

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015



ENSEIGNEMENT DES NOMBRES DÉCIMAUX A L'ECOLE PRIMAIRE ET ENVIRONNEMENT ALGÉRIEN

Mounira IGHIL AMEUR* – Rachid BEBBOUCHI**

Résumé – Les compétences futures des élèves concernant les nombres décimaux se jouent à l'école primaire ; cela a poussé de nombreux didacticiens à faire des recherches dans ce domaine. Nous nous sommes intéressés dans notre travail à l'enseignement des décimaux à l'école primaire algérienne, et en analysant les manuels scolaires officiels nous avons constaté que l'enseignement des décimaux en Algérie est basé essentiellement sur une approche numérique, et afin d'en faciliter l'apprentissage, nous avons fait quelques remarques et propositions.

Mots-Clefs : nombre décimal, fraction décimale, fraction ordinaire, approche numérique, approche par mesures

Abstract – The future competences of students concerning decimal numbers is played in primary school; this pushed many didacticians to make research in this area. We are interested in our work in the education of decimals in the Algerian primary school, and by analyzing official scholar books we noticed that the education of decimals is essentially based on a numerical approach. We give some remarks and suggestions in order to facilitate the learning of decimal numbers.

Key-words : decimal number, decimal fraction, ordinary fraction, numerical approach, approach by measures.

I. INTRODUCTION

Tout en étant une étape incontournable dans l'acquisition de notre culture mathématique, les nombres décimaux font partie de notre environnement. Ils servent à exprimer des mesures. Les exemples sont nombreux dans notre vie quotidienne (longueur, masse, température,.....). Malheureusement, des obstacles sont rencontrés lors de leur apprentissage, ce qui crée des difficultés pour l'utilisation de ces nombres par les élèves.

Une étude en France faite en 1998 a montré que sur 1742 élèves français de la troisième année de l'enseignement secondaire général, seulement 74,6% étaient capables d'ordonner correctement les nombres suivants 8,10 – 8,01 – 8,121 et 8,6. Alors qu'en est-il des élèves du primaire ?

* Usthb – Algérie - jamaths@yahoo.fr

** Usthb – Algérie- rbebbouchi@hotmail.com

Cela nous pousse à penser à une approche réfléchie qui facilite l'enseignement de ces nombres que nous appelons les DECIMAUX.

II. UNE PETITE HISTOIRE DES NOMBRES DECIMAUX (LE PASSAGE A LA VIRGULE)

Les avancées les plus précoces vers les nombres décimaux ont été faites par les savants arabes. Le premier manuel arabe connu pour avoir présenté les nombres décimaux est *Kitab al fusul fi-l-hisab al hindi* écrit par Ibrahim al Iqlidisi (920-980). Ce dernier les notait avec les chiffres indiens d'une manière semblable à celle de nos jours, mais surmontée d'un trait : le nombre 89,532 par exemple se notait $\overline{89}532$.

Il explique que sa notation sans dénominateur permet d'effectuer plus rapidement les multiplications et les divisions en passant par les puissances de 10 (non encore définies comme telles).

Deux siècles plus tard, Yahya al Samaw'al (1130-1180) indique qu'en faisant une division ou en calculant la racine carrée d'un nombre, on peut aller au-delà des entiers. Il utilise un tableau pour montrer que le chiffre des unités est une séparation entre les chiffres des dizaines, des centaines..... et les chiffres des dixièmes, des centièmes.....

En 1427, le célèbre astronome de Samarkande, Jemshid al Kashi, affirme dans *Miftah al-hisab (La clé de l'arithmétique)* avoir découvert les fractions décimales. Il expose leur théorie et montre comment décomposer toute fraction en somme de fractions décimales.

Par ailleurs, il montre l'analogie des calculs dans les systèmes de numération décimale et de numération sexagésimale et donne les règles de conversion d'un système à l'autre. Al-Kashi utilise les nombres décimaux dans la résolution de quelques problèmes algébriques et dans les calculs d'aires et incite à leur usage pour la vérification des calculs dans le système sexagésimal.

Si les nombres décimaux tardent à venir en Occident, c'est tout simplement parce que l'écriture décimale des nombres a mis du temps à s'imposer. En 1579, François Viète (1540-1603) incite l'usage des fractions décimales plutôt que celui des fractions sexagésimales.

