'objet d'une attention particulière suivant d'éventuelles retombées en termes d'activité de formation sur l'enseignement de la géométrie au second cycle fondamental.

### 1. Place et fonctions des traces de construction dans les pratiques enseignantes

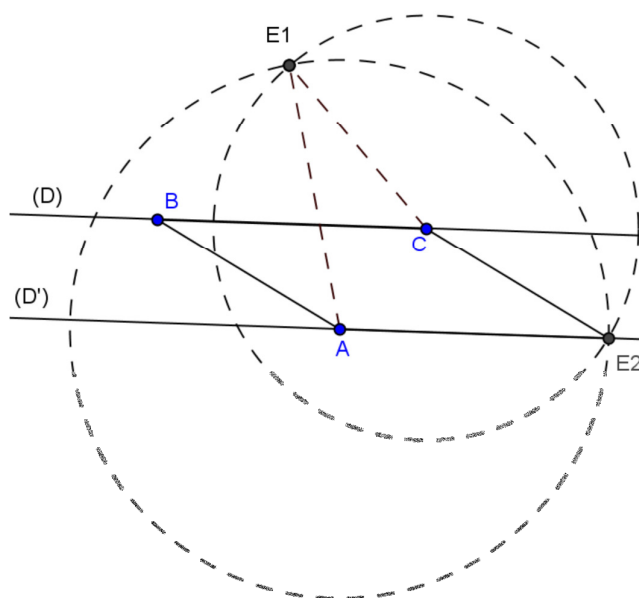
L'examen des productions, montre que certaines traces de construction sont inexistantes ou effacées partiellement ou entièrement (2 groupes sur 7). Par ailleurs, la fonction qui apparaît majoritairement est celle d'auxiliaire temporaire (5 groupes sur 7) pour la construction du dessin géométrique en jeu. On perçoit cette pratique sur la production du Groupe 4 (*Figure 3*).



**Figure 3** - Production du Groupe 4 pour la construction de la parallèle (D') passant par A à (D) à l'aide du jeu d'instruments {règle non graduée, compas}.

Cependant, suite à une suggestion lors du bilan dirigée par le formateur au Groupe 4 de reprendre cette production en traçant entièrement les cercles au lieu des deux arcs indiqués, un second point d'intersection des deux cercles est apparu (Figure 4). La technique du groupe est fondée sur les propriétés géométriques du parallélogramme, en particulier sur l'égalité des longueurs deux à deux des côtés opposés. Pour relancer l'activité, il a soumis la question ci-après à toute la classe : « quel critère faut-il donner à des élèves du fondamental pour choisir l'un des deux points d'intersection des deux cercles pour que le quadrilatère correspondant soit un parallélogramme ? » Après un bref débat au sein de la classe, le critère de « convexité du quadrilatère-solution » a émergé. Or nos pratiques de classes en géométrie font apparaître la convexité d'un quadrilatère comme une de ses propriétés devant être perçue sur le dessin géométrique et utilisée de façon implicite dans les activités géométriques. De plus, la catégorisation des quadrilatères (Buekenhout 2006) selon des critères géométriques est rarement l'objet de problème dans nos pratiques de classe.

Cet épisode du bilan a permis de montrer que les traces de construction ne sont pas neutres dans l'apprentissage de la géométrie, particulièrement pour les tâches de construction instrumentée : il est possible de leur attribuer une fonction didactique dans les pratiques de classe en géométrie.



**Figure 4** - Une reprise de la Figure pour le tracé entier des deux cercles



## 2. Les productions d'élèves-professeurs sur le type de situation présentée

L'un des objectifs de ce travail est de mettre à l'épreuve la pertinence de la situation de formation donnée sous l'étiquette « tâche en quatre sous-tâches » : *construction instrumentés – description en programme de la construction – justification théorique de la construction*. Nous donnons ci-après une analyse de deux productions.

Groupe 4 : En conclusion du bilan de la production de ce groupe (**Figure 3 et Figure 4**), la nécessité de prendre en compte les interactions possibles entre les trois premières sous-tâches de construction instrumentée est apparue plausible chez les élèves-professeurs ; nous l'interprétons de la façon suivante.

