Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

ABORDER LES QUESTIONS DE TRANSITION DANS UNE PERSPECTIVE D'HARMONISATION

Claudia CORRIVEAU[*]

Résumé – La transition entre les mathématiques au secondaire et au postsecondaire est principalement étudiée sous l'angle de la différenciation : des façons de penser distinctes (Tall 1992), des mathématiques de natures différentes (Robert 1998), pour des contenus apparemment communs, des organisations mathématiques qui se distinguent (par exemple Bosch & al. 2004, Gueudet 2004; Winslow 2007); des cultures mathématiques différentes (Artigue 2004), etc. L'idée d'une articulation possible entre les ordres est rarement étudiée. Cette proposition présente une façon de mener d'aborder les questions de transition en introduisant une perspective d'harmonisation, dans laquelle le dialogue entre les enseignants des deux ordres est au premier plan et facilite l'émergence de nouvelles façons de faire des mathématiques à chacun des ordres.

Mots-clefs : Transition secondaire postsecondaire, manières de faire des mathématiques, perspective d'harmonisation, fonctions

Abstract – The transition between secondary and postsecondary levels is mainly looked at in terms of differentiations: different ways of thinking (e.g. Tall 1995); different natures of mathematics (Robert 1998); different mathematical organizations (e.g. Bosch & al. 2004); different mathematical cultures (Artigue 2004); etc. The idea of a possible harmonization between the levels is rarely studied. This paper presents a new way to work on transitional issues, introducing a harmonization perspective in which dialogue between teachers of both levels facilitates new ways of thinking and doing mathematics at their specific levels.

Keywords: Secondary-postsecondary transition, ways of doing mathematics, harmonization perspective, functions

I. INTRODUCTION

Des chercheurs de plusieurs pays soulignent que le passage du secondaire au postsecondaire est sensible pour les élèves qui n'en décodent pas toujours les nouvelles règles du jeu (Tinto 1993; Coulon 1993). C'est le cas notamment en mathématiques où cette transition constitue un enjeu de taille au regard de la réussite des élèves. Au Québec, plusieurs élèves ont des difficultés à cerner les exigences de certains cours à leur arrivée au collégial[1] (Chenard & al. 2007).

[*] Université Laval – Canada – claudia.corriveau@fse.ulaval.ca

[1] Tout en rejoignant les travaux menés dans d'autres pays sur la transition secondaire supérieur, cette étude s'inscrit dans un contexte spécifique, différent de celui de ces travaux. Au Québec, l'ordre collégial, d'une durée de deux ans (12^{e} et 13^{e} années) pour les programmes pré-universitaires (options sciences, sciences de la santé, sciences humaines), et de trois ans pour les programmes professionnels, suit le secondaire et est préalable à l'université. Il est attaché, tout comme

Corriveau C. (2015) Aborder les questions de transition dans une perspective d'harmonisation. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – Spé3, pp. 982-993.

Les moments de transition occasionnent en effet des difficultés importantes chez les élèves (Corriveau & Tanguay 2007; Najar 2011; Praslon 2000; Vandebrouck 2011*a*), mais aussi par leurs enseignants (Corriveau 2007, 2013). Cette transition a été abordée de diverses façons par les chercheurs en didactique des mathématiques. Plusieurs induisent des difficultés de transition par une étude des mathématiques au postsecondaire. Par exemple, Tall (1992, 1995) définit ce qu'est la pensée mathématique avancée en la différenciant des processus cognitifs élémentaires en mathématiques. De ce point de vue, la transition exige une reconstruction cognitive de la part des élèves. D'autres chercheurs s'entendent pour dire que la nature formalisatrice, unificatrice et généralisatrice (Robert 1998) des concepts abordés dans l'enseignement postsecondaire commande un niveau d'abstraction et de généralisation à la source de plusieurs difficultés des étudiants (Edward, Dubinsky & McDonald 2005; Harel & Tall 1991; Luk 2005). C'est en partant de leurs travaux, menés au postsecondaire, que les chercheurs cernent des problèmes et difficultés liés à la transition. D'autres ont considéré les deux ordres en étudiant la transition par le biais d'une comparaison des manuels et des tâches mathématiques des deux ordres autour de contenus spécifiques. Par exemple, en s'appuyant sur la théorie anthropologique du didactique (Bosch & Chevallard 1999) plusieurs chercheurs ont mis en lumière les organisations mathématiques à chacun des ordres. Bosch et al. (2004), Gueudet (2004), Najar (2011) et Winsløw (2007) viennent éclairer sur différents contenus, la nature différente des praxéologie mathématiques en jeu. D'autres études, centrées sur une analyse de tâches à propos d'un même contenu aux deux ordres, ont abordé cette transition par le concept de domaine de travail pour caractériser ces transitions. Vandebrouck (2011*b*) repère ainsi les différents « domaines de travail » (Robert 2003) autour du concept de fonction, du Lycée à l'université, en croisant une étude des travaux en didactique des mathématiques et une analyse des programmes, des manuels et des notes de cours.

