Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

RÔLES ET RESPONSABILITÉS DES PROFESSEURS ET DES ÉLÈVES DANS LES DÉMARCHES D'INVESTIGATION ET DANS LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Compte-rendu du groupe de travail n°10

Michèle GANDIT*– Francesca MORSELLI**– Sidi SOKONA BEKAYE***

Ce texte rend compte du travail effectué dans le groupe. Il donne les grandes lignes développées dans les présentations et les discussions, sans reprendre les communications telles quelles, celles-ci figurant dans les actes.

Le groupe de travail comptait onze participants, venant de six pays : Algérie (Samia Méhadenne), Italie (Francesca Morselli), France (Grégoire Charlot, Michèle Gandit, Jean-Baptiste Lagrange, Bernard Le Feuvre, Christian Mercat), Suisse (Maud Chanudet, Sylvie Coppé), Tunisie (Benoît Ray). Il est appréciable que ce collectif ait été constitué de personnes exerçant des métiers divers en lien avec les mathématiques et leur enseignement : des enseignants de mathématiques en lycée, ayant des pratiques innovantes, des formateurs d'enseignants, des chercheurs en mathématiques, des chercheurs en didactique des mathématiques, des formateurs d'enseignants de mathématiques.

Compte tenu du temps alloué au groupe de travail (quatre plages de deux heures et une plage d'une heure et demie), les participants ont apprécié de pouvoir échanger de façon satisfaisante sur chacune des contributions proposées. Les questions sur celles-ci étaient anticipées, puisque chaque participant au groupe de travail avait eu la possibilité de prendre connaissance des textes, avant leur présentation au groupe.

Les responsables du groupe de travail avaient choisi d'organiser le travail selon trois axes, afin de traiter certaines questions soulevées dans les conclusions du GT10 de EMF 2012, sur la démarche d'investigation dans la classe de mathématiques (Matheron & al 2012) : le premier, de façon générale, revient sur ce qu'est une démarche d'investigation en mathématiques et ses liens avec la résolution de problèmes, le second traite du rôle de l'enseignant(e) et le troisième du rôle des élèves, au sein des enseignements relevant de démarches d'investigation. Dans le texte qui suit, nous reprenons ces axes au travers des

* Université Grenoble Alpes – France – michele.gandit@univ-grenoble-alpes.fr
** Institution – Italie – francesca.morselli@unito.it
***Institution – Mali – sbsokona@gmail.com

Gandit M., Morselli F., Sokona Bekaye S. (2015) Rôles et responsabilités des professeurs et des élèves dans les démarches d'investigation et dans la résolution de problèmes - *Compte-rendu du groupe de travail n°10*. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT10, pp. 829-836.

présentations de chacun des participants. Nous revenons sur chacune des présentations et du temps d'échange qui l'a suivie. Auparavant, nous proposons une présentation un peu générale.

I. UNE VUE D'ENSEMBLE SUR LE TRAVAIL DU GROUPE

Les différentes présentations et les échanges au sein du groupe montrent la multiplicité des pratiques d'enseignement que recouvre actuellement l'expression « démarches d'investigation ». Il est aussi bien question de posture scientifique des élèves qu'on cherche à développer dans un cours dédié à la résolution de problèmes (Chanudet) ou dans des ateliers de recherche réservés à quelques élèves volontaires (Ray) que de phases de travail particulières au sein du cours que suivent ordinairement les élèves, en lien avec l'apprentissage de concepts mathématiques ou théorèmes. Il est généralement question d'investigation guidée au travers de tâches bien précises, proposées par l'enseignant. Pour Morselli, l'enseignant part de situations « ouvertes » où les élèves sont amenés à formuler des conjectures et à argumenter. Lagrange et Le Feuvre proposent une résolution de problèmes par groupes sur le thème de la modélisation fonctionnelle, chaque groupe apportant sa contribution particulière à la résolution générale du problème. Dans le *débat scientifique préparatoire* (Charlot), le guidage se fait par l'enchaînement des questions posées, permettant aux élèves de faire des conjectures et d'argumenter collectivement pour étudier un champ mathématique qu'ils ne connaissent pas encore. Enfin Coppé étudie une phase d'interactions didactiques (au sens de Sensevy, 2007) qui se situe dans une séance relevant d'une pratique plus ordinaire que celles qui sont citées ci-dessus.

La collaboration avec d'autres disciplines que les mathématiques est évoquée dans deux présentations (Ray, d'une part, Lagrange et Le Feuvre, d'autre part), de même que le lien avec la modélisation.

Les apprentissages visés explicitement au travers des enseignements mettant en œuvre une investigation des élèves se situent sur un continuum entre, d'une part, l'acquisition de compétences relevant de la recherche scientifique, sans visée d'apprentissages de notions mathématiques, à l'une des extrémités, d'autre part, la compréhension de concepts et de propriétés mathématiques, grâce à l'acquisition de méthodes scientifiques, à l'autre extrémité. On peut résumer en utilisant les différents ordres de connaissances développés par Sackur et al. (2005) : les apprentissages visés se situent sur un continuum entre, d'un côté, des connaissances d'ordre II uniquement et, de l'autre côté, des connaissances d'ordre I, acquises en utilisant des connaissances d'ordre II. L'explicitation de ces dernières aux élèves n'est cependant pas toujours présente dans plusieurs des dispositifs présentés, alors qu'elle apparaît comme centrale dans d'autres. Le point de vue de l'évaluation, adopté dans ces dernières, semble favorable à cette explicitation.

Différents projets européens sont cités comme points d'appuis aux recherches présentées dans le groupe de travail. Dans la continuité du projet S-TEAM (Science Teacher Education Advanced Methods), qui s'inscrit dans la dynamique soutenant le développement des enseignements scientifiques fondés sur les démarches d'investigation, le projet ASSIST-ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education) étudie plus particulièrement la question de l'évaluation dans ces types d'enseignements. La communication de Sylvie Coppé y fait explicitement référence. La question de l'évaluation d'activités de résolution de problèmes est reprise dans l'intervention de Maud Chanudet qui situe sa recherche dans le cadre d'un cours dédié spécifiquement à la démarche d'investigation, dans l'enseignement secondaire genevois. Des pratiques d'évaluation formative en mathématiques sont également abordées, en lien avec l'apport d'une technologie numérique, dans la présentation de Francesca Morselli qui se situe dans le cadre du projet FaSMEd (Formative Assessment in Science and Mathematics Education) et qui se préoccupe plus particulièrement des élèves en difficulté dans les enseignements scientifiques. Les discussions permettent d'évoquer le projet MC2 (Mathematical Creativity Squared) qui vise à développer un environnement informatique stimulant et créatif pour améliorer la créativité des élèves en mathématiques. Deux autres présentations font référence aux recherches dans les IREM[1] : le groupe *Casyopée* de l'IREM de Rennes (Jean-Baptiste Lagrange et Bernard Le Feuvre) et le groupe *Débat scientifique* de l'IREM de Grenoble (Grégoire Charlot). Enfin Benoît Ray s'appuie sur une Action Pédagogique Pilote, nommée « Tous chercheurs ».

II. PRESENTATIONS ET DISCUSSIONS

L'aspect investigation est décrit sous la forme « essayer – conjecturer – tester – prouver » dans le cours relatif à la résolution de problèmes, présenté par Maud Chanudet. Elle précise que les enseignants, chargés de ce cours, ressentent la nécessité d'avoir accès aux démarches des élèves. Pour ce faire, ils recourent à un dispositif issu de la recherche en didactique, les *narrations de recherche*. Cet outil, conçu à l'origine, pour favoriser chez les élèves l'écriture de mathématiques, se transforme ainsi en un outil permettant aux enseignants d'évaluer l'acquisition par les élèves de compétences en résolution de problèmes. La nécessité se fait sentir chez les enseignants d'établir des critères permettant cette évaluation. Les questions qui se posent sont alors les suivantes : 1) Peut-on dégager des critères d'évaluation généraux, indépendants des problèmes ? 2) Que doit-on et que peut-on évaluer, en termes de savoirs, savoir-faire, compétences relatifs à la résolution de problèmes ? 3) En quoi et comment le travail avec les narrations de recherche participe-t-il à la construction de savoirs mathématiques et lesquels ? Des éléments de réponse sont apportés par Maud Chanudet (voir son texte), qui s'interroge également sur la nature de l'évaluation des narrations de recherche, permise par ces grilles de critères : sont-elles seulement un outil d'évaluation sommative ou bien peuvent-elles devenir un outil d'évaluation formative, fournissant des feedbacks, aussi bien aux enseignants qu'aux élèves, ou encore un moyen de favoriser d'autres types d'évaluation (auto-évaluation, évaluation entre pairs, co-évaluation). Elle constate enfin que, la plupart du temps, les critères d'évaluation sont communiqués aux élèves, mais que ceux-ci portent davantage sur l'aspect narration que sur l'aspect recherche. On peut néanmoins conclure que la confection d'un outil d'évaluation permet une objectivation des compétences en matière d'investigation, pouvant déboucher sur une institutionnalisation à l'issue de la recherche d'un problème.

Ce point de vue de l'évaluation est abordé, mais de manière beaucoup moins marquée, dans la communication de Benoît Ray qui met, davantage en avant la posture de chercheur que doit adopter l'élève face à un problème qui ne relève pas essentiellement des mathématiques. Il questionne ainsi plus largement les moyens à se donner pour faire vivre d'authentiques pratiques interdisciplinaires engageant les mathématiques. Les deux exemples développés – 1) Mouvement brownien ; 2) Hasard et probabilités – concernent des élèves de lycée (16-17 ans) de la série scientifique. Le travail sur la modélisation est développé au cours de l'investigation menée par les élèves. L'enseignant n'a pas sa posture habituelle de détenteur du savoir, il encadre la recherche des élèves, il est secondé par un chercheur. En référence au modèle des enseignements scientifiques fondés sur l'investigation, développé par Grangeat (2013), Benoît Ray développe en quoi les modalités qu'il propose relèvent d'un tel enseignement : l'enseignant construit un problème avec les élèves sur un thème donné, il propose une consigne ouverte et un matériel libre, il favorise la responsabilisation des élèves

[1] Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

dans la conduite de l'investigation en mettant à leur disposition des outils d'auto-évaluation, il incite les élèves à argumenter en leur faisant justifier leurs réponses par des savoirs ou des résultats. En revanche, le dispositif ne prend pas en compte la diversité des élèves et ne favorise pas non plus l'explicitation des savoirs en jeu. L'acquisition de ces derniers est cependant évaluée implicitement par l'intermédiaire de la conférence que les élèves doivent donner pour présenter leurs travaux et leurs résultats. Par rapport à ce dispositif, le groupe de travail s'est questionné sur le risque d'accroissement des inégalités entre les élèves. Pourquoi ne pas proposer un tel dispositif à un plus grand nombre d'élèves, voire à tous les élèves ?

La modélisation est également très présente dans le dispositif d'investigation proposé par Jean-Baptiste Lagrange et Bernard Le Feuvre. Il vise à faire comprendre aux élèves l'aspect de dépendance qui sous-tend les fonctions et à leur permettre de s'approprier le formalisme fonctionnel de façon à ce qu'il devienne opérationnel dans la recherche de problèmes. Le cadre de modélisation fonctionnelle qui est présenté peut se décrire très succinctement comme un cycle mettant en jeu : problème – figure dynamique – quantification, covariation entre grandeurs – fonction algébrique (domaine, formule, graphe, table) – traitement mathématique – problème… Les limites constatées de ce cadre de modélisation fonctionnelle amènent les auteurs à dépasser la résolution de problèmes par modélisation en recourant à la *dialectique des média et des milieux* (Chevallard 2007). A la différence de la pratique usuelle de la résolution de problèmes en mathématiques, l'investigation, dans cette dialectique, passe par une recherche de solutions déjà obtenues sur le problème en jeu, de stratégies de résolutions différentes, en bref, par une sélection et un traitement d'informations de provenances diverses. L'expérimentation décrite, prenant place dans le cadre habituel d'une classe de terminale scientifique (élèves de 17-18 ans), montre ainsi comment le milieu est enrichi d'éléments qui peuvent être reconnus par les élèves comme de même nature que ceux qu'ils seraient allés chercher de leur propre initiative. Il s'agit de trouver une fonction qui modélise, dans un repère donné, la courbe dessinée par un câble principal du pont de Golden Gate. Les auteurs repensent les composantes du cycle de modélisation fonctionnelle comme différents espaces de travail fonctionnels : le dispositif physique, la figure dynamique, les grandeurs, l'algèbre. Un même objet prend ainsi sens dans chacun de ces espaces : une dépendance mécanique dans le dispositif physique correspond à une co-variation géométrique dans la figure dynamique, qui elle-même est vue comme une co-variation entre mesures, variables dans l'espace des grandeurs, qui devient une fonction définie par une formule dans l'espace de l'algèbre. La question qui se pose à notre groupe de travail est la suivante : compte tenu des contraintes des classes de lycée, est-il possible de faire vivre aux élèves des situations problématiques, associant plusieurs espaces de travail fonctionnels avec un contrôle efficace de la dialectique media-milieux ? L'expérimentation (déjà évoquée ci-dessus) est décomposée en trois temps : au cours du premier temps, des investigations autour d'une même question sont conduites par un ou plusieurs groupes, chacune dans un espace de travail spécifique ; dans un deuxième temps, les groupes sont déconstruits et reconstruits de façon à ce que, dans chacun des nouveaux groupes et pour chacun des espaces de travail, les résultats des groupes initiaux puissent être communiqués par un(e) élève ; dans un troisième temps, une synthèse est élaborée collectivement. Les conclusions de cette expérimentation montrent que les élèves ont adhéré au dispositif, que les différents aspects de la question ont été abordés, que la dialectique media-milieux fonctionne. Il faut cependant veiller à l'adéquation des objectifs et de la mise en œuvre dans chacun des groupes d'investigation, ainsi qu'à la mise en lien des résultats des différentes investigations. C'est ce dernier point qui a été questionné :. est-il possible que des élèves puissent résoudre un problème à partir de la résolution de sous-problèmes induits, traités séparément, sans qu'ils aient pu être auteurs de la séparation du problème en sous-problèmes et sans qu'ils en aient une vision complète ?

Grégoire Charlot fait vivre d'abord aux participants un débat scientifique, qu'il nomme *débat scientifique pré-cognitif*, sur des mathématiques de niveau master (algèbre linéaire). Il envisage ensuite une discussion sur deux points : 1) les postures de l'enseignant et des élèves ; 2) l'utilisation de cette séance comme un moyen de faire la dévolution aux enseignants de cette modalité d'enseignement qu'est le débat scientifique. On peut ainsi rapprocher ce mode de présentation utilisé par Grégoire Charlot de ce que Kuzniak (1994) appelle une stratégie d'homologie, au sens où elle repose sur une sorte d'homologie de structure supposée entre la formation des étudiants ou des élèves et la transmission aux participants au groupe de travail. Plusieurs des participants sont difficilement entrés dans la situation proposée. Des raisons peuvent être avancées, mais ce n'est pas le lieu de les développer. La discussion qui a suivi le débat a remis en question le terme de *pré-cognif*, qui pourrait laisser croire que, pendant ce type de débat, les élèves (ou étudiants) ont une activité qui ne relève pas encore du cognitif, alors qu'il n'en est rien. Grégoire Charlot propose alors de prendre le terme de *débat scientifique préparatoire*, même s'il peut laisser penser, à tort, qu'il s'agit seulement d'une « activité préparatoire », du type de celles qu'utilisent actuellement la plupart des enseignants pour démarrer un chapitre. La discussion porte également sur les raisons de la rupture marquée, dans cette forme de cours, entre la phase où les élèves débattent et la phase magistrale où l'enseignant reprend la main sur le savoir, sans donner la parole aux élèves. Cette rupture ne fait pas consensus malgré l'argument selon lequel il y a nécessité, d'une part, de protéger la phase de débat où les élèves sont amenés à s'engager, d'autre part, d'éviter que les élèves, posant des questions lors de la phase d'institutionnalisation, ne s'appuient sur les connaissances de l'enseignant et reviennent à une position plus classique de récepteur de savoir, sans vraiment le prendre en charge. Enfin la discussion sur l'utilisation de cette situation de débat comme un moyen de dévolution du débat scientifique aboutit à un certain consensus sur le fait que le format d'une heure est trop court pour permettre aux participants de s'imprégner de la problématique générale et d'être confrontés à certains obstacles épistémologiques, avant de recevoir le cours prévu par l'enseignant. Celui-ci est reconnu comme n'étant pas une institutionnalisation. Pourquoi ne pas y reconnaître une phase de dévolution ?

Sous une forme totalement différente, l'argumentation est également centrale dans la communication de Francesca Morselli[2], mais présentée comme un outil d'évaluation formative, subordonnée à l'utilisation d'une technologie numérique. Le dispositif de mise en investigation des élèves (10-14 ans) repose sur un travail de la classe en petits groupes, chaque groupe ayant à sa disposition une tablette numérique, qui lui permet de travailler et de communiquer avec l'enseignant, qui lui, dispose d'un logiciel de gestion de ces tablettes. Le travail permet une approche de l'algèbre, des relations et fonctions introduites dans différents registres. A partir d'une situation « ouverte », les élèves sont amenés à proposer des conjectures, à les valider, à réfléchir sur différentes approches possibles et sur les façons de les présenter. Des arguments de sources diverses sont amenés par écrit aux élèves, ceux-ci doivent se prononcer sur leur validité. La technologie utilisée permet à l'enseignant et aux élèves d'avoir rapidement une vision des positions prises par les élèves. Il s'ensuit une discussion organisée par l'enseignant de manière à engager les élèves à expliciter leurs choix, ainsi que leurs raisons de changer d'avis. On constate que des rétroactions sur la tâche ont lieu entre pairs, de même que des rétroactions sur le processus de résolution de la tâche, ces rétroactions permettant à l'enseignant de guider et modifier son enseignement. La conclusion repose sur quatre points concernant l'apport de l'utilisation de cette technologie numérique. 1) Elle permet à l'enseignant de saisir plus rapidement les difficultés des élèves et l'aide à faire

[2] La communication de Francesca Morselli a été présentée par Michèle Gandit, sur la base d'un diaporama enrichi par l'auteur de commentaires et d'éléments nouveaux par rapport au texte proposé.

comprendre aux élèves ce qu'ils peuvent faire pour améliorer ou corriger leurs réponses. 2) Elle simplifie la gestion des discussions en classe et facilite la comparaison entre les réponses des élèves. 3) Elle aide les élèves à mieux comprendre la pertinence (ou non) de leurs réponses et la façon de les améliorer ou de les corriger. 4) Elle permet aux élèves de mieux faire face à leurs pairs et les aide à comprendre un mode de raisonnement qui n'est pas le leur. La discussion du groupe a porté sur le qualificatif « méta » utilisé par Francesca Morselli, relativement aux stratégies d'explication et de validation en mathématiques : l'apprentissage à expliquer et à justifier mathématiquement apparaît en effet comme relevant explicitement des apprentissages de la discipline, et non des apprentissages « méta » (un peu dehors de la discipline). Des questions restent posées, que nous répartissons en quatre blocs : 1) Pourquoi ajouter le mot d'explication à démarche d'investigation ? Est-ce pour renforcer l'aspect de communication de la démarche ? Y a-t-il un cadre théorique qui le précise ? Si oui, lequel ? 2) L'habillage de l'exercice proposé a semblé artificiel. Il faudrait argumenter les choix qui ont été faits de cet habillage. 3) L'utilisation des tablettes permet un sondage. Quels arguments peut-on avancer concernant l'utilisation de cette technologie pour réaliser un tel sondage, alors que celui-ci peut se réaliser à moindre coût, semble-t-il, directement, en demandant un vote à main levée ? S'agit-il de rassurer les élèves qui n'osent pas parler ? Dans ce cas, n'est-ce pas un peu étonnant (et même troublant pour l'avenir) d'interposer un objet entre l'élève et le(a) professeur(e) pour faciliter la communication entre eux ? Cela ne renforce-il pas la communication entre professeur et élève, au détriment de la communication entre pairs ? S'agit-il, pour l'enseignant(e) d'avoir un retour très rapide de ce que pense la classe, alors que faire ce bilan à partir des réponses à main levée demanderait plus de temps ? 4) Le débat qui s'engage, à la suite du sondage, est-il bien oral, sans utilisation des tablettes ?

Les présentations précédentes montrent une variété importante des modalités de mise en œuvre de l'investigation des élèves. Mise à part la dialectique des media et des milieux, déjà citée ci-dessus, peu de cadres théoriques se sont développés en didactique des mathématiques relativement aux démarches d'investigation. Sylvie Coppé fait état de la difficulté de se démarquer des cadres connus (en lien avec la résolution de problèmes) et d'un manque en didactique pour analyser les interactions didactiques dans les enseignements relevant d'une démarche d'investigation, aussi bien du point de vue de l'élève que du point de vue de l'enseignant. dans sa communication, elle propose d'adopter une entrée par l'évaluation formative, pour requestionner les cadres théoriques bien connus de la didactique. Elle fait remarquer la prépondérance, dans les classes, de l'évaluation sous son aspect sommatif, malgré une volonté institutionnelle (depuis une dizaine d'années) de développer l'évaluation par compétences. Cette dernière s'appuie nécessairement sur des évaluations régulières prenant en compte la progression des apprentissages dans la durée et suppose la mise en place de situations d'évaluation pertinentes, telles que proposées lors des mises en investigation des élèves. Sylvie Coppé propose une analyse des interactions didactiques au cours d'une séance « ordinaire » avec des élèves (14-15 ans) sur le signe d'un produit de nombres relatifs, où l'enseignante instaure un dialogue dans la classe, d'une dizaine de minutes, qu'on peut interpréter comme « une phase d'évaluation formative dans l'interaction ». Pour cette analyse, elle utilise un modèle en cycles développé par Furtak et al. (2005) qu'elle résume sous la forme : « Poser une question aux élèves - Obtenir une réponse - Prendre en compte cette réponse, l'intégrer dans le discours - Avoir une action sur cette réponse - Utiliser la réponse de l'élève. » Elle montre comment cette analyse des interactions partant d'une entrée par l'évaluation formative, peut être replacée ou non dans d'autres cadres relevant de la didactique des mathématiques, permet, d'une part, « de mieux repérer et analyser la nature des interactions professeur/élèves », d'autre part, « de mieux analyser le partage des responsabilités entre les élèves et la professeure qui mène le débat avec de nombreuses interactions ».

III. CONCLUSION

Les diverses présentations ont montré des *démarches d'investigation* mises en œuvre aussi bien en dehors de la classe, avec des élèves motivés par l'aspect recherche, que dans un contexte scolaire, avec recours à des outils numériques pour aider des élèves en difficulté. Elles ont également indiqué que ces démarches recouvraient des modalités de travail avec les élèves, complètement différentes : étude par groupe de certains aspects d'un problème (un aspect différent par groupe), puis construction de la réponse au problème par assemblage des travaux des groupes ; débat scientifique sur des conjectures ou questions, amenées successivement par l'enseignant(e) ; phases d'interactions didactiques à partir d'un problème posé aux élèves. Néanmoins, un point commun se dégage de trois des présentations, c'est le recours aux cadres théoriques de l'évaluation, notamment formative. C'est une nouveauté par rapport aux travaux du GT10 de EMF 2012, dont la conclusion mentionne bien la question de l'évaluation, mais pas celle de l'évaluation formative. Il semblerait ainsi que les cadres théoriques actuels de la didactique des mathématiques ne sont pas suffisants pour analyser les enseignements de mathématiques fondés sur l'investigation, notamment sur le plan des interactions didactiques. On peut faire par ailleurs l'hypothèse que la mise en place de ce type d'enseignement est encore trop déstabilisante pour être installée dans les pratiques en mathématiques, dans le cadre du cours ordinaire. Elle pourrait même, si l'on ne prend pas garde à certains de ses aspects, augmenter les inégalités entre élèves. Il faut donc évaluer ce type d'enseignement par rapport aux apprentissages des élèves. On propose donc de croiser les cadres théoriques relatifs à l'évaluation, peu étudiée jusqu'à maintenant en didactique, avec ceux que nous connaissons. Cela permettrait d'analyser plus finement les interactions didactiques et de suivre chaque élève, dans la perspective de travailler à la réduction des inégalités entre élèves et à l'installation des démarches d'investigation dans la classe.

REFERENCES

Chevallard Y. (2007) Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. In Gueudet G., Matheron Y. (Eds.) Actes *du séminaire national de didactique des mathématiques, année 2007* (pp. 344-366).

Grangeat M. (2013) Modéliser les enseignements scientifiques fondés sur les démarches d'investigation : développement des compétences professionnelles, apport du travail collectif ». In Grangeat M. (Ed.) *Les enseignants de sciences face aux démarches d'investigation* (pp. 155-184). Grenoble, Presses universitaires de Grenoble.

Kuzniak A (1994) *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré. Histoire et perspectives sur les mathématiques*. Université Paris VII. <tel-01251462>

Matheron Y., Morselli F., Rene de Cotret S., Schneider M. (2012) La démarche d'investigation dans la classe de mathématiques, fondements et méthodes. *Compte-rendu du groupe de travail GT10, EMF 2012*, http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT10/EMF2012GT10CR.pdf, consulté le 28 janvier 2014.

Sackur C., Assude T., Maurel M., Drouhard J-P., Paquelier Y. (2005) L'expérience de la nécessité épistémique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 25(1), 57-90.

LES CONTRIBUTIONS AU GROUPE DE TRAVAIL N°10

Maud CHANUDET, maud.chanudet@unige.ch : Questions posées par l'évaluation d'activités de résolution de problèmes : le cas de l'heure de « développements en mathématiques » au cycle d'orientation à Genève.

Grégoire CHARLOT, gregoire.charlot@ujf-grenoble.fr : Le débat scientifique en classe ou en amphi.

Sylvie COPPE, Sylvie.Coppe@unige.ch : Questions soulevées par la mise en place d'évaluations formatives dans une classe ordinaire.

Annalisa CUSI, Francesca MORSELLI, Cristina SABENA, francesca.morselli@unito.it : L'évaluation formative à travers les TICE : le projet FASMED en Italie.

Jean-Baptiste LAGRANGE, Roselyne HALBERT, Christine LE BIHAN, Bernard LE FEUVRE, Marie Catherine MANENS, Xavier MEYRIER, jb.lagrange@casyopee.eu : Investigation, communication et synthèse dans un travail mathématique : un dispositif en lycée.

Benoît RAY, benoitray@yahoo.fr : Quelle place pour une démarche d'investigation en mathématiques dans le cadre d'un atelier de recherche interdisciplinaire ?

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

QUESTIONS POSEES PAR L'ÉVALUATION D'ACTIVITÉS DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES : LE CAS PARTICULIER DU COURS DE « DÉVELOPPEMENTS EN MATHÉMATIQUES » AU CYCLE D'ORIENTATION À GENÈVE

Maud CHANUDET*

Résumé – Cette communication rend compte d'un travail ayant débuté en septembre 2014 et traitant de l'évaluation d'activités de résolution de problèmes dans le cadre d'un cours dédié spécifiquement à la démarche d'investigation au niveau du secondaire un genevois. Après avoir présenté le contexte de la recherche, nous discuterons de la narration de recherche choisie institutionnellement comme support pour l'évaluation et nous questionnerons les apprentissages visés par les activités de démarche d'investigation. Nous ferons ensuite un bref état des lieux des pratiques enseignantes dans ce cours et proposerons enfin un outil d'évaluation sommative pouvant favoriser des processus d'évaluation formative.

Mots clés : démarche d'investigation, résolution de problèmes, narration de recherche, évaluation sommative, évaluation formative

Abstract – This communication is based on a research started in September 2014 which deals with assessment of problem-solving activities in the context of a specific course about inquiry based mathematics education (IBME) in Geneva canton. We will present the context of the study, and the problem solving narration activity chosen as a means to assess students on their problem solving competences, we will question what teachers can expect students to learn about these problem-solving activities, we will make a short synthesis of teachers' practices and finally we will introduce a tool to assess with both summative and formative purposes.

Keywords: inquiry based mathematics education, problem solving, problem solving narration activity, summative assessment, formative assessment

I. INTRODUCTION

Dans le canton de Genève, au niveau du secondaire un (appelé Cycle d'Orientation et regroupant les classes de 9^e, 10^e et 11^e correspondant aux grades 7-8-9 avec des élèves ayant entre 12 et 16 ans) les Mathématiques et les Sciences de la Nature sont regroupées pour former un domaine disciplinaire du Plan d'Etude Romand (CIIP, 2010). Les « visées prioritaires » de ce domaine sont le développement de la posture scientifique et la résolution de problème. Par posture scientifique, il est entendu qu'il convient :

* DiMaGe, Université de Genève – Suisse – maud.chanudet@unige.ch

Chanudet M. (2015) Questions posées par l'évaluation d'activités de résolution de problèmes : Le cas particulier du cours de « développements en mathématiques » au cycle d'orientation à Genève. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT10, pp. 837-846.