C'est au belge Simon Stevin (1548-1620) qu'on attribue la découverte des nombres décimaux, et ceci pour deux raisons essentielles, d'abord parce qu'il semble que Stevin ait conçu sa théorie indépendamment des travaux antérieurs réalisés par les savants arabes, ensuite parce que le système de Stevin s'est répandu d'une façon très rapide et a été adopté en une dizaine d'années.

L'ouvrage de référence s'intitule « La Disme ». Stevin l'a écrit en 1585 sous la forme d'une petite brochure de trente-six pages. Il note par exemple le nombre 89,532 : 89(0)5(1)3(2)2(3)

L'avantage de cette écriture est d'éviter les calculs lourds de fractions pour se ramener aux règles opératoires d'arithmétique utilisées sur les entiers.

En 1592, un italien, Giovanni Antonio Magini (1555-1617), propose une notation proche de la nôtre et qui est encore utilisée dans les pays anglo-saxons : 89.532. En 1595, le suisse Jost Bürgi (1552-1632) fait surmonter le chiffre des unités par un petit rond : 89°532

C'est au début du XVII^{ème} siècle que le néerlandais Willerbrord van Roijen Snell (1530-1626), aussi connu sous le nom de Snellius, puis l'écossais John Napier (1550-1617), utilisèrent la virgule dans l'écriture des nombres décimaux.

III. UN ETAT DES LIEUX DANS LE SYSTEME EDUCATIF ALGERIEN :

L'enseignement des nombres décimaux dans l'école primaire algérienne commence à partir de la quatrième année, la cinquième année étant la dernière année de l'enseignement primaire (élèves de 9 à 11 ans) ; il s'appuie essentiellement sur une approche numérique.

Le manuel scolaire de quatrième année comporte quatre cours sur les nombres décimaux précédés de trois cours sur les fractions :

Cours N°1 : intitulé « La partie entière et la partie décimale » (p. 100–101)

Objectif : Découvrir les fractions décimales.

Cours N°2 : intitulé « Nombres décimaux 1 » (p.102–103)

Objectif : Ecriture avec la virgule des fractions décimales.

Cours N°3 : intitulé « Nombres décimaux 2 » (p.104–105)

Objectif : Ordonner et comparer des nombres décimaux.

La règle graduée est introduite.

Cours N°4 : intitulé « Nombres décimaux N3 » (p.110–111)

Objectif : Additionner et soustraire des nombres décimaux.

Le manuel scolaire de cinquième année[3] comporte huit cours sur les nombres décimaux précédés de quatre cours sur les fractions :

Cours N°1 : intitulé « Nombres décimaux 1 » (p.54–55)

Objectif : Définir les nombres décimaux comme une deuxième écriture de fractions décimales.

Cours N°2 : intitulé : « Nombres décimaux 2 » (p.56–57)

Objectif : Rencontrer les nombres décimaux par une situation de mesure (longueur)

Cours N°3 : intitulé : « Nombre décimaux 3 » (p.60–61)

Objectif : Ordonner et comparer des nombres décimaux

Cours N°4 : intitulé : « Nombres décimaux 4 » (p.64–65)

Objectif : Découvrir que fraction décimale et nombre décimal étaient deux écritures de même nombre

Cours N°5 : intitulé : « Nombres décimaux 5 » (p.66–67).

Objectif : Additionner et soustraire des nombres décimaux.

Cours N°6 : intitulé : « Nombre décimaux 6 » (p.73–74)

Objectif : Multiplier un nombre décimal par un nombre naturel

Cours N°7 : intitulé : « Nombres décimaux 7 » (p.75–76)

Objectif : Multiplier un nombre décimal par 10,100,1000.

Cours N°8 : intitulé : « Nombres décimaux 8 » (p.94-95)

Objectif : Diviser un nombre décimal par 10,100,1000

L'analyse des livres scolaires officiels de la quatrième et de la cinquième année montre que l'apprentissage des nombres décimaux est basé sur le champ numérique. Ces ouvrages s'intéressent d'abord aux fractions ordinaires, puis aux fractions décimales. Les nombres décimaux sont définis comme une deuxième écriture des fractions décimales et sont ensuite situés sur la droite numérique graduée. Cette droite permet aux élèves de comparer des nombres décimaux.

