

# Jouer de la multiplicité des points de vue

Renaud Chorlay - Anne Marie Pajus

**Résumé:** Les enseignants ont parfois du mal à se détacher du mode de présentation appris pendant leur formation initiale. Nous visons à leur permettre de prendre du recul par rapport aux notions mathématiques en multipliant les points de vue sur elles. Ce que nous prenons comme postulat : « la multiplicité des points de vue permet l'appropriation d'une notion » s'appuie sur des travaux didactiques ( changement de cadres, de registres) et épistémologiques ( Bachelard, Guitart).

Notre projet (actuellement en phase initiale) consiste à réunir une banque de textes historiques aptes à faire surgir ces différents points de vue, assortis d'un commentaire et éventuellement d'exemples d'utilisation en classe.

Les enseignants sont souvent inquiets devant les changements de programme, encore plus par les modifications dans la présentation de notions traditionnellement enseignées que par l'introduction de nouveaux thèmes. Ils ont parfois du mal à se détacher du mode de présentation et du niveau de rigueur appris pendant leur formation initiale. Les séances de formation continue ne peuvent se réduire à leur proposer une autre présentation qu'ils vont reproduire.

Indépendamment des changements de programme, les formateurs sont souvent confrontés à des demandes apparemment contradictoires chez les stagiaires, partagés entre un désir de culture générale et un souci d'amélioration immédiate de leur enseignement. Notre pratique de formation continue vise à concilier ces deux aspects en permettant aux stagiaires de prendre du recul par rapport aux notions mathématiques par la multiplication des points de vue historiques sur elles. Même si certains de ces points de vue semblent périmés ou au-delà de leur champ d'enseignement, ils peuvent réinvestir une partie de cette méthode d'appropriation dans leur pratique enseignante.

Par ailleurs, la multiplication des points de vue fait évoluer l'image des mathématiques et montre en outre , comme le demande le programme de Classes Préparatoires, que « les sciences et les mathématiques en particulier, sont en perpétuelle évolution et que le dogmatisme n'est pas la référence en la matière. »

Notons enfin que pour tous, enseignants et élèves, ce jeu des points de vue participe au sentiment de jubilation que procure les mathématiques.

Ce que nous prenons comme postulat : « la multiplicité des points de vue permet l'appropriation d'une notion » s'appuie sur des travaux didactiques, épistémologiques et historiques. Nous projetons de réunir une banque de textes historiques aptes à faire surgir ces différents points de vue, assortis d'un commentaire et éventuellement d'exemples d'utilisation en classe. Le critère de sélection n'est pas uniquement l'importance historique mais la richesse des possibilités d'exploitation.

## Un point de vue didactique :

Nous regroupons sous la dénomination « multiplicité des points de vue » les notions de changements de cadres (Douady), changements de registres (Duval), niveaux de conceptualisation (Robert). La distinction entre ces aspects n'est pas toujours nette ni pertinente (Rogalski).

Un changement de point de vue est souvent nécessaire pour résoudre un problème (problème donné à l'élève ou problème historique), mais la saisie globale de la multiplicité des points de vue est indispensable pour « développer l'architecture cognitive du sujet » (Duval).

Chez « l'expert » ces changements sont souvent effectués de façon inconsciente. Pour l'analyse « en aval » des exercices proposés par le professeur, ou le mode de présentation d'une notion nouvelle, il est important de les repérer. Les erreurs ou blocages des élèves s'expliquent aussi souvent par un défaut d'utilisation ou une confusion des points de vue.

Par ailleurs, le repérage de ces changements dans l'histoire des mathématiques, même en dehors du « programme », augmente l'aisance du professeur, en reconstruisant une unité essentielle à son confort intellectuel.

Nous aimerions, qu'en sortant du stage, les enseignants 1) disposent d'une meilleure connaissance sur certains objets mathématiques 2) soient conscients de l'importance des phénomènes de changement de points de vue dans leurs double dimension de levier pédagogique et d'obstacle épistémologique.

