

Des Vidéos en mathématiques

par
l'Association MédiMaths
avec

Eliane Cousquer
Eliane.Cousquer@univ-lille1.fr

Pierre André Caron
pa.caron@laposte.net

Christian Cousquer
christiancousquer@wanadoo.fr

Résumé : Une série de neuf vidéos vient d'être adaptée en français. Ces films marient des séquences mathématiques, fondées sur l'animation de figures, des illustrations technologiques ou d'actualité et la présentation de documents historiques. Ils présentent des synthèses de questions transversales et comportent une forte composante historique et culturelle. Différentes expérimentations ont commencé sur l'usage dans des classes en France de ces vidéos du programme « Mathematics ! » réalisées par Tom Apostol de l'Institut Caltech. Les auteurs de l'adaptation française se proposent de la présenter, de parler des problèmes rencontrés et de rendre compte des premières expérimentations d'intégration de ces vidéos dans l'enseignement. L'association « MédiMaths » qu'ils ont créée pour aider les enseignants dans leur travail avec ces vidéos et produire des outils Multimédia en mathématiques sera présentée.

Visualisation et effets sonores en mathématiques.

Dans l'enseignement des mathématiques, chaque époque apporte de nouveaux instruments, mais cette évolution est aujourd'hui très rapide et oblige les enseignants à un travail d'adaptation de plus en plus grand. En une génération, les outils de calcul mis à disposition des élèves ont changé les conditions d'enseignement du calcul et des statistiques. Avec la géométrie dynamique et les possibilités de visualisation dans l'espace, le mouvement autrefois banni des démonstrations est réintroduit et l'on pourrait espérer que la vision dans l'espace, au sens de la capacité d'interprétation de représentations planes de figures spatiales pourrait devenir plus aisée pour nombre d'élèves. Le travail sur l'intuition en mathématiques devient possible avec une panoplie de moyens allant des maquettes, des papiers pliés aux outils multimédia. Les sens, le toucher, le visuel et le son sont ainsi réhabilités en mathématiques.

La visualisation – la présentation des idées, des principes et des problèmes – par des images joue un grand rôle pour enseigner et apprendre des mathématiques. Les images ont un impact, souvent supérieur à celui des discours. On oublie parfois ce qu'on a lu ou entendu mais on retient plus longtemps une image qui fait appel à la sensibilité, l'émotion

et autant qu'à l'intellect. Ces dernières années, les possibilités de visualisations se sont considérablement accrues avec les films et les animations informatiques.

Tout un courant de recherches existe au niveau international sur la visualisation en mathématiques ; il allie les recherches fondamentales sur les algorithmes et les méthodes, en mathématiques et en informatique avec des recherches didactiques sur l'intégration de ces techniques dans l'enseignement. Ce courant de recherches organise tous les deux ans un colloque sponsorisé et publié par Springer Verlag. En novembre 2000, au colloque de Lisbonne, l'auteur des vidéos du « Project Mathematics » a présenté ses vidéos très connues dans le monde anglo-saxon.

« *Mathematics !* »

Vers 1980, Tom Apostol, professeur de mathématiques à l'Institut Caltech aux Etats Unis s'est associé avec James F. Blinn du Jet Propulsion Laboratory¹ et ils ont lancé le projet « *Mathematics* », programme qui comporte une série de vidéos pour l'enseignement secondaire contenant des animations informatiques, des extraits de films et des images de documents originaux ainsi qu'un accompagnement sonore avec des commentaires et de la musique. On estimait qu'en 1998, aux Etats Unis, ces vidéos étaient utilisées par plus de dix millions d'élèves et vendues à 140 000 exemplaires². Elles ont été diffusées par une trentaine de chaînes de télévisions et ont remporté une douzaine de prix du logiciel pédagogique aux Etats Unis. Elles sont diffusées en Australie, au Canada, au Danemark et en Grande Bretagne et ont été traduites en hébreu et en portugais. La liste des titres disponibles est³: *Le théorème de Pythagore, L'histoire de π , Similitude, Polynômes, Sinus et cosinus I, Sinus et cosinus II, Sinus et cosinus III, Le tunnel de Samos, Histoire des mathématiques*. Chacune des neuf vidéos dure environ 30 minutes.

Ces vidéos présentent des notions mathématiques qui relèvent du programmes des classes de collège et de lycée et peuvent servir de support pour des activités interdisciplinaires avec des enseignants d'histoire ou de français, car elles allient une forte composante historique et culturelle à un contenu mathématique dense.