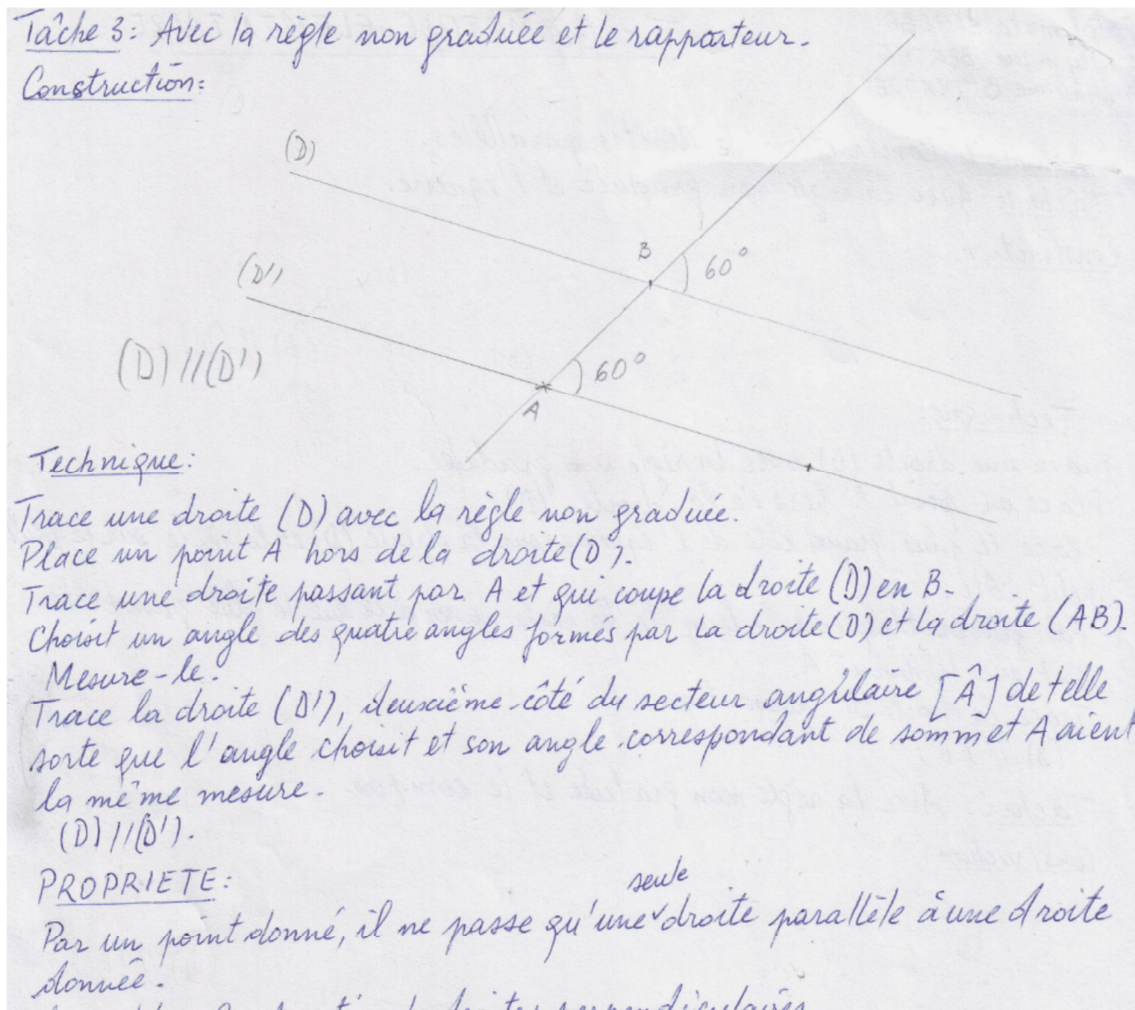
- La construction effective des deux cercles sur le dessin géométrique (**Figure 4**) a montré de visu, la présence des deux points  $E_1$  et  $E_2$  : cette prise en compte des traces de construction a permis de rendre problématique le choix du point-solution entre  $E_1$  et  $E_2$ , même si ce choix repose ici sur des critères de nature perceptive ; nous sommes dans la réalisation de la *sous-tâche1*.
- C'est ainsi que la question sur le critère choix du quatrième sommet du parallélogramme solution s'est posée ; la recherche a été menée à l'aide du dessin géométrique ; de façon précise, une réécriture de la description initiale s'est avérée nécessaire : nous sommes dans la réalisation de la *sous-tâche2*.
- Cependant, la description du choix entre  $E_1$  et  $E_2$  doit a priori s'appuyer sur des critères de nature géométrique (la convexité du quadrilatère-solution) : nous sommes dans la réalisation de la *sous-tâche3*.