> face à une situation donnée, de s'interroger, d'en analyser les caractéristiques pour en tirer les éléments essentiels, de problématiser les questions, d'émettre des hypothèses, de prendre des informations pertinentes, de tirer des conclusions et de soumettre celles-ci à l'épreuve des données initiales. (CIIP 2010, p. 11)

On peut noter que la posture scientifique telle que définie ci-dessus présente les caractéristiques de ce que certains nomment la démarche d’investigation (Dorier & Maass 2014). En mathématiques, à l’objectif institutionnel de développer ce que nous nommerons par la suite démarche d’investigation, vient s’ajouter celui de placer la résolution de problèmes au centre des activités mathématiques. Et c’est par la résolution de problèmes qu’il est convenu de développer cette démarche d’investigation.

Mais l’institution qui considère l’activité de recherche comme une partie importante de l’activité mathématique, fait le constat qu’elle n’est pas suffisamment travaillée durant les cours ordinaires de mathématiques, et qu’elle nécessite de l’être spécifiquement. En ce sens, les élèves de 10^{e} de la section littéraire et scientifique (LS) au « profil scientifique »[1] (S) suivent un cours intitulé « développements en mathématiques » dont l’objectif est de contribuer

> au renforcement et au développement des capacités et des compétences des élèves dans les stratégies de résolution de problèmes et les activités de situations mathématiques (DIP 2012, p. 18).

Ce cours d’une période de 45 minutes qui vient s’ajouter aux cinq périodes hebdomadaires de mathématiques est souvent donné avec un effectif réduit, autour de 15 élèves, et peut ou non selon les cas, conduire à un regroupement d’élèves de différentes classes, avec éventuellement un enseignant différent de celui qui dispense les heures de mathématiques ordinaires, et qui ne sait donc pas toujours ce qui a été travaillé dans le cours commun de mathématiques. Durant cette heure hebdomadaire l’enseignant doit donc proposer des activités ne faisant pas partie du manuel officiel, ne mettant pas en jeu des savoirs nouvellement travaillés et ne visant pas l’acquisition de nouvelles connaissances disciplinaires.

Par ailleurs, selon les directives officielles, cette heure doit donner lieu à une évaluation certificative indépendante du cours ordinaire, s’appuyant sur au moins deux travaux notés pour chaque trimestre, soit environ une évaluation toutes les quatre heures d’enseignement. Les enseignants doivent donc d’une part, amener les élèves à développer des compétences relatives à la démarche d’investigation sur des temps courts d’enseignement, et d’autre part fréquemment les évaluer dans le but de certifier leurs apprentissages. On est donc face à une situation très contrainte par l’institution, ce qui va certainement avoir des effets importants pour les élèves et pour les professeurs. Nous pouvons donc nous demander comment penser l’articulation entre des évaluations certificatives et le développement de compétences relatives à la démarche d’investigation, à la résolution de problèmes. Plusieurs problèmes se posent alors : Comment donner à ces évaluations fréquentes un rôle formatif ? Que cherche-t-on à développer chez les élèves et donc à évaluer ? Sur quel support doit-on faire porter cette évaluation ?

II. LA NARRATION DE RECHERCHE COMME SUPPORT POUR L’EVALUATION D’ACTIVITES DE DEMARCHE D’INVESTIGATION

Selon les injonctions de l’institution, cette évaluation certificative doit porter « au moins pour 2/3 sur la recherche et sa restitution - et donc pour au plus 1/3 sur les contenus. » (DIP 2012, p. 18). Un autre problème apparaît donc ici puisqu’il est nécessaire que l’enseignant ait accès

[1] Pour les classes de 10e et 11e les élèves sont répartis en 3 sections LS « Littéraire- Scientifique », LC « Langues et communication » ou CT « Communication et technologie ». La section LS est divisée en 3 profils : L « Latin », LV « Langues Vivantes » et S « Scientifique ».

à la partie recherche du travail de l'élève puisque c'est ce qui doit être évalué. Or comme Coppé (1998) l'a montré, entre ce que l'élève produit sur son brouillon et garde pour lui comme étant de l'ordre d'un travail privé et ce qu'il donne à voir à l'enseignant comme trace publique de son travail, il peut y avoir des différences importantes. Une des difficultés qui se pose alors est d'arriver à changer le statut de la recherche que fait l'élève, que ce dernier ne la restreigne plus au seul caractère privé de son travail mais qu'il la fasse apparaitre dans la trace publique qu'il va produire, à laquelle l'enseignant aura accès. C'est pourquoi le choix[2] a été de faire reposer l'évaluation certificative de ce cours sur le dispositif de la narration de recherche. Cette forme de travail a été pensée par ses initiateurs comme un moyen de porter une attention particulière aux démarches de recherche des élèves et de les promouvoir. La définition retenue dans le document cantonal de liaison est la suivante (DIP 2012, p. 22) :

> Il s'agit de faire raconter par l'élève lui/elle-même la suite des actions qu'il ou elle a réalisées au cours de sa recherche. Un nouveau contrat est passé avec l'enseignant–e : l'élève s'engage à raconter du mieux possible toutes les étapes de sa recherche, à décrire ses erreurs, comment lui sont venues de nouvelles idées ; en échange, l'enseignant-e s'engage à faire porter son évaluation sur ces points précis sans privilégier la solution.

L'établissement de ce nouveau contrat doit permettre à l'enseignant un accès à la partie recherche de l'activité mathématique des élèves. Cette pratique de la narration de recherche n'est pas récente et a donné lieu à des travaux en particulier dans les réseaux des IREM (Instituts de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques) et de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) depuis les années 70 (Bonafé & al. 2002; Chevalier 1992; Sauter 1998), mais aussi plus récemment dans certains manuels, ou encore sur le site Sésamath (http://www.sesamath.net/).

Selon le document cantonal, la résolution d'un problème procède d'une série d'étapes que sont l'appropriation de l'énoncé, le traitement des données et la communication des recherches et du résultat (DIP, 2012). La pratique de la narration de recherche permet donc de porter une attention particulière à l'étape « Communiquer convenablement son résultat, sa procédure ». En effet, en demandant aux élèves de rédiger une narration de leur recherche, il n'est plus seulement attendu d'eux qu'ils cherchent à résoudre le problème qui leur est posé mais aussi qu'ils racontent tout ce qui les aura menés jusqu'à une potentielle résolution. Ils doivent expliciter leur démarche, leur raisonnement, ils doivent produire un récit structuré, détailler exhaustivement toutes les étapes de leur recherche, de façon à ce que celle-ci soit intelligible pour le lecteur. Or cela n'est pas habituel en mathématiques. Comme on l'a dit précédemment, d'ordinaire, le travail de recherche est de l'ordre du travail privé de l'élève et n'est pas communiqué à autrui, n'apparait pas dans la production que l'élève remet à l'enseignant. L'élève n'est habituellement tenu que de fournir ce qu'il estime être une « bonne réponse », une réponse correcte au problème. Il garde ainsi pour lui les pistes, les essais et les fausses routes qui ont alimenté sa recherche. Ce travail d'explication de sa recherche à autrui peut donc d'une part fournir des informations à l'enseignant quant aux processus de résolution mis en œuvre par les élèves, mais d'autre part aussi s'avérer bénéfique pour les élèves eux-mêmes au sens où cela nécessite de développer un regard réflexif sur son propre travail. L'élève doit apprendre à dire ce qu'il fait ; à se regarder faire en quelque sorte et être capable de l'écrire. Il doit « penser sa propre pensée et être observateur de lui-même. » (Bonafé & al. 2002, p. 16). Nous pensons que la dimension réflexive pouvant émerger de ce travail communicationnel peut participer au développement de compétences en résolution de problèmes chez les élèves.

---

[2] Choix fait par les Présidents de Groupe (PG) c'est-à-dire les deux enseignants élus qui représentent les enseignants de mathématiques des 20 cycles d'orientation de Genève (un peu moins de 400 enseignants de mathématiques).

Mais cela soulève d'autres questions sur la forme de cette narration et sur les critères qui vont permettre d'évaluer « une bonne narration de recherche ». Peut-on dégager des critères d'évaluation généraux, indépendants des problèmes ? En quoi et comment le travail avec les narrations de recherche participe à la construction de savoirs mathématiques et lesquels ? Que doit-on et que peut-on évaluer, en termes de savoirs, savoir-faire, compétences relatifs à la résolution de problèmes ? Si l'on se place dans le cadre de la théorie des situations didactiques, quels effets de contrat peut-on attendre de l'introduction de ce nouvel objet dans le milieu ?

III. APPRENTISSAGES VISES PAR LES ACTIVITES DE DEMARCHE D'INVESTIGATION

Les instructions officielles du cours de « développements en mathématiques » préconisent que concernant les problèmes à proposer aux élèves, le choix des enseignants se porte sur des « problèmes ouverts ». En France, ce type de problème développé par Arsac, Germain et Mante (1988) continue d'influencer fortement le travail sur la résolution de problèmes. Par la confrontation à ces « problèmes ouverts » tels que

> l'énoncé est court ; l'énoncé n'induit ni la méthode ni la solution […]; le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité […] (Arsac, Germain & Mante 1988, cité par DIP 2012, p. 21)

On vise à amener les élèves à mettre en œuvre *la* démarche scientifique. Il s'agit bien là d'une des visées annoncées du cours de « développements en mathématiques » puisque à partir d'un objectif général qui est de traiter de « stratégies de résolution de problèmes et activités de situations mathématiques » (Ibid, p. 18), le travail relatif aux stratégies de résolution vise plus précisément à contribuer « à la mise en place de la démarche scientifique [et des] règles du débat scientifique » (Ibid, p. 18). Par « la démarche scientifique », il est entendu *« essayer-conjecturer-tester-prouver »*. Mais « mettre en œuvre la démarche scientifique » peut-il être considéré comme un objectif d'apprentissage ? Une évaluation visant à tester la transférabilité de cette démarche d'un problème à l'autre serait-elle valide ? Selon Hersant (2010) il y a un paradoxe dans ces dispositifs de démarches d'investigation, de problèmes ouverts, qui associent apprentissage de la résolution de problème en mathématiques et démarche scientifique, puisque la démarche scientifique est désignée comme un objectif d'apprentissage en mathématiques sans qu'il n'y ait d'explicitation des savoirs mathématiques précis en jeu dans cette démarche. D'autres chercheurs se sont intéressés à la question des savoirs visés par les activités mettant en jeu des démarches d'investigation (Schneider 2002) et ce notamment en questionnant la place de l'expérimentation en mathématiques (Giroud 2014 ; groupe ResCo 2014). Hersant (2010) remet par ailleurs en question l'unicité de la démarche scientifique sous-entendue dans les dispositifs étudiés. Selon elle, on ne peut pas parler de démarche scientifique comme triplet (essais, conjecture, preuve) en toute généralité. Pour Gandit (2015) on peut caractériser « une pratique scientifique authentique » en considérant quatre blocs d'actions que sont « expérimenter », « généraliser », « questionner » et « communiquer ». Elle précise par ailleurs que

> les savoirs en jeu sont relatifs à la validité des énoncés, la logique, la recherche mais ils sont aussi notionnels, sans que nécessairement, par rapport à un problème donné, on puisse toujours les identifier dans chacune de ces deux catégories. (Op. cité, p. 69)

Dans le cadre de ce cours, en confrontant les élèves à des activités mettant en jeu une démarche d'investigation on ne vise pas des apprentissages notionnels et conceptuels disciplinaires mais le développement de compétences (pour reprendre le terme utilisé dans les programmes) en résolution de problèmes. Finalement, les enseignants doivent enseigner à résoudre des problèmes à travers un enseignement par le problème.

On devine combien l'évaluation des narrations de recherche peut s'avérer difficile. Les réponses des élèves sont d'une grande variété tant sur la forme que sur le fond et *la* bonne réponse n'existe pas, ce qui constitue une difficulté à la fois pour l'enseignant au moment de l'évaluation, mais aussi pour l'élève qui peut peiner à savoir ce qu'on attend de lui dans un tel travail. Dans le but de limiter la subjectivité de l'évaluation (Gérard 2008) et de donner aux élèves des éléments leur permettant de situer leur travail par rapport à ce qui est attendu, il convient de définir les qualités, les critères de réussite d'une telle production. Pour cela un travail spécifique sur la détermination des objectifs visés s'avère nécessaire puisque l'explicitation de savoirs relatifs à l'activité de recherche, de résolution de problème détachée d'enjeux d'apprentissage de savoirs notionnels reste difficile et ne fait pas consensus (Hersant 2012). La détermination de ces critères doit prendre en compte les différents aspects du travail de narration d'une recherche soit, comme le préconise Sauter (1998), la forme c'est-à-dire la narration, et le fond à savoir la recherche, mais aussi nous semble-t-il la pertinence et le bon usage des outils mathématiques mis en jeu.

Notre travail de thèse (qui débute) va consister d'une part à problématiser la question de l'évaluation des compétences en résolution de problèmes mathématiques et d'autre part à proposer des outils d'évaluation qui seront testés dans les classes.

IV. DEVELOPPEMENT D'UN OUTIL D'EVALUATION SOMMATIF ET FORMATIF

Dans le but de permettre d'établir avec les élèves un contrat qui prenne également en charge la question de l'évaluation des narrations de recherche dans une visée de tendance formative, nous avons travaillé[3] à la constitution d'une grille qui dégage les critères importants déterminant les qualités d'une bonne narration. Notre but est non seulement d'obtenir une grille générale pouvant être modulée pour évaluer les narrations relatives à toute activité de démarche d'investigation, mais aussi que cette grille puisse être utilisée par les élèves, et qui, distribuée en début d'année, permette de porter à la connaissance de l'élève les critères de réussite, des éléments attendus de telles productions. Ce nouvel outil doit permettre à la fois de changer de regard sur l'élève et sur ses « erreurs » et de rendre explicite ce que doivent savoir les élèves, deux éléments essentiels de l'évaluation formative (Bloom 1968 ; Black & William 1998). Cette grille est un outil qui peut donc servir à la fois lors des évaluations sommatives, comme support pour l'enseignant afin de savoir quoi observer et de s'assurer de ne rien omettre dans la production de l'élève (Allal, 2008), mais aussi un outil pouvant permettre de favoriser la mise en œuvre de processus formatifs. En effet, une information, un retour ou encore ce que certains appellent un feedback peut ainsi être apporté à l'élève relativement à l'adéquation entre sa narration de recherche et les critères de réussite définis dans la grille. Ces feedbacks sont alors des sources potentielles de régulations, c'est-à-dire qu'ils sont susceptibles de déclencher des processus d'autorégulation chez l'élève (Allal, 1999). C'est pourquoi nous pensons que cet outil d'évaluation peut se situer dans une zone d'interface entre les évaluations formative et sommative (Allal 2011 ; Harlen 2012).

Cet outil peut aussi s'avérer performant pour mettre en œuvre des formes innovantes d'évaluations pouvant favoriser les processus d'autorégulation chez l'élève. On peut ainsi penser à de l'auto-évaluation, l'élève se basant sur la grille pour évaluer son propre travail, ou

[3] L'équipe ayant travaillé sur ce projet de conception d'une grille d'évaluation de narration de recherche était constituée de plus de Burgermeister Pierre-François, Coray Michel, Coutat Sylvia, Dorier Jean-Luc, Guex Jean-Pierre, Merminod Laurence et Northcott Katie.

encore à de l'évaluation entre pairs appelée aussi évaluation mutuelle, les élèves évaluant mutuellement leur travail avec la grille comme référentiel commun, ou enfin à de la co-évaluation, amenant l'élève et l'enseignant à confronter et discuter de l'évaluation que chacun aura faite du même objet, à savoir ici la narration de recherche de l'élève (Allal 1999).

Afin de constituer cette grille (annexe 1), nous nous sommes basés sur des grilles que les enseignants avaient eux-mêmes conçues en s'inspirant de diverses sources, et notamment de celle proposée sur le site Sésamath. Il est apparu d'après l'étude de ces grilles que l'attention des enseignants était majoritairement portée sur la forme, au détriment de la consistance de la narration et que les outils mathématiques et leurs usages étaient peu (voire pas du tout) pris en compte. Par ailleurs la question de l'appropriation du problème par l'élève, sa capacité à dégager les bonnes questions et les points importants, dans un langage approprié n'apparaissait que rarement. Seul éventuellement la « reformulation de l'énoncé » était évoquée comme un critère. Nous avons donc fait le choix de distinguer cinq dimensions principales pour définir les attendus d'une narration de recherche : la présentation, l'appropriation du problème, la narration (scindée en deux sous-parties), la recherche et la technique, et chacune de ces dimensions est décomposée en critères. Les cinq dimensions ont été pensées pour être applicables à toute activité de démarche d'investigation. Plus particulièrement, les trois premières (présentation, appropriation du problème et narration) peuvent être utilisées sans aménagement. Pour les deux dernières (recherche et technique), il est par contre nécessaire de moduler les critères correspondants. En effet, pour un problème donné, certains critères ne sont pas pertinents, ils ne doivent alors pas être pris en compte, et pour d'autres il convient de les préciser et de les adapter en fonction des objectifs et de pondérer leur poids dans le barème en fonction de leur importance dans le problème. En ce qui concerne les indicateurs permettant de rendre ces critères identifiables de façon concrète dans la copie de l'élève, il est laissé aux enseignants le choix de les déterminer, et ce notamment en fonction des problèmes proposés. Enfin, il n'y a bien sûr pas exhaustivité des critères que nous avons retenus et la grille est ainsi amenée à être complétée au fur et à mesure des problèmes rencontrés.

Cette grille n'est cependant que le point de départ d'un travail qui va s'amorcer avec deux enseignants dès la rentrée 2015, au sein d'une commission intitulée « Evaluation des travaux de narration de recherche » dans le cadre du cours de développement mathématiques en 10e LS et dont les objectifs sont :

- d'aider les enseignants chargés de ce cours d'évaluer des travaux nécessitant des critères spécifiques ;
- d'harmoniser les pratiques d'un cours comptabilisé comme une branche principale[4] dans le cursus des élèves de profil LS dans le règlement du cycle d'orientation ;
- de permettre de porter à la connaissance des élèves des attentes convergentes entre cycles d'orientation sur la manière d'évaluer ce genre de travail.

Pour cela, nous allons travailler de manière collaborative avec les enseignants. En nous appuyant sur leurs expériences tirées de la confrontation de cette première grille à la réalité de la classe, nous visons l'établissement d'un outil d'évaluation valide, pertinent, fiable et efficace d'un point de vue sommatif et qui permette de favoriser les processus formatifs, notamment par le recours à de l'auto-évaluation, de l'évaluation mutuelle ou encore de la co-évaluation.

[4] Cela signifie que ce cours est pris en compte pour l'orientation des élèves dans un des regroupements de niveau de la classe supérieure.

V. ETAT DES LIEUX DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

Nous avons en parallèle cherché à mieux connaître les pratiques des enseignants pour la gestion de cette heure : à la fois concernant les types de problèmes proposés, la gestion de classe lors de ces activités, les modalités de travail, les types d'évaluation proposées, les critères d'évaluation utilisés. Pour cela, un questionnaire a été soumis aux enseignants dispensant ou ayant dispensé ce cours récemment. Il comprend trois thèmes principaux que sont :

- le choix des problèmes proposés : les critères pour choisir ou non un problème à soumettre aux élèves ; les savoir, savoir-faire ou compétences visés,
- l'évaluation du cours : les modalités de travail (en groupe, en individuel) ; leur fréquence ; le support (présentation orale, transparent projeté à la classe, cahier de recherche, etc.) ; le recours à d'autres formes d'évaluation (auto-évaluation, co-évaluation) ; le type de problèmes proposés en évaluation et leur lien avec ceux travaillés en classe ; les savoir, savoir-faire, compétences que les enseignants cherchent à évaluer,
- les narrations de recherche : leur recours lors de l'évaluation ; leur évaluation (utilisation de critères d'évaluation ou non) ; la communication aux élèves des critères de correction ; des exemples de critères utilisés.

L'analyse des réponses récoltées nous permet de mieux connaitre les pratiques des enseignants dans le cadre du cours de développements mathématiques notamment en ce qui concerne l'évaluation, et ainsi de disposer d'un matériau sur lequel s'appuyer pour débuter le travail de la commission.

Dans cette communication nous analysons plus particulièrement les réponses recueillies à ce questionnaire afin de présenter un bref état des lieux des pratiques enseignantes déclarées dans le cadre de ce cours dédié à la démarche d'investigation selon les trois axes présentés ci-dessus.

1. A propos du choix des problèmes proposés

En ce qui concerne les critères sélectionnés pour choisir un problème, il s'avère que les plus cités par les enseignants sont l'ouverture du problème (50%[5]) ; les notions mises en jeu dans le problème (34%) ; l'adéquation entre la difficulté du problème et le niveau des élèves (34%) et la motivation suscitée chez les élèves (21%). Les choix concernant les problèmes proposés semblent donc principalement liés aux objectifs d'apprentissage et à la réussite des élèves.

2. A propos de l'évaluation

Il ressort par ailleurs que la majorité des enseignants évalue plus fréquemment que ce qui est institutionnellement requis et qu'il y a peu d'implication des élèves dans l'évaluation.

En ce qui concerne les modalités d'évaluation, 64% des enseignants ne se basent que sur des productions écrites pour évaluer les élèves. Pour les autres, ils évaluent aussi un exposé, un acétate, une présentation orale, la participation à un débat (20%) ou bien la participation, l'attitude, l'implication, le respect des consignes (21%). 30% des enseignants n'évaluent que de façon individuelle, 7% n'évaluent que des travaux en groupe, 63% évaluent avec les deux modalités. Enfin une majorité attribue une note chiffrée à chaque évaluation (63%) et presque tous les enseignants utilisent les narrations de recherche pour évaluer leurs élèves (95%).

[5] Les pourcentages s'entendent par rapport au nombre total d'enseignants ayant répondu au questionnaire.

Les savoirs, savoir-faire, compétences qu'ils souhaitent développer chez leurs élèves sont très proches des instructions officielles sur les objectifs du cours (*mettre en œuvre la démarche scientifique ; respecter les règles du débat scientifique ; rédiger une narration de recherche ; connaître et utiliser différentes stratégies de résolution ; communiquer sa démarche, son raisonnement ; faire preuve de curiosité et d'esprit critique ; travailler en groupe*). Lorsque l'on pose la question cette fois concernant les savoirs, savoir-faire, compétences qu'ils souhaitent évaluer, on note une corrélation forte entre les deux, avec cependant quelques éléments divergents. Hormis *rédiger une narration de recherche* et c*ommuniquer sa démarche* (qui sont évalués mais pas travaillés), les enseignants ont tendance à dire vouloir développer des compétences, savoirs, savoir-faire chez leurs élèves sans chercher à les évaluer par la suite. A l'inverse, beaucoup veulent développer *respecter les règles du débat* mais ne l'évaluent pas.

3. A propos des narrations de recherche

En ce qui concerne les narrations de recherche, presque tous les enseignants utilisent des critères pour évaluer les narrations de recherche, beaucoup avec des critères très détaillés (86%) qu'ils communiquent à leurs élèves (91%). Les critères d'évaluation utilisés par les enseignants et communiqués aux élèves sont par exemple : l'exhaustivité, la sincérité, la pertinence du récit ; la structure de la narration, la clarté du récit ; l'appropriation du problème ; la mise en œuvre d'une démarche scientifique (faire des essais, des conjectures ou vérifier) ; l'utilisation d'outils mathématiques. On remarque ainsi qu'il y a plus de critères communiqués aux élèves sur l'aspect narration que sur la dimension recherche.

Pour réussir une narration de recherche, les enseignants considèrent que toutes les étapes du raisonnement doivent être détaillées et justifiées ; que le contenu du récit doit être pertinent par rapport au problème cherché ; que l'élève doit s'approprier le problème, que le récit doit être clair et structuré. Finalement, tous ces éléments portent presque exclusivement sur l'aspect narration, ce qui est cohérent avec les critères d'évaluation communiqués aux élèves.

Enfin les enseignants attribuent les difficultés mettant en échec leurs élèves à la dimension narration du travail (40%) (exhaustivité du récit, argumenter, justifier) ; à l'attitude (25%) (peu d'investissement, peu de persévérance) ; à la recherche, la résolution de problème (25%) (appropriation du problème, stratégie de résolution, relance sur de nouvelles pistes).

Pour conclure, les enseignants considèrent très majoritairement qu'évaluer les narrations de recherche est plus difficile qu'une évaluation classique, que les outils qui leur sont proposés pour évaluer s'avèrent insuffisants et souhaiteraient pouvoir favoriser davantage la responsabilité de l'élève dans son évaluation, par exemple en ayant recours à des démarches d'auto-évaluation, de co-évaluation, etc. Cela encourage donc à poursuivre les travaux traitant de ces thématiques, par exemple en investiguant l'existence d'une possible zone d'interface entre évaluations sommative et formative.

REFERENCES

Allal L. (1999) Acquisition et évaluation des compétences en situation scolaire. In Dolz J., Ollagnier E. (Eds.) *L'énigme de la compétence en éducation* (Raisons éducatives, 2, pp. 77-94) Bruxelles : De Boeck.

Allal L. (2008) Evaluation des apprentissages. In Van Zanten A. (Ed.) *Dictionnaire de l'éducation* (pp. 311-314) Paris : Presses universitaires de France.

Allal L. (2011, Juin) *« Assessment for learning » culture in the classroom… and beyong*. Communication à International Seminar on Assessment for Learning, Solstrand, Norvège.

Arsac G., Mante M., Germain G. (1988) *Problème ouvert et situation problème*. Lyon : IREM.

Black P., William D. (1998) Assessment and Classroom Learning, *Assessment in Education* 5(1), 7–74.

Bloom B.-S. (1968) Learning for Mastery. *Evaluation Comment* 1(2), 1-12.

Bonafe F., Chevalier A., Combes M.-C., Deville A., Dray L., Robert J.-P., Sauter M. (2002) *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*. Montpellier : IREM & Brochure APMEP, 151.

Chevalier A. (1992) Narration de recherche : un nouveau type d'exercice scolaire. *Petit x* 33, 71-79.

CIIP (2010) *Plan d'Etudes Romans*. Neuchâtel, Suisse : Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin. http://www.plandetudes.ch

Coppé S. (1998) Composantes Privées et Publiques du Travail de l'Élève en Situation de Devoir Surveillé de Mathématiques. *Educational Studies in Mathematics* 35 (2), 129-151.

Département de l'Instruction Publique, de la culture et du sport (DIP) (2012) *Spécificité cantonale, Mathématiques 10e LS profil S.*

Dorier J.-L., Maass K. (2014) Inquiry Based Mathematics Education. In Lerman S. (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 300-304). Heidelberg, New York, London: Springer Dordrecht,.

Gandit M. (2015) L'évaluation au cours de séances d'investigation en mathématiques. In Calmettes B., Matheron Y. (Eds.) Les démarches d'investigation et leurs déclinaisons en mathématiques, physique, sciences de la vie et de la Terre. *Recherches en Éducation* 21, 67-80.

Gérard F.-M. (2008) Les outils d'évaluation ouverts, ou la nécessité de clés de fermeture. In Baillat G., De Ketele J.-M., Paquay L., Thélot C. (Eds.) *Evaluer pour former. Outils, dispositifs et acteurs* (pp. 99-110). Bruxelles : De Boeck.

Giroud N. (2014) Etude de la démarche expérimentale dans les situations de recherche pour la classe. In Coppé S., Haspekian M. (Eds.) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2013*. IREM de Paris, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM), Paris, 69-84.

Groupe ResCo. (2014) La résolution collaborative de problèmes comme modalité de la démarche d'investigation. *Repères IREM* 96, 73-96.

Harlen W. (2012) On the relationship between assessment or formative and summative purposes. In Gardner J. (Ed.) *Assessment and learning* (2e éd.) (pp. 87-102). Londres : Sage.

Hersant M. (2010) Empirisme et rationalité au cycle 3, vers la preuve en mathématiques. *Mémoire complémentaire pour l'Habilitation à diriger des recherches.*

Hersant M. (2012) Recherche et résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques : une étude didactique pour identifier les savoirs et les apprentissages possibles. In Elalouf M.-L., Robert A., Belhadjin A., Bishop M.-F. (Eds.) *Les didactiques en question(s), états des lieux et perspectives pour la recherche et la formation* (pp. 192-202). Bruxelles : De Boeck.

Sauter M. (1998) Narration de recherche : une nouvelle pratique pédagogique. *Repères IREM* 30, 9-21.

Schneider M. (2002) Problèmes, situations-problèmes en mathématiques : un regard pluraliste. *Mathématique et Pédagogie* 137, 13-48.