L'objectif premier est de montrer aux étudiants qu'apprendre les mathématiques peut être passionnant et gratifiant intellectuellement. Les vidéos fournissent des ressources utilisables en accompagnement d'une séance en classe ou d'un manuel scolaire, avec une grande quantité d'information en un temps relativement bref. La façon dont la vidéo est utilisée en classe dépend de l'aisance de l'élève, de ses connaissances antérieures et du degré d'implication de l'enseignant. Les élèves ne peuvent apprendre des mathématiques simplement en regardant la télévision, pas plus qu'en écoutant seulement en classe ou en lisant un manuel. L'interaction avec l'enseignant et le travail personnel sont essentiels pour apprendre. Les bandes vidéo sont destinées à stimuler la discussion et à encourager des échanges entre élèves et enseignants.

L'idée fondamentale de Tom Apostol, chercheur en mathématiques et auteur de livres universitaires renommés est que, loin de se plaindre de la concurrence de la télévision, les enseignants doivent utiliser ses techniques au service de leur discipline pour intéresser les élèves, développer leur culture et leur intelligence des notions mathématiques. Par dessus tout, les faire découvrir que les mathématiques sont une aventure humaine qui a traversé tous les siècles et les civilisations.

¹ qui produisait des animations informatiques pour des cours sur la mécanique céleste pour la Nasa

² sans compter les copies faites librement par les enseignants pour leurs propres besoins.

³ par ordre de création

La version française

Nous ne détaillerons pas ici les obstacles administratifs que nous avons rencontrés et qui sont de nature à décourager les meilleures volontés. C'est souvent le lot en France des porteurs de projets.

L'adaptation est faite en association par le laboratoire LAMIA (laboratoire multimédia informatique et apprentissage) de l'IUFM du Nord Pas de Calais, le CPAV, centre de publication vidéo du CUEEP à l'USTL et Christian Cousquer, auteur de théâtre, pour la voix et l'adaptation en français. Le C.N.D.P. a acheté les droits de diffusion vidéo et numérique pour les neuf bandes du programme.

Les neuf vidéos sont regroupées dans la version française en trois programmes, de trois vidéos. Le premier programme a pour thème dominant la *similitude* et le *théorème de Pythagore*, leurs applications (*Tunnel de Samos*). Le deuxième regroupe trois vidéos de *trigonométrie*. La dernière bande est centrée sur *l'Histoire des mathématiques*, *l'Histoire de π* et sur *Polynômes*.

Un travail important a été fait sur la conception de la bande sonore en français par l'acteur de théâtre. La traduction a été d'abord faite par un mathématicien puis corrigée par cet acteur : autant que possible, la présentation des notions utilise des termes de la vie de tous les jours, dans un objectif de popularisation des mathématiques à l'aide d'images mentales familières mais également de bruitages. L'attention est toujours attirée par les effets tant visuels que sonores suivant les techniques employées au cinéma ou au théâtre.

Les auteurs de la version française ont lancé une association « MédiMaths » pour créer des documents d'accompagnement, animer des expérimentations en classe et les faire circuler en réseau à l'aide des outils de communication. Une version DVD permettra l'accès plus facile aux différentes séquences pour le travail en classe. Une version multilingue à destinations des classes européennes sera créée. Ces bandes vidéos doivent s'accompagner d'un travail papier-crayon sur une séquence choisie. Des documents pédagogiques d'accompagnements avec des fiches à adapter pour chaque classe vont être créés, ainsi que sur le contenu historique.

Annexe : contenu des bandes vidéos

Le théorème de Pythagore : Cette bande sensibilise les élèves à l'utilité du Théorème de Pythagore à travers des situations concrètes. Les deux points de vue algébrique et géométrique sont illustrés. Des démonstrations du théorème au cours de l'histoire et dans différentes civilisations sont illustrées par de multiples animations, qui se ramènent à quelques types : des puzzles, comme en Chine ou en Inde, des démonstrations basées sur la similitude, ou sur la méthode des aires. La vidéo présente une généralisation du théorème de Pythagore à des figures semblables construites sur les côtés du triangle rectangle et montre son équivalence avec le théorème de Pythagore.

Similitude : La similitude est une transformation qui conserve la taille et la forme des objets. Elle est fondamentale dans tous les usages de la vie, pour toutes les mesures, avec les maquettes, les cartes et les modèles réduits. On étudie son effet sur les triangles, les polygones, les surfaces et les volumes où dans une similitude de rapport r , les longueurs sont multipliées par r , les aires par r^2 et les volumes par r^3 .