Groupe 5 : Une copie de la production effectuée par ce groupe sur la tâche de construction de la parallèle ( $D'$ ) à ( $D$ ) passant par le point  $A$  extérieur à ( $D$ ) à l'aide du jeu d'instruments {règle non graduée, rapporteur} est donnée en (**Figure 5**). Elle nous a permis d'analyser la cohérence entre les trois premières sous-tâches, et la pertinence de l'acceptation une « tâche en quatre sous-tâches ».

- La technique de construction est fondée sur les relations entre les angles associés définis par une sécante commune à deux droites parallèles (ici angles correspondants). Cependant, on peut noter l'équivoque observable entre la mesure commune supposée exacte des angles correspondants sur le dessin ( $60^\circ$ ) et la description associée à travers l'extrait « Trace une<sup>3</sup> droite passant par  $A$  et qui coupe la droite ( $D$ ) en  $B$  ». Une autre incohérence est perceptible entre d'une part le dessin géométrique et la description, et d'autre part la justification théorique (l'énoncé du postulat d'Euclide). En définitive, la prise en compte des interactions deux à deux des trois premières sous-tâches n'est pas spontanée chez les élèves-professeurs dans les pratiques de classe en géométrie des figures. Ceci semble conforter l'hypothèse selon laquelle cette lacune peut être considérée comme objet de formation.

---

<sup>3</sup> C'est nous qui le soulignons.



**Figure 5** - Production du Groupe5 pour la construction de la parallèle (D') passant par A à (D) à l'aide du jeu d'instruments {règle non graduée, rapporteur}.

### 3. Les productions d'élèves-professeurs sur la quatrième sous-tâche ST<sub>4</sub>

L'objectif principal ici était de mettre à l'épreuve l'attitude de réflexivité chez les élèves-professeurs par l'extériorisation des équivoques pouvant se manifester en classe de géométrie sur les trois premières sous-tâches, puis chercher leur origine afin de proposer d'éventuelles solutions.

*Fonction des traces de construction* : Les propos échangés lors de la phase de bilan ont fait ressortir une seule fonction des traces par rapport au point de vue des élèves-professeurs sur les pratiques de classe en géométrie : les traces sont des auxiliaires de construction ; elles ne sont pas mises en relation avec les propriétés sous-jacentes à la production du dessin géométrique codé. Par ailleurs, plusieurs groupes (4 sur 7) ont soulevé la question liée au fait que trop de traces de construction rend difficile l'appréhension visuelle des propriétés géométriques sur le dessin : « comment faire alors le choix de traces pertinentes? »

*Fonction de la description sous forme de programme de construction* : 6 des 7 groupes trouvent que la description d'une construction géométrique se réduit le plus souvent à une explication orale circonstancielle des gestes techniques effectués lors de la construction. Cette explication est rarement l'objet d'une institutionnalisation, et en général détachée de toute

intention pédagogique comme par exemple, lui attribuer une fonction de mémorisation écrite de la construction géométrique. Or c'est par cette fonction de mémorisation que l'enseignant peut offrir la possibilité aux élèves de *prolonger la classe en dehors de la classe*.

*La justification théorique de la construction* : Sur deux items, un seul groupe sur les 7 a pu produire une justification théorique cohérente de la technique de construction, avec cependant une description assez confuse. Les raisons évoquées pour cet échec massif pour une telle tâche est que la justification théorique est très peu sollicitée dans les pratiques de classe en construction géométrique : on se contente le plus souvent de la conformité perceptive du dessin géométrique produit, ou des fois, d'un contrôle expérimental.

En particulier, 4 groupes sur 7 reconnaissent que les propriétés géométriques d'une figure donnée sont le plus souvent sollicitées de façon ostensive (rarement par écrit) comme outil de construction géométrique. De plus, ils attribuent cette lacune au fait que les pratiques de classe privilégient peu l'usage d'une diversité assez large de configurations géométriques associées à une figure géométrique donnée. Ainsi, l'activation de l'une des deux configurations représentées dans le spatio-graphique en (*Figure 1*) s'avère problématique dans une tâche de construction instrumentée d'un triangle rectangle en raison de la prégnance de la définition préconisée par les programmes (présence d'un angle droit dans le triangle).

