

# ***Différences et analogies entre schémas de raisonnement dans des cultures différentes : sortie de l'école secondaire et entrée à l'université.***

M. Ajello<sup>1</sup> - F. Spagnolo<sup>2</sup>

## **Résumé:**

*Les travaux commencent par analyser quelques différences et quelques analogies entre schémas de raisonnement dans des cultures différentes. Les outils utilisés, de natures épistémologique et historique, sont des paradoxes logiques retrouvés à la fois dans les cultures chinoises et occidentales. Les instruments d'enquête sont qualitatifs et quantitatifs. Ce travail s'insère dans le cadre d'un plus vaste projet de recherche sur les problèmes de l'enseignement/apprentissage en milieux multiculturels mené actuellement. La considération fondamentale sur les différents styles d'apprentissage des étudiants ont porté sur la recherche de points de contact possibles et ensuite sur les interventions communes possibles dans des situations apparemment très différentes. L'attention s'est déplacée vers l'analyse de la pensée et l'observation de l'usage de la langue naturelle qui peuvent véhiculer les manières de raisonner et de s'exprimer. Une recherche expérimentale qui recherche les sources profondes des manières de raisonner peut ouvrir de nouvelles voies dans les processus d'enseignement/apprentissage des mathématiques à chaque niveau d'enseignement.*

*Le travail expérimental est subdivisé en deux parties:*

- 1. la première partie concerne une expérimentation en classe. Notre référence théorique est celle de la théorie des situations [Brousseau, 1997]. Les données expérimentales sont analysées quantitativement [R. Gras, 2000] et qualitativement à travers l'analyse de protocoles.*
- 2. La seconde partie expérimentale concerne l'analyse exclusivement qualitative de deux cas.*

## **Introduction.**

Les études concernant l'analyse des schémas de raisonnement sont presque toujours orientés vers l'enseignement/apprentissage de contenus mathématiques spécifiques. L'objectif du travail est de présenter des situations/problèmes typiques de la pensée mathématique, mais avec un attention particulière aux problématiques logique-linguistique.

Le travail s'insère dans un projet de recherche qui a mis en évidence :

1. le rôle de la langue naturelle dans les développements des mathématiques dans l'histoire de la pensée (Spagnolo, 1986, 2000, 2001, 2002);
2. le rôle de l'histoire des mathématiques comme instrument d'observation et d'analyse de situations d'apprentissage/enseignement multiculturels (Spagnolo, 2002).
3. le rôle de la logique floue (approche de type linguistique) comme instrument interprétatif de quelques situations problématiques en classe, corrélée avec le "sens commun" (Spagnolo, 2003; Ajello-Spagnolo, 2002).

Nous nous référons principalement à Zadeh (2001) pour ce qui concerne des considérations fondamentales de l'approche linguistique de la logique floue et à Kosko(1995) pour ce qui concerne les relations et les analogies existant entre logique floue et pensée orientale.

Mais la référence la plus significative est l'enquête sur les schémas de raisonnement oriental en relation au raisonnement européen menée avec des instruments historico-épistémologiques, l'analyse épistémologique permettant de déterminer l'usage des logiques impliquées par les langues naturelles.

Tout ceci permet de formuler l'hypothèse suivante:

---

<sup>1</sup> **M. Ajello** :\_G.R.I.M., Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche, Dipartimento di Matematica ed Applicazioni, Via Archirafi n. 34 90123 Palermo. Tel. 0039 091 6040434. E-mail: [mariajello@katamail.com](mailto:mariajello@katamail.com)

<sup>2</sup> **F. Spagnolo**: G.R.I.M., Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche, Dipartimento di Matematica ed Applicazioni, Via Archirafi n. 34 90123 Palermo. Tel. 0039 091 6040434. Email: [spagnolo@math.unipa.it](mailto:spagnolo@math.unipa.it). Web-site: <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/>.