Peu de travaux de recherche en didactique des mathématiques ont abordé la transition sous l'angle d'un rapprochement entre les ordres. Parmi les chercheurs qui se sont intéressés à cette question de l'articulation entre les deux ordres secondaire postsecondaire, figurent les études de Bloch (2000) et Praslon (2000) en regard de l'enseignement et l'apprentissage de l'analyse. Bloch (2000) a conçu et expérimenté deux situations d'enseignement dans une classe à la fin du lycée en France, documentant l'apport de celles-ci pour l'apprentissage des élèves. Ces résultats ont été mis en relation avec les connaissances préalables que requiert le cours d'analyse à l'université, connaissances qu'elle a mises en évidence par l'analyse de transcriptions de cours et de productions d'étudiants universitaires dans ces cours. Bloch conclut qu'il est possible de mettre en place, pour les élèves de la fin du secondaire, un enseignement de l'analyse à la jonction secondaire-postsecondaire. Quant à Praslon, en plus d'une étude comparée de tâches de manuels du lycée et d'universités en analyse, il a proposé à des étudiants de première année universitaire des ateliers en petits groupes autour de tâches préparant à la transition. Ces ateliers, conçus par le chercheur, ont été élaborés suite à l'analyse comparative des tâches aux deux ordres. Selon Praslon, dans le domaine de l'analyse, le passage du secondaire au postsecondaire s'accompagne d'une accumulation de

---

l'université, à l'enseignement supérieur. Les établissements d'enseignement collégial, créés à la fin des années 1960, sont indépendants des instances secondaires (7e à 11e années) et universitaires et mènent, comme le secondaire et l'université, à une diplômation qui leur est propre (diplôme d'études collégiales, DEC). Les enseignants du collégial ont une formation disciplinaire (maîtrise en mathématiques, en littérature, en histoire géographie, etc) et ont accès à des subventions de recherche. Mais contrairement à l'université, ils ne sont pas tenus de faire de la recherche. Il peut donc paraître délicat de parler du phénomène de transition interordres d'un point de vue international, les institutions scolaires, comme le souligne Gueudet (2008), différant d'un pays à l'autre.

micro-ruptures. Praslon confirme l'existence d'un « vide didactique »[2] que les étudiants doivent eux-mêmes combler dans la transition. Les expérimentations réalisées par Bloch, au secondaire, et Praslon, à l'université, sont des tentatives en ce sens pour ne pas laisser ce vide didactique à la seule charge des élèves, et faciliter le passage du secondaire au postsecondaire, en lien dans ce cas avec l'apprentissage de l'analyse.

Remarquant que les enseignants sont peu présents dans les travaux à propos de la transition, dans notre recherche, nous avons voulu considérer leurs points de vue pour travailler autour de cette question. Leur expérience d'enseignement peut certainement être mise à profit dans l'exploration de ce qui peut être fait à leurs niveaux respectifs pour surmonter les problèmes de transition. Pour cette raison, nous avons également engagé un dialogue entre les enseignants des deux ordres. Ces enseignants ne travaillent habituellement pas ensemble; ils vivent dans des mondes différents ou dans des cultures mathématiques différentes (Artigue 2004). Ils ont peu d'occasions d'échanger autour de l'enseignement des mathématiques. Comme le soulève Bednarz (2008) en ce qui a trait à la transition primaire secondaire, et qui est tout aussi pertinent pour la transition secondaire collégial, « un tel isolement est peu propice à une transition harmonieuse pour les élèves » (p. 2).

Ces deux considérations (travailler avec des enseignants et engager un dialogue) a permis, d'une part, l'exploration de ce qui se fait aux deux ordres, mais, d'autre part, a permis d'aller plus loin dans une perspective d'harmonisation. C'est ce dont il est question dans cette proposition. Lorsque des enseignants des ordres secondaire et collégial explorent ensemble la transition, de quelles façons l'harmonisation est-elle approchée dans cette exploration ? Comment se développe-t-elle ?