ANNEXE

Dimensions	Critères	Barème
Présentation	Soin apporté au travail (propreté, écriture, …)	/1
Appropriation du problème	Dégager les données, les inconnues et l'objet de la recherche (reformuler l'énoncé en langue naturelle et / ou en utilisant des schémas)	/2
Narration - Fond	Consistance de la narration : chaque étape comprend une entrée en matière, un développement et une conclusion	/2
- Forme	• Clarté de la narration (fluidité et cohérence du propos) • Articulation des étapes (pas de saut ni de trou)	/2
Recherche	• Traduire le problème en langage mathématique, représenter la situation de façon mathématique • Dégager des pistes pertinentes, mettre en œuvre une méthode de résolution • Utiliser des outils, concepts, procédures mathématiques pertinents • Mettre en œuvre de façon efficace des changements de cadres, de registres ou de points de vue • Faire des conjectures plausibles • Tirer les conséquences d'une étape (valider, invalider) avant de passer éventuellement à la suivante • Interpréter le résultat mathématique en fonction du problème et évaluer sa plausibilité, sa validité dans le contexte du problème	/5
Technique	• Se donner les moyens de valider ou non une conjecture • Justifier correctement toutes les étapes du raisonnement • Expliciter les statuts des énoncés mathématiques (données, observations, conjectures, résultats importés du cours, résultats argumentés, …) • Maitriser les outils et concepts mathématiques utilisés (calculs, graphiques, tracés géométriques, notations, unités)	/3
	Total	/15
	Note : 1 + (Total/3)	/6

***Annexe 1 -** Grille d'évaluation des narrations de recherche*

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

LE DEBAT SCIENTIFIQUE EN CLASSE : UNE DÉMARCHE D'INVESTIGATION COLLECTIVE POUR UNE CULTURE SCIENTIFIQUE COMMUNE

Grégoire CHARLOT* – Thomas LECORRE** – Marc LEGRAND – Antoine LEROUX – Hélène DI MARTINO

Résumé – Ce texte présente le « débat scientifique », méthode didactique constructiviste qui s'inspire de la façon dont les chercheurs travaillent en collaboration. Nous présentons un historique qui montre l'évolution de ses principes. Nous évaluons sa capacité à réaliser les objectifs qu'un enseignant peut attendre de la pratique par ses élèves de démarches d'investigation.

Mots-clefs : débat, dévolution, contrat, obstacle épistémologique

Abstract – This text presents the "scientific debate" constructivist teaching method which is based on how researchers work together. We present its history that shows the evolution of its principles. We value its ability to realize the goals that a teacher could expect from the practice by its students of investigative approaches.

Keywords: debate, devolution, contract, epistemological obstacle

Le « débat scientifique » est un outil pédagogique permettant à un enseignant d'amener sa classe à avoir une culture commune en terme de connaissances et de pratique de la démarche scientifique. Pour prendre en main cette pratique didactique, le professeur doit seulement être prêt à se saisir des outils que la didactique met à sa disposition pour se donner le recul nécessaire quand on souhaite progresser dans une démarche aussi ambitieuse ; il doit en particulier prendre en compte les notions de contrat didactique et d'obstacle épistémologique qui l'aideront à ne pas se leurrer sur l'authenticité des démarches scientifiques de ses élèves.

Dans la suite, nous commençons par un historique des évolutions du débat scientifique motivées par les obstacles à son fonctionnement qui sont apparus au fil de ses transformations. Nous en profitons pour présenter les principes du débat scientifique. Puis nous proposons un exemple de débat sur la notion de limite dû à T. Lecorre. Nous situerons ensuite le débat scientifique par rapport aux questions posées dans le cadrage du GT10. Enfin nous présenterons le contenu de l'exposé qui est motivé plus particulièrement par la question de la transmission de cette pratique pédagogique.

* Institut Fourier et IREM Grenoble – France – charlot@ujf-grenoble.fr.
** IREM de Grenoble – France - thomas.lecorre@wanadoo.fr, marc.legrand@ujf-grenoble.fr, antoine.leroux@ac-grenoble.fr, helene.di.martico@wanadoo.fr

Charlot G. , Lecorre T, Legrand M., Leroux A., Di Martino H. (2015) Le débat scientifique en classe : une démarche d'investigation collective pour une culture scientifique commune. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT10, pp. 847-860.

I. RETOUR HISTORIQUE SUR LE DEBAT SCIENTIFIQUE

Ce principe est l'aboutissement de trois phases de recherches et expérimentations dans le secondaire et le supérieur.

1. Première phase (1965-1985) : phase maïeutique

La classe est présentée aux élèves comme une communauté scientifique dans laquelle, une fois le cours effectué, les exercices et problèmes sont traités en invitant les élèves à s'adresser à leurs pairs et non au professeur pour leur dire ce qu'ils pensent être pertinent et vrai ; dans cette organisation, la communauté classe joue une rôle important pour qu'on apprenne à donner sens au théorique et à l'abstrait en en parlant d'abord avec ses mots propres et ses idées personnelles puis en épousant progressivement le vocabulaire et les conclusions du professeur. On trouve ainsi dans Legrand et al. (1985) :

« Pour éviter les conséquences pathologiques d'un apprentissage dans lequel bien souvent les réponses précèdent les questions, nous pensons que la communauté classe doit connaître et reprendre à son compte, en les adaptant, les méthodes de travail de la communauté scientifique »

On arrive progressivement à parler en cours « un peu tous de la même chose » et l'écart entre ceux qui suivent assez spontanément le prof et les autres ne devient pas tel que toute proposition de déduction logique collective soit vaine.

Cette sorte de maïeutique socratique collective peut fonctionner puisqu'à chaque instant le professeur joue un rôle décisif pour trancher face aux contradictions et orienter le débat vers la solution institutionnelle.

2. Deuxième phase (1985-2000) : phase de recherche de situations fondamentales

La prise en compte de la « théorie des situations » et notamment du rôle du contrat didactique dans la construction du sens par l'élève montre la faiblesse de l'organisation didactique précédente au niveau d'une effective dévolution d'une responsabilité scientifique aux élèves. Les recherches sur le « débat scientifique en cours » s'organisent alors autour de la recherche de suites de situations fondamentales permettant d'aborder les grands concepts en donnant une beaucoup plus grande responsabilité scientifique à la classe, en particulier aux moments les plus cruciaux où les savoirs se présentent aux élèves comme des obstacles épistémologiques.

> Même lorsqu'on ne trouve aucune situation vérifiant strictement les conditions fondamentales de G. Brousseau, ... la problématique de recherche de situations fondamentales demeure consistante pour la recherche en didactique comme pour l'enseignement. (Legrand 1996).

L'obstacle « épistémologique » qui s'érige alors pour le formateur est : comment faire la dévolution aux professeurs de ces situations très complexes alors qu'ils ne les ont pas construites et que tous les gestes constructivistes, qu'ils vont devoir adopter à chaque instant pour que la philosophie et la dynamique de la situation soient respectées, vont contre les réflexes monstratifs qui sont les leurs ?

Si pour aider le professeur on détaille toute la suite des gestes à prendre en compte, la suite des situations se présente alors assez vite à lui comme une véritable usine à gaz !

L'obstacle est double. D'une part ce professeur « consommateur » de « débats préconstruits » risque de ne pas comprendre la signification profonde d'un certain nombre de gestes en apparence anodins et qui, mal compris, peuvent modifier très profondément la situation jusqu'à la rendre démesurément complexe ou au contraire quasi insignifiante. D'autre part, comme dans d'autres ingénieries didactiques complexes, l'attention que ce professeur porte à respecter le cahier des charges de la situation (potentiellement immensément lourd) risque de lui faire perdre la disponibilité d'esprit qui lui serait nécessaire pour qu'il puisse entendre véritablement ce que les élèves avancent et le prendre en compte de façon non biaisée quand ils énoncent ce qu'ils pensent réellement.

Pris par le souci d'avancer résolument dans la direction voulue, ce professeur a beaucoup de mal à donner toute sa place aux propositions dont la discussion serait susceptible d'apporter un enrichissement décisif à la compréhension collective de la situation, mais qu'il a du mal à entendre et/ou à situer dès lors que ce qui est proposé ne va pas du tout dans le sens qui avait été envisagé.

Le débat des élèves devrait porter sur ce que les élèves pensent véritablement et s'enrichir d'un apprentissage in vivo du « comment exploiter les contradictions qui naissent d'une mauvaise interprétation de la situation pour se rendre compte que ce qu'on suppose être les données du problème, ou le problème lui-même, en est un autre » (ce qui provoque en général une perte totale du sens de la situation tant que cela n'est pas abordé). Privé de la disponibilité d'esprit du professeur, le débat qui se voulait authentique au niveau épistémologique risque peu à peu de se ramener, par effet de contrat, à l'épistémologie scolaire.

Ainsi, contre son intention déclarée, le professeur reprend insidieusement l'essentiel de la responsabilité intellectuelle que toute cette organisation didactique complexe avait pour fonction la dévolution aux élèves.

3. *Troisième phase (2000-2015) : phase de préparation1*

Depuis 2000 l'essentiel de nos recherches ont pour objet de prendre directement en compte l'obstacle épistémologique précédent. Dans cette réorientation de la fonction du débat, l'objectif premier devient alors davantage de nature préparatoire, en ce sens que l'important va maintenant être prioritairement de travailler un milieu qui favorise une prise de responsabilité intellectuelle, i.e. travailler ce que la communauté classe sait et ne sait pas en amont d'un savoir nouveau important et délicat à saisir, travailler cet ancien qui à la fois permet d'accéder à la connaissance nouvelle mais aussi empêche de lui donner le sens qui convient (obstacle épistémologique).

Il s'agit maintenant de faire ce travail de « révision » en adoptant une méthode plus scientifique que scolaire pour l'élève comme pour le professeur :

- L'élève est invité à rectifier/compléter ce qu'il connaît parce que le débat fait apparaitre des manques et des contradictions et non parce que le professeur l'exige (similitude d'esprit avec la notion de situation fondamentale).
- Le professeur, lui, n'est pas ligoté par une organisation trop finement préconçue mais dispose par contre d'une méthode qu'il va pouvoir perfectionner débat après débat, s'il accepte d'être le maître d'un jeu dans lequel il choisit le niveau des initiatives et des risques qu'il peut prendre et faire prendre à la communauté intellectuelle classe dans un premier temps. Il fait cela avec plus ou moins de conscience sur le champ car il ne peut faire autrement, mais avec de plus en plus de

[1] La question du nom de cette nouvelle forme du débat pose question : Pré-cognitif ? Préparatoire ? Chaque mot contient ses sous-entendus. Pré-cognitif, le nom choisi par le groupe, a fait réagir assez négativement la communauté, comme semblant indiquer une absence d'activité cérébrale, ce qui n'est bien sûr pas le sens visé.

conscience s'il s'oblige à faire après coup un travail didactique réflexif - donc assez objectif et non culpabilisant.

Ainsi, sous cet angle préparatoire, le professeur quand il ouvre un débat n'est pas tenu en conscience de le faire déboucher sur un résultat important prévu à l'avance, mais seulement de faire en sorte que ce débat rapproche un peu plus la culture de la classe de la culture d'une authentique communauté intellectuelle. A certains moments il travaille seulement à libérer les élèves, et lui-même en tant que professeur, du diktat d'une épistémologie scolaire a priori omniprésente.

Si cette pratique de débat devient coutumière, le professeur pourra organiser des débats sur des points qu'il sait être très sensibles et qui interdisent toute vie scientifique en classe tant qu'ils n'ont pas été abordés en tant que tels ; chaque élève découvrira par l'expérience qu'à ces moments régis par le contrat du débat, au lieu de cacher ce qu'il pense (ou ne pense pas) derrière « ce qu'il faut penser », il vaut la peine pour lui de s'interroger sur ce qu'il pense en propre de la situation en tant que réalité du monde et d'oser le mettre en débat avec ses pairs.

Dans cette confrontation d'idées et de points de vue chacun sait que personne n'a autorité pour déclarer le pertinent et le vrai (puisque contrairement au débat scientifique maïeutique de la première génération, le professeur est ici très neutre sur le fond) ; c'est donc finalement la (non)conformité du discours de chacun à la réalité sur laquelle ce discours porte, qui va permettre de trancher : chacun pourra alors se rendre un peu mieux compte en quoi et pourquoi ce qu'il tient spontanément pour pertinent et valide est ou non adapté pour décrire la réalité évoquée (on quitte un moment le diktat de l'épistémologie scolaire pour se mouvoir dans un univers plus propice à la science) .

Dans cette nouvelle orientation préparatoire du « débat scientifique en cours » on est bien entendu très heureux si un débat aboutit à la bonne définition ou sur un beau théorème, mais là n'est pas le but ; l'important est bien davantage que beaucoup d'élèves aient compris qu'en science il y a la nécessité de préciser, de modéliser, de définir et de conjecturer pour avancer, il est essentiel que beaucoup aient compris qu'aucune définition/modèle simpliste, aucun énoncé vague et trop en langage courant ne permet d'entrer dans le jeu de la preuve, ne permet de dépasser par la raison ambiguïtés, paradoxes et contradictions !

Le professeur est débarrassé de son intention paradoxale de ne pas guider directement les élèves tout en les faisant avancer là où ils n'iraient jamais seuls par un système complexe d'actions-rétroactions qui doivent pour produire les effets attendus pouvoir bien s'agencer (ordre souvent imprévisible dans un débat non manipulé insidieusement). Il peut centrer son attention sur les reformulations collectives et les votes qu'il va falloir organiser pour que, dès qu'un élève soulève un vrai problème, on puisse travailler in vivo sur ce qu'il est indispensable de mettre au clair : si on ne parle plus de la même chose ; si on est en désaccord sur un savoir décisif qui ne devrait plus poser problème. Ceci afin que les élèves mettent le plus possible le même sens sur le travail scientifique collectif.

Contrairement à ce qui, dans la phase 2, poussait à l'extrême la complexité de l'organisation de débats successifs conduisant de façon cohérente et logique la classe vers le résultat final, on accepte ici que, une fois cette base commune de connaissances assez solidement établie, le professeur n'a pas à s'obliger à prolonger de façon plus ou moins acrobatique le débat pour faire avancer le cours avec le concours des élèves. S'il pense que le milieu, en terme de science, est assez riche, il va clore le débat par une institutionnalisation très cadrée. Celle-ci s'appuie sur le débat, pour stabiliser le milieu de telle sorte qu'il puisse avancer lui-même un morceau de cours sans provoquer de rupture épistémologique avec la pensée des élèves ; et il avance ainsi jusqu'au moment où il estime qu'il lui faut à nouveau mettre au clair et stabiliser le milieu qui vient d'être enrichi des nouveaux objets ou de nouveaux modes de raisonnement qu'il vient d'introduire sans faire intervenir les élèves.

Pendant ces phases monstratives, l'élève ne peut bien entendu exercer qu'une très faible responsabilité intellectuelle, il fait donc assez aveuglément confiance au prof, mais ce que le professeur propose ou montre n'est pas une incantation sans rapport avec les questions soulevées dans le débat antérieur, le vocabulaire et les objets utilisés pour montrer ne sont pas étrangers, l'élève sait que tout cela parle d'un monde qui a été évoqué et sait qu'il va à terme être possible de questionner seul ou avec ses pairs ces nouveaux savoirs pour découvrir par la raison ce qu'ils disent et ne disent pas sur le monde.

De façon empirique, il apparait que la dévolution au professeur qui le souhaite de cette pratique de débat scientifique préparatoire est beaucoup plus accessible que les deux précédentes car pour « s'y mettre » il peut adopter un schéma évolutif du type suivant :

A partir d'une situation fondamentale que nous nommons « Circuit ou les règles du débat mathématique », situation très robuste qui peut être honnêtement gérée par un professeur qui en a saisi la philosophie sans encore connaître en détail ce mode didactique, il est relativement aisé pour le professeur de commencer à engager de vrais débats scientifiques à brûle-pourpoint à partir des questions d'élèves du type « a-t-on le droit de… ? » ou de propositions erronées que l'on retrouve répétées en grand nombre dans les copies d'élèves. Il peut alors transformer ces questions de droit en conjectures « on a le droit de …. » soumises à la critique de la classe. Ce type de débat sur propositions d'élèves a en général l'avantage de la pertinence : il fait jaillir des malentendus qui existent dans une classe à un niveau et dans une proportion que le professeur ne pouvait soupçonner tant en terme de résultats faux tenus pour vrais, que de résultats exacts tenus pour tels pour des arguments dérisoires.

Fort de ces prises de conscience le professeur va d'année en année mieux subodorer les endroits où ces dérapages de sens vont pouvoir être mis au grand jour s'il se met à poser par le biais des conjectures des questions naïves sans indiquer le moins du monde la réponse attendue. Ce faisant le professeur va de plus en plus tôt dans l'étude pouvoir structurer sa classe en communauté intellectuelle dans laquelle chacun a expérimenté tout ce qu'il a à gagner s'il s'inscrit dans ces débats qui vont lui permettre de débusquer les malentendus potentiels qui se sont éventuellement installés à son insu et de faire cela à un moment où ils n'ont pas encore fait de dégâts irréversibles.

Par effet d'entraînement bon nombre de celles et ceux qui ne s'engageaient pas au début par peur de montrer leurs erreurs vont découvrir que c'est précisément la possibilité de discuter de façon non déshonorante de ces erreurs de sens (de découvrir que les leurs sont aussi celles de beaucoup de pairs) qui est le plus enrichissant, certains vont alors faire un premier pas qui est en général suivi de beaucoup d'autres !

II. SCHEMA D'UN EXEMPLE DE DEBAT SCIENTIFIQUE

Afin de rendre plus concret ce que peut être un débat scientifique dans ce nouveau format (noté DSP), on se propose de présenter rapidement un débat sur la notion de limite qui a été expérimenté à de nombreuses reprises par Thomas Lecorre en classe de Terminale puis par Grégoire Charlot en L1 (Lecorre 2015). Le but de cette situation est d'amener les élèves à réclamer eux-mêmes une formalisation de la notion de limite rencontrée initialement sous la forme "tend vers" ou "se rapproche de". Il s'agira ensuite au professeur de proposer le formalisme en epsilon/alpha puis de le faire éprouver aux élèves sur des conjectures où il servira d'outil de preuve. Voici de façon très schématique le déroulé accompagné de quelques éléments sur l'attitude de l'enseignant et des élèves. La première conjecture a deux objectifs :

amener l'élève à s'interroger sur le rapport entre ordre des limites et ordre des fonctions qui constitue la charpente de la situation mais aussi à s'interroger sur le moyen de formaliser la notion de voisinage en l'infini.

Conjecture 1 : Si la limite en + infini de f est inférieure à la limite en + infini de g alors $f(x) < g(x)$ pour tout réel x.

Temps de réflexion + vote : consensus pour dire faux après une discussion rapide. Propositions de contre-exemples sous forme de dessin. Débat sur la validité de proposer une preuve par un dessin. Certains élèves sentent la nécessité de proposer un contre-exemple sous forme analytique.

Appel à réparer la conjecture en demandant de garder le début de la phrase. Plusieurs propositions débattues qui finissent pas aboutir à une conjecture proche de :

Conjecture 2 : Si la limite en + infini de f est inférieure à la limite en + infini de g alors il existe K tel que pour tout $x > K$ on trouve $f(x) < g(x)$.

Institutionnalisation, en particulier à propos du « il existe K tel que pour tout $x > K$ on trouve $f(x) < g(x)$ » : règles d'emploi du quantificateur existentiel.

A ce stade les élèves pensent crédible la conjecture 2 mais n'ont pas de démonstration.

Le professeur propose alors une fonction f et une fonction g qui ressemblent à un contre-exemple de la conjecture 2 pour quelqu'un qui ne dispose pas du formalisme permettant d'être certain que cette situation ne relève pas de la conjecture (f n'a en fait pas de limite). Il s'agit, en fait, d'organiser la prise de conscience de la confusion qu'implique l'absence de définition de limite.

Institutionnalisation : constatation qu'avec la définition de limite par « ça tend vers » on n'arrive pas à se mettre d'accord. Présentation de la définition de limite en + infini. Exemple simple.

La suite de la situation didactique consiste à éprouver le formalisme dans des cas simples et à démontrer la conjecture initiale (C1) dans un cas particulier.

Conjecture 3 : Si limite en + infini de f est 1 alors il existe A tel que pour tout $x >$ A on ait $f(x) > 0{,}6$.

Débat. Propositions de preuves. Les élèves arrivent à se mettre d'accord que c'est vrai.

Conjecture 4 : Si limite en + infini de f est 1 et si limite en + infini de f est 4 alors il existe A tel que pour tout x>A on ait f(x)<g(x).

Débat. Propositions de preuves. Les élèves sont convaincus que c'est vrai.

Institutionnalisation.

III. DEBAT SCIENTIFIQUE PREPARATOIRE, DEMARCHES D'INVESTIGATION, ROLES DE L'ENSEIGNANT ET DE L'ELEVE

1. Débat scientifique préparatoire et démarche d'investigation

Le DSP, à la différence de la plupart des autres démarches d'investigation, est une activité commune à l'ensemble de la classe. On s'appuie sur le collectif pour faire avancer la connaissance et construire une culture mathématique commune. L'investigation est prise en charge dans la partie débat du DSP.

Le DSP est un outil pour la construction du cours. On lit ainsi dans Legrand et al (2011).

> La place du "débat scientifique en cours" est d'arriver à donner à la majorité des étudiants "réels "... la possibilité de construire un sens profond effectif sur les points essentiels du programme couvert.

Dans le cadre de l'évaluation formative, le DSP peut prendre en charge l'évaluation des rédactions individuelles. Par exemple, à partir d'un schéma de preuve construit par le professeur en corrigeant ses copies, il peut proposer au jugement du groupe classe une démonstration où figurent des inférences valides ou non, complètes et /ou superfétatoires ; après étude individuelle le débat permet à chacun d'évaluer tout ou partie de cette rédaction faite de bribes de propositions individuelles, ce qui permet alors une correction collective des travaux individuels où tous trouvent du grain à moudre : ceux qui ont été droit dans le mur bien sûr, mais aussi ceux qui ont évité les erreurs sans vraiment savoir pourquoi. Comme on ne désigne personne (il s'agit d'une preuve reconstituée), on peut enfin travailler sur le sens profond et les vraies raisons des erreurs les plus importantes et récurrentes.

Par contre, le DSP étant un travail collectif de la classe, il ne peut prendre en charge le travail individuel tel que les exercices ou le travail bibliographique, ce que permet, par exemple, un apprentissage par problème (APP) ou un travail sur projet. Il ne prend pas en charge l'acquisition d'une culture critique sur ses rapports aux médias. Il ne forme pas non plus à la rédaction d'article, de compte rendu ou d'exposés et n'est pas adapté à l'évaluation sommative.

Pour ce qui concerne la prise en charge de la modélisation par les élèves, le professeur peut choisir de travailler sur un problème ad hoc, non modélisé mathématiquement s'il veut un travail autour de cette activité. Il peut aussi proposer des conjectures mathématiques mais formulées de façon floue. Bien sûr, le DSP ne peut pas prendre en charge la modélisation des problèmes qui nécessitent un travail bibliographique.

Dans la phase de débat du DSP, la responsabilité des élèves est importante, l'enseignant n'intervenant pour orienter le débat que par le biais des conjectures travaillées (en en proposant ou en choisissant certaines proposées par la classe) et la gestion du temps. Il s'interdit en particulier d'apporter quelque indication que ce soit sur le déroulé du débat, si ce n'est en soulignant les positions antagonistes afin de faire vivre le débat. L'argumentation, la preuve et plus généralement la pratique de la logique sont au cœur du DSP. Il arrive régulièrement que les élèves eux-mêmes fassent des interventions meta, pour se positionner par exemple contre un type de raisonnement qu'ils jugent non pertinent dans le cadre étudié.

Dans la phase d'institutionnalisation au contraire l'enseignant, tout en s'appuyant fortement sur ce qui a été discuté en débat, reprend la position classique du professeur responsable du vrai et du faux. Il est dans un cadre très favorable pour faire du meta en s'appuyant sur le contenu du débat. La forme de cette phase qui, dans le format proposé, ne laisse la parole qu'à l'enseignant peut poser question : pourquoi ne pas permettre durant cette phase un échange entre enseignant et élèves ? Le choix qui est le nôtre a pour objet de protéger la partie débat : un échange entre classe et enseignant durant lequel l'enseignant se permettrait de corriger les affirmations des élèves ou de répondre à leurs questions pourrait polluer fortement la phase du débat où les élèves pourraient attendre de l'enseignant qu'ils intervienne, qu'il juge, qu'il complète.

Empiriquement, le DSP prend en charge la diversité des élèves. On observe que certains bons élèves sont bousculés dans le confort du contrat didactique classique, alors que d'autres élèves très fragiles se libèrent totalement et produisent des interventions très intéressantes voire lumineuses. Par exemple, lors d'un débat sur la limite, Thomas Lecorre a pu voir une élève habituellement en difficultés faire la preuve complète « avec des epsilon » de la conjecture 4 (et se faire ovationner par la classe).

En fonction des objectifs qu’il s’est fixés, l’enseignant choisit ou pas d’expliciter les savoirs visés. Les conjectures peuvent être proposées de façon imprécise pour faire travailler la modélisation ou au contraire, si ce n’est pas jugé pertinent il peut rigidifier le contexte.

Les apprentissages visés sont de deux ordres :

1) la connaissance et la compréhension des définitions et résultats du cours ;
2) l’attitude scientifique des élèves, puisqu’il s’agit de la rapprocher de celle des chercheurs travaillant en collaboration. Cette attitude scientifique implique une progressive prise en charge de la rigueur du maniement des outils logiques et du raisonnement mais aussi une capacité pour les élèves à collaborer efficacement en adoptant collectivement une posture d'exigence forte sur le plan scientifique.

Il est certain ... que la communauté scientifique que nous introduisons en classe est fortement idéalisée, que le débat qui s'y déroule n'est certainement pas celui d'une communauté scientifique et que néanmoins ce débat et cette communauté jouent un rôle prépondérant dans le système didactique étudié (Legrand 1990)

L’utilisation du temps n’est pas la même que pour les APP : comme pour les SiRC, le travail a lieu uniquement en classe et n’induit a priori pas de travail de type bibliographique, à la différence des APP, ni de travail en petits groupes hors du temps scolaire, à la différence des projets proposés massivement en école d’ingénieur. Par contre, un DSP peut se tenir sur plusieurs séances (4 à 8 heures pour le débat sur la limite).

2. Milieu et position du professeur dans un débat scientifique préparatoire

La question de la position du professeur lors d’un DSP a été discutée plus haut dans la partie historique. Durant la partie débat, il doit ne pas téléguider les élèves vers l’objectif afin de préserver le milieu des élèves d’un risque de retour du contrat didactique scolaire ; il ne doit pas pour autant laisser le débat errer sans but et est armé pour cela de la possibilité de proposer des conjectures, des votes et de décider le temps dédié à chaque partie du débat.

La question de l’évolution du milieu de l’enseignant est difficile, elle a motivé les évolutions du débat scientifique et mobilise notre équipe depuis longtemps. Il semble nécessaire que l’enseignant soit conscient des limites et des manques importants d’une pratique uniquement non constructiviste de l’enseignement, ou au moins qu’il ne se fasse pas d’illusion sur la capacité de ses élèves à procéder d’une véritable démarche scientifique. Pour que la pratique du DSP puisse se transmettre, plusieurs conditions semblent nécessaires. Dans un premier temps il faut convaincre que c’est un objet intéressant qui permet de faire évoluer la culture scientifique de la classe (et c’est l’objet du débat qui sera proposé lors de la présentation de l’EMF2015) : faire pratiquer en tant qu’élève un débat, visionner un débat ou lire le script d’un débat, afin de faire vivre ou de faire voir l’intérêt pour les élèves et l’enseignant. Ensuite, l’appropriation de la technique peut se faire en suivant le « programme » proposé plus haut. Il semble aussi important que l’enseignant fasse sienne la liberté que lui donne la version préparatoire du débat scientifique.

3. La position de l’élève dans un débat scientifique préparatoire

Comme vu plus haut l’apprentissage des élèves et du groupe classe est principalement de l’ordre des connaissances et de leur compréhension, de la pratique de la logique, de l’attitude et de la démarche scientifique.

La responsabilité dévolue à l’élève et à la classe est de faire vivre et progresser le débat mais aussi de faire monter son niveau d’exigence en terme de logique et de raisonnement, de communication à l'intérieur du groupe classe et de compréhension afin de faire éclore une culture commune suffisante sur le problème étudié :

Pour entendre en compréhension une proposition scientifique, il faut douter de sa vérité et de sa pertinence, il faut se sentir dans l'obligation d'exercer sur elle une réelle vigilance épistémologique. (Legrand 1993)

Le choix des moyens est réduit puisque la pratique du débat est relativement balisée. Par contre le développement du débat lui peut être assez libre, en fonction des choix du professeur. Il est arrivé à Thomas Lecorre de laisser vivre un débat pendant une heure, sans introduire de nouvelle conjecture, parce qu'il le trouvait très riche.