Le tunnel de Samos : Au sixième siècle avant Jésus Christ, un tunnel de 1036 mètres fut creusé à la main dans une montagne sur l'île grecque de Samos. Ce tunnel, une des réalisations techniques majeures de l'antiquité fut creusé par deux équipes travaillant

simultanément des deux côtés de la montagne. Cela pose la gageure intellectuelle : « *Quelle méthode mathématique fut employée pour trouver la direction correcte pour le creusement ?* » Plusieurs méthodes sont décrites dans la vidéo, la première proposée par Héron d'Alexandrie cinq siècles après la fin du percement du tunnel, la deuxième par des historiens des sciences vers 1950. L'équipe du projet *Mathematics* a filmé les lieux en 1993 et elle propose une combinaison des deux explications.

Sinus et Cosinus 1 s'ouvre sur des exemples de mouvements circulaires dans la vie réelle et introduit le sinus en relation avec un point sur un cercle unité. On visualise les courbes sinusoïdes et leurs symétries ainsi que la courbe cosinus. A propos du son, la fréquence et l'amplitude sont illustrées avec les tons produits par différents instruments de musique d'un orchestre. La nature répétitive ou périodique de la courbe sinus est soulignée et d'autres ondes périodiques sont montrées. La découverte de Fourier est illustrée et un peu d'arrière plan historique est donné : une onde périodique est une combinaison d'ondes sinus et cosinus, avec des fréquences et des amplitudes appropriées.

Sinus et cosinus 2 porte sur la trigonométrie et son utilisation pour déterminer des distances impossibles ou difficiles à mesurer directement. Les deux outils pour résoudre de tels problèmes sont la loi des cosinus et la loi des sinus dont on développe l'application en topographie avec la cartographie de l'Inde. Le programme décrit comment elle a été faite et comment a été déterminée la hauteur du Mont Everest. Il retrace une histoire des instruments topographiques, du dioptré aux satellites orbitaux des temps modernes.

Sinus et cosinus 3 relie les sinus et cosinus d'un angle avec les longueurs de cordes d'un cercle et fournit des démonstrations des formules d'addition pour le sinus et le cosinus d'une somme de deux angles. Une est basée sur un théorème de Ptolémée sur des quadrilatères inscrits dans un cercle. Plusieurs applications en sont données : une combinaison d'une onde sinusoïdale avec une onde cosinus de même fréquence est une onde sinusoïdale, la détermination d'expressions exactes pour les sinus et cosinus de beaucoup d'angles en termes de racines carrées des nombres entiers.

Histoire de π définit π comme le rapport de la circonférence d'un cercle à son diamètre et montre que π apparaît dans une variété de formules de probabilité. Après discussion des débuts de l'histoire de π , le programme reprend les travaux d'Archimède avec des animations informatiques et détaille la course dans l'histoire à la détermination des décimales de π et à l'élucidation de la nature de ce nombre. Les améliorations principales des évaluations de π représentent des jalons d'avancées importantes dans l'histoire des mathématiques.

Histoire des mathématiques décrit quelques développements des débuts de l'histoire des mathématiques, depuis les calendriers babyloniens sur tablettes d'argile il y a 5000 ans, aux événements qui furent des jalons vers le développement du calcul infinitésimal au dix-septième siècle. Il décrit des symboles numériques dans différentes cultures et la façon dont la numérogie a donné naissance à la théorie des nombres, il montre le théorème de Pythagore, présente les recherches développées pour estimer le nombre π et explique comment l'astronomie a conduit à la trigonométrie. Il montre des avancées majeures des mathématiques telles que la création de l'algèbre et de la géométrie analytique qui ont accéléré le développement du calcul différentiel et intégral.

Polynômes fournit un catalogue visuel des formes de graphes de polynômes dans un même système de coordonnées rectangulaires. Il s'ouvre avec des exemples des courbes polynomiales qui apparaissent dans la vie réelle. Suit une description systématique des graphes de polynômes en fonction de leur degré. Beaucoup de courbes qui ne sont pas des graphes des polynômes peuvent être approchées avec une grande exactitude par les graphes de polynômes. Une séquence avec une intéressante animation informatique en l'illustrant par des approximations polynômiales d'une courbe sinusoïdale.