**H1: Les différences et les analogies résultant de l'histoire des cultures orientale et occidentale sont équivalentes aux différences et aux analogies entre les schémas de raisonnement aujourd'hui vérifiables en situations d'enseignement/apprentissage des mathématiques.**

Pour vérifier cette hypothèse, nous nous servons des références paradigmatiques suivantes :

1. L'analyse historique et historico-épistémologique de la pensée mathématique, en ce qui concerne l'étude des différences des schémas de raisonnement (argumenter, conjecturer et démontrer) dans les différentes cultures européenne et chinoise. Cette d'analyse cherchera les argumentations typiques de l'histoire et de l'épistémologie et serviront de référence de base à tout le travail. Il représente un point de vue possible du développement ontogénétique d'une façon ou d'une autre.
2. L'analyse expérimentale de situations/problèmes à travers l'approche de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1997; Spagnolo, 1998).
3. Une analyse de cas. Ce type d'analyse utilise l'instrument méthodologique de l'interview individuelle. Les situations/problèmes discutées en classe sont l'objet de l'interview.

### **1.1 Observations sur les différences entre la langue chinoise et les langues indo-européennes.**

Pour les observations concernant la langue, nous nous référons aux oeuvres suivantes: Chemla (2001), Needman (1981) et Granet (1988).

"Le Chinois a pu devenir une langue puissante de civilisation et une grande langue littéraire sans devoir se préoccuper ni de la richesse phonétique ni de la commodité graphique, sans non plus chercher de créer un abstrait matériel d'expressions ou de se munir d'un attirail syntaxique. Il a réussi à conserver aux mots et aux phrases une **valeur emblématique** absolument pas concrète. Il a su réserver au **rythme** seul le soin d'organiser l'expression de la pensée. Comme s'il voulût libérer l'esprit avant tout de la peur que les idées puissent devenir stériles si exprimées mécaniquement et économiquement, la langue chinoise s'est refusée d'offrir les instruments confortables de spécification et de coordination apparente qui sont les signes abstraits et les artifices grammaticaux. Elle s'est obstinément conservée rebelle aux précisions formelles pour amour de **l'expression adéquate**, concrète, synthétique. Le Chinois ne semble pas organisé pour remarquer des idées, analyser des idées ou exposer des doctrines. Dans son ensemble, il est construit pour communiquer des attitudes sentimentales, pour suggérer des conduites, **pour convaincre, pour convertir.**" (Granet, 1988).

Les mots sont des noms (ming) qui se réfèrent aux "choses existantes" (wu) dans les réalités effectuelles (shi). Par exemple, il n'existe pas un mot qui signifie "vieux", en revanche il y a un grand numéro de termes qui illustrent différents aspects de la vieillesse avec toute une série de nuances. La construction des idéogrammes suit deux voies complémentaires:

1. 80% des idéogrammes sont de type associatif (Needman, 1981). Ils représentent une sorte d'équations mentales<sup>3</sup>.
2. Les règles pratiques pour la construction de ces idéogrammes peuvent être synthétisées de: "S'appuyer sur ce que précède", "Agrandir les connaissances<sup>4</sup>".

### **1.2 Des langues naturelles aux aspects logico-linguistiques.**

De l'analyse sur la langue, il n'est pas difficile de passer à l'analyse des aspects logico-linguistiques. Dans la tradition historique, la référence principale est « l'École des Noms » (370-310 d.c.). C'est dans cette période que sont proposés les paradoxes logico-linguistiques que nous prendrons en considération dans ce travail:

<sup>3</sup> "Une troisième partie de caractères est composée de combinaisons sémantiques de deux pictogrammes ou plus, qui forment ceux que nous pouvons appeler composés par association. Ainsi *fu*, femme est composée des signes de femme, main et balai; ... Nous avons donc une espèce d'équation: *li(champ)+ tien(force)= nan(homme)*. Telles équations constituent un soubassement fondamental semi-conscient pour celui qui acquiert une familiarité avec la langue." (Needham, 1981, pag. 35-36, vol I).