Dans le livre scolaire officiel de quatrième année, l'approche est exclusivement numérique. Aucune référence aux grandeurs n'est indiquée. Pour étudier les nombres décimaux vingt activités ont été proposées et aucune d'entre elles ne fait appel à la mesure de grandeurs. Par contre, dans le livre de cinquième année, le concept de prix apparaît dans quelques activités, ainsi que des situations de mesures de grandeurs telle que la longueur, ce qui permet d'approfondir les connaissances des élèves. En fin de cycle primaire, les élèves sont théoriquement capables de :

- placer des nombres décimaux dans le tableau du système décimal de position
- placer les nombres décimaux sur la droite numérique graduée
- ordonner et comparer des nombres décimaux
- additionner et soustraire des nombres décimaux
- multiplier un nombre décimal par 10, 100, 1000
- diviser un nombre décimal par 10, 100, 1000
- et multiplier un nombre décimal par un entier naturel

IV. QUELQUES REMARQUES SUR L'ENSEIGNEMENT DES NOMBRES DECIMAUX A L'ECOLE PRIMAIRE ALGERIENNE

En analysant les livres scolaires officiels de quatrième et cinquième année, on constate que les fractions et les nombres décimaux sont les deux apprentissages importants dans le domaine des nombres, mais un lien immédiat est mis entre fraction et nombres décimaux, ce qui ne laisse pas le temps à un enfant de bien maîtriser les fractions.

Montrer que fraction et nombre décimal étaient deux écritures d'un même nombre n'a pas été un objectif que l'élève devait atteindre en fin de cursus primaire mais un a priori avec lequel il démarre son apprentissage.

L'utilisation du contexte monnaie a facilité l'apprentissage des nombres décimaux (dans quelques cas), par exemple dans les pays qui utilisent l'euro. Beaucoup d'enseignants ont affirmé qu'après l'arrivée de l'euro, les élèves comprennent plus vite les nombres décimaux. Mais, dans l'enseignement algérien, l'utilisation des prix ne contribue plus à approfondir les connaissances des élèves car, ces dernières années, après la dégradation de la valeur du dinar algérien, des prix du style 480,60DA, 68,03DA ne représentent plus des valeurs correctes sur le marché algérien (alors qu'on remarque que dans le livre de cinquième année plusieurs activités ont été proposées). Seul l'exemple du prix des médicaments mentionné sur les vignettes reste valable, des nombres à virgule y figurent.

Après la réforme du système éducatif faite par le Ministère de l'Education Nationale en 2003 et basée sur l'approche par compétences, des cours sur l'utilisation de la calculatrice sont proposés, ce qui permet à l'élève de rencontrer les nombres décimaux en faisant des divisions.

Les cours de soutien de mathématiques pour les élèves, particulièrement ceux du primaire, sont devenus un phénomène qui s'est propagé d'une façon spectaculaire ces dix dernières années dans notre environnement algérien. Est-ce là la preuve que les élèves rencontrent des difficultés d'apprentissage à l'école ?

L'enseignement des nombres décimaux a évolué dans le monde, des logiciels ont été développés pour améliorer leur apprentissage. Malheureusement, pour des raisons économiques, une telle technique est loin d'être applicable dans plusieurs de nos écoles algériennes.

L'arabisation des mathématiques dans le système éducatif algérien, qui a été faite par des inspecteurs, a causé des difficultés d'apprentissage chez les élèves. Par exemple, pour le cas de la lecture des nombres décimaux :

125,53 est lu en arabe : cent, cinq et vingt virgule trois et cinquante.

125,03 est lu en arabe : cent, cinq et vingt virgule zéro trois.

Une telle lecture crée des confusions chez les élèves et ne peut être imputée à la traduction arabe.

V. UNE APPROCHE DIDACTIQUE DES NOMBRES DECIMAUX

L'analyse de quelques manuels scolaires belges, français, suisses et allemands faite par une équipe du Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques CREM, a montré que les approches des nombres décimaux pouvaient être variées. On peut regrouper ces manuels en quatre catégories :

Les manuels qui se basent essentiellement sur une approche numérique

Ces manuels procèdent parfois avec des approches différentes, certains s'intéressent d'abord aux fractions ordinaires puis aux fractions décimales et l'équivalence entre un nombre décimal et une fraction décimale est ensuite donnée ce qui est le cas par exemple pour la collection « A la conquête des maths », les auteurs proposent pour la première activité d'apprentissage une fiche où les élèves doivent (relier les fractions aux nombres décimaux), puis (relier chaque nombre décimal à sa situation sur la droite graduée), d'autres manuels n'insistent pas immédiatement sur les liens entre les fractions et les nombres décimaux. Les nombres décimaux naissent de l'extension du système décimal de position par la suite des fractions et des nombres décimaux étant situés sur une droite graduée, des égalités vont apparaître (l'écriture en fraction d'un nombre décimal et son écriture avec la virgule sont situées au même endroit sur la droite graduée).