Comme mentionné plus haut, après une pratique régulière, on observe un changement d'attitude, lors des débats au moins. Il n'est pas rare de voir des élèves exiger de définir un objet jusque là mal précisé ou la preuve d'une « évidence » énoncée par un autre élève. Et certains d'utiliser des arguments meta. Mais c'est le statut de l'erreur qui se modifie le plus rapidement. L'incertitude et le doute initialement refoulés par les élèves acquièrent progressivement droit de citer et deviennent partie intégrante d'une démarche scientifique fondée sur le tri entre le nécessaire et le contingent, entre le certain et l'incertain. Ainsi le professeur, beaucoup plus au fait des difficultés rencontrées qui ne sont plus masquées par les inhibitions mais font partie intégrante du processus d'élucidation, pourra ultérieurement proposer de retravailler ces aspects émergents du débat qu'il aura ainsi repérés. De plus les erreurs ne sont plus cachées et apparaissent comme valorisées par la communauté classe pour avancer dans le débat. Elles apparaissent en profusion et de façon beaucoup plus claire pour l'enseignant qui peut en profiter pour faire son marché afin d'en discuter plus tard (surtout pas pendant la phase de débat en cours) ou mettre en débat via une conjecture si une contradiction est exprimée dans le groupe.

Enfin, la pratique régulière du DSP permet de développer une culture commune à la classe en terme, à la fois, de connaissances et de pratique de la démarche scientifique.

IV. PRESENTATION PROPOSEE

Dans le cadre du GT10 de l'EMF2015, Grégoire Charlot a proposé une présentation composée dans un premier temps de l'expérimentation d'un débat et dans un deuxième temps d'une discussion sur quelques points : position de l'enseignant et de l'élève, dévolution du débat scientifique aux collègues.

Le DSP que nous proposons est un débat sur des mathématiques de niveau Master. Il a pour objectif d'être un outil de dévolution aux enseignants du DSP. L'idée qui a guidé à sa création est de mettre les enseignants en position d'élèves, en les faisant travailler sur des mathématiques qu'ils ne connaissent pas (de niveau Master 2), pour leur permettre de vivre de l'intérieur un DSP et de se rendre compte de l'efficacité de ce procédé didactique. On peut trouver les transparents en annexe de ce texte.

Plusieurs critiques sont apparues :

- concernant ce texte, la question du nom choisi (que nous avons finalement changé pour le texte tel que présenté) a posé question : « débat scientifique pré-cognitif ». Ce terme « pré-cognitif » a été mal reçu par les membres du GT10, parce qu'il peut donner l'impression que les élèves n'ont aucune activité intellectuelle pendant la phase de débat alors qu'au contraire ils sont pleinement en activité. La question du nom est une question qui est effectivement problématique, un nom donnant toujours une vision réductrice d'un objet forcément plus complexe. Par exemple celui finalement choisi, *débat scientifique préparatoire,* pourrait laisser à penser qu'il se rapproche d'une activité préparatoire alors qu'il est bien plus ambitieux en terme d'activité mathématique comme nous l'avons discuté plus haut.

- Toujours concernant le texte, il a été discuté assez fortement le caractère strict de la rupture entre la phase de débat, où les élèves font vivre la discussion, argumentent, votent, etc. et la phase monstrative où les élèves n'ont plus du tout la parole et où l'enseignant, tout en s'appuyant sur ce qui a été discuté en débat, prend en charge le vrai et le faux. Pourquoi ne pas permettre aux élèves d'interroger l'enseignant ? Pourquoi ne pas permettre à l'enseignant de répondre rapidement à une question ? Cette rupture nous semble très importante. Elle est indispensable pour protéger la phase de débat. Il ne faut pas que la confusion puisse se faire entre les deux phases. Ni que les élèves puissent s'appuyer sur les connaissances de l'enseignant pour revenir doucement à une position plus classique d'élève qui reçoit de la connaissance sans vraiment en prendre en charge la question du vrai et du faux ou celle de l'appropriation véritable d'une notion. Le format actuel permet à l'enseignant, dans la partie monstrative, soit de fixer ce qui a été établi collectivement, soit de partir du constat d'un obstacle épistémologique pour proposer une solution mathématique à cet obstacle qui est en général retravaillée après en mode débat.
- Ensuite, le DSP proposé n'a pas convaincu tout le monde quant à ses qualités. Tel que présenté il n'a pas convaincu certains collègues quant à sa capacité à être un bon média de dévolution. D'abord le format (1 heure d'exposé alors qu'il aurait fallu au moins deux ou trois heures) n'a pas permis de le faire vivre dans le format prévu. Il a alors semblé trop proche d'une activité d'introduction classique plus que comme un débat scientifique préparatoire au sens vu plus haut : il n'a pas permis suffisamment de faire travailler sur la problématique générale proposée. Il n'a pas permis de mettre en évidence les obstacles épistémologiques, dont le fait qu'on arrive parfois à remplir l'espace avec seulement deux vecteurs. D'autre part, sous la forme présentée, l'encadrant doit parachuter le crochet de champs de vecteurs sans que le groupe ne se soit suffisamment approché de l'objet. Pour conséquence, son objectif qui était d'être un objet de formation initiale ou continue n'a pas convaincu. Ces dernières critiques nous ont, en grande partie, convaincus et nous amèneront certainement à revoir la copie et à retravailler l'activité.

REFERENCES

Legrand M. et al. (1985) *Apprentissage du raisonnement.* Grenoble : IREM.

Legrand M. (1990) Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *RDM* 9, 365-406.

Legrand M. (1993) Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères-IREM* 10, 123-158.

Legrand M. (1996) La problématique des situations fondamentales : confrontation du paradigme des situations à d'autres approches didactiques, Cours de la VIIème école d'été de didactique des mathématiques ; *RDM*16, 221-280.

Legrand M., Lecorre T., Leroux A., Parreau A. (2011) *Le principe du « Débat Scientifique » dans un enseignement*. Pré-tirage. Vol. Tome I. Grenoble (France) : Irem de Grenoble.

Lecorre T. (2015) Définir : une nécessité à construire. *Repères-IREM* 100.

Documents du groupe « Recherche sur le débat scientifique » à l'IREM (Institut de Recherche en Enseignement des Mathématiques) de Grenoble accessibles à l'adresse http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique61

ANNEXE

Un débat scientifique en faisant du crochet

Grégoire Charlot, Hélène Di Martino, Thomas Lecorre,
Marc Legrand & Antoine Leroux

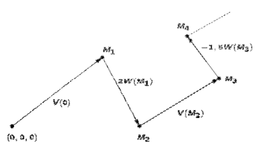
EMF 2015, 10-14 octobre 2015, Alger

Introduction

Règles pour un bon fonctionnement du débat :

- dire ce que l'on pense vraiment,
- dire quand on n'est pas d'accord ET quand on est d'accord,
- dire quand on change d'avis, et ce qui nous a fait changer d'avis,
- dire quand on estime ne pas avoir assez d'arguments pour trancher.
- jouer honnêtement le jeu de la recherche du vrai.

On se place sur $\mathbf{R}^3$ muni des coordonnées (x, y, z).
On explore $\mathbf{R}^3$ avec deux champs de vecteurs notés V et W de la façon suivante :



Question : **où peut-on aller ?**

On considère les deux vecteurs V_1 et W_1 :

$$V_1(x,y,z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad W_1(x,y,z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Appel à conjecture 1 : en partant de $(0,0,0)$, où peut-on aller en suivant les deux vecteurs V_1 et W_1 ?

On considère maintenant les deux vecteurs suivants qui dépendent du point (x, y, z) :

$$V_2(x,y,z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad W_2(x,y,z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ x \end{pmatrix}.$$

Appel à conjecture 2 : en partant de $(0,0,0)$, où peut-on aller en suivant V_2 et W_2 ?

On considère ensuite les vecteurs :

$$V_3(x,y,z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ y \end{pmatrix}, \quad W_3(x,y,z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ x \end{pmatrix}.$$

Appel à conjecture 3 : en partant de $(0,0,0)$, où peut-on aller en suivant V_3 et W_3 ?

Questions cruciales : quelles pourraient être

- une condition nécessaire pour qu'on puisse aller partout ?
- une condition suffisante pour qu'on puisse aller partout ?
- une condition nécessaire pour qu'on ne puisse pas aller partout ?
- une condition suffisante pour qu'on ne puisse pas aller partout ?

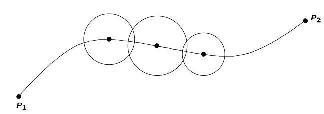
Conjecture 4 : Si, pour tout a et b dans $\mathbf{R}$, en avançant de aV puis bW on arrive au même point qu'en avançant de bW puis aV alors on ne peut pas atteindre tout $\mathbf{R}^3$.

Institutionnalisation

Difficile pour des exemples de vecteurs plus compliqués de calculer explicitement l'ensemble des points qu'on peut atteindre.

Institutionnalisation

Par contre on peut montrer que, si pour tout point p il existe un voisinage $V(p)$ de p tel que on sait aller de tout point p_1 de $V(p)$ à tout point p_2 de $V(p)$, alors on sait aller de tout point p_1 à tout point p_2 de $\mathbf{R}^3$.



$\rightarrow$ on ramène un problème global à un problème local

Institutionnalisation

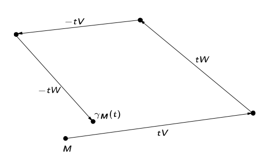
On a vu lors du débat sur les conjectures que l'on n'obtenait pas forcément le même résultat en suivant V_i puis W_i d'une part et W_i puis V_i d'autre part.

Cela semble même nécessaire à la possibilité d'aller partout.

Institutionnalisation

On appelle $\gamma_M(t)$ le point atteint en suivant la trajectoire particulière qui part de $M = (x, y, z)$ et qui suit

$$tV \text{ puis } tW \text{ puis } -tV \text{ puis } -tW.$$



Institutionnalisation

Pour (V_1, W_1) ou (V_3, W_3) on trouve

$$\gamma_M(t) = (x, y, z) = M.$$

Pour (V_2, W_2) on trouve

$$\gamma_M(t) = (x, y, z + t^2).$$

35 / 58

Institutionnalisation

Pour tous les couples (V, W),

$$[V, W](M) := \lim_{t \to 0} \frac{\gamma_M(t) - \gamma_M(0)}{t^2}$$

existe et forme un champ de vecteurs appelé crochet de V et W.

36 / 58

Institutionnalisation

Pour (V_2, W_2) on trouve $[V_2, W_2] = (0, 0, 1)$.

$[V_2, W_2]$ n'est pas dans vect(V_2, W_2). Et il semble naturel de se dire qu'on peut se déplacer dans sa direction quitte à beaucoup "tourner" avec V_2 et W_2.

38 / 58

Institutionnalisation

Si on fait la même opération avec V_1 et W_1 (ou V_3 et W_3) on trouve le vecteur nul.

On dit que les deux champs de vecteurs commutent.

Et on a vu dans ces deux cas-là que l'on ne peut pas atteindre tous les points de l'espace.

$\rightarrow$ on ramène le problème d'accessibilité locale au problème du calcul du crochet $[V, W]$.

42 / 58

Institutionnalisation

On peut calculer le crochet en un point p par un simple calcul de dérivées au point p.

$\rightarrow$ le problème est donc ramené à un calcul de dérivée.

44 / 58

Institutionnalisation

Théorème de contrôlabilité [Chow, Rashevski]
Si en tout point de $\mathbf{R}^3$ les trois vecteurs V, W et $[V, W]$ forment une base alors on peut aller de tout point p_1 à tout point p_2 en suivant V et W.

45 / 58

Institutionnalisation

Théorème d'intégrabilité [Deahna, Frobenius]
Si en tout point de $\mathbf{R}^3$ le vecteur $[V, W]$ est une combinaison de V et W alors à partir d'un point p on ne pourra pas sortir d'une "surface" contenant p.

Institutionnalisation

Vous utilisez tous les crochets au quotidien :

quand vous garez votre voiture !

Le crochet $[V, W]$ peut se calculer en coordonnées : si
$V = \begin{pmatrix} v_x \\ v_x \\ v_z \end{pmatrix}$ et $W = \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix}$ alors

$$[V, W] = \begin{pmatrix} \frac{\partial w_x}{\partial x} & \frac{\partial w_x}{\partial y} & \frac{\partial w_x}{\partial z} \\ \frac{\partial w_y}{\partial x} & \frac{\partial w_y}{\partial y} & \frac{\partial w_y}{\partial z} \\ \frac{\partial w_z}{\partial x} & \frac{\partial w_z}{\partial y} & \frac{\partial w_z}{\partial z} \end{pmatrix} V - \begin{pmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix} W$$

Observation

- en quoi les connaissances que les "élèves" ont sur les espaces vectoriels les aident ou font du bruit ?
- les élèves peuvent ils prendre en charge le débat ? L'enseignant a-t-il les moyens de relancer le débat si celui s'y refroidit ?
- l'institutionnalisation entre-t-elle en résonance avec le débat ou bien est-elle sans vrai rapport avec les débats qui ont eu lieu ?

Autres questionnements

- Est ce que ce débat vous a permis de goûter la saveur que j'ai essayé de transmettre ? cette version étant une version très racourcie du débat complet.
- Est ce que vous pensez qu'un tel débat peut servir à la transmission du débat scientifique précognitif aux enseignants ?

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

QUESTIONS SOULEVÉES PAR LA MISE EN PLACE D'EVALUATIONS FORMATIVES DANS UNE CLASSE ORDINAIRE

Sylvie COPPE*

Résumé – A travers l'analyse d'un extrait de séquence de classe portant sur le produit de plusieurs nombres relatifs, nous nous proposons d'initer un questionnement sur les processus d'évaluation formative qui peuvent être mis en place dans les classes ordinaires. Nous tenterons donc de déterminer quelle peut être la place, la fonction, la nature de l'évaluation formative dans les pratiques de classe, à quelle nécessité elle peut correspondre dans le cours de l'étude. Enfin, nous tenterons de voir comment l'analyse de cette phase en termes d'évaluation formative nous permet de requestionner les cadres théoriques de la didactique des mathématiques, notamment les notions de milieu et contrat et l'analyse en termes de moments didactiques.

Mots-clefs : évaluation formative, régulation, didactique des mathématiques, algèbre, institutionnalisation

Abstract – Across the analysis of an extract of a sequence of class concerning the multiplication of several relating numbers, we offer to introduce a question setting on the processes of formative assessment which can be set up in the ordinary classes. We aim to determine what could be the place, the fonction and the role of formative assesssment in the ordinary practices, to which necessity it could correspond in the lesson of study. Finally, we shall try to see how the analysis of this stage in terms of formative assessment allows us to re-question the theoretical frameworks of the didactics of mathematics, notably the notions of « milieu » and didactic contract and the analysis in terms of « moments didactiques ».

Keywords: formative assessment, regulation, didactique of matematics, algebra, institutionnalisation

Lors du colloque EMF 2012, dans le cadre du groupe de travail sur les démarches d'investigation, nous avions présenté une étude de cas d'une enseignante avec laquelle nous travaillons dans le cadre d'un groupe de recherche collaborative intitulé SESAMES (Situations d'Enseignement Scientifique : Activités de Modélisation, d'Evaluation, de Simulation) qui a pour but la production collaborative (par des enseignants et des chercheurs) de ressources pour les enseignants et les formateurs des disciplines concernées favorisant la mise en activité des élèves et leur prise de responsabilité vis-à-vis des savoirs enseignés, notamment par la mise en place de démarches d'investigation (Coppé 2013). Pour nous, en mathématiques, le thème est l'algèbre au collège, les documents sont disponibles sur le site http://pegame.ens-lyon.fr/.

Dans cette étude de cas (Coppé 2012), nous nous interrogions sur les conditions de mise en œuvre de démarches d'investigation (ou de résolution de problèmes) dans le cadre des pratiques ordinaires et notamment sur les liens entre démarche d'investigation et apprentissage sous l'angle de la gestion du temps didactique. Pour cela, nous avions analysé

* Université de Genève FPSE – SUISSE - sylvie.coppe@unige.ch

Coppé S. (2015) Questions soulevées par la mise en place d'évaluations formatives dans une classe ordinaire. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT10, pp. 861-875.

la mise en œuvre de l'activité bien connue des Carreaux colorés (Combier et al., 1996), précédée de petits problèmes portant sur les programmes de calcul pour montrer comment pouvaient se gérer les alternances entre des phases de dévolution et d'institutionnalisation sur plusieurs séances. Nous avions donc illustré comment cette activité, proposée de façon non plus isolée mais insérée dans une séquence, pouvait être gérée d'une part, en laissant aux élèves la responsabilité de la recherche d'expressions littérales mais d'autre part, de façon plus cadrée lors de la mise en commun pour favoriser l'institutionnalisation notamment de la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition comme élément de justification des transformations d'écritures algébriques. Rappelons qu'une autre étude sur cette même activité (Coulange & Grugeon 2008) avait montré comment la gestion de cette situation par deux enseignantes n'avait permis ni la dévolution ni la mise en avant de la distributivité. Nous avons interprété cette différence (Pilet & al. 2015) en fonction, d'une part, de la connaissance fine ou non des enjeux cognitifs de cette situation (notamment le rôle et la place de la distributivité) et d'autre part de l'inscription dans une progression de types de tâches.

Dans cette communication, nous poursuivons cette étude de cas en nous centrant cette fois-ci sur les processus d'évaluation formative qui peuvent être mis en place dans les classes ordinaires. Nous tenterons donc de déterminer quelle peut être la place, la fonction, la nature de l'évaluation formative dans les pratiques de classe, à quelle nécessité elle peut correspondre dans le cours de l'étude. Une autre question est de montrer en quoi et comment les processus d'évaluation formative peuvent participer, favoriser l'avancement du savoir dans la classe et les apprentissages des élèves. Nous nous situons donc dans l'axe 2 « Rôle et responsabilité du professeur ».

Nous travaillons dans le cadre du projet de recherche européen ASSIST ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education) qui a comme objectif d'analyser l'influence de nouveaux dispositifs d'évaluations formatives, en lien avec les évaluations sommatives dans le cadre de démarches d'investigation, sur les apprentissages et les pratiques enseignantes en sciences, mathématiques et technologie. Une autre partie du travail est de concevoir et de diffuser des méthodes d'évaluations formatives.

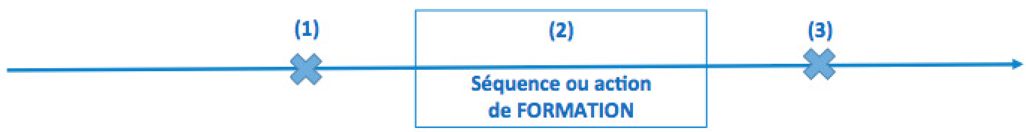
La méthodologie de recherche est basée sur l'utilisation de vidéos des séquences de classe (avec deux caméras, l'une orientée sur le tableau et donc le professeur et l'une sur la classe), d'enregistrements audio de groupes (ou binômes) d'élèves pendant les travaux de recherche. L'analyse est faite en utilisant notamment le logiciel TRANSANA. Les documents suivants sont collectés : des copies d'élèves sur les problèmes proposés, des questionnaires ante/post portant sur l'état des connaissances des élèves et sur les pratiques d'évaluation des professeurs, les fiches de préparation des enseignants expérimentateurs, les fiches de positionnement des élèves et les feedback écrits des professeurs.

Il est encore trop tôt pour nous pour donner des résultats sur les expérimentations qui sont en cours (trois séries d'expérimentations ont été réalisées dans l'année 2015) ; nous proposons ici d'initier le questionnement sur la prise en compte de l'évaluation formative dans les travaux de didactique des mathématiques.

Dans la première partie, nous reprendrons des définitions et caractérisations de l'évaluation formative en montrant notamment des évolutions de cette notion. Dans la deuxième, nous ferons un rapide tour d'horizon des travaux sur l'évaluation en didactique des mathématiques. Puis nous analyserons un extrait de séance de classe ordinaire qui constitue selon nous une évaluation formative intégrée afin de montrer sur quelles nouvelles questions cela débouche.

I. A PROPOS D'EVALUATION FORMATIVE

La notion d'évaluation formative a été introduite en 1967 par Scriven dans un contexte d'évaluation des programmes de formation puis reprise par Bloom, en 1968, en indiquant qu'elle permet à l'élève de remédier à ses erreurs et difficultés avant qu'il ne s'engage dans un processus cumulatif. Fondée sur un fonctionnement rétroactif, elle procure des informations dont le maître et l'élève ont besoin pour savoir si les objectifs visés sont atteints et rendent possible la progression vers des objectifs plus complexes. Dans cette conception, l'erreur de l'élève change de statut. A cette époque, les travaux se situent davantage dans une perspective de remédiation au cours d'une unité d'apprentissage planifiée. Les travaux de Hadji (1989) mettent fortement en avant cette idée de temporalité dans les différents types d'évaluation et leurs différentes fonctions au cours de la planification (avant/pendant/après). A cet égard, le schéma qu'il donnait pour illustrer son point de vue est assez éclairant. Nous le reproduisons ci–dessous (fig. 1) pour le comparer aux travaux suivants et montrer l'évolution de la notion d'évaluation formative.



En (1) : avant l'action de formation	En (2) : pendant l'action	En (3) : après l'action de formation
Évaluation ▪ Diagnostique ▪ Pronostique ▪ Prédictive	Évaluation ▪ Formative ▪ Progressive	Évaluation ▪ Sommative ▪ Terminale
Fonctions ▪ Orienter ▪ Adapter	Fonction ▪ Réguler ▪ Faciliter (l'apprentissage)	Fonction ▪ Vérifier ▪ Certifier
Centrée sur ▪ Le producteur et ses caractéristiques (identification)	Centrée sur ▪ Les processus de production ▪ L'activité de production	Centrée sur ▪ Les produits

Figure 1 *-Tableau de Hadji sur les différents types d'évaluation (1989, p.59)*

A partir de 1988, les travaux de Allal initient une perspective élargie et introduisent la notion de « régulation interactive ». Allal indique que l'évaluation formative est une partie intégrante du processus d'apprentissage, qu'elle se vit à tout moment de ce processus et qu'elle confère un rôle actif à l'élève dans son engagement dans ses apprentissages. Allal et Mottier Lopez (2005) précisent alors qu'il s'agit d'utiliser divers moyens de recueil d'informations notamment informels (et non plus seulement des tests formatifs), qu'il y a une participation effective des élèves (par l'autoévaluation et/ou par les pairs), qu'on aboutit à une différenciation de l'enseignement et qu'enfin la régulation se fait à deux niveaux (celui des élèves évalués mais aussi celui des pratiques professionnelles pour les années suivantes et les nouveaux élèves). Mottier Lopez (2012) introduit l'idée d'une approche située de l'évaluation-régulation formative en lien avec la micro culture de classe. On voit donc que pour les travaux francophones la conception élargie de l'évaluation formative a débouché sur l'idée de la régulation des apprentissages dans une perspective continue.

Une évolution a également eu lieu dans les travaux anglo-saxons. Black et Wiliam (1998a, 1998b) considèrent qu'une évaluation est formative lorsque les informations recueillies par l'enseignant sont effectivement utilisées pour répondre aux besoins de l'élève et pour réguler l'enseignement (on retrouve ainsi les deux enjeux). Ils précisent que l'évaluation formative, qui doit porter sur des savoirs et savoir-faire qui ont été enseignés ou qui sont en cours d'enseignement, peut se dérouler à tout moment d'une séance d'enseignement. Les informations recueillies doivent permettre de mettre en avant et de prendre en compte l'écart entre ce que les élèves savent et font et ce qu'ils devraient savoir et faire.

> We use the general term assessment to refer to all those activities undertaken by teachers—and by their students in assessing themselves—that provide information to be used as feedback to modify teaching and learning activities. Such assessment becomes formative assessment when the evidence is actually used to adapt the teaching to meet student needs. (op. cité, 1998, p. 140)

Pour Shavelson et al. (2008) il y a un continuum entre des évaluations formelles et planifiées (voire des évaluations « prêtes à l'emploi » produites par des chercheurs : « Embedded-in-the-curriculum formative assessment »), celles moins formelles dans l'interaction et celles « on the fly » qui peuvent arriver de façon spontanée à l'initiative du professeur ou d'un élève.

Figure 2 - *Continuum des évaluations formatives selon Shavelson et al. (2008, p. 300)*

Dans tous ces travaux, les notions de feedback et d'écart entre ce que les élèves savent et font et ce qu'ils devraient savoir et savoir faire sont centrales (voir des exemples d'étude de feedback dans Lepareur et Grangeat, à paraître).

En France actuellement, peu d'études portent sur les pratiques des enseignants en matière d'évaluation formative. Notre expérience en matière de formation initiale et continue nous amène à penser que ces pratiques sont assez peu développées mais cela reste à confirmer. Les évaluations sommatives restent prépondérantes même si depuis 2005, il y a une volonté institutionnelle de développer l'évaluation par compétences, ce qui suppose des évaluations régulières prenant en compte la progression des apprentissages dans la durée et la mise en place de situations d'évaluation pertinentes (ce qui nous ramène vers les démarches d'investigation ou la résolution de problèmes). Ainsi, a été introduit dans les programmes français, le socle commun de connaissances et de compétences. Pour la partie mathématique, il est indiqué dans l'introduction du programme du collège (élèves 11-15 ans) :

> L'évaluation (qui ne se réduit pas au contrôle noté) n'est pas un à-côté des apprentissages. Elle doit y être intégrée et en être l'instrument de régulation, pour l'enseignant et pour l'élève. Elle permet d'établir un constat relatif aux acquis de l'élève, à ses difficultés. Dans cette optique, le travail sur les erreurs constitue souvent un moyen efficace de l'action pédagogique. L'évaluation ne doit pas se limiter à indiquer où en est l'élève ; elle doit aussi rendre compte de l'évolution de ses connaissances, en particulier de ses progrès. (BO spécial n°6 du 28 août 2008)

On constate donc qu'en France, il existe des injonctions institutionnelles fortes pour changer les pratiques d'évaluation, pour passer d'une mission sociale qui vise au classement ou à la sélection des élèves à une mission de régulation, de soutien au développement des apprentissages. Ceci posé, on est alors amené à chercher comment outiller les enseignants à la fois d'un point de vue théorique mais aussi pratique, par l'introduction de nouvelles méthodes d'évaluation formatives, comment améliorer les feedback, envisager de nouvelles tâches, différencier au besoin.

II. LES TRAVAUX DE DIDACTIQUE SUR L'EVALUATION

Comme Bodin (1997) l'avait déjà été souligné, peu de travaux de didactique des mathématiques portent sur l'évaluation (sauf quelques-uns sur les évaluations internationales comme Bodin 2008). Chevallard (1986, 1989) en se plaçant dans une perspective anthropologique, avec les personnes vues comme sujet d'institution(s), en utilisant les notions de rapports institutionnels/personnels, par la distinction entre véridiction et objectivation montre le rôle prépondérant du contrat didactique dans les processus d'évaluation. Ses textes portent essentiellement sur les évaluations sommatives (notées). Plus tard, Chevallard (1998, 1999) définit le moment de l'évaluation comme un des six moments didactiques qui composent l'organisation didactique.

> Le sixième moment est celui de l'évaluation, qui s'articule au moment de l'institutionnalisation (dont il est à certains égards un sous-moment) : la supposition de rapports institutionnels transcendants aux personnes, en effet, fonde en raison le projet d'évaluer les rapports *personnels* en les référant à la *norme* que le moment de l'institutionnalisation aura ainsi hypostasiée. En pratique, il arrive un moment où l'on se doit de « faire le point » : car ce moment de réflexivité où, quels que soient le critère et le juge, on examine ce que *vaut* ce qui a été appris, ce moment de véridiction qui, malgré les souvenirs d'enfance, n'est nullement une invention de l'Ecole, participe en fait de la « respiration » même de toute activité humaine. (Op. cité 1999, p. 22)

On trouve ici l'idée de comparaison entre les rapports personnels et institutionnels et le lien fort avec l'institutionnalisation. Nos travaux (Coppé 1993) qui portaient sur ce que font les élèves lors des devoirs surveillés nous ont amenée à définir les notions de travail privé et de trace publique pour expliquer les différences entre ce que les élèves font au brouillon et ce qu'ils donnent à voir au professeur. Nous avions également pointé le lien entre évaluation et institutionnalisation : ainsi certains élèves se rendaient compte de ce qu'il y avait à apprendre au moment de l'évaluation finale.