## VI. CONCLUSION

Les jeux d'instruments renvoient à des techniques gestuelles dont le produit est le dessin géométrique codé ; un travail d'investigation et de diversification de leur usage pourrait enrichir la classe des activités de construction géométrique instrumentée. Certaines traces de construction pertinentes (dont le choix est de la responsabilité didactique de l'enseignant) doivent permettre aux élèves de lier les techniques de construction instrumentée à des configurations géométriques sous-jacentes ; cette liaison donne par la suite un sens théorique au geste technique ; l'absence de cette liaison fait de la construction instrumentée une tâche artisanale. Le système producteur de dessins géométriques codé, fondé sur des techniques gestuelles de construction ne doit pas s'ériger en une ressource implicite souvent source de malentendus dans les relations didactiques en classe de géométrie au moins pour les premiers apprentissages de la démonstration : toute technique de construction instrumentée doit être finalisée au moins par la technologie sous-jacente.

Par ailleurs, les instruments ne sont pas neutres dans l'apprentissage de la géométrie ; dans nos pratiques enseignantes, leur usage artisanal semble prendre le dessus sur leur usage en posture réflexive : la conception de ressources autour des traces et des configurations constituent une tentative didactique pour inverser cette tendance. L'instrument et le jeu d'instruments sont au service des tâches de production dans le spatio-graphique, mais la mise en relief de certaines traces constitue un levier pour faire entrer les élèves dans la construction d'une signification théorique du geste technique accompli. Les traces de construction judicieusement mises en relief, et le type de situation de formation « une tâche à quatre composantes interactives » constituent un vivier potentiel pour concevoir des ressources pertinentes en formation autour de connaissances de nature diverse, qui demeurent le plus souvent implicites dans les pratiques de classes en géométrie.

Enfin, ce travail nous a permis d'identifier quelques pistes pour l'étude des rapports entre situation d'enseignement et situation de formation d'enseignants. Ce travail doit se poursuivre en approfondissant l'étude de cette catégorie de situations de formation puis, envisager des expériences similaires dans un environnement de géométrie dynamique.

## REFERENCES

- Bouvier A., George M., Le Lionnais F. (1996) *Dictionnaire des mathématiques*. Presses Universitaires de France.
- Brousseau G. (1987) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2), 33-115.
- Buekenhout F. et al. (2006) Classification objective des quadrilatères. *Les Cahiers du CeDoP à l'adresse : [http://www.ulb.ac.be/cedop/index\\_12.html](http://www.ulb.ac.be/cedop/index_12.html)*
- Chevallrd Y. (2001) Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions. In Dorier et al. *Actes de la 11<sup>e</sup> école d'été de didactique de mathématiques*, (pp. 3-22). La Pensée Sauvage – Éditions.
- Destainville B. (1990) *Transformations et configurations du Collège à la Seconde*. In Bulletin INTER-IREM (1989-1990), pp.119-124
- Duval R. (2014) Comment analyser le problème de la compréhension des mathématiques ? *Revista IberAmericana* 37, 9-29. [www.fisem.org/Web/union](http://www.fisem.org/Web/union)
- Duval R. (2003) Décrire, visualiser ou raisonner : "quels apprentissages premiers" de l'activité mathématique ? *Annales de Didactique et des Sciences Cognitives* 8, pp. 13-62.
- Parzys B. (2006) La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles : de quoi s'agit-il ? *Quaderni di Ricerca in Didattica* (17), 128-151
- Perrin-Glorian M-J. (2011) L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formation des enseignants. In En amont et en aval des ingénieries didactiques. *XV<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques* 1, 57-78.
- Rabardel P. (1995) Qu'est-ce qu'un instrument ? Appropriation, conceptualisation, mise en situation. *Outils pour le calcul et le traçage des courbes. CNDP-DIE*, 61-65.
- Robert A. (2005) Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche et formation* (50), 75-89.
- Robert A. (1998) L'épreuve sur dossier à l'oral du CAPES de mathématiques. *I. Géométrie, 2e édition, ellipses*.
- Sangaré M. (2010) Une caractérisation non usuelle des transformations géométriques du plan pour une formation d'enseignants. *Petit x* 82, 31-54.
- Sangaré M. (2000) *La rotation : approche cognitive – approche didactique. Une étude de cas au Mali*. Thèse de doctorat Université du Mali
- Voz G., Cornet J. (2009) Comment former de futurs enseignants réflexifs? Quel est l'impact de la formation à la réflexivité ? Comment l'améliorer ? Réponses d'étudiants. In *ABC EDUC – journée d'étude : La formation des enseignants*, Bruxelles, 09/09/2009. <https://www.google.com/search?q=reflexivit%C3%A9&ie=utf-8&oe=utf-8#q=VOZ+G.%2C+CORNET+J.+%282009%29> (consulté le 19-08-2015)