## Un point de vue épistémologique :

En dehors de toute perspective d'enseignement, certaines thèses lient de manière fondamentale l'activité mathématique à la multiplicité des points de vue.

Ainsi Bachelard dans son *Essai sur la connaissance approchée*.

Dans le chapitre X: *Intuition et réalisme en mathématiques*, il défend le rôle central de la multiplication des points de vue dans le processus toujours inachevé de construction de l'objet de connaissance. En effet le mathématicien s'attache par approximations « à représenter le non-représentable » et « à cet échec est lié[...] l'aspect ontologique qu'on reconnaît parfois aux notions mathématiques »(p.176) « Ce réalisme construit déposera donc toute une série de données successifs. Les éléments prendront dans ces domaines des existences vraiment différentes, et ce sera par un abus d'ontologie que nous oublierons les conditions qui ressortissent uniquement à ces domaines pour en faire des propriétés appartenant réellement aux entités »(p.187) « Ainsi le réalisme[des objets mathématiques] est-il en quelque sorte fonction de l'hétérogénéité des domaines. Il est d'autant plus net, d'autant plus objectif que les interférences sont plus nombreuses, plus diverses. D'ailleurs l'approximation consiste toujours dans un essai de correspondance entre deux domaines différents » (p.191)

Nous en retenons un principe de formation : « Avant de reconnaître la liberté de l'esprit, il fallait en éprouver la mobilité. C'est en multipliant la signification en extension des mathématiques qu'on devait en approfondir la compréhension. »(p.173)

Plus récemment R.Guitart souligne certaines limites de la réflexion didactique, en introduisant la notion de « *pulsation mathématique* ». L'activité mathématique est impensable sans la « pulsation », entre sens-et non sens, rigueur et ambiguïté, intuition/écriture. Ainsi la notion de pulsation dépasse la simple idée de changements de point de vue.

« Ce geste intellectuel, la pulsation, on peut en décliner, en raconter après coup, de multiples indices, en termes de jeu du vu et du caché, de multiplicité des conceptions, de variations des points de vue, de changements de cadres, de transposition, en termes aussi de modification et d'histoire des problèmes et des problématiques. Mais tout ceci est indirect, ne pose la chose que dans le système des savoirs sus, et évite de pointer le geste élémentaire lui-même, ouvert, ici et maintenant, dans le paradoxal de l'acte auquel il faut se mettre. Au demeurant tout ceci ne devrait pas être seulement un discours pour les professeurs pour que, depuis ce savoir neuf pour eux, ils conçoivent mieux une façon d'enseigner les programmes[...]en amont de la question des savoirs et notions, le mathématicien a un savoir-faire » ( p.6)

### **Un exemple : autour de la notion de fonction**

*\*Le point de vue de la désignation ( les différents registres selon Rogalski):*

- par une correspondance énoncée rhétoriquement ( notion d'arbitraire et de singulier)
- par tableau de valeurs
- par un mouvement
- par représentation graphique ( courbe)
- par formule  $y = f(x)$  ( avec les notions de formules autorisées, variable, paramètre)
- à l'aide d'autres fonctions (cadre algébrique : fonction composée, réciproque- cadre analytique : dérivée, primitive- cadre topologique : limite d'une suite de fonctions, prolongement analytique)
- comme solution d'équations (fonctions implicites, solutions d'équations différentielles, solutions d'équations fonctionnelles)

*\*Le point de vue des propriétés d'une fonction prise isolément (continuité, limite, dérivabilité, intégrabilité, convexité...)*

*\*le point de vue algébrique/ensembliste (composition, réciproque, opérateur sur les ensembles de fonctions, équations fonctionnelles)*

*\*Le point de vue (contextuel) problématique :*

Courbes ou fonctions ayant telle propriété, servant à résoudre tel ou tel problème (équations, inéquations, quadrature du cercle, artillerie, mouvement des planètes, optique)

*\*Le point de vue local/global*

*\*Le point de vue discret/continu*