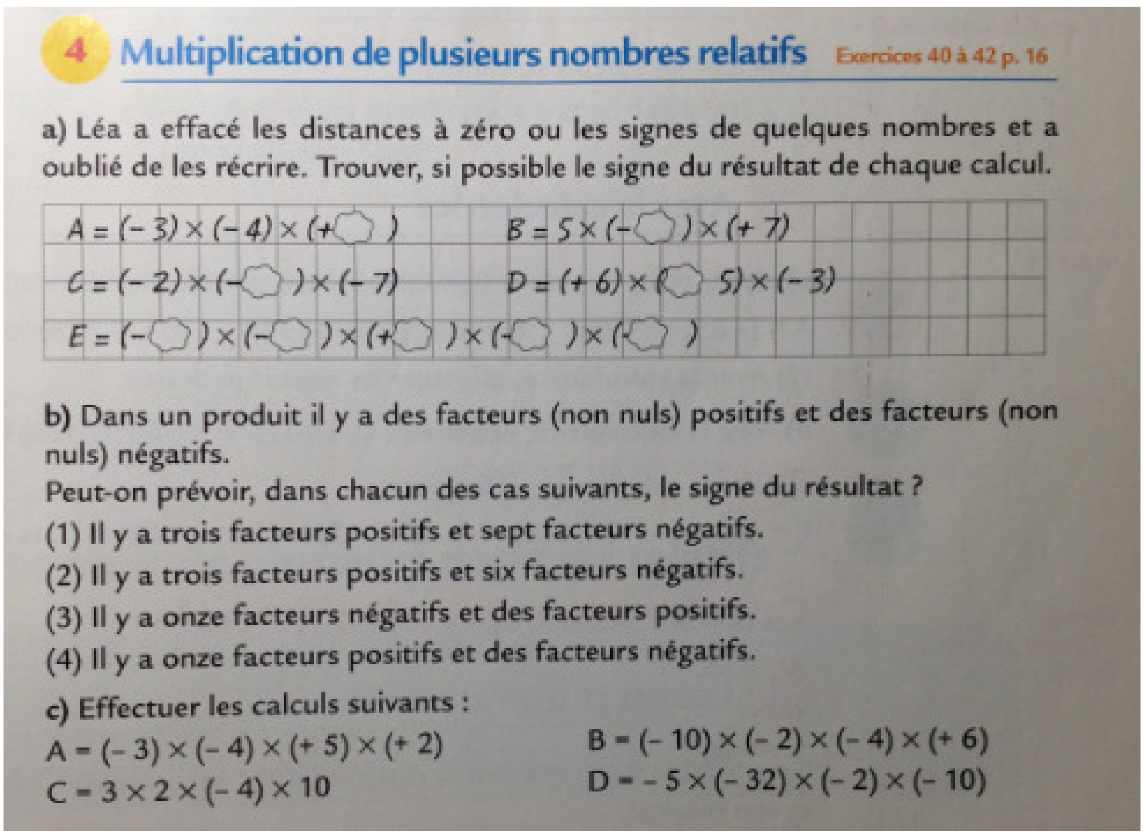
Dans la cadre de la théorie des situations didactiques (Brousseau 1986, 1998), Margolinas (1993) distingue ce qu'elle nomme les phases d'évaluation et les phases de validation dans les phases de conclusion des situations a-didactiques suivant les responsabilités données aux élèves. Brousseau (1995) introduit la notion de régulation et en cela, il souligne le renforcement du rôle du professeur notamment par les régulations qu'il opère et celui des interactions sur le savoir en jeu dans les différentes phases (action, formulation, validation, institutionnalisation). Enfin Perrin-Glorian et Hersant (2003) reprennent le questionnement sur les rôles de contrat et milieu mais dans le cadre des séquences ordinaires ce qui les amène à préciser différents contrats et à introduire la notion de « situation de rappel ».

Ainsi, on peut donc voir que l'aspect formatif de l'évaluation n'a pas été travaillé en tant que tel en didactique des mathématiques et ce n'est que très récemment que les recherches, notamment dans le cadre des projets ASSIST ME (Coppé & al., à paraître) et NéoPréval (Nouveaux Outils pour de nouvelles Pratiques d'éVALuation et d'enseignement en mathématiques (Grugeon & al. 2012, Pilet 2012), proposent des analyses et des outils. Cela nous conduit à questionner comment intégrer ce type d'évaluation, avec ses fonctions didactiques, dans les cadres théoriques de la didactique des mathématiques. C'est ce que nous tentons de faire ici à partir d'un exemple.

III. ETUDE DE CAS

1. Présentation de la séance

L'extrait que nous allons analyser se situe en classe[1] de 4e (élèves de 13-14 ans), c'est la séance 14 de l'année, elle porte sur la multiplication des nombres relatifs et plus précisément sur le signe d'un produit de plusieurs nombres relatifs (en fonction du nombre de termes négatifs). À la séance 13, la professeure (que nous nommons Clara) a fait travailler les élèves sur une activité (fig 3) qui devait déboucher sur l'établissement de la règle même si le manuel ne la demande pas (on reste au niveau des exemples). On peut noter que cette professeure a consacré du temps à l'établissement de cette règle, ce qui n'est pas toujours le cas : en effet, quelquefois la règle est donnée pour deux nombres relatifs et il est de la responsabilité des élèves de la transposer à plusieurs nombres. De plus, il y a une réelle difficulté que Clara semble bien connaître puisque le signe est fonction du nombre (pair ou impair) de nombres négatifs (par exemple les élèves ont du mal à comprendre qu'un seul nombre négatif peut « emporter » le signe du résultat ou bien que les nombres positifs n'ont pas d'influence sur le signe du résultat).


4 Multiplication de plusieurs nombres relatifs — Exercices 40 à 42 p. 16

a) Léa a effacé les distances à zéro ou les signes de quelques nombres et a oublié de les récrire. Trouver, si possible le signe du résultat de chaque calcul.

A = (– 3) × (– 4) × (+) B = 5 × (–) × (+ 7)

C = (– 2) × (–) × (– 7) D = (+ 6) × (5) × (– 3)

E = (–) × (–) × (+) × (–) × ( )

b) Dans un produit il y a des facteurs (non nuls) positifs et des facteurs (non nuls) négatifs.
Peut-on prévoir, dans chacun des cas suivants, le signe du résultat ?
(1) Il y a trois facteurs positifs et sept facteurs négatifs.
(2) Il y a trois facteurs positifs et six facteurs négatifs.
(3) Il y a onze facteurs négatifs et des facteurs positifs.
(4) Il y a onze facteurs positifs et des facteurs négatifs.

c) Effectuer les calculs suivants :

A = (– 3) × (– 4) × (+ 5) × (+ 2) B = (– 10) × (– 2) × (– 4) × (+ 6)

C = 3 × 2 × (– 4) × 10 D = – 5 × (– 32) × (– 2) × (– 10)

Figure 3 - *texte de l'activité proposée Manuel Triangle 4e (2007 p. 9)*

A la séance 13, les élèves ont eu des difficultés à rentrer dans la tâche notamment parce que dans la question a) on propose des calculs aux élèves qu'ils ne doivent pas effectuer (d'ailleurs ils ne le peuvent pas puisqu'il manque des nombres), ils doivent seulement trouver le signe du résultat. On peut analyser les difficultés des élèves en termes de rupture de contrat didactique puisqu'en général si les élèves ont un calcul numérique, ils doivent l'effectuer et

[1] Il y a 25 élèves dans la classe

en donner le résultat. On constate que les élèves posent de nombreuses questions sur ce qu'il faut faire et s'attardent ainsi sur la question a) et que la professeure doit intervenir à de nombreuses reprises pour réexpliquer ce qu'il faut faire.

Au début de la séance 14, Clara fait rappeler la règle finalement établie et sa justification. Elle ne se contente pas de la réponse correcte du premier élève interrogé, elle va instaurer un dialogue avec les élèves pendant 10 minutes environ. Nous pensons que cette phase d'interaction avec les élèves sur ce qui a été vu (ou appris) à la séance précédente constitue une phase d'évaluation formative dans l'interaction (comme cité par Shavelson, 2008). En effet, tout d'abord la professeure cherche à avoir des informations sur ce que les élèves ont compris de l'activité sur la multiplication de plusieurs nombres relatifs ; de plus, c'est certainement une façon de prendre en compte le fait que les élèves ont eu des difficultés, donc cela constitue une régulation. Enfin, cette phase va déboucher sur l'institutionnalisation de la règle qui n'avait pas été faite à la suite de l'activité à la séance 13.

1. *Les cycles d'interaction*

Pour analyser les interactions lors de la mise en commun, nous repérons des cycles d'interaction ESRU (Elicit Student Response Use) développés par Furtak et al. (2005).

> The teacher begins by eliciting a response from students that reveals the state of the students' understanding. Next, the teacher recognizes the response by reflecting it back to the student or asking another follow- up question. The third step involves taking some form of action to help the student move toward the essence of the activity or concept. The process can be thought of as a cycle to reflect the ongoing nature of informative questioning throughout inquiry activities. (Furtak & Ruiz Primo 2005, p. 1).

On peut donc résumer ainsi ces cycles : Poser une question aux élèves - Obtenir une réponse - Prendre en compte cette réponse, l'intégrer dans le discours - Avoir une action sur cette réponse - Utiliser la réponse de l'élève.

2. *Analyse de l'extrait choisi*

La transcription de cette phase est en Annexe 1 sous forme d'un tableau. La première colonne indique des tours de parole (quand la professeure s'adresse à toute la classe) ou des séries de tour de parole (quand elle est en interaction avec un élève qui est alors appelé E*n*, *n* allant de 1 à 9). Quelques interactions ne sont pas décryptées car ce sont des rappels à l'ordre. Durant les 10 minutes environ que dure cette phase, nous pouvons repérer neuf cycles dont deux ne sont pas complets. Ainsi 9 élèves différents ont donc eu un feedback personnel de la professeure, même si la nature du feedback est différente.

Analysons maintenant trois exemples de cycles : un incomplet, un complet et un initié par un élève.

Nous considérons qu'il y a deux cycles incomplets : le 23, élève E2 et le 33, élève E6. Pour le 23, on constate que la professeure interroge une élève qui donne une réponse fausse « Y en a plus » qui indique qu'elle considère que le signe est lié au nombre le plus grand de facteurs positifs ou négatifs. Les interactions cessent quand (ou parce que ?) la professeure dit non. Elle a donc bien donné un retour à l'élève mais elle n'a pas eu d'action immédiate sur cette réponse. On peut penser que les échanges suivants avec E3 pourraient avoir cet effet mais rien ne garantit que E2 a bien reconnu dans ces échanges une correction de sa réponse. Pour E6 c'est un peu différent car la professeure et l'élève ne sont pas d'accord sur la compréhension de celui-ci. E6 a-t-il eu une réponse adéquate ? Là encore, la question n'est pas tranchée.

Les cycles 21, 22, 24, 35 et 36 sont complets. Clara interroge un élève qui répond, elle prend en compte la réponse en demandant des précisions et elle utilise ces réponses pour commencer l'institutionnalisation. Elle donne son accord et/ou elle reformule. Les retours peuvent être à un niveau contextualisé (réponse sur un exemple comme en 24, E4 ou en 36, E8) ou à un niveau plus général (la règle comme en 22, E2). On se rend compte aussi que comme Clara connaît bien les difficultés des élèves sur ce point (notamment le fait qu'on ne s'intéresse qu'aux nombres négatifs) elle prend l'initiative de mettre cette question en débat (en 22).

Enfin deux cycles ont été initiés par une question d'un élève : en 32, E5 indique qu'il a compris la règle mais qu'il a besoin d'une justification pour être convaincu ; en 37, E9 cherche à vérifier sa compréhension. Le fait que les élèves s'autorisent à poser une question n'est pas habituel dans toutes les classes. Nous pensons que c'est parce que le contrat de communication instauré dans cette classe permet ces échanges et qu'un temps conséquent est consacré à cette phase que ces interventions peuvent avoir lieu. Or, du point de vue des apprentissages, ces phases sont très importantes, on retrouve là l'idée des feedback.

3. *Conclusion sur les cycles*

Nous avons mis en lumière neuf cycles d'interactions pendant une phase qui dure 10 minutes. Tous ces élèves ont donc eu un feedback personnel (accord ou non) de la professeure mais deux, qui avaient produit des réponses fausses, n'ont peut être pas pu corriger leur réponse. Ils peuvent l'avoir fait s'ils ont repéré la réponse correcte dans les échanges suivants mais nous ne le savons pas. Bien sûr tous les élèves n'ont pas été interrogés mais on peut penser qu'ils le seront à un autre moment.

Si l'on interprète cette phase dans le cadre de la théorie des situations didactiques, on peut dire que l'on a une phase de formulation et validation qui se situe entre une phase de recherche (action) et une phase d'institutionnalisation. Nous avons vu dans la rapide analyse de l'activité que le milieu n'est pas suffisant pour permettre aux élèves de passer à la règle (il n'y a aucune exigence de formulation d'une règle, ni de sa validation) et qu'il y a une rupture de contrat puisque les élèves veulent calculer les produits. On voit que l'enjeu de l'activité, qui est de déterminer une règle, a du mal à être compris par les élèves puisqu'ils cherchent à calculer et ils ne comprennent pas « donner seulement le signe ». Ceci explique certainement les difficultés que Clara a constatées et elle va donc prendre quelques minutes pour faire le point avec les élèves, ce qui lui permettra de réguler pour tous et d'avoir des informations sur certains élèves. C'est l'enseignant qui valide, qui change de niveau (local/global), mais les élèves posent des questions pour montrer leur incompréhension ou vérifier qu'ils ont compris. Caractériser cette phase par l'évaluation formative nous permet de mieux repérer et analyser la nature des interactions professeur/élèves.

Si l'on se place dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique, du point de vue de l'organisation mathématique on a ici un type de tâche « multiplier plusieurs nombres relatifs », une technique « compter les négatifs … » et un discours technologique. Tout ceci constitue une organisation mathématique ponctuelle. Du point du vue de l'organisation didactique, on peut interpréter cet extrait comme un moment de l'exploration du type de tâches « multiplier des nombres relatifs » et de l'élaboration d'une technique ou bien comme un moment de constitution du bloc technologico-théorique (explication/justification de la règle qui donne le signe d'un produit de plusieurs nombres relatifs) qui précèdent dans les deux cas, un moment d'institutionnalisation. Caractériser cette phase par l'évaluation formative nous permet ici de pointer une transition entre ces différents moments et de mieux analyser le partage des responsabilités entre les élèves et la professeure qui mène le débat avec des interactions nombreuses.

IV. CONCLUSION

Dans cette conclusion, nous allons tenter de voir comment l'analyse de cette phase en termes d'évaluation formative nous permet de requestionner les cadres théoriques de la didactique des mathématiques. Un premier point est que cela permet de revoir les concepts de milieu (par l'introduction dans le milieu des éléments de validation de réponses ou de procédures au niveau local ou global), et de contrat didactique qui est souvent considéré par ses ruptures mais qui pourrait également être envisagé par ses continuités. On revient donc à l'idée de phase de régulation. Enfin, il s'agit aussi de préciser la distinction faite entre évaluation et validation lors des phases de conclusion mais en l'élargissant au contexte de l'évaluation formative.

En ce qui concerne la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1998, 1999), nous pensons que l'étude des organisations mathématiques (ponctuelles, locales et globales) fournit un cadre pour penser l'organisation des savoirs enseignés en dégageant des raisons d'être, des types de tâches, techniques et technologies en allant jusqu'à la détermination des objets évalués à la fois de façon sommative et formative. Comme nous l'avons vu, l'entrée par l'évaluation formative permet de reprendre les questions du partage des responsabilités entre le professeur et les élèves (topos de l'élève et contrat didactique). En revanche, on peut se demander si le découpage en moments didactiques (moment de première rencontre, du travail de la technique, exploration du type de tâches et élaboration d'une technique relative à ce type de tâches, constitution du bloc technologico-théorique, évaluation, institutionnalisation) permet de rendre compte des dynamiques entre évaluation et régulation ou évaluation et institutionnalisation. En effet, si l'on retient le caractère spécifique de l'évaluation formative comme un processus continu, comment alors repérer des phases d'évaluation formative dans les autres moments ?

Enfin, si l'on réfléchit aux conditions de la diffusion, à destination des professeurs, de ressources portant sur l'évaluation formative (autres que des grilles critériées évaluant souvent des compétences générales qui ne prennent pas toujours en compte les savoirs enseignés et appris), cette courte analyse permet de voir la difficulté de cette tâche notamment parce qu'il est essentiel que l'enseignant ait une bonne connaissance du savoir enseigné, des erreurs et des difficultés des élèves. Rappelons que Asch et Levitt (2003) concluent des études réalisées avec des enseignants que l'intégration des pratiques d'évaluation formative est un levier pour faire évoluer les pratiques enseignantes notamment par une meilleure prise en compte des apprentissages des élèves de manière individuelle et collective, ceci en développant un changement de regard sur l'élève, sur ses erreurs et rendant plus explicite pour le professeur et les élèves ce que doivent savoir et savoir faire ces derniers et en pointant les écarts.

REFERENCES

Allal L. (1988) Vers un élargissement de la pédagogie de maîtrise : processus de régulation interactive, rétroactive et proactive. In Huberman M. (dir.) *Assurer la réussite des apprentissages scolaires ? Les propositions de la pédagogie de maîtrise*. Paris : Delachaux & Niestlé.

Allal L., Mottier Lopez L. (2005) Formative Assessment of Learning : A Review of Publications in French. In *Formative Assessment - Improving Learning in Secondary Classrooms* (pp. 241-264). Paris: OECD Publication.

Ash, D., Levitt K. (2003) Working within the Zone of Proximal Development : formative assessment as Professional Development. *Journal of science education* 14(1).

Black P., Wiliam D. (1998a) Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice* 5(1),7-74.

Black, P., William, D. (1998b) *Inside the Black Box: Raising standards through classroom assessment.* London: King's college.

Bloom B.S. (1968) Learning for Mastery. *Evaluation Comment* 1(2), 1-12.

Bodin A. (1997) L'évaluation du savoir mathématique. Questions et méthodes. *Recherches en didactique des mathématiques* 17(1), 49-96.

Bodin A. (2008) Lecture et utilisation de PISA pour les enseignants. *Petit x* 78, 53-78.

Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 7/2, 33-116.

Brousseau G. (1990) Le contrat didactique et le concept de milieu : dévolution. *Recherches en didactique des Mathématiques* 9(3), 309-336.

Brousseau G. (1995) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques : 1. Structure et fonctionnement du système didactique. In Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (Eds.) *Actes de la VIII° Ecole d'été de didactique des mathématiques St-Sauves d'Auvergne* (pp. 3-46). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1986) Vers une analyse didactique des faits d'évaluation.In De Ketele J. M. (Ed.) *L'évaluation, approche descriptive ou prescriptive ?* (pp. 31-59). Bruxelles : De Boeck,.

Chevallard Y. (1989) Evaluation, véridiction, objectivation. La relation didactique comme caprice et miniature. In Colomb J. et Marsenach J. (Eds.) *L'évaluateur en révolution* (pp. 13-36). Paris : INRP.

Chevallard Y. (1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : L'approche Anthropologique. La notion d'organisation praxéologique. *Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques*. Actes de l'Université d'été de didactique de La Rochelle, 119-140.

Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherche en didactique des mathématiques 19(2), 221-266.

Combier G., Guillaume J.-C., Pressiat A. (1996) *Les débuts de l'algèbre au collège*. INRP.

Coppé S. (1998) Composantes privées et publiques du travail de l'élève en situation de devoir surveillé en mathématiques. *Educational studies in mathematics* 35(2), 129 – 151.

Coppé S. (2012) Démarche d'investigation et aspects temporel des processus d'apprentissage/enseignement. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT10, pp. 1306–1318). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes- emf-2012.

Coppé S. (2013) Effets du travail collaboratif sur la pratique d'enseignement : une étude de cas d'une enseignante de mathématiques en collège. In Grangeat *M.* (dir.) *Les enseignants des sciences face aux démarches d'investigation : des formations et des pratiques de classe*. Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.

Coppé S., Chanudet M., Chesné J. F., Dorier J. L., Grangeat M., Lepareur C., Pilet J., Grugeon B. (à paraître) Développer des pratiques d'évaluation formative dans l'enseignement des mathématiques. In *Actes du colloque ADMEE*, Liège, janvier 2015.

Coulange L., Grugeon-Allys B. (2008) Pratiques enseignantes et transmission de situations d'enseignement en algèbre. Petit x 78, 5-23.

Furtak E.M, Ruiz-Primo M.A. (2005) Questioning Cycle: Making Students' Thinking Explicit During Scientific Inquiry. *Science Scope* 28(4), 22-25.

Grugeon B., Pilet J., Chenevotot F., Delozanne E. (2012) Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange, Drouhard, Dorier, Robert (Eds.) Recherche en didactique des mathématiques. Hors série. *Enseignement de l'algèbre, élémentaire Bilan et perspectives* (pp. 137-162). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Lepareur, C., Grangeat M. (à paraître) Quels effets de l'évaluation formative sur les apprentissages des élèves en classe de mathématiques ? Une analyse des régulations dans une approche de « l'apprentissage situé ». In *Actes du colloque de l'ADMEE* 2015.

Margolinas C. (1992) Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en didactique des mathématiques* 12/1, 113-158.

Mottier Lopez L. (2012) *La régulation des apprentissages en classe*. Bruxelles : De Boeck.

Perrin Glorian M. J., Hersant M. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques* 23/2, 217-276.

Pilet J. (2012) *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation.* Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris. Disponible en ligne http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039.

Pilet J., Coppé S., Grugeon Allys B. (2015) Eléments d'analyse de la diffusion des travaux de recherche en didactique des mathématiques à travers trois exemples. *Atelier de l'Ecole d'été de didactique pour le thème 1*. Nantes Août 2013.

Scriven M. (1967) The Methodology of Evaluation. *AERA Monograph Series on Evaluation* 1, 39-83.

Shavelson R., Young D., Ayala C., Brandon P., Furtak E., Ruiz Primo M. (2008) On the Impact of Curriculum-Embedded Formative Assessment on Learning: A Collaboration between Curriculum and Assessment Developers. *Applied Measurement in Education* 21(4), 295-314.

MANUEL

Chapiron G., Mante M., Mulet-Marquis R., Perotin C. (2011) *Mathématiques 4e Collection.* TRIANGLE, Editions Hatier.

ANNEXE 1

Séance 14 mathématiques collège 4^{e}
Multiplication des nombres relatifs
22. 24 à 32. 40

Tours de parole		Commentaires
21	P chut alors est-ce que quelqu'un peut me redire ce à quoi on avait abouti hier chut chut à propos de euh des produits de plusieurs facteurs oui	Initie rappel de la séance précédente : question aux élèves
E1	E1 ben que si on avait un nombre pair de facteurs négatifs ça ferait un résultat positif et si on avait un nombre impair eh ben ça serait négatif	E1 répond correctement
22 E2	P d'accord alors est-ce que quelqu'un peut me dire si si dans ce que Camille a dit est-ce qu'on compte les facteurs positifs E2 (E2 lève la main) non P (pointe E2) Romain E2 c'est pas les facteurs positifs qu'on compte c'est les facteurs négatifs P voilà donc ça c'est bien ce qu'elle a dit hein mais les facteurs positifs est-ce que vous pouvez me rappeler pourquoi en fait on les compte pas E2 parce ils changent pas P Romain E2 parce que ils font pas changer euh le signe P voilà les facteurs positifs je peux en avoir un deux trois mille autant que je veux de toute façon ils n'ont aucune euh aucun effet sur le signe d'accord ce sont les facteurs négatifs qui ont un effet sur le signe et pourquoi on en veut un nombre pair rappelez-vous ce qu'on avait expliqué alors si il n'y a que Romain et Camille qui expliquent c'est déjà les mêmes qu'hier qui avaient abouti donc c'est un peu dommage	Accord pour E1 Relance la question sur facteurs positifs (difficulté connue) E2 répond correctement Accord pour E1 et E2 Relance à la classe pour justification E2 explique Accord pour E2 P explicite sur les facteurs positifs mais ne donne pas l'explication
23 E3	P Inesa (E3) par exemple pourquoi est-ce que on en veut un nombre pair des facteurs négatifs pourquoi on dit si on a un nombre pair de facteurs négatifs par exemple j'ai deux nombres négatifs ou quatre nombres négatifs ou huit nombres négatifs je sais à ce moment là que le résultat sera forcément positif pourquoi E3 (inaud.) P de quoi E3 Y en a plus P non	P interroge une autre élève qui ne sait pas et lui explicite la question Pas accord pour E3 P relance la question à un autre élève
24 E4	P Elarif (E4) E4 parce que si deux moins se suivent eh ben ça fait plus P alors si deux moins se suivent euh explique E4 si deux signes négatifs se suivent eh ben P juste si ils se suivent non si ils sont quoi entre eux	E4 explique en donnant un exemple mais pas la règle générale Accord de P et

	E4 euh P c'est quoi l'opération Elarif E4 euh moins 4 fois moins 6 par exemple P oui E4 eh ben ça donne un chiffre euh un résultat positif P alors voilà on repart sur l'idée d'Elarif quand j'en ai deux par deux quand ils sont pairs je peux les grouper deux par deux et les deux par deux que je groupe eh bien ils donnent chacun un résultat positif d'accord par contre si j'en ai un nombre impair à la fin quand je les ai tous groupés deux par deux il m'en reste un donc le résultat sera négatif alors ça c'est quelque chose	explicitation à un niveau plus global (généralisation)
25	P alors on va noter cette règle d'accord produit de plusieurs facteurs (P ouvre le tableau pour écrire) et quelques exemples alors vous notez (P écrit au tableau) *II) produit de plusieurs facteurs* alors la règle donc ce qui est important c'est que pour faire pour trouver la distance à zéro du produit c'est toujours pareil on multiplie les distances à zéro ce qui nous intéresse ici c'est comment on trouve le signe d'accord donc le signe c'est ça qu'on regarde d'un produit de plusieurs facteurs alors de plusieurs nombres relatifs et je vais rajouter différents de zéro pourquoi je rajoute différents de zéro pourquoi je rajoute différents de zéro dans mon dans ma règle	P écrit la règle
26 27	…	
28	P alors est donc positif si on a un nombre pair de facteurs négatifs donc cette phrase elle est assez complexe hein mais retenez peut-être dans votre tête les négatifs quand je peux les grouper par deux j'en ai un nombre pair eh bien à ce moment-là le résultat est positif négatif si on a un nombre impair de facteurs négatifs	
29 30 31	…	
32 E5	P alors cette règle elle marche aussi pour 2 hein puisque 2 c'est pair si j'ai deux nombres négatifs le résultat il sera positif E5 eh madame P Blanche E5 est-ce qu'on a une preuve pour dire ça parce que c'est pas logique P c'est pas logique alors qu'est-ce qui est pas logique E5 bah non mais c'est bizarre quand même que par rapport à pair ou impair ça change le signe qu'on va avoir	E5 pose question à P car elle ne comprend pas le lien entre signe et pair/impair
33 E6	P alors on va pas noter de preuve par contre on peut de nouveau réexpliquer pourquoi est-ce que c'est le fait que ce soit un nombre pair de facteurs négatifs qui donne un résultat positif P Théophile E6 bah ça revient à à ce que j'avais dit hier en fait	E6 lève la main

	P non toi tu avais un peu tout mélangé si tu veux je réécouterai le film et puis je redirai ce que tu avais dit c'était pas ça tu avais tout mélangé oui E6 bah c'est parce que euh deux nombres négatifs ça fait un nombre positif donc euh	
34	P c'est voilà l'idée du nombre pair elle vient de là elle vient que du fait que à chaque fois que j'ai deux nombres négatifs je peux les grouper par deux et puis les suivants je peux aussi les grouper par deux les deux suivants je peux les grouper par deux ce qui fait que si j'en ai un nombre pair je peux tous les grouper par deux mes négatifs et à chaque fois que je les grouperai par deux j'obtiendrai un nombre positif donc je n'aurai plus que des nombres positifs à multiplier d'accord donc l'idée c'est vraiment ça c'est ce que Elarif nous a dit tout à l'heure j'en ai un nombre pair je peux donc tous les grouper par deux j'en ai un nombre impair il m'en reste un qui est tout seul à la fin quand je les ai tous groupés d'accord donc l'idée c'est vraiment quand j'ai un produit complexe pour ne pas oublier les signes	Accord pour E6 P explique à nouveau et s'appuie sur explication de E4
35 E7	P on va d'abord trouver le signe et après faire le calcul sans les signes d'accord alors dites-moi là quel est le signe Gwendoline (E7) E7 euh c'est euh positif P positif pourquoi E7 parce qu'il y a un nombre pair de P (P écrit au T) car il y a deux facteurs positifs c'est pair E7 négatif P euh négatif pardon deux facteurs négatifs d'accord pair deux c'est pair hein ok donc ici moins 3 fois moins 5 ça donne plus 15 on retrouve bien ce qu'on faisait avant	Accord pour E7
36 E8	P Oscar (E8) E8 l'autre exemple sera négatif car il y a trois facteurs négatifs P (P écrit au T) négatif car il y a trois facteurs négatifs voilà c'est impair d'accord là on voit bien si on regroupe le moins 2 avec le moins 3 le résultat sera positif mais il nous restera le moins 8 qui fera changer le signe à la fin	Accord pour E8
37 E9	E9 madame P oui E9 si c'est plus plus le truc bah ce sera positif P si alors plus plus moi je sais pas ce que ça veut dire tu par quelle opération E9 euh les deux là P d'une multiplication E9 non mais P ah oui si on fait un positif fois un positif E9 oui P oui c'est positif un positif fois un positif E9 d'accord P fois encore un autre positif c'est toujours positif des	Demande de confirmation de E9

	positifs je peux en mettre autant que je veux hein je peux rajouter fois plus 7 fois plus 8 fois plus 2 fois plus 1 des positifs je peux multiplier autant de fois que je veux mon produit par des nombres positifs ça ne changera jamais le signe E9 même si il y en a un qui est tout seul P même si il y en a un quoi E9 qui est tout seul comme le premier là P là (P pointe le T) E9 oui P oui ce qui nous intéresse pour le signe c'est que les facteurs négatifs d'accord parce que quand je multiplie un nombre par un nombre négatif eh bien le signe du résultat il est différent du signe du nombre de départ	

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

L'ÉVALUATION FORMATIVE À TRAVERS LES TICE: LE PROJET FASMED EN ITALIE

Annalisa CUSI, Francesca MORSELLI, Cristina SABENA

Résumé – Nous présentons les premiers résultats d'un projet sur l'utilisation des TICE pour l'évaluation formative. Les séances expérimentées (à l'école primaire et au collège) constituent des démarches d'investigation et explication. L'analyse montre comment l'enseignant peut recueillir des informations concernant le travail (et les difficultés) des élèves à l'aide des TICE, et comment le professeur peut prendre en compte ces informations pour gérer la séance.