4. Ces deux règles viennent de deux oeuvres homonymes (200 a.c.) qui représentent une référence historique épistémologique pour la philosophie, l'argumentation et la démonstration en mathématiques.

1. "la distinction entre ce qui se rapproche le plus de ce qui se rapproche le moins est le minimum en termes de proximité et d'éloignement distinction, alors que la distinction entre des êtres entièrement proches et entièrement distincts correspond au maximum de proximité et d'éloignement".
2. "un cheval blanc n'est pas un cheval".

Selon les auteurs cités dans ce paragraphe, un rôle central pour l'élaboration d'une pensée scientifique en Chine est attribué à "l'École des Noms" et aux "Dialecticiens".

L'hypothèse de Kosko sur la logique floue comme logique de référence de la pensée chinoise (consciente ou pas, au moins même à la fin de '900) représente une des principales références pour ce travail et pour les précédents (Ajello-Spagnolo, 2003).

### 2.1 L'algorithme comme instrument pour argumenter et démontrer?

Dans la pensée mathématique chinoise la référence principale est l'algorithme. Il joue un rôle central dans le Canon des mathématiques et représente un instrument aussi pour argumenter et démontrer.

L'algorithme est une combinaison d'une réitération et de deux choix 'conditionnels'.

Le choix conditionnel est un élément intéressant premier du schéma de raisonnement:

1. réitération
2. conditionnels, (si...alors...)
3. assignation de variables

*Le tableau qui suit indique les analogies et les différences entre la signification de l'algorithme dans les deux cultures.*

	<i>Du point de vue occidental</i>	<i>Du point de vue oriental</i>
<b>Algorithme intuitif</b>	Procédure.	Procédure. Recherche d'algorithmes fondamentaux comme référence.
<b>Algorithme formalisé</b>	Algorithme: 1) Efficacité, effectivement exécutable d'un automate. L'automate doit pouvoir reconnaître les parties minimales de la description de l'algorithme (accepter le langage dans lequel l'algorithme est écrit; les phrases bien formées s'appellent instructions). 2) Finitude d'expression: succession finie d'instructions. Cycles, conditions, sauts. 3) Finitude du calcul: dans l'idée d'algorithme la condition de fin de procédure est incluse, pour n'importe quelles données initiales. 4) Déterminisme: à chaque pas de l'exécution de la procédure; On doit définir une et une seule opération à exécuter, successivement.	Un exemple paradigmatique est la règle de trois: la règle de trois s'appuie sur la "quantité de ce qu'on a" et sur le couple constitué par le "lüt de ce qu'on a" et du "lüt de ce qu'on cherche" pour donner lieu à la "quantité de ce qui est recherché" <sup>5</sup> .
<b>Algorithme déterministe</b>	La condition 1 est nécessaire. Les autres donnent lieu aux types différents d'algorithmes. Lorsque la condition 4	Recherche à travers analogies d'algorithmes valides pour classes de problèmes homogènes. Référence aux

5. Le titre du lüt met en évidence que les quantités sont définies une dans l'autre. Mais il met en évidence aussi le rôle possible d'inconnue. Le schéma de raisonnement induit par la langue naturelle il emmène les Chinois à implémenter des stratégies décisives de type algébrique (Spagnolo, 1986, 2002). Dans d'autres situations le rôle de l'inconnue est exprimé par la position en accord parfait avec l'approche avec les baguettes.

	manque, on l'appellera algorithme non déterministe.	algorithmes comme modèles.
<b>Algorithmes probabilistes</b>	Algorithmes approximatifs, probabilistes, NP-complets (s'il existe un algorithme polynomial apte à affirmer si celle-ci est effectivement solution du problème), algorithmes qui s'arrêtent après un nombre de pas qui grandit exponentiellement.	Algorithmes flous?

### 2.3 Quels schémas stables de raisonnement dans la culture chinoise?

Chaque raisonnement est conclu avec des phrases du type: "d'ici le résultat".