II. UNE RECHERCHE COLLABORATIVE POUR UNE FAVORISER LE DIALOGUE ENTRE DES ENSEIGNANTS DES DEUX ORDRES

Un groupe de six participants (trois enseignants du secondaire et trois enseignants postsecondaires) ont été invités à se joindre à un projet de recherche collaborative, dispositif de recherche dans lequel le chercheur travaille avec les praticiens sur une question liée à leur pratique (Bednarz 2013; Desgagné 2001). Ici, il s'agissait de créer un groupe d'enseignants du secondaire et du collégial autour de la transition. Pour travailler avec les enseignants, un objet précis d'étude lié à leur pratique a été choisi. Comme nous le disions, Artigue (2004) traite de questions de transition en termes de culture mathématique, reprenant les travaux de Hall (1959). Artigue a tenté de caractériser la culture mathématique du secondaire basé sur une analyse de son programme (la partie explicite de la culture). Toutefois, selon Hall, ce sont les « manières de faire » implicites qui conduisent aux plus grandes différences culturelles. Dans la salle de classe, les enseignants font des mathématiques d'une certaine manière et font faire des mathématiques à leurs élèves. Donc, nous avons décidé de travailler sur les questions de transition par le biais des « manières de faire des mathématiques » des enseignants à chaque ordre. Des contenus mathématiques ont aussi été négociés au sein du groupe. Le thème des fonctions a été retenu par les enseignants des deux ordres. Le projet s'est déroulé sur un an. Il y avait des réunions régulières: une réunion pour expliquer le projet et six journées complètes (de 7 heures) pour travailler autour de la transition. Toutes ces réunions ont été enregistrées et transcrites.

---

[2] Selon l'analyse des tâches qu'a faite Praslon (2000), les tâches du postsecondaire sont tout à fait inhabituelles pour les étudiants qui arrivent du lycée. Du point de vue de l'activité mathématique (comme le degré de généralité, l'usage du formalisme, etc.), ces tâches ne sont pas maîtrisées par les étudiants du Lycée. Or, ces tâches ne font pas l'objet d'une gestion particulière dans la transition, ce qui crée un « vide didactique ».

III. FONDEMDENT THÉORIQUE : L'ETHNOMÉTHODOLOGIE

Dans le cadre de notre recherche, nous avons fait appel à des horizons épistémologiques, théoriques et conceptuels en accord avec notre position initiale, soit celle de considérer les enseignants comme des acteurs clés pour l'étude des transitions (on ne peut s'inspirer de cadres théoriques dans lesquels l'enseignant, ou l'acteur ne serait pas central et où son expertise ne serait pas reconnue). L'ethnométhodologie (Garfinkel 1967) fournit des éléments pertinents pour mieux comprendre, d'un point de vue théorique, comment se constituent les manières de faire des mathématiques des enseignants dans le cadre de leurs pratiques quotidiennes. D'un point de vue terminologique, ethnométhodologie renvoie à « ethnométhodes », et à « logie » et signifie donc l'étude des ethnométhodes. L'ethnométhodologie n'est donc pas une méthodologie de recherche, mais elle sert de fondement conceptuel en se proposant d'étudier les façons de faire banales que les acteurs mobilisent afin de réaliser leurs actions de tous les jours (Coulon 1993).

En ethnométhodologie, on conçoit toute activité socialement organisée comme continuellement en train de se faire, constamment constituée et actualisée par les acteurs : un monde d'interactions sociales perçues et interprétées par les acteurs en continuelles négociation et construction de sens. Dans cette perspective, le point de vue des acteurs est central puisque c'est en assignant un sens à ce qui les entoure qu'ils constituent leur monde social (Coulon, 1993), ou toute activité organisée (comme enseigner les mathématiques pour un enseignant). On accorde en ce sens une grande importance à la rationalité de l'acteur, laquelle selon Garfinkel, « situe le thème central de [ses] recherches : ce caractère rationnel des descriptions d'actions pratiques, vu comme résultat d'une performance pratique et continue » (Garfinkel 1967, p. 13).

À partir du concept central d'ethnométhode, nous avons développé, dans le cadre de la recherche, le concept d'ethnométhodes mathématiques (Corriveau 2013; Corriveau & Bednarz 2013), qui sont les MFM mobilisées par les enseignants dans leur vie de travail quotidiennes. Ces ethnométhodes mathématiques concernent donc l'action : des MFM partagées par des enseignants d'un niveau spécifique, supportées par un *rationnel* et liées à des *circonstances* particulières (des circonstances qui délimitent les MFM). Le concept d'ethnométhode est aussi lié à l'acteur dans la mesure où les manières de faire reposent sur les capacités interprétatives des enseignants qui reconnaissent, constituent et actualisent ce qui signifie que « faire des mathématiques » à leur ordre donné. Cette théorie est susceptible d'être utile dans la compréhension de « manières de faire » familières pour des enseignants d'un même ordre (par exemple quelles sont les MFM en lien avec les fonctions à chaque ordre), mais permet par ailleurs de considérer les nouvelles « manières de faire » susceptibles d'être développées à travers l'exploration conjointe de la transition par les enseignants.