Mots-clefs : évaluation formative, TICE, investigation et explication, rétroaction

Abstract – We present the first results of a project on the use of ICT for formative assessment. The experimented sessions (in primary school and college) may be seen as examples of inquiry and explanation activities. The analysis shows how the teacher can gather information on the work (and difficulties) of students using ICT, and how the teacher can use this information to plan and manage the teaching session.

Keywords: formative assessment, ICT, investigation and explanation, feedback

I. INTRODUCTION

Dans cette contribution nous discutons les choix théoriques et les premiers résultats d'un projet visant à étudier comment les TICE peuvent proumouvoir l'évaluation formative dans la classe de mathématiques. Les séances expérimentées portent sur la première approche de l'algèbre et sur les fonctions, avec un accent sur leurs différentes représentations. Les séquences de tâches sont conçues comme une démarche d'investigation et explication. L'analyse montre comment l'enseignant peut recueillir des informations concernant le travail (et les difficultés) des élèves à l'aide des TICE, et comment l'enseignant peut prendre en compte ces informations pour gérer la séance.

II. LE PROJET FASMED

Le projet européen FaSMEd - Formative Assessment in Science and Mathematics Education (Evaluation formative dans l'enseignement des mathématiques et des sciences) vise à étudier l'apport des TICE dans les pratiques d'évaluation formative en classe de mathématiques et sciences. Plus spécifiquement, le projet vise à promouvoir l'apprentissage des élèves en difficulté. Au bout des trois ans (janvier 2014-décembre 2016) le projet vise à produire des ressources pour l'élaboration et la mise en œuvre d'activités sur le thème.

Cusi A., Morselli F., Sabena C. (2015) L'évaluation formative à travers les TICE: le projet FaSMEd en Italie. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT10, pp. 876-880.

Dans le projet travaillent en collaboration 9 laboratoires universitaires de 7 pays européens (Newcastle University (UK), Nottingham University (UK), Sør-Trøndelag University College (Norvège), University of Education, Freiburg (Allemagne), Freudenthal Institute, Utrecht University (Pays Bas), National University of Ireland, Maynooth, (Irlande), University of Turin (Italie)) et un laboratoire de l'université de Cap Town (African Institute of Mathematical Sciences en Afrique du Sud).

III. L’EVALUATION FORMATIVE

Les partenaires ont d’abord travaillé pour établir les fondations théoriques et méthodologiques de l'étude. Au niveau théorique, une référence commune est la notion d’évalutation formative proposée par Black et Wiliam (2009). Selon les auteurs, l’évaluation formative porte sur les principes-clé suivants :

- Les buts de l’apprentissage doivent être clairs et partagés entre enseignants et élèves, et l’enseignant doit les rappeler pendant le travail des élèves.
- Au cours de la leçon, l'enseignant doit poser des questions visant à permettre aux étudiants de suivre la réalisation des objectifs fixés.
- Il est également important d'encourager l'auto-évaluation et la comparaison entre pairs, afin que les étudiants deviennent des ressources pour eux-mêmes et pour les autres et se sentent responsables de leur propre apprentissage.
- Les discussions sont conçues pour favoriser le développement d'une culture de classe qui encourage la participation active des élèves dans le processus d'apprentissage.
- Les activités en groupe donnent à l'enseignant l'occasion d'observer, d'écouter les élèves et leur poser des questions. Cela permet à l'enseignant de saisir rapidement les moments où les élèves sont en difficulté.
- Lorsque l'enseignant intervient, il doit faire usage de méthodes d'évaluation divergente : cela signifie proposer des questions qui permettent aux élèves de décrire et d'expliquer ce qu'ils pensent et comment ils pensent.
- La rétroaction devrait être fournie dans le but de suivre les progrès accomplis par les élèves, ce qui leur permet de prendre conscience des objectifs d'apprentissage, les problèmes mis en évidence et ce qu'ils peuvent faire pour les surmonter.

IV. LE PROJET FASMED EN ITALIE

Nous présentons plus spécifiquement les choix méthodologiques du travail mis en place au sein de l’équipe italienne. L’équipe travaille sur l’enseignement des mathématiques au niveau de l’école primaire et du collège (âge des élèves : 10-14). Les activités portent sur la première approche de l’algèbre, les relations et les différentes représentations. Les élèves travaillent en petits groupes, chaque groupe a à disposition une tablette pour travailler et communiquer avec l’enseignant.

Les choix spécifiques portent sur les technologies du type “connected classroom”, où les tablettes sont en réseau, pour échanger des documents entre enseignant et élèves, partager les écrans, avoir des “questionnaires” pendant le travail en petits groupes. Les technologies du type “connected classroom” semblent valables pour l’évaluation formative parce qu’elles :

- fournissent des informations immédiates aux enseignants, leur permettant de suivre les progrès des élèves, d’identifier leurs besoins et les stratégies qui en découlent ;

- montrent en temps réel ce que font les élèves, mais aussi ce qu'ils pensent et leur niveau de compréhension du sujet traité ;
- permettent à l'enseignant de fournir aux étudiants une rétroaction individuelle immédiate, en les encourageant à réfléchir et suivre leurs progrès.

Côté élèves, les technologies type “connected classroom” permettent aux élèves de comparer différentes solutions, expliquer et décrire leurs stratégies. Elles permettent aux élèves de contribuer personnellement à la réalisation des activités, en prenant une part active aux discussions en classe.

En amont du choix des technologies, il y a d'autres choix méthodologiques spécifiques, qui portent sur la modalité de travail en classe (rôle central de l'argumentation, comme moyen de promouvoir l'évaluation formative) et les dimensions prises en compte (facteurs métacognitifs et affectifs aussi).

V. L'EXPERIMENTATION

Le projet est dans sa deuxième année de travail et l'équipe italienne vient de terminer son premier cycle d'expérimentations en classe. Dans cette première phase (la deuxième phase sera réalisée à l'automne), chaque classe a travaillé sur des séquences de tâches sur la première approche de l'algèbre et sur les fonctions, avec un accent sur leurs différentes représentations (descriptions verbales des relations, des expressions symboliques, graphiques et tableaux).

Les séquences ont été inspirés par les séquences d'enseignement conçues dans le projet Aral, inclus dans le projet Eltmaps européenne (apprentissage efficace et l'enseignement des mathématiques de primaire à l'école secondaire, 71678-CP-1-2001-1-UK -COMENIUS-C31), voir Cusi, Malara et Navarra (2011) et Malara et Navarra (2003) pour un encadrement théorique.

Les ressources d'Aral comprennent : (a) une discussion sur la signification mathématique et les objectifs des activités, (b) des extraits de discussions en classe, (c) les trajectoires typiques et des commentaires sur les réponses des élèves, (d) des réflexions sur les possibles feedbacks des enseignants. Pour chaque leçon, un ensemble de différentes feuilles d'activité ont été préparées. Elles visaient à:

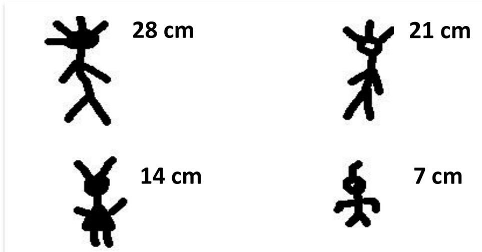
- promouvoir chez les élèves la verbalisation et la représentation des relations introduites au sein de la leçon ;
- aider les élèves à comparer et discuter ses réponses ;
- amener les élèves à réfléchir aux niveaux cognitifs et métacognitifs.

Les activités proposées aux élèves donnent lieu à une véritable démarche d'explication et investigation, selon la notion proposée par Morselli, Panucci et Testera (2015).

> Cela « peut être caractérisé par un point de départ (une situation « ouverte » proposée aux élèves) et par plusieurs tâches où les élèves, à travers un travail de type « laboratoire », formulent des conjectures, les justifient, et réfléchissent aussi sur les diverses solutions possibles et sur les façons de les présenter et justifier. Dans une démarche d'investigation et explication, l'apprentissage visé est à un double niveau : le niveau contenu (des objets mathématiques) et aussi le niveau méta (apprendre à expliquer et justifier). » (p. 139).

Dans la suite, un exemple de tâche :

Sur le mont Aral, dans le désert, l'archéologue Giancarlo a trouvé quelques figures sculptées dans la roche, qu'il a reproduites dans son carnet de notes, marquant aussi la hauteur des incisions. Voici la page où elles sont reproduites:



Il y a beaucoup de discussion avec ses associés sur une relation cachée dans les graffiti. En particulier, Nicola dit: "Il suffit de multiplier par 7 le nombre de pointes sur la tête; c'est la seule façon de trouver la hauteur d'une figure ".

Battista conclut au contraire que: "Mais vraiment, il est clair qu'en divisant par 7 la hauteur des figures vous avez le nombre de pointes."

Et Paolo: "Mais qu'est-ce que vous dites, le nombre de pointes est donné par la hauteur divisée par 7 ! »

Que pensez-vous des déclarations de Nicola, Battista et Paolo? Êtes-vous d'accord avec eux? Expliquez pourquoi.

VI. L'ANALYSE

L'analyse des séances porte sur le rôle des TICE et de l'enseignant dans la réalisation de l'évaluation formative en classe. Plus spécifiquement, l'analyse montre comment l'enseignant peut recueillir des informations concernant le travail (et les difficultés) des élèves à l'aide des TICE, et comment le professeur peut prendre en compte ces informations pour gérer la séance.

Une première classification des apports des TICE est la suivante :

A. utilisation des TICE pour promouvoir la comparaison, l'échange et la discussion ;

B. utilisation des TICE pour donner une réaction (feedback) à un étudiant ou à un groupe d'étudiants ;

C. utilisation des TICE par l'enseignant pour recevoir un feedback (sur ce que les élèves n'ont pas compris etc.).

Dans les apports du type A nous listons la possibilité de montrer à tous les élèves une production de groupe, affichée sur le tableau numérique interactif, et aussi la possibilité de créer et proposer en temps réel un sondage à tous les élèves.

Dans les apports du type B nous listons les fiches de travail adjonctives, « fiches–aide », envoyées au fur et à mesure que l'enseignant relève que les élèves ont des difficultés, ou bien quand les élèves demandent de l'aide. Aussi les interventions orales de l'enseignant sont des apports du type B.

Dans les apports du type C nous listons encore les sondages, mais aussi la possibilité pour l'enseignant de superviser en temps réel le travail des élèves et de recevoir leurs fiches de travail.

De plus, l’analyse montre comment les élèves mêmes peuvent utiliser les informations et rétroactions pour améliorer leur apprentissage.

Les différents apports des TICE, et le rôle de l’enseignant dans la gestion des TICE pour l’évaluation formative, seront discutés à travers des exemples lors de la présentation orale.

VII. PREMIERES CONCLUSIONS

L'utilisation des TICE permet à l'enseignant de saisir plus rapidement les difficultés des élèves et aide l'enseignant à guider les étudiants à mieux comprendre ce qu'ils peuvent faire pour améliorer ou corriger leurs réponses.

L'utilisation des TICE simplifie la gestion des discussions en classe, en amplifiant l’analyse et la comparaison des travaux d’élèves.

D’autre part, l’apport des TICE aide les élèves à mieux comprendre la pertinence (ou non) de leurs réponses, à comprendre comment améliorer ou corriger leurs réponses. De plus, l'utilisation de la tablette permet aux élèves de mieux faire face à leurs pairs et de comprendre le mode de raisonnement des autres.

REFERENCES

Black P., Williams D. (2009) Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability* 21(1), 5-31.

Cusi A., Malara N. A., Navarra, G. (2011) Early Algebra: Theoretical Issues and Educational Strategies for Bringing the Teachers to Promote a Linguistic and Metacognitive approach to it. In Cai J., Knuth E. J. (Eds.) *Early Algebraization: Cognitive, Curricular, and Instructional Perspectives* (pp. 483-510). Berlin Heidelberg: Springer.

Douek N., Morselli F. (2012) Preuve et algèbre au collège: de la conception d’une séquence d’apprentissage à l’évolution du cadre théorique de référence. In Coulange L., Drouhard J.P. (Eds.) *Enseignement de l’algèbre élémentaire. Bilan et perspectives. Numéro hors série de la Revue Recherches en Didactiques des mathématiques* (pp. 283-304).

Malara N. A., Navarra G. (2003) *ArAl Project: Arithmetic Pathways Towards Pre-Algebraic Thinking*. Bologna: Pitagora.

Morselli F., Panucci E., Testera M. (2015) Démarche d’investigation et explication au collège. *Recherches en éducation 21, 138-151.*

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

INVESTIGATION, COMMUNICATION ET SYNTHÈSE DANS UN TRAVAIL MATHÉMATIQUE : UN DISPOSITIF EN LYCEE

Jean-baptiste LAGRANGE[1], Roselyne HALBERT[2], Christine LE BIHAN[2], Bernard LE FEUVRE[2], Marie Catherine MANENS[2], Xavier MEYRIER[2], Minh TRAN KIEM[3]

Résumé – Cet article présente une évolution du cadre théorique et de la mise en œuvre de démarches d'investigations en lycée par le groupe Casyopée. Les différents domaines de modélisation des fonctions, précédemment organisés dans un « cycle de modélisation fonctionnelle » sont ici décrits comme des espaces de travails fonctionnels. Ceci conduit à un dispositif investigation, communication, synthèse (ICS) pour la résolution d'un problème en classe, permettant une dialectique médias-milieux efficace. Sur l'exemple de la modélisation des câbles du pont du Golden Gate, une mise en œuvre du dispositif en Terminale est comparée à une autre, inspirée du cycle de modélisation.

Mots-clefs : Investigation, Modélisation, Casyopée, Dialectique Médias-milieux, Espaces de Travail Fonctionnels

Abstract – This paper presents an evolution of the Casyopée group's theoretical framework and implementation of investigation approaches at high school level. Domains for functional modelling previously organised in a "functional modelling cycle" are here described as "functional work spaces". This leads to an investigation, communication and synthesis scheme for designing a problem solving classroom situation, allowing an effective medias-milieux dialectic. In the example of modelling the Golden Gate Bridge cables, an implementation of this scheme is compared to another, inspired by the modelling cycle.

Keywords: Investigation, Modelling, Casyopée, Medias-milieux dialectic, Fonctionnal Work Spaces.

I. CONTEXTE ET TRAVAUX ANTERIEURS

Le groupe Casyopée de l'IREM de Rennes situe sa réflexion autour de l'apprentissage des fonctions de la Troisième à la Terminale, et de l'apport d'un logiciel développé à cet effet. Comme nous l'expliquons (Halbert, Lagrange, Le Bihan, Le Feuvre, Manens, Meyrier 2013), nous voyons un double enjeu à cet apprentissage : comprendre l'aspect « dépendance » qui sous-tend les fonctions et s'approprier le formalisme fonctionnel, de façon à les faire fonctionner dans la résolution de problèmes. Nous proposons de répondre à ces enjeux par la mise en place, l'expérimentation de situations de résolution de problèmes de « modélisation fonctionnelle » en classe ainsi que par l'élaboration d'un cadre théorique, permettant l'analyse de ces situations et leur diffusion.

1 LDAR, Université Paris-Diderot et Université de Reims – France - jb.lagrange@casyopee.eu.
2 Groupe Casyopée, IREM de Rennes.
3 College of Education, Hue University, Vietnam.

Lagrange J-B., Halbert R (2015) Investigation, communication, synthèse dans un travail mathématique : un dispositif en lycée. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT10, pp. 881-890.

Le cadre théorique développé Minh (2012) et Halbert et al. (2013) considère les différents domaines de connaissance où une même dépendance fonctionnelle intervient, comme des cadres au sens de Douady (1986), à l'intérieur desquels interviennent différents systèmes de représentation dont certains sont des registres au sens de Duval (1999). Le cadre théorique s'inspire de travaux sur la modélisation (Blum, Galbraith, Henn & Niss 2007) pour orienter, sur un problème donné, les travaux des élèves selon un « cycle de modélisation fonctionnelle » parcourant ces domaines (Figure 1).

Dans un exemple développé par Halbert et al. (2013) et analysé du point de vue des démarches d'investigation par Gueudet et Lebaud (2014), un premier domaine est constitué d'un système physique (un montage avec roue, cordes et masse) où une question relative au déplacement d'une masse est posée. Le second domaine est celui de la géométrie dynamique dans laquelle la réalisation d'une figure plane dynamique qui représente les éléments essentiels du système physique et de leurs relations est une première étape de modélisation. Dans ce domaine, la dépendance entre éléments physiques se modélise par une dépendance géométrique : on tire un point et la figure « bouge ». La troisième étape, de quantification, modélise la dépendance par une relation entre grandeurs. C'est dans ce domaine des mesures et grandeurs, que les élèves identifient les éléments constitutifs d'une fonction : variable et valeur. Le troisième domaine est celui des fonctions mathématiques où un traitement algébrique donne des éléments sur la question posée. Finalement, le retour dans le Système Physique a pour objectif d'interpréter et de vérifier l'adéquation du modèle mathématique.

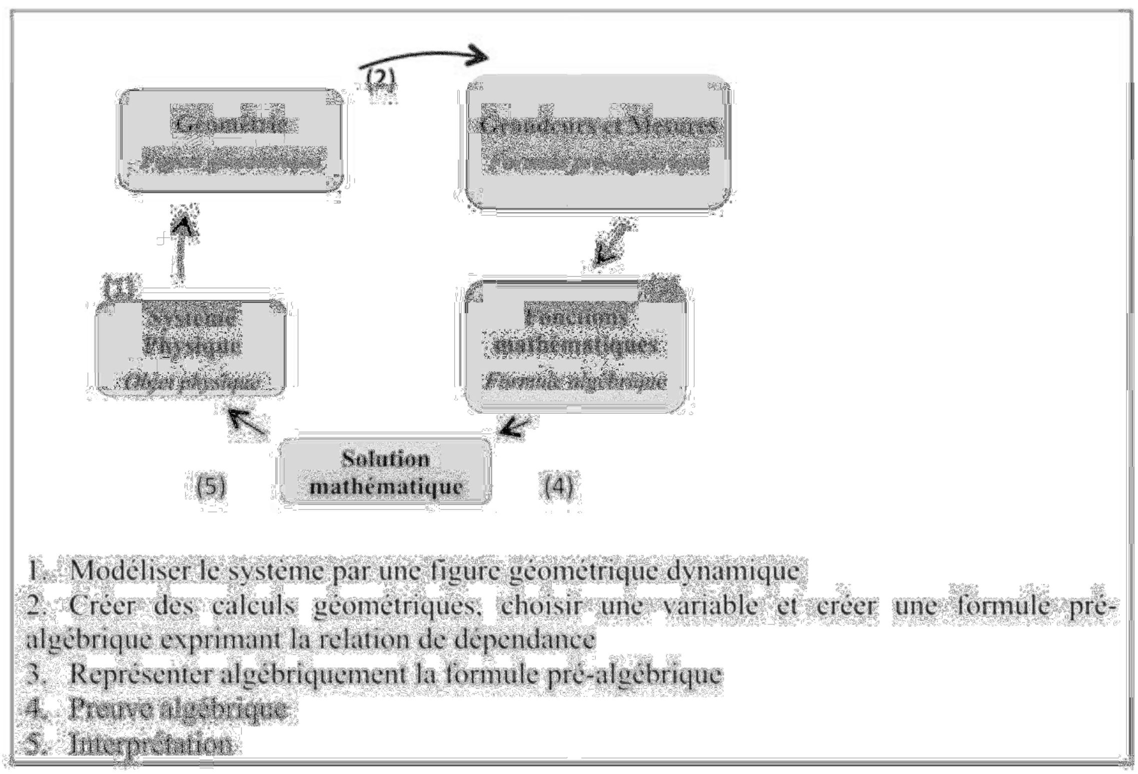


***Figure 15** – Le cycle de modélisation fonctionnelle*

En reprenant les termes de Douady (1986), les différents passages d'un domaine à l'autre sont des « changements de cadres » susceptibles de « faire avancer les phases de recherche et évoluer les conceptions des élèves » relativement à un problème de dépendance fonctionnelle. Au cours du cycle, les élèves rencontrent différentes représentations et formalismes d'une même dépendance, certains liés au système physique, d'autres à la géométrie et aux grandeurs, et *in fine* au symbolisme mathématique. Assistés par le professeur ils donnent sens à ces différentes représentations ou formalismes et s'initient à leur fonctionnement. La présence du dispositif physique ou d'une maquette permet aux élèves d'expérimenter et de comprendre la question. Le logiciel Casyopée est conçu pour soutenir le travail des élèves dans les trois autres domaines, avec des fenêtres spécifiques pour chaque domaine permettant de bien l'identifier, ainsi que pour faciliter le passage d'un domaine à l'autre4.

Ce cadre s'est avéré très utile. Notamment, il a permis à Minh (2012) de rendre compte de la genèse instrumentale d'élèves au long des deux années de Première et Terminale. Cependant nous en voyons des limites, tant d'un point de vue purement théorique que de celui des situations que nous expérimentons. D'un point de vue théorique, une analyse en termes de cadres et de registres rend compte partiellement des spécificités de chaque domaine. Les cadres mettent l'accent sur les éléments théoriques propres au domaine, laissant de côté la spécificité des objets non théoriques sur lesquels le travail s'exerce et des artefacts qui permettent ce travail. Une approche en termes de registres comporte le risque de ne voir dans les objets manipulés dans les différents domaines que des « représentations » d'un même objet idéal, la représentation comme fonction mathématique étant dominante et les autres jouant le rôle de « faire valoir » ou de « motivation ». Du point de vue des situations, nous sommes « interpellés » par l'accent croissant mis tant par la recherche que par les curricula sur les démarches d'investigation, ce qui nous conduit à tenter de dépasser la problématique de la « résolution de problème par modélisation » qui a été la nôtre jusqu'à présent.

II. EVOLUTION DU CADRE THEORIQUE

1. *La dialectique des medias et des milieux*

« Investiguer » peut être pris dans deux significations. (1) S'informer de solutions déjà obtenues ou d'approches déjà mises en œuvre. (2) Construire soi-même des éléments de solution en mobilisant des capacités de représentation, de modélisation et de raisonnement pour se confronter aux éléments du problème. Il est généralement admis que des « démarches d'investigation » bien conduites associent les deux significations. Depuis Chevallard (2007) cette dualité est décrite comme la dialectique des médias et des milieux. Le terme « milieu » est pris dans le sens de la Théorie des Situations Didactiques (TSD). La TSD donne une place centrale à cette notion : un système antagoniste dénué d'intentions didactiques, mais organisé par l'enseignant dans l'intention de provoquer l'apprentissage. Dans les situations que nous considérons, le milieu est constitué des éléments auxquels l'individu se confronte dans sa recherche d'éléments de solution.

Pour Chevallard (2007),

> l'existence d'une dialectique vigoureuse (et rigoureuse) entre médias et milieux est une condition cruciale pour qu'un processus d'étude et de recherche ne se réduise pas au recopiage acritique d'éléments de réponse épars dans les institutions de la société.

Nous ne nous situons pas quant à nous dans une perspective de processus tels que cet auteur les a formalisés sous l'appellation « parcours d'étude et de recherche ». Tout en retenant la nécessité d'une dialectique efficace, nous nous orientons plutôt vers la mise en place de

---

[4] « L'environnement de Casyopée prend en charge les activités de traitement à l'intérieur de chaque registre utilisé : écriture de la fonction, calcul de sa dérivée, représentation graphique. Par contre, il laisse les activités de changements de registres à la charge de l'élève comme la modélisation par une fonction. Ainsi le lien entre la situation de départ et la fonction étudiée fait sens pour l'élève. Il s'agit ici spécifiquement d'un logiciel dédié à l'apprentissage des fonctions qui libère les élèves d'une partie calculatoire, assez lourde, pouvant cacher la notion que l'enseignant souhaite faire découvrir » (Gueudet, Lebaud 2014).

moments de travail des élèves s'inscrivant dans l'écologie habituelle d'une classe de lycée, et plus particulièrement dans l'exemple que nous allons traiter, d'une classe de Terminale Scientifique à trois mois du baccalauréat. Pour préparer une dialectique efficace, nous pensons qu'il faut enrichir le milieu par des éléments d'information préparés à l'avance. Ces éléments doivent pouvoir aisément être reconnus par les élèves comme de même nature que ceux qu'ils seraient allés chercher s'ils étaient dans un processus donnant suffisamment de temps pour une démarche à leur propre initiative. Ils doivent aussi participer aux potentialités d'action et de rétroaction du milieu ; c'est pourquoi ils doivent être conçus pour permettre aux élèves une sélection, une analyse et une interprétation faisant intervenir les autres éléments du milieu. Ces éléments peuvent être des informations textuelles, mais aussi des « résultats » obtenus par le biais d'artefacts de calcul, notamment Casyopée que nous privilégions. L'utilisation du calcul formel que permet ce logiciel participe à une dialectique medias-milieux efficace[5].

2. *Les espaces de travail fonctionnels*

Le cadre théorique des Espaces de Travail Mathématiques nous est apparu comme pertinent pour rendre compte de notre approche de situations de « modélisation fonctionnelle » avec un environnement logiciel articulant géométrie dynamique et calcul formel et pour dépasser les limites d'une approche « cycle de modélisation ».

En partant de la géométrie, Kuzniak & Richard (2013) ont proposé l'idée d'espace de travail mathématique comme une façon de concevoir et d'analyser les environnements dans lesquels les travaux mathématiques ont lieu à l'école, en particulier l'identification des objets, artefacts et des règles, et en reliant un niveau épistémologique et un niveau cognitif.

Ceci amène à repenser les composantes du cycle de modélisation comme plusieurs « espaces de travail fonctionnels » (ETF). (Tableau 1). L'idée est que l'étude d'une question mobilise plusieurs espaces de travail autour d'objets, chaque objet dans un domaine pouvant apparaître comme un modèle de l'objet dans un autre[6]. Chaque espace se caractérise par les artefacts qui permettent de travailler sur l'objet et par un cadre de référence ou référentiel théorique. Ceci implique que la question à travailler prend sens dans les différents domaines et donne un sens aux objets, sans qu'un domaine soit privilégié ni qu'il y ait nécessité d'organiser un parcours linéaire des domaines dans un cycle : il est possible d' « investiguer » sans privilégier un domaine ni un parcours.