Les manuels qui se basent essentiellement sur les mesures de grandeurs

Ces manuels s'appuient sur l'approche par les mesures qui est bien évidemment importante et ne peut être absente d'un dispositif d'enseignement des nombres décimaux, ce qui est le cas par exemple pour la collection « Faire les maths ». Les auteurs proposent dès la première page une situation où les nombres décimaux sont solutions de calculs de prix en euros. Les élèves doivent lire des étiquettes où le prix et le poids sont exprimés par un nombre à virgule. Il leur est ensuite demandé d'écrire les poids dans l'abaque, puis avec la virgule. Des situations de

mesures de longueur et de transformation de l'unité permettent aussi d'approfondir les connaissances des élèves.

Les manuels qui s'appuient sur ces deux domaines complémentaires

La collection « Corome » et la collection « J'apprend les maths » s'appuient sur une approche mixte et complémentaire. La collection Corome propose une situation numérique à partir de laquelle les élèves vont constater que les nombres naturels, ne suffisent plus à résoudre des situations d'addition ou de soustraction. Ensuite des situations font appel à la mesure de grandeurs ou à la multiplication de nombres à l'aide de la calculatrice. Le lien avec les fractions n'apparaît que plus tard dans le cursus. Celui-ci est construit à partir de la droite numérique.

Les manuels qui ne déterminent pas de choix mais juxtaposent des activités

Les auteurs de la collection « Archi m'aide » et « Cracks en maths » ne définissent pas vraiment une approche structurée.

Les difficultés d'apprentissage des nombres décimaux ont été étudiées par des didacticiens et des chercheurs (notamment Brousseau, Douady) et vers 2007, certains s'interrogent encore sur l'intérêt d'une approche réfléchie des nombres décimaux pour permettre aux élèves de comparer, ordonner des nombres décimaux et opérer sur ces nombres plus facilement qu'auparavant.

On constate que la notion de nombre décimal ne peut naître ni exclusivement de la notion de système décimal de position, donc du contexte numérique, ni exclusivement de la mesure de grandeur. Pour rencontrer les nombres décimaux, on a choisi de proposer aux élèves une situation qui leur pose problème, une situation qui crée un déséquilibre au niveau de leurs savoirs, de leur conception. On a proposé par exemple de travailler sur les aires des carrés où on demande de trouver la longueur du côté d'un carré dont l'aire est 8cm^2 .

On propose donc aux élèves une situation problème pour laquelle les nombres naturels ne suffisent pas. Pour pouvoir la résoudre, il est nécessaire aux élèves d'en utiliser d'autres : Les Nombres Décimaux.

Cette même équipe de recherche a développé, en collaboration avec un groupe d'informaticiens, un outil informatique d'évaluation diagnostique nommé : DECIVAL.

Ce logiciel permet de mettre en évidence la manière avec laquelle les élèves traitent des tâches relatives aux nombres décimaux.

DECIVAL propose des tâches relatives à :

- La comparaison de deux nombres décimaux (l'ordre).
- L'addition de deux nombres décimaux.
- La soustraction de deux nombres décimaux.
- La multiplication de deux nombres décimaux.

L'utilisation de ce logiciel figure actuellement dans le programme scolaire français.

Et afin de remédier à certaines difficultés rencontrées par les élèves du primaire lors de l'apprentissage des nombres décimaux, ce serait intéressant de privilégier, dans un premier temps, le travail sur le sens pour amener ensuite la technique et l'automatisation, et comme

les nombres décimaux sont rarement vus comme une partie de plaisir chez les élèves de primaire, ce serait intéressant aussi d'ajouter un côté ludique aux activités . Plusieurs activités qui se basent sur le jeu ont été proposées par (Brissiaud 2012, pp.38-93).

VI. L'ENSEIGNEMENT DES NOMBRES DECIMAUX A L'ECOLE PRIMAIRE ALGERIENNE DE 1830 A NOS JOURS

Les travaux de S. Stevin amènent les mathématiciens et les autorités universitaires en Europe à s'intéresser à l'enseignement des nombres décimaux dès le seizième siècle.

Selon G. Brousseau, il a fallu deux siècles pour franchir le pas, et un siècle encore pour que cela soit traduit dans des pratiques d'écoles, où ce sont essentiellement les mécanismes indépendamment des justifications mathématiques qui sont enseignés.