L'algorithme est vu comme un schéma pour montrer l'exactitude d'un raisonnement.

	<b>Révolution Scientifique technologique.</b>	<b>Inférences</b>	<b>Comme on connaît</b>	<b>Comment affronter le problème aujourd'hui dans l'optique de la science de la complexité</b>
<b>Ouest</b>	1600 : révolution scientifique: logique bivalente. <b>Instrument de la logique bivalente:</b> connaissance à priori des éventuelles modélisations scientifique-mathématiques et technologiques.	1) Inductives 2) Déductives 3) Abductives	Schémas catégoriels (Aristote) Manipulation de formules algébriques en dehors du contexte pour construire des modélisations abstraites et prévoir des phénomènes de manière déterministe	<b>Sémiotique?</b> <b>Approche Systémique?</b>
<b>Est</b>	XXI siècle révolution scientifique: logique floue <b>Instrument de la logique floue:</b> connaissance à posteriori des éventuelles modélisations scientifique-mathématiques et technologiques. <b>Logique des analogies?</b> <b>Logique des corrélations?</b>	Inférences sémiotiques. 1) Si...alors.... 2) Abductive 3) Rendre égaux 4) Rendre homogènes 5) Algorithme • Itération • Conditionnels (Si...alors...) 6) Assignation de variables	Connaissance à travers tout les propres corps: théories modernes neuro physiologiques, manipulation de formules algébriques toujours rapportées à un contexte, comme dans la tradition. Embodiment?	La démonstration automatisée. (par exemple théorème des quatre couleurs). Les applications technologiques des systèmes flous. Instrument possible d'unification des connaissances: neuro physiologie, connaissance à travers les propres corps, franchissement de la division mental-corps héritage de la philosophie cartésienne, olisme.

### 3.0 La présentation du travail expérimental dans les classes italiennes

5 situations/problèmes ont été formulées avec l'objectif primaire de déterminer des schémas de raisonnement différents.

Le travail s'est déroulé au Lycée Scientifique "S. Cannizzaro" de Palerme.

Les classes choisies étaient: une classe de troisième (âge 16 ans) et une classe de seconde (âge 15 ans). Le professeur de philosophie avait initié les élèves de troisième aux syllogismes aristotéliens, ils se sont ensuite exprimés avec un langage correct; les élèves de seconde ont de toute façon pu résoudre correctement les questions (le pourcentage de questions résolues a été très semblable). Tous étaient aptes à utiliser le langage des ensembles correctement.

### ***La méthodologie suivie et les instruments d'analyse utilisés:***

Le questionnaire a été distribué aux élèves des deux classes par un même professeur (le prof.ssa Ajello), les mêmes renseignements et les mêmes éclaircissements ont été donnés sur les questions. Le temps à leur disposition était de 90 minutes.

Les protocoles ont été recueillis et analysés à partir de l'analyse à priori formulée précédemment et les données ont été élaborées avec le CHIC, pour l'analyse implicative, et avec le SPSS pour l'analyse factorielle.

#### ***1.1 Comme ont été choisis les situations/ problèmes?***

Chaque situation prévoit un schéma possible de raisonnement mais n'en n'exclut pas autres. (le questionnaire est en appendice 1)

Dans les questions 1 et 4, on utilise délibérément le terme « essayer » car leurs solutions utilisent des procédés induits par les tentatives empiriques; par contre, dans la question 3, on utilise le terme « montrer » car nous nous attendons à un raisonnement par déduction quelle que soit la manière d'atteindre la solution (à travers la représentation des cas possibles ou non). La 5 question nécessite un raisonnement par "exclusion de cas" qui se rapproche d'un raisonnement par l'absurde. La question 2 est un paradoxe de la tradition culturelle chinoise de "l'École des Noms" qui joue sur l'ambiguïté linguistique relative aux qualités et se prête très bien à la comparaison entre les points de vue différents, chinois et occidental.