Par ailleurs Kuzniak & Richard (2013) insistent sur le fait que les ETM ne sont pas donnés, mais se construisent dans les processus d'enseignement apprentissage. Ainsi, des ETM de référence peuvent exister autour de façon standard socialement admises pour formuler des questions et organiser des réponses en privilégiant certains artefacts et certains modes de pensée. Mais ils doivent être aménagé(s) et organisé(s) pour devenir des espaces de travail « idoines » dans une institution d'enseignement donnée avec une fonction définie.

Pôles\ espaces de travail	Dispositif physique	Figure dynamique	Grandeurs	Algèbre
Objet	Dépendance mécanique	Co-variation géométrique	Co-variation entre mesures, variables	Fonctions définies par une formule
Artefacts	Dispositif,	Primitives	Langage,	Symbolisme et

5 Voir note 2
6 Le terme modèle synthétise les deux sens symétriques et opposés de la notion de ressemblance, d'imitation, de représentation (Wikipédia).

	langage	construction, langage géométrique	expressions symboliques spécifiques	langage algébriques
Cadre de reference	Contraintes et lois physiques	Propriétés géométriques	Quantification	Théorèmes d'algèbre et d'analyse

Tableau 1 *– Quatre espaces de travail (adapté de Lagrange 2015)*

Comme le dit Kuzniak (2011)

> les experts concepteurs de la réorganisation didactique des diverses composantes de l'espace de travail (…) aménagent un ETM qui peut être idoine parce qu'il respecte les intentions et le cahier des charges de l'institution demandeuse.

III. QUESTION ET DISPOSITIF

Nous souhaitons jouer, même modestement, le rôle d'expert tel que l'entend Kuzniak (2011), et donc notre questionnement actuel peut s'énoncer ainsi :

Compte tenu des contraintes des classes de lycée, particulièrement de la Terminale, est-il possible de faire vivre aux élèves des situations problématiques, associant plusieurs ETM (« idoines ») avec un contrôle efficace de la dialectique medias-milieux ?

Ceci nous conduit à mettre en place un dispositif original que nous pensons compatible avec les contraintes de classes de lycée. Il amène les élèves à une *investigation* dans plusieurs ETF, et à *communiquer* en vue d'une *synthèse* (ICS) :

- Dans un premier temps, des *investigations* autour d'une même question sont conduites par un ou plusieurs groupes, chacune dans un ETF spécifique.
- Dans un second temps, les groupes sont « mixés », de façon que dans chacun des nouveaux groupes, pour chacun des ETF, le travail dans un des groupes initiaux puisse être *communiqué* par un-e élève.
- Dans un troisième temps, une *synthèse* est élaborée collectivement.

Nous nous inspirons pour ce dispositif de la technique dite de la « Jigsaw Classroom »[7], ainsi décrite par ses concepteurs :

> a cooperative learning technique that reduces racial conflict among school children, promotes better learning, improves student motivation, and increases enjoyment of the learning experience… Just as in a jigsaw puzzle, each piece — each student's part — is essential for the completion and full understanding of the final product.

Cette technique nous a semblé cohérente avec un travail différencié et collaboratif dans des espaces de travail bien spécifiques.

Pour les élèves, les « pièces » sont présentées comme des « approches » d'une même question, impliquant un travail sur les objets du monde physique, sur une figure géométrique, sur les grandeurs, ou sur une ou des fonctions définies par des formules.

IV. LE PONT DU GOLDEN GATE BRIDGE

La question dans cette situation est celle d'une fonction qui modélise, dans un repère donné, la courbe dessinée par un câble principal. Le but est que les élèves comprennent (1) la tension comme une grandeur vectorielle évoluant au long du câble, (2) comment cette évolution

7 https://www.jigsaw.org/

détermine la forme de la courbe et son équation. Sur un plan plus général, la question est choisie pour amener à comprendre comment, dans une modélisation du réel, une fonction « émerge » à partir de relations physiques. Avec cette situation et d'autres précédemment expérimentées (http://www.casyopee.eu/file/Doc/PageMiniSites.htm) nous visons à remédier à ce que nous voyons comme un défaut majeur de l'analyse au lycée : l'absence de motivation du calcul différentiel et intégral comme outil de modélisation.

Dans le cadre du travail du groupe, nous avons opéré deux mises en œuvre :

- La première est inspirée par le cycle de modélisation. Elle fait l'objet d'une présentation sur le site http://casyopee.eu (entrée GoldenGateBridge, menu à gauche).
- La seconde a conduit à la mise en place du dispositif ICS que nous venons d'exposer.

Dans cette seconde mise en œuvre, la partie *investigation* repose sur cinq documents, chacun comportant une partie commune avec des informations générales sur le pont et une partie spécifique. Voici quelques éléments sur ces parties spécifiques et le travail attendu des élèves.

Le document A donne comme consigne de regarder une vidéo et d'en faire un compte-rendu accompagné d'un schéma. La vidéo, enregistrée dans une autre classe, illustre la notion de tension dans une corde, particulièrement le fait que quelle que soit la tension exercée aux extrémités, une force exercée en un des points de la corde suffit pour que la corde « fléchisse ». Un schéma est proposé avec une force verticale s'exerçant en quatre points d'un câble et il est demandé d'indiquer les forces s'exerçant dans le câble entre ces points par référence à la notion de tension. On s'attend à ce que les élèves fassent référence à la première loi de Newton et l'appliquent sur le schéma.

A partir de l'image d'une maquette sous forme d'un câble portant des masses équi-réparties horizontalement, le document B propose une ligne brisée en n segments comme modèle du câble, les abscisses des milieux des segments étant réparties régulièrement sur la longueur du pont, et des poids égaux s'exerçant en chacune des extrémités communes à deux segments. Il est demandé aux élèves de considérer les composantes verticale et horizontale de la tension en chacun de ces points, de façon à trouver des relations de récurrence, puis les valeurs en fonction de la position du point. On s'attend à ce que les élèves montrent que la composante horizontale est constante et que la composante verticale croît comme une suite arithmétique.

Le document C propose un algorithme de tracé itératif d'une ligne brisée. L'algorithme prend en entrée le nombre N de segments, et une variable H. Dans l'itération, l'abscisse du point courant est incrémentée de façon que les points soient répartis régulièrement selon l'axe des x. Une variable V évolue linéairement et l'ordonnée est incrémentée proportionnellement à cette variable. Les élèves doivent donner « une valeur appropriée » pour N et H. On s'attend à ce qu'ils reconnaissent N comme le nombre de segments entre deux câbles de suspension verticaux, prennent conscience de l'influence de H sur la forme de la courbe et donnent à cette variable une valeur telle que cette courbe puisse être reconnue comme un modèle du câble. Les élèves doivent ensuite interpréter le programme sous forme d'une relation de récurrence pour les abscisses et les ordonnées des points et expliquer leur construction. On s'attend à ce que les élèves reconnaissent un algorithme de tracé approché de la courbe d'une primitive d'une fonction (méthode d'Euler), qui a fait l'objet d'un travail antérieur.

Dans le document D, le câble est aussi une ligne brisée, les segments étant les portions entre deux attaches de câbles de suspension verticaux. Le document ne considère pas les tensions, mais donne une expression du coefficient directeur de chaque segment. Ayant indiqué un repère, il demande une expression du coefficient directeur de chaque segment en fonction de l'abscisse du milieu du segment, puis un algorithme pour afficher ces points. Il s'agit pour les élèves de passer du couple (abscisse du milieu ; coefficient directeur) à une relation fonctionnelle et de trouver comment cette relation permet, par itération, de calculer les ordonnées.

Le document E considère le câble comme modélisé par la courbe d'une fonction mathématique *f*. Il indique que la composante horizontale de la tension est une constante *H* et donne la composante verticale sous forme d'une fonction linéaire *V*. Les élèves doivent alors s'aider de Casyopée pour trouver le domaine et la formule définissant *f*. On s'attend à ce que les élèves reconnaissent que la tension en un point s'exerce selon la tangente à la courbe en ce point, en déduisent la dérivée de *f* puis *f* elle-même comme une primitive dépendant du paramètre *H* et d'un paramètre additif, et règlent ces paramètres pour que la courbe de *f* s'ajuste à une image du câble.

Le document pour la phase de *communication* reprend les informations communes à A, B, C, D et E et demande d'

> associer les documents et les études faites de manière à donner le plus d'information possible sur la courbe décrite par un des câbles principaux.

Il nous semble que, conformément à notre cadre théorique, les documents A, B, C, D et E installent des espaces de travail différents, sur des objets modèles les uns des autres. Dans le document A, le travail se fait dans le domaine des forces sur une simple corde, sans quantification. Le document B porte sur un modèle plus proche du câble réel et quantifie les tensions. Le document C permet un travail sur un modèle discret concrétisé par un algorithme. Dans le document D, l'enjeu est une relation fonctionnelle entre abscisse et coefficient directeur, qui permet d'obtenir une relation fonctionnelle entre abscisse et ordonnée. L'enjeu du document E est la fonction mathématique avec les outils algébriques et avec Casyopée. Dans les documents A et B, la première loi de Newton constitue le référentiel théorique, respectivement dans un cadre géométrique et dans un cadre analytique. Pour les documents C et D, il s'agit des relations de récurrence et de leur écriture dans un algorithme itératif et pour le document E, de la relation fonction-dérivée.

Le dispositif prévoit un premier travail d'*investigation* en groupe, chaque groupe travaillant sur un seul des cinq documents A, B, C, D ou E, puis un second travail dans les groupes « mixés » autour du document pour la phase de *communication.* Ainsi, pour un-e élève donné-e, un des espaces est le lieu privilégié d'une confrontation à un milieu dans un domaine dont il devient ainsi « expert ». Ensuite, il-elle s'« informe » auprès d'élèves « experts » dans d'autres domaines et les « informe » de son expertise. Ceci prépare une phase collective de *synthèse* dirigée par le professeur.

V. OBSERVATION ET EVALUATION

La classe est une Terminale scientifique de 35 élèves au début du mois d'avril, soit à quelques semaines du baccalauréat. La technique de « jigsaw teaching » a déjà mise en place dans la classe pour l'élaboration d'un cours sur un chapitre du programme et les élèves ont utilisé Casyopée pour la résolution de problèmes. La séance dure 2h15 dans une salle ordinaire. Un ensemble d'ordinateurs portables, appelé « classe mobile » est à disposition des élèves. Casyopée est installé sur ces ordinateurs ainsi que le film mentionné dans le document A. Les élèves disposent de leurs calculatrices qui constituent leur environnement de programmation habituel. Dans les deux phases, les groupes sont de 4 à 5 élèves. Chacune des phases dure environ 40 minutes.

Les données sont constituées des enregistrements vidéo des travaux de groupes et de la phase de *synthèse*[8], ainsi que des traces écrites des travaux de groupe. L'analyse des données sur les groupes d'*investigation* montre un comportement des élèves globalement conforme aux attentes pour les groupes travaillant sur les documents A et B. Les groupes travaillant sur le document C ont passé une partie du temps à entrer le programme proposé dans leur calculatrice. Ils ont ensuite été bloqués par un bug de la calculatrice qui empêchait de visualiser correctement la courbe et donc de voir l'influence de *H*. Ils ont ensuite posé les relations de récurrence comme demandé. Les groupes travaillant sur le document D ont eu beaucoup de difficulté à interpréter la formule donnant le coefficient directeur, à trouver une formule pour l'abscisse du milieu et à éliminer l'indice du segment pour trouver la relation fonctionnelle demandée. Les groupes travaillant sur le document E ont trouvé correctement l'ensemble de définition et la fonction *V*, puis ont essayé de tirer parti de ce que la tension en un point s'exerce selon la tangente en ce point. Bien que la notion de primitive ait été mise en évidence, il y a eu ensuite confusion entre somme vectorielle et somme de nombres réels, et entre l'expression de la fonction et l'équation de la tangente. Les élèves ne semblent pas avoir utilisé réellement Casyopée.

L'analyse des vidéos des groupes de *communication* montre un travail d'explicitation par chaque membre d'un groupe d'investigation donnant lieu à écoute et questionnement par les autres. Les documents rédigés par les groupes témoignent de ce que la réflexion dans chacun des domaines a progressé. Référence est faite à la méthode d'Euler ou à la méthode des rectangles pour l'algorithme. Seule une partie des groupes aborde le calcul mathématique, mais ceux qui le font donnent un calcul correct de la fonction modélisant le câble. Cependant, aucune valeur de *H* n'est proposée. Les notions de tension, de suites définies par récurrence ou arithmétique, de primitive ainsi que la loi de Newton, et le lien entre dérivée et coefficient directeur de la tangente sont mentionnés.

Dans la phase collective de *synthèse*, l'enseignante fait parcourir aux élèves les 5 documents en insistant sur les points qui lui ont paru importants « à chaud ». A chaque étape un-e élève est au tableau, mais c'est bien l'enseignante qui dirige. Nous prenons les points sur lesquels l'enseignante insiste comme indices de savoirs qu'elle souhaite institutionnaliser. Ils sont de deux ordres : (1) des savoirs en Mathématiques et en Physiques, (2) des éléments relatifs à la question posée et à la méthode pour y répondre.

Parmi les savoirs concernant l'ordre (1), on repère :

- la loi de Newton, l'enseignante insistant sur la construction de l'équilibre de trois forces et la décomposition d'une relation vectorielle sur deux axes,
- la nature des suites et le lien avec les variables dans l'algorithme,
- le coefficient directeur d'une droite connaissant un vecteur directeur, ce point semblant une difficulté pour les élèves, concentrés sur le fait que la droite est une tangente et donc que le coefficient directeur est le nombre dérivé,
- la constante d'intégration dans le calcul d'une primitive et une méthode pour la calculer.

Parmi les savoirs concernant l'ordre (2) on repère :

- le fait que la tension à des points donnés conduit à modéliser le câble comme une ligne brisée,
- le rapport entre le caractère constant de la composante horizontale et le paramètre H dans les différentes formules,

[8] Les vidéos sont visibles à http://casyopee.eu/articles.php?lng=fr&pg=83

- le fait que la forme de la courbe pouvait être conjecturée *a priori*, mais que l'étude permet de la « trouver »,
- la nécessité de trouver H (mais remise à une prochaine séance).

Notons que les savoirs concernant l'ordre (1) interviennent plutôt dans les étapes du parcours (exploitation d'un document) et les savoirs concernant l'ordre (2) plutôt dans les transitions.

VI. ELEMENTS DE BILAN

Rappelons qu'il s'agit d'une première mise en œuvre d'un dispositif novateur et complexe sur un problème lui aussi complexe et qu'il ne faut pas voir dans cette expérimentation une donnée à diffuser, mais plutôt une ouverture sur des questions.

Nous comparons pour cela avec la mise en œuvre « cycle de modélisation » (CM) dont voici quelques éléments. Une première séance collective de 30 minutes a pour but d'exposer le problème et par une étude similaire à celle des documents A et B à présenter la notion de tension dans le câble. Il est admis, sans passer par un modèle discret, que la composante horizontale H est constante et que la composante verticale V en un point croît de façon linéaire en fonction de l'abscisse du point. Une formule est trouvée pour V, et l'égalité $f'(x) = \frac{V(x)}{H}$ est reconnue comme pouvant conduire à déterminer f. Dans une seconde séance d'une heure et quart sur ordinateur, les élèves s'aident de Casyopée avec lequel ils sont familiers : il leur est demandé d'entrer et de placer une image du pont dans le repère de l'écran de géométrie, puis de déterminer la valeur de H et une courbe modélisant le câble ; ils utilisent pour cela des fonctionnalités de Casyopée qu'ils connaissent : entrée d'une fonction avec paramètre, calcul d'une primitive, pilotage du paramètre pour ajuster la courbe à l'image du câble. Dans une troisième séance collective de 30 min le professeur reprend la situation et présente les stratégies rencontrées. Il termine en indiquant les savoirs et connaissances mis en jeu dans cette étude.

Le temps consacré est similaire dans les deux mises en œuvre, mais les différences sont nombreuses. La mise en œuvre du dispositif ICS est plus ambitieuse, puisque l'étude de la tension à la courbe vise à être complète dans le cas discret et inclut un aspect algorithmique. A travers le document D, il y avait aussi l'ambition de lier discret et continu, mais les difficultés de calcul ont masqué la réflexion. Une conséquence est que le travail sur le document E, qui se situe dans l'ETF « mathématique » apparaît peu lié aux précédents dans la synthèse. De façon plus générale, il semble que, à travers la segmentation des ETFs, la question de la valeur de la tension constante H n'arrive pas à s'imposer comme lien entre les investigations.

De façon un peu inattendue pour nous, la mise en œuvre du dispositif ICS minimise fortement l'usage des instruments technologiques en faveur du papier crayon. Certes les groupes C analysent l'algorithme, mais ils n'exploitent pas cet algorithme pour répondre à la question. Les groupes E sont accaparés par le calcul en papier/crayon et ne saisissent pas l'occasion d'utiliser Casyopée. A l'inverse, le dispositif CM installe l'instrument dans une phase spécifique et sur une tâche bien balisée. En cherchant à dépasser un dispositif CM, une ambition des auteurs de cet article est la mise en place, à travers l'usage de la « classe mobile », de séances où le papier/crayon s'accorde avec l'usage de calculatrices et de Casyopée dans des problèmes de modélisation. Le document E aurait pu en être l'occasion, mais l'expérimentation montre que dans un travail de groupe d'une quarantaine de minutes, il est peu réaliste de penser que les élèves vont quitter le papier/crayon avec aussi peu d'indications sur l'usage de Casyopée.

La richesse des échanges dans les groupes de communication, et le fait que les différents aspects de la question ont effectivement été abordés témoignent de l'adhésion des élèves au dispositif et au type de problème malgré la proximité du bac, et indiquent que la dialectique media-milieu fonctionne. La question de l'« idonéité » des ETFs reste posée. Il semble par exemple que le travail prévu dans le document E aurait pu être segmenté, une investigation se faisant en papier/crayon et l'autre dans un travail mieux balisé avec Casyopée. Une autre question est celle du lien entre les investigations. Il serait utile de savoir d'une part ce que les élèves retiennent de la synthèse, et aussi quelles techniques professorales sont efficaces dans la phase de synthèse.

Acknowledgment: This research was supported by Vietnam National Foundation for Science and Technology Development (NAFOSTED), under grant number VI1.99-2012.16.

REFERENCES

Blum W., Galbraith P. L., Henn H-W. & Niss M. (Eds.) (2007) Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study. New ICMI Study Series Volume 10.

Chevallard C. (2007) Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux mars 2007 Communication au Séminaire national de didactique des mathématiques le 23 mars 2007. Paru in G. Gueudet & Y. Matheron (Eds), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques,* année 2007, ARDM et IREM de Paris 7, Paris, pp. 344-366.

Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques* 7(2).

Duval R. (1999) Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds), *Proceedings of the twenty-first annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Mexico, vol 1, pp. 3-26.

Gueudet, G., Lebaud M-P. (2014) Usage des technologies et investigation en mathématiques : quels contrats didactiques possibles ? *Recherches en Éducation* –21.

Halbert R., Lagrange J-B., Le Bihan C., Le Feuvre B., Manens M-C., Meyrier X. (2013) *Les fonctions : Comprendre la notion et résoudre des problèmes de la 3ème à la Terminale. L'apport d'un logiciel dédié*. I.R.E.M de RENNES – Université de RENNES.

Kuzniak A. (2011) L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9-24.

Kuzniak A., Richard P.R. (2013) Espaces de travail mathématique. Point de vues et perspectives. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa 17, Numero Extra. 1*.

Lagrange (2015) Functions in technological environments: from multi-representations to connected functional workspaces. In Gomez-Chacon, I., Escribano, J., Kuzniak A., Richard, P. (Eds.) (2015). *Mathematical Working Space, Proceedings Fourth ETM Symposium*. Madrid: Publicaciones del Instituto de Matematica Interdisciplinar, Universidad Complutense de Madrid. ISBN: 978-84-606-9475-5, pp.317-336. http://www.mat.ucm.es/imi/ETM4/ETM4libro-final.pdf

Tran Kiem M. (2012) Une approche expérimentale des fonctions avec le logiciel Casyopée. *Petit x* 88, 49-74.

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

QUELLE PLACE POUR UNE DÉMARCHE D'INVESTIGATION EN MATHÉMATIQUES DANS LE CADRE D'UN ATELIER DE RECHERCHE INTERDISCIPLINAIRE ?

Benoît RAY[*]

Résumé – Dans cette contribution, nous présentons deux exemples d'ateliers scientifiques interdisciplinaires dans lesquels les mathématiques interviennent en relation avec la physique ou avec la philosophie. Après avoir présenté le dispositif dans ses grandes lignes, nous décrivons les travaux effectués par les élèves. En questionnant la place des différents acteurs, nous tentons ensuite de dégager en quoi les conditions de ce dispositif ont permis aux élèves de pratiquer une démarche d'investigation dense et d'entrevoir ce qui est constitutif de l'activité scientifique d'un chercheur.

Mots-clefs : démarche d'investigation en mathématiques, recherche interdisciplinaire, modélisation, ateliers scientifiques, projet « Tous Chercheurs ».

Abstract – In this contribution, we present two examples of scientific cross-disciplinary field experiences in which mathematics interfere with physics or philosophy. After presenting the main features of the workshop, we describe the students 'work. Then, by questioning the different actors, we try to outline in what way this type of organization allows the students to follow a thorough inquiry-based approach and to catch a glimpse of what is at stake in a scientific researcher's activity.

Keywords: inquiry-based mathematics, interdisciplinary research, mathematical modelling, science workshops, "Tous Chercheurs" project.

Dans tous les domaines scientifiques, les actuels programmes français de l'école primaire, du collège et du lycée préconisent la pratique d'un enseignement tourné vers la démarche d'investigation. Les travaux de recherche en didactique mettent en évidence la pluralité des démarches d'investigation en mathématiques ; elles montrent également que ces pratiques trouvent difficilement leur place dans l'enseignement des mathématiques (nous nous référons aux travaux du groupe de travail n°10 du colloque EMF 2012 et au rapport de la Commission Inter-IREM Lycée). En France, ces démarches semblent plus facilement adoptées par les enseignants des disciplines dites expérimentales (sciences physiques, sciences de la vie et de la terre, technologie). Nous nous posons donc la question suivante : quels moyens se donner pour faire vivre d'authentiques pratiques interdisciplinaires engageant les mathématiques ?

Pour tenter d'apporter des éléments de réponse à cette question, nous avons expérimenté un dispositif particulier hors de la classe de mathématiques. Notre contribution, qui consiste en un retour sur cette expérience, s'inscrit essentiellement dans l'axe 3 du GT10 : « rôles et responsabilités des élèves ».

[*] Enseignant Expatrié à Mission de Conseil Pédagogique pour le second degré – Lycée Pierre Mendès - France – TUNIS (établissement en gestion directe de l'Agence pour l'Enseignement Français à l'Étranger)

Ray B. (2015) Quelle place pour une démarche d'investigation en mathématiques dans le cadre d'un atelier de recherche interdisciplinaire ? In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT10, pp. 891-902.

Après avoir resitué le projet « Tous Chercheurs » dans le cadre des « Actions Pédagogiques Pilotes » en nous interrogeant sur l'implication des mathématiques, nous décrirons les recherches effectuées par nos élèves dans deux ateliers faisant intervenir les mathématiques, les sciences physiques et la philosophie. Nous tenterons ensuite de montrer en quoi une telle activité de recherche est de nature à mettre en valeur des compétences transversales, à développer une vision interdisciplinaire de la recherche scientifique, à s'interroger sur les enjeux épistémologiques des sciences et à pratiquer une démarche d'investigation consistante.

I. LE PROJET « TOUS CHERCHEURS » ET LES « ACTIONS PEDAGOGIQUES PILOTES » ; QUESTION DE L'INTERDISCIPLINARITE ENTRE MATHEMATIQUES ET AUTRES DISCIPLINES

1. Le projet « Tous Chercheurs » et les « Actions Pédagogiques Pilotes »

L'opération « Tous Chercheurs » a vu le jour en 2011, sous l'impulsion de l'association du même nom (association loi 1901), qui œuvre pour la promotion de la démarche scientifique auprès du grand public. Par le biais de stages dans lesquels une large part est accordée à l'expérimentation et au débat, elle tente de faire découvrir la pratique actuelle des sciences dans les laboratoires de recherche.

> Notre but est que les citoyens de tous âges puissent faire la différence entre un fait scientifique et une opinion et argumenter leurs prises de position. (http://touschercheurs.fr/)

« Tous Chercheurs » propose dans les établissements scolaires un dispositif permettant de poursuivre les objectifs de l'association :

> L'opération Tous Chercheurs est une initiative de Pédagogie Active par Projets qui aide les professeurs de l'enseignement secondaire à développer dans leurs classes des activités pédagogiques innovantes. Ces activités ont pour but de développer l'esprit critique et l'autonomie des élèves, ainsi que leur habileté expérimentale dans le cadre d'une tâche complexe. (Ibid.)

Il s'agit de mettre en œuvre avec des élèves volontaires de lycée (secondaire, 15 – 18 ans) des projets de recherche sur une durée de trois à cinq mois. Ces projets sont encadrés par des enseignants volontaires, en collaboration avec des chercheurs universitaires. Tout au long du projet, le groupe d'élèves doit maintenir un blog décrivant ses recherches ; le projet s'achève par une conférence en public, durant laquelle les élèves présentent les résultats de leurs recherches.

L'aspect expérimental des travaux est une composante essentielle des projets :

> Le grand enjeu des projets Tous Chercheurs est l'élaboration de protocoles expérimentaux en Physique, en Géographie ou en Philosophie, à travers lesquels les élèves sont amenés à s'interroger de manière critique sur la validation de leurs hypothèses. (Ibid.)

Ces projets sont développés dans des lycées de plusieurs académies en France, ainsi que dans certains établissements français à l'étranger au sein du réseau de l'Agence pour l'Enseignement Français à l'Étranger (http://www.aefe.fr/). Dans ces derniers, après une phase expérimentale en 2012 (au Caire et à Athènes avec deux opérations nommées « Sciences en Jeans »), le projet « Tous Chercheurs » est lancé en 2013 avec le statut d'APP-Monde (Action Pédagogique Pilote : http://www.aefe.fr/pedagogie/actions-pilotes-innovantes/app-monde), qui facilite sa mise en œuvre dans les établissements. Dès la première année, quatorze groupes adhèrent au projet à l'étranger et quatre projets sont menés en France.

2. *Interdisciplinarité et place des mathématiques*

Une des spécificités du dispositif est d'encourager l'intervention de professeurs de disciplines différentes (néanmoins, en 2013-2014, seuls cinq des dix-huit projets sont interdisciplinaires). Si les disciplines traditionnellement qualifiées d'expérimentales sont très majoritaires (physique, chimie, sciences de la vie et de la terre interviennent dans plus de 60 % des projets), quelques projets sont menés par des enseignants de philosophie, français, sciences économiques et sociales.

Les mathématiques interviennent dans trois projets : deux en association avec la physique, un avec la philosophie. La part d'intervention des mathématiques est réduite : faut-il y voir une réticence des enseignants de mathématiques à s'associer à des collègues d'autres disciplines ? L'idée que les mathématiques ne peuvent trouver leur place dans ce dispositif en raison de la dimension expérimentale ?

Les raisons sont certainement plus complexes. Même si l'opération « Tous Chercheurs » n'a pas vocation à servir de modèle de référence aux démarches interdisciplinaires faisant intervenir les mathématiques, quelques faits sont à rappeler.

D'une part, la vision exclusive des mathématiques comme science autonome qui se nourrit elle-même est tenace. Poincaré le signalait en 1904 dans sa « Conférence sur les définitions générales en mathématiques » (*L'enseignement mathématique*, n°6, 1904, p. 253) :

> Ce qu'elles [les mathématiques] ont gagné en rigueur, elles l'ont perdu en objectivité. C'est en s'éloignant de la réalité qu'elles ont acquis cette pureté parfaite. On peut parcourir librement tout leur domaine, autrefois hérissé d'obstacles, mais ces obstacles n'ont pas disparu. Ils ont seulement été transportés à la frontière, et il faudra les vaincre de nouveau si l'on veut franchir cette frontière pour pénétrer dans le royaume de la pratique.

Par ailleurs, le rôle de l'expérimentation en mathématiques occupe une place pour le moins réduite dans les discours institutionnels, comme le rapport Rocard :

> En réalité, l'enseignement des mathématiques peut facilement utiliser une approche basée sur les problèmes alors que, dans de nombreux cas, l'approche expérimentale s'avère plus difficile. (Rocard & al. 2007, p. 9)

De même, si les programmes incitent les enseignants à la pratique d'une démarche d'investigation et pointent les analogies dans les différentes sciences, ils la restreignent en mathématiques à la résolution de problèmes (*programme de mathématiques de collège, 2008*, p. 4). Cela ne constitue pas une rupture franche avec les instructions antérieures, et donc n'est sans doute pas générateur de réels changements dans les pratiques enseignantes :

> II est essentiel que les connaissances prennent du sens pour l'élève à partir des questions qu'il se pose. Il est tout aussi essentiel qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes. (programme de mathématiques de sixième, 1996, p. 2)

Parallèlement, de nombreux travaux sur les démarches expérimentales en mathématiques sont menés depuis plus de dix ans, qui en montrent la pluralité (Dias & Durand-Guerrier 2005, Perrin 2007, Grenier 2008, Houdement 2012). Les dispositifs de recherche comme les stages Hippocampe (Arnoux & Vaux 2012) ou « Maths En Jeans » (Dubois 2012) mettent également souvent en avant la dimension expérimentale des mathématiques.