De 1830 à nos jours, l'enseignement des nombres décimaux a évolué, mais il n'est devenu applicable aux algériens qu'après l'élargissement à l'Algérie des lois dites « lois de Ferry » en 1883, car de 1830 à 1883 plus de 90% des algériens ont dû suivre leurs études dans les mosquées et les zaouïates. (Kadri 2007, pp.19-39).

Dans les premiers programmes, les poids et les mesures constituaient un champ privilégié pour l'apprentissage des nombres décimaux car dans cette période là, l'enseignement des mathématiques à l'école primaire avait pour objectif de préparer à la vie courante, les élèves quittaient tôt l'école pour aller travailler avec ou pour leurs familles. Après les guerres, en plus de la préparation à la vie courante, il s'est avéré nécessaire d'ajouter une préparation à la poursuite des études.

A la fin des années soixante, les mathématiques modernes apparaissent dans les programmes et suite à la révolution structuraliste des mathématiques, le lien entre les nombres décimaux et plus globalement les rationnels et les grandeurs, s'appauvrit : l'approche numérique est donc privilégiée.

Dans les années 1980, après la réforme du système éducatif algérien faite après l'indépendance (création de l'école fondamentale) et après l'abandon de la réforme dite « mathématiques modernes », le travail à partir des problèmes s'accroît, le rapport à la vie quotidienne comme élément de découverte est à nouveau mis en avant (on s'appuie donc sur une approche mixte).

Lier les mathématiques à la résolution des problèmes de la vie courante reste une préoccupation dans les derniers programmes parus après la réforme faite en 2003 basée sur l'approche par compétences, mais cette fois tout en emmenant les élèves à s'interroger et à réfléchir sur des « questions de structure ».

VII. NOS PROPOSITIONS

Pour améliorer l'apprentissage des nombres décimaux dans l'école algérienne il faut agir sur leur enseignement initial. Pour cela, nous proposons :

- d'introduire les nombres décimaux en quatrième année comme nombres à virgules sans faire appel à des fractions, une notion que les élèves voient aussi pour la première fois, tout en respectant l'approche didactique citée ci-dessus, et de laisser « l'équivalence entre un nombre décimal et une fraction décimale » comme un objectif à atteindre en fin de cinquième année.

(un élève de primaire est plus à l'aise devant un nombre à virgule que devant une fraction).

- d'agir sur les activités proposées aux élèves en faisant un choix réfléchi pour permettre aux élèves de construire des savoirs persistants.
- d'agir au niveau de la formation des enseignants (initiale et continue) car il est utile qu'ils aient en tête les différentes approches possibles et qu'ils puissent ajuster leur activité enseignante en fonction des difficultés des élèves, et il est nécessaire aussi que les enseignants puissent distinguer les difficultés « normales » des difficultés dues aux obstacles didactiques, et plus particulièrement aux obstacles épistémologiques .

Et pour conclure, nous confirmons ce qu'a dit N. Rouche que s'il est vrai que toute théorie répond à une question, ne nous arrive-t-il pas trop souvent d'enseigner les réponses ? C'est-à-dire la théorie avant les questions, avant que les élèves aient suffisamment éprouvé la nécessité de la théorie.

REFERENCES

- Abdeljaouad M. (2005) *Les arithmétiques arabes*. Tunis : Collection quol lana.
- Brissiaud R. (2012) *Apprentissage des fractions et des décimaux*. Polynésie Française : PIUFM 2012.
- Brousseau G. (1998) *La théorie des situations didactiques*. Grenoble France : La pensée sauvage.
- Grégoire J., Michaux C., Rouche N., Desmet L., Skilbecq P., Fanuel J., Soille S., Pliez G., Randour M. (2010) *L'apprentissage et l'enseignement des nombres décimaux*. Nivelles : Rapport final d'une recherche CREM 2010.
- Kadri A. (2007) *Histoire du système d'enseignement colonial en Algérie*. Lyon : ENS éditions.
- Rouche N. (1992) *Le sens de la mesure*. Bruxelles : Didier Hatier.
- Saidan A.S. (1985) *Uklidisi , al-fusul-fi-l-hisab al-hindi (les sections sur le calcul indien)*. Alep : Université d'Alep, institut d'histoire des sciences arabes.
- [Http://www.maths-et-tiques.fr/](http://www.maths-et-tiques.fr/) : un site Web.

MANUELS SCOLAIRES

Livre scolaire algérien de quatrième année : les maths dans notre vie. ONPS avril 2006.

Livre scolaire algérien de cinquième année : les maths dans notre vie. ONPS mars 2007.