L'argumentation nécessaire pour répondre à ces questions est plus voisine du raisonnement naturel que de la démonstration mathématique. L'analyse sur les différentes formes discursives et sur les différents niveaux d'organisation des argumentations produits par les élèves de l'échantillon donne la possibilité de distinguer et de comparer différents schémas de raisonnement et de faire quelques observations instructives sur les différents comportements.

Les argumentations ne sont considérées comme acceptables que si elles sont pertinentes.

Une analyse immédiate des données met en évidence la grande ressemblance entre les deux comportements où le degré de formalisme est plus bas ou vraiment nul. On pourrait supposer que les différences sont plus évidentes au fur et à mesure que l'on choisit l'un ou l'autre modalité symbolique. Est-ce que cela dépend de la langue? Les recherches de neuro physiologie disent que la pensée parallèle est présente dans les comportements essentiellement flous du point de vue neuronale. Dans la phase de la conscience de soi (Boncinelli, 2002) il y a une alternance entre pensée parallèle et pensée sérielle. La pensée parallèle correspond à la pensée floue et la pensée sérielle à la pensée bivalente.

#### ***Récapitulation des résultats***

Entre les schémas possibles de raisonnement que les élèves de l'échantillon ont utilisé, le plus difficile à soutenir a été le schéma de l'induction tandis que ont été utilisées plus souvent correctement les chaînes de déductions avec des représentations graphiques des structures inferentielles.

Ceci est un résultat assez prévisible, en raison même de la place des mathématiques à l'école, mais aussi peut-être, parce que, dans toutes les disciplines, l'on a toujours privilégié les inférences, les raisonnements déductifs venant par la suite, et l'on a négligé l'importance de dresser les élèves à utiliser alternativement induction - déduction - induction - déduction.

Un second résultat, peut-être plus intéressant, la capacité d'utiliser des représentations graphiques, des méthodes combinatoires acceptées sans trop de surprise et la possibilité de rencontrer un paradoxe. Ces compétences impliquent différentes manières de raisonner:et favorisent l'usage correct des syllogismes en préparant la voie à une utilisation consciente de la démonstration mathématique.

### 4.3 Les interviews avec deux chinois: considérations qualitatives

Deux interviews se sont déroulées sur la trace des situations/problèmes faits en classe.

Tong, né à Canton 1954, a fréquenté les écoles chinoises jusqu'à l'école supérieure expérimentale secondaire, mais n'a pas complété ses études; il s'est établi à Palerme en 1978 où il a obtenu la « *licenza media* » italienne en 1985 et où il gère un restaurant.

Jouzou, né à Palerme en 1986, fréquente actuellement la dernière année d'un cours d'études expérimental (Lycée Européen) dans lequel il a étudié le latin, le grec, la philosophie, les mathématiques, etc.... Il se considère italien culturellement et ses connaissances de la langue chinoise et de la culture chinoise ont été acquises par l'intermédiaire de ses parents. Tong est le père de Jouzou.

### 4.4 Conclusions générales et perspectives futures.

Dans le tableau qui suit, nous dégagons une analyse comparative entre les différents comportements apparus lors de l'enquête dans les classes et les interviews. Les points de vues différents comprennent toute la gamme des réponses et sont confortés par l'analyse historico-épistémologique des mathématiques dans les deux cultures, avec référence spéciale à l'argumentation et à la démonstration.