Les opérations « Maths En Jeans » (http://www.mathenjeans.fr/), qui rencontrent depuis 1989 un succès croissant en France puis à l'étranger, présentent de nombreux points communs avec les projets « Tous Chercheurs » : volontariat des élèves, adoption d'une position de chercheurs, recherche sur une longue durée, dimension expérimentale des mathématiques, encadrement par un professeur associé à un enseignant-chercheur, communication par une conférence ; elles s'en démarquent par leur aspect presque systématiquement mono-disciplinaire. Une plus grande adhésion des enseignants de mathématiques aux projets « Tous Chercheurs » n'est finalement peut-être qu'une question de diffusion et de temps.

II. DEROULEMENT DE DEUX ACTIONS « TOUS CHERCHEURS »

Dans cette partie, nous détaillons le déroulement de deux projets « Tous Chercheurs », réalisés en 2013-2014 dans notre établissement (lycée Pierre Mendès-France, Tunis, AEFE). Ils associent les mathématiques à la physique (modélisation du mouvement brownien) et à la philosophie (hasard et la prise de décision).

Les deux projets ont été initiés par des discussions entre trois professeurs (Vincent BAUMARD en sciences physiques, Laurent LUQUET en philosophie, Benoît RAY en mathématiques) après que l'AEFE a lancé l'APP-Monde. À leur origine se trouvent des convergences de vue et une motivation pour se lancer dans un projet commun.

Le choix des thématiques de travail a été guidé par le souci d'intégrer une dimension expérimentale dans une réflexion transdisciplinaire, par la volonté d'envisager des projets plus ambitieux que ceux menés en classe, en tentant de mettre en évidence les enjeux épistémologiques de la construction des sciences.

Les projets ont été réalisés par deux groupes d'une dizaine d'élèves volontaires. Ils ont débuté fin novembre 2013 et se sont achevés par une présentation en public le 6 juin 2014. Chaque groupe d'élèves a travaillé en dehors du temps scolaire, à raison de deux à trois séances d'une à deux heures par mois.

1. « Tous Chercheurs » en physique et mathématiques

Le projet concerne onze élèves de première scientifique (secondaire 6ème année, 16-17 ans). Les extraits cités proviennent du blog des élèves (http://stormonateacup.blogspot.com/).

L'atelier débute par la présentation d'une situation déclenchante, l'expérience du « gaz roux », dont voici le compte-rendu des élèves :

> Nous avons deux récipients séparés par une plaque de verre (rendue hermétique grâce à de la graisse) : l'un rempli d'air et l'autre de gaz roux de formule NO_2. Lors du retrait de la plaque, le gaz roux migre vers le récipient d'air et cela forme, après quelques secondes, un mélange homogène. Par ailleurs, l'inclinaison des béchers n'influe en aucune manière sur le déplacement du gaz.

Cette expérience est suivie par l'observation d'une gouttelette de lait au microscope optique :

> Nous remarquons que de minuscules particules de graisse en émulsion dans l'eau ont un mouvement incessant. Nous avons l'impression que ce mouvement est aléatoire et n'obéit à aucune loi physique.

Les enseignants n'ont pas davantage guidé les élèves (ni parlé de « mouvement brownien »), mais attendu qu'ils tentent eux-mêmes de relier ces deux observations et d'en chercher des explications.

Les premières hypothèses ont été rapidement formulées :

- Peut-on associer le déplacement des molécules à une énergie cinétique de ces dernières ?
- La pression et la température influencent-elles le mouvement des molécules ?
- Peut-on associer ce phénomène au mouvement Brownien ?
- Le mouvement aléatoire des particules est-il dû à l'interaction de Van Der Waals ?

Ces hypothèses sont issues de recherches sur Internet réalisées après la première séance, mais aussi de la culture scientifique personnelle des élèves. Nous n'écartons pas les interventions extérieures qui auraient guidé les élèves vers le mouvement brownien.

La suite du travail des élèves a consisté à tenter de valider ou d'infirmer chaque hypothèse. L'interaction de Van Der Waals a été rapidement écartée :

> Si l'interaction de Van Der Waals existe réellement au niveau atomique, à l'échelle de nos « minuscules boules de graisse » son action est quasi inexistante. De plus, cette interaction a lieu dans le cas de molécules polaires […] cette polarité aura tendance à orienter toutes les molécules vers la même direction et assurer la cohésion de celle-ci, à l'inverse de ce que l'on a pu observer.

L'hypothèse sur l'énergie cinétique a mené les élèves sur la piste de la diffusion :

> On peut imaginer que le dioxygène est passé dans le récipient du gaz roux plus rapidement que ce dernier est passé dans le récipient de dioxygène. Et, par effet d'entraînement dû peut être à la pression, une partie du gaz roux passe dans l'autre récipient. Ce phénomène s'appelle la diffusion, qui répond aux lois de Fick et pourrait être un facteur important dans le calcul du mouvement Brownien.

D'autres recherches sur Internet ont confirmé l'hypothèse du mouvement brownien. Les notions théoriques liées à ce phénomène étant hors de portée des élèves, nous avons proposé aux élèves de le modéliser numériquement. Les élèves se sont posé des questions sous-jacentes à la modélisation d'une particule par un point qui, à chaque instant, effectue un déplacement dans une direction aléatoire : comment choisir aléatoirement la direction ? Faut-il faire varier la longueur des déplacements ?

La mise au point d'un algorithme implémenté sur le logiciel Algobox (http://www.xm1math.net/algobox), a duré deux séances. Des questions difficiles ont émergé : géométriques (liées au logiciel qui ne propose que les coordonnées cartésiennes) et probabilistes (quelle loi les « choix aléatoires » doivent-ils respecter ?).

La simulation du mouvement d'une particule a donné des résultats « visuellement satisfaisants » (figure 1)

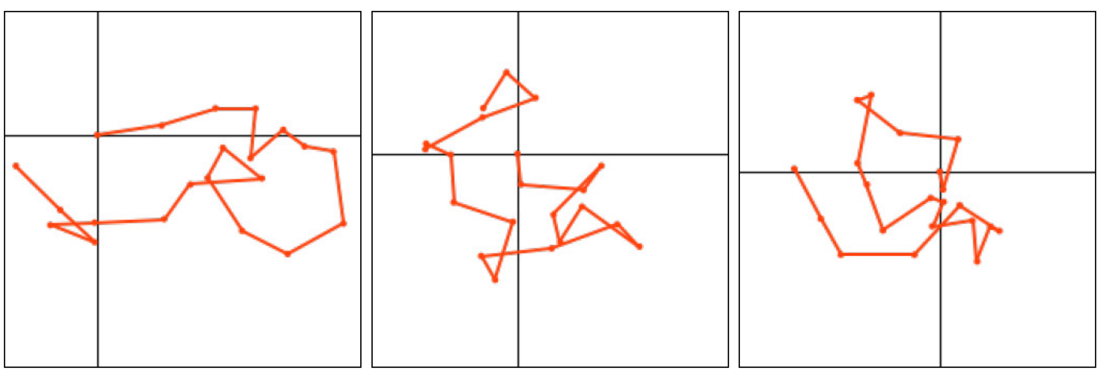


***Figure 1** – Simulations sous Algobox*

qui rappellent les dessins de Jean Perrin en 1912 (http://www.savoirs.essonne.fr/dossiers/la-matiere/physique/de-latome-aux-particules-elementaires/complement/resources/) (figure 2).

***Figure 2** – Dessins de Jean Perrin*

Nous avons alors orienté le travail des élèves vers une tentative de validation de ce modèle. Pour ce faire, il était nécessaire de choisir des critères de validation et de confronter le modèle à des données réelles.

Les vidéos et les observations sous microscope ne permettant pas d'obtenir des données précises et nombreuses, le professeur Hubert Krivine, chercheur associé au projet (voir III.1), a fourni des relevés d'expériences réalisées en laboratoire (distance parcourue depuis l'origine pour 49 particules). L'analyse de ces données a mis en évidence qu'en moyenne, le carré de la distance parcourue depuis l'origine est proportionnel au temps.

Les élèves ont voulu confronter leur modèle à cette relation. Pour cela, ils ont transposé leur modèle algorithmique sur un tableur, permettant de simuler des échantillons de trajets de 49 particules. Les résultats sont très convaincants et montrent une relation similaire à celle observée sur les données de laboratoire.

Le travail s'est arrêté sur ce début de validation de modèle.

2. *« Tous Chercheurs » en mathématiques et philosophie*

Le projet concerne, au final, 8 élèves de Terminale Scientifique (secondaire 7ème année, 17-18 ans). Les extraits cités proviennent du blog des élèves (http://lesjeuxsontfaits.blogspot.com/).

Le travail a débuté par la présentation d'un jeu :

> Pierre et Paul jouent à pile ou face. Pierre verse à Paul un enjeu *A* aux conditions suivantes : s'il gagne le premier coup, Paul lui verse 2 francs ; s'il ne gagne qu'au deuxième coup, Paul lui verse 4 francs, et ainsi de suite : s'il ne gagne qu'au nième coup après avoir perdu tous les coups précédents, Paul lui verse 2^n francs.

L'énoncé de ce problème, dit « martingale de Pétersbourg », est issu de Bru et al. (1999, p. 190). L'auteur de ce problème est sans doute Nicolas Bernoulli (1713).

L'absence de questions a déstabilisé les élèves, que nous avons encouragés à comprendre la situation et à se poser des questions :

> Deux questions ont été retenues comme pertinentes :
> 1. Pour quelle valeur de *A* le jeu est-il équitable c'est-à-dire pour quel *A* est-ce que *E*(gain)=0 ? *A* doit être égal au gain pour que la partie soit équitable.
> 2. En moyenne combien y a-t-il de lancers au total au cours d'une même partie ?

Les élèves ont effectué des simulations de parties, en utilisant un tableur et un algorithme implémenté sur Algobox. Cette démarche est vraisemblablement induite d'une part par la pratique fréquente de la simulation dans l'enseignement secondaire des probabilités et, d'autre part, par l'absence de limitation du nombre de coups, qui complique *a priori* la situation (la notion de limite, enseignée en classe de Terminale, n'est pas familière des élèves).

Les premiers résultats obtenus par simulations sont partiellement faux : sur 10 000 parties, le gain moyen brut est voisin de 16 (l'espérance théorique est infinie). L'explication, trouvée par la suite, réside dans le caractère exceptionnel de « longues » parties (dont l'influence est d'autant plus grande qu'elles sont rares).

Les simulations suivantes montrent une grande fluctuation du gain moyen pour des échantillons de taille 500 000 (entre 20 et 1100) et une stabilisation de la durée moyenne. Les élèves écrivent néanmoins : « une partie dure en moyenne 2 lancers et la moyenne des gains fluctue autour de 20 ».

Pour dépasser les limites techniques du logiciel (Algobox est limité à 500 000 itérations), un élève a programmé l'algorithme en Java. Ce fut l'occasion de réfléchir aux différents types de variables (« int », limitée à $2{,}15\ 10^9$, donnait des résultats incohérents ; elle a été remplacée par une variable « double »). Les élèves constatent : « une partie dure en moyenne 2 lancers et la moyenne des gains fluctue autour de 30 ».

La fluctuation étant encore très importante, nous avons encouragé les élèves à passer au calcul de l'espérance de gain brut et de la durée moyenne d'une partie. Des rappels du programme de probabilités de première leur ont été fournis (notion de variable aléatoire discrète prenant un nombre fini de valeurs, espérance, écart-type, loi binomiale).

Les calculs, abordables par des élèves de ce niveau (tous obtiennent d'excellents résultats scolaires), ont posé beaucoup de problèmes en raison de l'absence de guidage ; un autre obstacle important est le « passage à la limite » des formules données pour une variable aléatoire ne prenant qu'un nombre fini de valeurs. Finalement, les résultats obtenus sont :

- l'espérance de gain brut est infinie, donc ce jeu ne peut être équitable (résultat démontré),
- le nombre moyen de lancers dans une partie tend vers 2 (limite d'une somme infinie conjecturée sur tableur).

L'objectif initial des enseignants était d'orienter le travail vers les martingales. Le second problème (« martingale de d'Alembert », Bru & al. p 217), très voisin du premier dans les concepts mathématiques, a été proposé aux élèves :

> Pierre et Paul jouent à pile ou face. Pierre gagne si la pièce tombe sur pile. Pierre mise 1 Franc à la première partie, puis double sa mise en cas de perte jusqu'à ce qu'il gagne. En cas de victoire à une partie Paul lui verse 2 fois sa mise.

Les élèves ont envisagé des questions en lien avec la situation :

> Ce jeu est- il équitable si Pierre a une fortune infinie ?
> Et si la fortune de Pierre est finie, auquel cas on décide de la longueur de la partie avant de débuter ?

Le travail effectué sur le premier problème a rapidement orienté les élèves vers des calculs, dont voici les conclusions :

> Le jeu auquel on s'intéresse à travers ce problème est une martingale : si l'on ne fixe pas le nombre de parties à l'avance, le gain est constant (1 Franc). Pierre ne peut que finir par gagner aux dépens de Paul. […]
> En revanche, si le nombre de parties est fixé à l'avance, alors un calcul de l'espérance de gain indique que celui-ci est de 0 : les gains tendent vers l'équilibre et aucun ni de Pierre ni de Paul n'est gagnant à la fin du jeu. Le jeu est donc équitable.

Le projet s'est ensuite tourné vers des questions liées à l'engagement du joueur (aspects psychologique, social, culturel) ainsi qu'à l'émergence historique des concepts probabilistes.

L'apport philosophique a d'abord consisté à marquer la spécificité du concept mathématique de probabilité au regard de la catégorie du « probable ». Pour cette dernière, c'est en remontant à Aristote que les élèves ont été sensibilisés à la différence de statut entre les énoncés seulement probables et les énoncés susceptibles de démonstration. Une première occasion leur a ainsi été donnée de réfléchir sur une délimitation possible entre opinion et science, notamment au travers de la différence entre syllogisme dialectique et syllogisme démonstratif.

L'émergence des probabilités fait certes référence à des obstacles socio-culturels parfois liés à des interdits religieux, mais tant qu'une situation n'est pas modélisée, il ne peut y avoir de calcul de probabilités. Les élèves ont été davantage intéressés par la différence de modèles qui transparaît au travers des textes de Pacioli, Tartaglia et Pascal (Cléro, 1998) : des trois solutions au « problème des parties », seule celle de Pascal fait émerger un raisonnement novateur consistant à prendre en compte tous les futurs possibles. La comparaison du raisonnement de Pascal avec les notions de probabilités « modernes » connues des élèves (arbres pondérés notamment) a été l'occasion d'approfondir ces questions de modélisation.

Les échanges entre mathématique et philosophie sont ainsi l'occasion de présenter sur un cas concret le calcul des probabilités et, dans une perspective bachelardienne, la notion d'obstacle épistémologique. En comparant les textes de Pascal avec ceux de ses prédécesseurs, les élèves prennent conscience que la construction du concept de probabilité est moins affaire de technique que de changement de point de vue.

Le projet s'est achevé par des recherches sur la notion de paradoxe, notion à peine effleurée lors d'une séance (illustrant la similitude des modes de raisonnements en mathématiques et philosophie) : l'ouverture vers ce domaine a suffisamment passionné certains élèves pour qu'ils l'approfondissent en autonomie et l'exposent dans leur conférence.

3. *Communications*

La consultation des blogs des élèves montre un certain délitement dans leur entretien, réalisé hors-séances. En raison des échéances des examens de fin d'année, le choix a été fait (en concertation avec les élèves) de mettre l'accent sur la conférence finale. On constate ainsi une grande différence de densité entre les blogs et les conférences (http://www.ert.tn/pmf/spip.php?article51).

Le défi des élèves était le suivant : rendre accessible à un public varié (parents, professeurs, membres de la direction, professeur Krivine) deux objets de recherche pointus. La préparation des conférences s'est déroulée hors-séances, chaque groupe ayant pu présenter sa conférence aux professeurs à deux reprises pour affiner le contenu puis améliorer l'orchestration des prises de paroles.

Si certaines approximations subsistent, la spontanéité de la prise de parole des élèves ainsi que leur responsabilité, leurs connaissances et la qualité de leur investissement ont été soulignées et honorées.

III. NATURE DE L'ACTIVITE DES ELEVES ET POSITIONS RESPECTIVES DES DIFFERENTS ACTEURS

Dans cette partie, en analysant les rôles joués par les différents acteurs dans les deux projets, nous tenterons de préciser en quoi les élèves ont pratiqué une démarche d'investigation en mathématiques. Le cadre théorique utilisé est celui des ESFI (Enseignements Scientifiques Fondés sur l'Investigation, Grangeat 2013, pp 155–184).

1. *Interventions du chercheur*

Le professeur Hubert Krivine (Université Pierre et Marie Curie, membre du conseil scientifique de l'association « Tous Chercheurs ») a accepté de soutenir les trois enseignants impliqués dans ces projets.

Il a suivi l'avancée du travail des élèves à distance pendant toute la durée des projets, via les blogs des élèves et par échanges de mails avec les enseignants. Ces échanges fréquents ont été un soutien précieux tout au long des projets. Il a fourni des films ainsi que les données expérimentales sur le mouvement brownien, ainsi que des apports théoriques à destination des professeurs sur les deux sujets.

Le professeur Krivine est intervenu à deux reprises au lycée : pour un bilan à mi-parcours puis pour la présentation en public. Ces moments d'interaction sont importants pour encourager les élèves, recadrer leurs travaux et les aider à faire ressortir l'essentiel lors de leur présentation en public. Les échanges vont bien au-delà des projets eux-mêmes : il a été question de la recherche scientifique et de l'activité professionnelle d'un chercheur. Le professeur Hubert Krivine a par ailleurs présenté deux conférences sur le hasard et sur la construction historique d'un savoir, auxquelles ont assisté de nombreux élèves du lycée.

2. *Engagement des élèves*

Le recrutement des élèves s'est fait sur la base du volontariat. En raison de diverses contraintes d'emplois du temps, les projets ont été proposés aux six classes de première S et à deux des cinq classes de terminale S. Tous les élèves volontaires ont été retenus mais leur nombre a sensiblement diminué dans le groupe de terminale (qui est passé de 12 à 8 élèves) en raison de la préparation au baccalauréat et d'autres engagements péri-éducatifs ; l'effectif du groupe d'élèves de première est resté stable. Cette relative évaporation montre bien l'implication requise par ce type de recherche.

3. *Rôle des enseignants, effets sur l'activité des élèves*

Nous avons voulu respecter un des objectifs majeurs de « Tous Chercheurs » : « montrer la science telle qu'elle se construit »[293], donc mettre les élèves au plus près de la position de chercheurs. Dans les deux projets, le choix a été fait dès le départ de laisser une très grande liberté aux élèves, en adoptant une position très en retrait par rapport aux cours traditionnels et en guidant les élèves au minimum.

L'étalement des recherches dans le temps nous a permis de laisser les élèves travailler parfois longuement autour d'hypothèses ou de conjectures erronées (espérance du gain brut dans le premier problème de probabilités, interaction de Van Der Waals pour le mouvement brownien), ce qui est difficile dans le temps contraint de la classe. En responsabilisant les élèves sans intervenir pour leur indiquer des erreurs, nous les avons laissés eux-mêmes trouver des moyens de valider ou d'invalider leurs hypothèses. En référence à la dimension 3 du modèle ESFI, on se situe sans doute « au-delà » du mode 4.

Le travail de préparation en amont nous avait permis de prévoir la plupart des problématiques abordées par les élèves (les situations choisies étaient « faites pour ça »), mais pas d'anticiper toutes les difficultés rencontrées ou de prédire toutes les pistes que les élèves allaient suivre. Pour les enseignants, la phase préparatoire a été très délicate : elle a consisté à échafauder, pour chaque sujet, un ensemble de trames suffisamment vagues, jalonnées de

[293] http://www.aefe.fr/pedagogie/actions-pilotes-innovantes/app-monde/tous-chercheurs

points de convergence préétablis, trames assez vastes pour contenir les pistes envisageables par les élèves et assez souples pour rendre possibles des bifurcations au cours du projet.

Pour le mouvement brownien, les phases initialement prévues ont été suivies globalement : observations et hypothèses, construction d'un modèle, validation du modèle selon des critères réfléchis.

En mathématiques et philosophie, les difficultés rencontrées pour résoudre le premier problème nous ont surpris (le problème est suffisamment ouvert pour que d'excellents élèves n'utilisent pas spontanément les notions adéquates qu'ils maîtrisent en situation « scolaire »). Le temps passé sur le premier problème nous a conduits à restreindre le travail prévu sur les martingales. En revanche, la réflexion sur les notions philosophiques du probable et sur les textes historiques a été très efficace, d'où l'ouverture vers les domaines du raisonnement et des paradoxes. Le choix fait par les élèves d'approfondir ce dernier sujet montre le degré d'autonomie auquel ils ont accédé.

Les questionnements des élèves, leurs choix de sujets, traduisent une position très avancée dans la dimension 1 du modèle ESFI. Il faut cependant noter que si un travail d'analyse a priori est d'usage dans la recherche de problèmes ouverts en mathématiques (Arsac & Mante 2007), il est beaucoup plus complexe dans le cadre du dispositif « Tous Chercheurs » : d'une part, les domaines d'étude sont très peu balisés, d'autre part en raison d'éventuelles « perturbations » (apports extérieurs, sujets partiellement connus par un élève[294], etc).

Dans les deux projets, le *topo* des élèves est très important : on se situe à l'extrémité de l'axe « dimension 2 » du modèle ESFI :

> le problème est ouvert et les élèves ont à déterminer leur protocole et à choisir le matériel pour tester leurs hypothèses.

Enfin, les échanges oraux et productions écrites ont eu une place importante dans trois moments bien identifiés : échanges oraux lors des séances (entre pairs, avec les enseignants), productions écrites (pour la tenue du blog et la préparation du diaporama), explicitations orales (lors de la conférence et des réactions aux questions). En référence au modèle ESFI (dimension 5), l'engagement des élèves dans les activités de communication est poussé à son maximum :

> le mode ultime consiste à leur permettre de justifier leur point de vue en référence à des résultats ou à des savoirs.

4. *Limites du modèle ESFI pour l'analyse d'un tel dispositif*

Le modèle ESFI propose six dimensions, dont quatre ont été examinées. Les deux autres ne sont pas adaptées à notre expérience.

D'une part, la dimension 4 (diversité des élèves) ne peut être interrogée : l'hétérogénéité n'est pas celle que l'on peut rencontrer dans une classe ordinaire : les élèves des deux groupes sont tous d'un excellent niveau et sont restés motivés pendant toute la durée des projets (excepté les abandons).

D'autre part, faire référence à la dimension 6 (niveau d'explicitation des savoirs visés par l'enseignant) est complexe, car aucun savoir n'était visé *a priori*. L'objectif concernait davantage l'acquisition de méthodes, la découverte d'une activité de recherche dense et interdisciplinaire et, finalement, la construction de processus métacognitifs difficilement mesurables.

[294] L'ouverture de la boîte de Pandore du mouvement brownien a sans doute accéléré les recherches, sans pour autant compromettre le projet

IV. CONCLUSION

La très grande liberté laissée aux élèves dans l'élaboration des problématiques, dans les méthodes utilisées pour s'en emparer, l'absence de guidage strict de la part des enseignants, l'étalement des recherches dans le temps, le rôle joué par l'expérimentation, questionnent les méthodes d'enseignement habituelles. Par ailleurs, responsabiliser les élèves et orienter leur travail vers la recherche, non pas vers les résultats, et ceci en dehors de tout processus d'évaluation traditionnelle, a provoqué chez les élèves une réflexion importante sur la valeur de vérité des résultats énoncés et a permis de mettre en avant le fait que, dans une activité de recherche, les échecs importent autant que les réussites. Il ressort de cette expérience que les résultats obtenus par les élèves, sans être excessivement ambitieux, sont d'une grande solidité (éprouvée lors de la présentation en public) et nous faisons l'hypothèse que les méthodes utilisées pour chercher, émettre des conjectures, tenter de les (in)valider, seront mobilisables dans la scolarité future des élèves.

La confrontation de ces deux expériences au modèle ESFI montre, d'une part, que les élèves sont entrés dans une démarche d'investigation très consistante et, d'autre part, questionne la construction des savoirs, des attitudes et des compétences.

Dans l'expérimentation décrite ici, nous avons pu observer que l'immersion dans les problèmes historiques, la réflexion sur les questions sociales et épistémologiques dans le projet sur la prise de décision, le travail d'un processus de modélisation dans toute sa globalité dans le projet sur le mouvement brownien ont permis de « montrer la science telle qu'elle se construit ». Plus généralement, nous faisons l'hypothèse qu'un tel dispositif constitue une possibilité de favoriser la formation de l'esprit à la recherche et participe activement au décloisonnement disciplinaire.

Nous nous sommes limités à un rapport *a posteriori* d'une expérience ; une recherche approfondie portant sur ce dispositif permettrait d'étayer nos hypothèses. Outre la question des compétences construites dans le cadre de ce dispositif, reste ouverte celle de la possibilité de transposer certaines caractéristiques au cadre de la classe ordinaire, et en cohérence avec les recommandations des programmes de mathématiques.

REFERENCES

Arnoux P., Vaux L. (2012) Recherche en mathématiques pour les élèves du secondaire : l'exemple des stages Hippocampe. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT10, pp. 1282–1294), http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT10/GT10-pdf/EMF2012GT10ARNOUX.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

Arsac G., Mante M. (2007) *Les pratiques du problème ouvert*, Lyon : Scéren CRDP de Lyon

Bru B., Bru M.F., Chung K.L. (1999) *Borel et la martingale de Saint-Petersbourg*. In *Revue d'histoire des mathématiques*, n° 5, pp. 181–247., http://smf4.emath.fr/Publications/RevueHistoireMath/5/pdf/smf_rhm_5_181-247.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

Cléro J.-P. (1998) *Épistémologie des mathématiques*, Nathan

Commission Inter-Irem Lycée (2012) *Démarches d'investigation et résolution de problèmes : quelle place dans les travaux des IREM ?*, http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/Rapport_DI_et_RPB_pour_C2i.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

Dias T., Durand-Guerrier V. (2005) Expérimenter pour apprendre en mathématiques. *Repères IREM* n°60, p. 61-78, http://www.univ-irem.fr/reperes/articles/60_article_416.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

Dubois I. (2012) Démarche d'investigation en mathématiques : l'exemple des ateliers MATh.en.JEANS. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT10, pp. 1319–1329), http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT10/GT10-pdf/EMF2012GT10DUBOIS.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

Grangeat, M. (2013) Modéliser les enseignements scientifiques fondés sur les démarches d'investigation : développement des compétences professionnelles, apport du travail collectif. In M. Grangeat (dir.), *Les enseignants de sciences face aux démarches d'investigation*. Grenoble : Presses universitaires de Grenoble, pp. 155−184.

Grenier D. (2008) Expérimentation et preuve en mathématiques. In *Didactique, épistémologie et histoire des sciences*, collection « Science, histoire et société », direction Laurence Viennot, Presses universitaires de France.

Houdement C. (2012) Démarche expérimentale en résolution de problèmes. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT10, pp. 1389-1399), http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT10/GT10-pdf/EMF2012GT10HOUDEMENT.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

L'enseignement mathématique, n°6, 1904, http://retro.seals.ch/digbib/view?pid=ensmat-001:1904:6::492, consulté le 20 janvier 2015.

MEN (1996) Programmes de mathématiques de la classe de sixième, BO n° 25 du 20 juin 1996, http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/MO/IMO96005/IMO96005.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

MEN (2008) Programmes des enseignements de mathématiques, Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008, http://cache.media.education.gouv.fr/file/special_6/52/5/Programme_math_33525.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

Perrin D. (2007) L'expérimentation en mathématiques. *Petit x* n° 73, pp. 6-34, http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/73/73x1.pdf, consulté le 20 janvier 2015.

Rocard M., Cesrmley P., Jorde D., Lenzen, D., Walberg-Herniksson H., Hemmo V. (2007) *Science education NOW : A Renewed Pedagogy for the Future of Europe*. Retrieved March 2010, from http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_fr.pdf, consulté le 20 janvier 2015.