Questions	Comportements du point de vue de la pensée floue	Comportements du point de vue de la pensée bivalente
1	Approche heuristique par essais et erreurs. Recherche d'un algorithme comme instrument de démonstration formalisée <sup>1</sup> .	Raisonnement inductif: chaîne finie de conjonctions <sup>2</sup> .
2	Demande d'un contexte concret pour analyser l'adéquation proportion de la proposition considérée <sup>3</sup> .	Usage des diagrammes de Venn <sup>4</sup> pour la déduction (la proposition apparaît ainsi comme fausse).
3	Mesure de la conformité des affirmations en objet avec les énoncés. Grand soin dans l'analyse du texte <sup>5</sup> . Usage de tableaux ou de matrices <sup>6</sup> .	Usage des diagrammes de Venn <sup>4</sup> pour la déduction et une interprétation correcte des syllogismes. Procédés déductifs en langue naturelle.
4	Organisation des données pour la recherche de la conformité avec un modèle (schéma, idée précédente, situation analogue).	Organisation des données pour l'analyse de tous les cas possibles. Usage de la division comme répartition. Le principe du colombier.
5	Raisonnement de type combinatoire avec représentation avec tableaux. Analyse de tous les cas possibles pour favoriser la reconduction au modèle <sup>7</sup> .	Usage de la contraposée et ensuite du raisonnement par l'absurde en L.N. et avec l'aide de tableaux à double entrées.

<sup>1</sup> Un des instruments utilisés dans la mathématique chinoise pour montrer la conformité d'une séquence de passages par respect à une classe de problèmes concrets est l'algorithme, entendu comme répétition de deux conditionnels choisis (si... alors) avec un point de départ quelconque.

<sup>2</sup> À ne pas confondre avec le principe d'induction mathématique (qui se compose par contre d'une chaîne infinie ...)

<sup>3</sup> Assigner un contexte équivaut à établir une relation floue linguistique (dans le sens utilisé par Zadeh) et équivaut à la définition de qualité aussi. Dans ce cas la qualité couleur et la qualité forme, ils sont à l'origine du paradoxe de Gongsun Long, troisième siècle de notre ère. (Levi, 2002, pag. 72)

<sup>4</sup> Les diagrammes de Venn donnent la possibilité de représenter avec le langage des ensembles les connectifs logiques de la logique du premier ordre.

<sup>5</sup> La traduction linguistique en termes de problème floue indique que l'échelle de conformité dépend de la quantité de renseignement: plus on a des renseignements, plus grande est la possibilité d'établir la conformité ou la difformité.

Les expressions "conformes et proportionnées" sont l'équivalent floue de l'expression "vrai" dans la logique bivalente.

<sup>6</sup> Dans la mathématique chinoise, le calcul avec les baguettes prévoyait l'usage de matrices. Il n'est pas exclu que l'usage des matrices fût aussi induit par l'apprentissage de la langue naturelle.

<sup>7</sup> Le rapport au modèle (combien est-il voisin?, combien s'écarte-t-il?) est vécu comme schéma sémiotique de référence principale pour déterminer le juste proportion d'une affirmation. L'argumentation et l'organisation des raisonnements arrive par hiérarchisation des modèles (modèles et sous modèles comme ensembles et sous-ensembles). Aujourd'hui avec le langage de la logique floue nous parlerions d'implications floues.

À la lumière de l'hypothèse, on peut remarquer que la lecture du tableau permet de noter des différences dans l'analyse initiale, surtout en ce qui concerne l'argumentation et la démonstration, dans les pensées mathématiques chinoise et européenne, tant dans les comportements du point de vue de la pensée floue, que dans les comportements du point de vue de la pensée bivalente.

### **Problèmes ouverts.**

1. L'analyse doit continuer avec d'autres travaux expérimentaux sur un échantillon significatif d'élèves des écoles chinoises.
2. La conjecture n'a pas encore été réellement vérifiée expérimentalement et de manière significative.

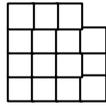
### **Références Bibliographiques**

- Ajello M. et alii (2000), Il dialogo tra le discipline: costruire competenze trasversali, Quaderni del CIDI, Palermo
- Ajello M.– F. Spagnolo, 2002., Senso comune e Logica Fuzzy, Quaderni di Ricerca in Didattica, n.11, Palermo, <http://math.unipa.it/~grim/quaderno11.htm>.
- Ajello M. – F. Spagnolo (2002), *Some experimental observations on common sense and fuzzy logic*, Palermo, International Conference on Mathematics Education into the 21<sup>st</sup> Century, <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/21project.htm>
- Brousseau G. (1997), *Theory of Didactical situations in mathematics. 1970-1990*, (304 pages) traduction M. Cooper, N. Balacheff, Rosamund Sutherland et Virginia Warfield. (Kluwer Academic Publishers).
- Boncinelli Edoardo (2002), Io sono, tu sei (L'identità e la differenza negli uomini e in natura), Mondadori, Milano.
- Chemla K. (2001), I “Nove capitoli sui procedimenti matematici”: la costituzione di un canone nella matematica, Storia della Scienza: Cina, India, Americhe, Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani S.p.a.
- Cao Zhong-jun & Bishop Alan (2002), Chinese students' approaches to learning of mathematics, ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October. (Faculty of Education, University of Hong Kong, Pokfulam Road).
- D'Ambrosio U. (2002), Etnomatematica, Pitagora Editrice, Bologna.
- De Bono E. (1999), Creatività e pensiero laterale, Biblioteca Universale Rizzoli, Milano.
- U. Eco (1975), Trattato di Semiotica, Bompiani Editore, Milano.
- Fischer Walter L.(2002), Historical topics as indicators for the existence of fundamentals in educational mathematics (An intercultural comparison), ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.
- Gagatsis A. (2003), A multicultural approach to understanding and learning mathematics, Proceedings 3<sup>rd</sup> Mediterranean Conference On Mathematical Education, Athens 3-5 January .
- Gras R. (2000), Les fondements de l'analyse implicative statistique, Quaderni di Ricerca in Didattica, Palermo, <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/quaderno9.htm>
- Granet Marcel(1988), *La pensée chinoise*, Editions Albin Michel, Paris.
- Hino K.-Kaiser G.-Knipping C.(2002), Comparing teaching mathematics in eastern and western traditions –Looking at France, Germany, England and Japan, ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October. (Faculty of Education, University of Hong Kong, Pokfulam Road).
- Hirabayashi Ichiei (2002), A traditional aspect of mathematics education in Japan: mathematics as Gei (Art), Its Jutsu (Technique) and Do (Way). ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.
- Ghevrghese Joseph George, C'era una volta il numero (Original title: The Crest of the Peacock. Non-European Roots of Mathematics), Il saggiatore, 2000.
- The Inter-Irem commission, History of mathematics History of problems, Ellipses (32, rue Bague, Paris 15°), 1997. (Version française: Histoire des mathématiques, histoire des problèmes).
- Bart Kosko (1995), *Il Fuzzy Pensiero*, Baldini&Casoldi, Milano. (*Fuzzy thinking: the new Science of fuzzy logic*, B. Kosko, 1993).
- Levi Jean(2002), *Tre scuole di pensiero*, Storia della Scienza: Cina, India, Americhe, Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, Roma, pagg 56-72.
- Mathematical Ideas and Indigenous Languages: The extent to which culturally -specific thinking is carried through the language in which it takes place, article by Barton, B. & Frank, R.. Published by Lawrence Erlbaum & Associates. (2001).
- Radford, L. (1998) [On Signs and Representations. A Cultural Account](#), *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 35(1), 277-302.
- Roshdi Rashed (2002), Algebra e linguistica. Gli inizi dell'analisi combinatoria, Storia della Scienza: Cina, India, Americhe, Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, Roma, pagg 86-93.
- Lemut Enrica, Living in the Real-World-System: technology and mathematics as Systemic Thinking mediators, The Mathematics Education into the 21<sup>st</sup> Century Project, Ammann, Jordan, November 2000.
- Needham Joseph (1981), Scienza e Civiltà in Cina (Original title: Science and Civilisation in China, Cambridge University Press, 1959), I e II Vol., Einaudi.
- Spagnolo Filippo (1986), Sull'impostazione di certi metodi risolutivi dei problemi nella tradizione cinese, L'insegnamento della Matematica, vol.9, n.8, sez. B.
- Spagnolo Filippo (1998), *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria* (Manuale di Didattica delle Matematiche per la formazione post-universitaria), La Nuova Italia Editrice, 1998

- Spagnolo Filippo (2000), The role of history of mathematics in research in Mathematics Education, Proceeding, "The Mathematics Education into the 21<sup>st</sup> Century Project", November 2000, Amman, Jordan. (<http://math.unipa.it/~grim/21project.htm>)
- Spagnolo (2001), Semiotic and hermeneutic can help us to interpret teaching/learning?, Proceeding "The Mathematics Education into the 21<sup>st</sup> Century Project", Palm Cove (Cairns, Australia). (<http://math.unipa.it/~grim/21project.htm>).
- Spagnolo F. (2002), *History and Ethno-Mathematics in the Interpretation of the process of learning/teaching*, 13<sup>o</sup> ICMI Comparative Study Conference, University of Hong Kong. <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/articles.htm>
- Winslow Carl – Emori Hideyo (2002), Elements of a semiotic analysis of the secondary level classroom in Japan. ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.(Faculty of Education, University of Hong Kong, Pokfulam Road).
- Zadeh Lotfi A.(2001), From computing with numbers to computing with words from manipulation of measurenebts to manipulation of perception, Proceedings, Palermo 2000, "Human and machine perception" (Thinking, deciding and acting), Edited by V. Cantoni, V. Di Gesù, A. Setti e D. Tegolo, Kluwer Accademic, New York.
- Zheng Yu -xin (2002), Mathematics education in China from a cultural perspective. ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.(Faculty of Education, University of Hong Kong, Pokfulam Road).

**Questionnaire sur les capacités d' « argumentation » dans des situations problématiques.**

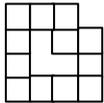
1. Un échiquier avec  $2^n \times 2^n$  cellules est donné. Vous enlevez une cellule dans un des quatre angles, comme par exemple sur la figure suivante :



Est-ce qu'il est possible de couvrir l'échiquier entier avec des morceaux de ce type ?



Suggestion. Pour raisonner par induction, mettre le morceau de trois au centre:



Comme allez-vous continuer ?

**1a) Solution.**

**1b) Motivez la solution proposée.**

2. "Un cheval blanc n'est pas un cheval".Pouvons-nous déclarer cette proposition comme étant vraie ou fausse?

**2a) Solution.**

**2b) Motivez la solution proposée.**

3. Les affirmations suivantes sont données:

"Tous les adultes peuvent voter. Sabrina a l'âge de voter. Tous les gens qui ont le permis de conduire ont l'âge de voter."

Considérer les affirmations suivantes:

- Sabrina peut obtenir un permis de conduire.
- Quiconque n'est pas l'âge de voter n'a pas le permis de conduire.
- Quicoque n'a pas le permis de conduire n'a pas l'âge de voter.
- Sabrina peut voter.

Montrez que trois parmi ces affirmations sont vraies et une seule est fausse.

**3a) Solution.**

**3b) Motivez la solution proposée.**

4. Il y a 30 élèves dans une classe. Dans l'exercice de dictée, tous ont fait au moins une erreur. Alex a fait 13 erreurs et tous les autres ont fait moins que lui. Essayer de prouver qu'il y a au moins un groupe de trois élèves que a fait le même nombre d'erreurs.

5.

**4a) Solution.**

**4b) Motivez la solution proposée.**

6. Maria, Benedetto et Giovanna sont les prénoms de trois jeunes personnes âgées de 14, 16 et 17 ans. Rossi, Bianchi et Verdi sont leurs noms. L'ordre des prénoms peut correspondre ou ne pas correspondre à ceux des noms; de plus, l'ordre des âges ne correspond pas nécessairement à celui des prénoms. On sait que: la fille Rossi a trois ans de plus que Giovanna et que le jeune Verdi a 16 ans, trouvez le nom complet de chaque élève et son âge.

**5a) Solution.**

**5b) Motivez la solution proposée.**