L'exemple des MFM autour des fonctions

Le thème des fonctions a occupé une place prépondérante dans le cadre des rencontres de l'activité réflexive[3] (plus du tiers des séances). Le dialogue a tourné autour des activités habituelles des enseignants en lien avec les fonctions : la chercheuse a présenté les tâches, comme base de discussion, développées autour d'actions que les enseignants posent quotidiennement dans leur pratique (choisir des tâches, anticiper le travail des élèves,

[3] Il a été retenu par les enseignants lors d'une rencontre d'information. Ce contenu apparaît important dans l'activité professionnelle des enseignants du secondaire (il fait partie des programmes de 4^{e} et 5^{e} secondaires, en constitue une partie importante en termes de temps) et dans celle du collégial (il est repris dans les deux premiers cours de calcul différentiel et intégral du cégep). Comme ce contenu est commun aux deux ordres, il était intéressant de s'y intéresser pour comprendre les MFM qui se constituent à propos des fonctions à chacun des ordres.

organiser un enseignement). Avant d'entreprendre un travail d'harmonisation, il nous a fallu comprendre les MFM autour des fonctions à chacun des ordres. Ces MFM ont été explicitées à travers ces tâches et la première partie de notre travail d'analyse a été de mettre en évidence un certain territoire[4] de MFM avec des fonctions à chaque ordre. Le tableau 1 présente un bref aperçu du territoire de chaque ordre (voir Corriveau 2013).

Territoire des enseignants du secondaire	Territoire des enseignants du collégial
MFM Les enseignants impliqués dans la recherche associent une table de valeurs, un graphique ou une expression algébrique à une fonction (à l'étude). Ils esquissent le graphique d'une fonction à partir d'un tableau de valeurs ou une expression algébrique (en utilisant les paramètres, dans la forme canonique). Ils utilisent une certaine symbolisation pour représenter la fonction de base (par exemple, $f(x) = x^2$) et ils introduisent progressivement les paramètres pour représenter toutes les fonctions possibles (dans la famille des fonctions quadratiques par exemple, $f(x) = a(bx\text{-}h)^2 + k$).	MFM Les enseignants du collégial ayant participé à la recherche mentionnent qu'ils retracent le comportement de n'importe quelle fonction à partir d'une expression algébrique. Ils mobilisent des outils pour retracer le comportement d'une fonction et pour tracer le graphique. Ils anticipent les comportements limites d'une fonction en tout point, à partir d'une expression algébrique ou d'un graphique.
Rationnel lié à des considérations institutionnelles Les différentes représentations sont considérées comme un moyen de donner un sens à chaque groupe de fonctions à étudier (par exemple une fonction quadratique a ce genre de forme sur un graphique, ce type de variation dans le tableau de la valeur, et est identifiable par ce type d'expression algébrique).	**Rationnel de l'ordre d'exigences institutionnelles** Un des buts du cours de calcul différentiel est de tracer le graphique d'une fonction complexe et donc, d'arriver à comprendre son comportement. De plus, ils veulent préparer les étudiants à des études scientifiques à l'université.

Tableau 1 - *Territoires à propos du travail sur les fonctions (et les représentations) constitué par les enseignants*

Dans le cadre de la deuxième rencontre, nous avons commencé à travailler sur l'harmonisation.

IV. RECONSTRUCTION D'UNE TRAJECTOIRE D'HARMONISATION A PROPOS DES FONCTIONS

De l'analyse, nous avons pu reconstruire une trajectoire d'harmonisation en trois temps : (A) un premier temps dans lequel vont émerger des idées clés qui serviront de tremplin dans la construction qui suivra; (B) un deuxième temps portant sur les modes de représentation (tableaux de valeurs et tableaux de variation) qui sert à enrichir la construction amorcée au temps 1; et (C) un troisième temps d'élaboration de tâches concrètes par les enseignants du secondaire et du collégial. Chaque temps se décline en plusieurs *moments clés* dans cette trajectoire. Dans le cadre de cette proposition, nous présentons le premier temps de la trajectoire qui se décline en trois moments.

La reconstitution de ce premier temps est issue des données provenant de la discussion entre un enseignant du secondaire (Scott) et deux enseignantes du collégial (Corinne et Colette) lors d'une deuxième rencontre.

[4] Le territoire est une métaphore parlante pour signifier l'idée d'une « terre » qu'on organise, qu'on aménage pour y « vivre » (Raffestin, 1981). C'est un espace en continuelle organisation. Autrement dit, les enseignants organisent, de manière cohérente, un territoire familier à propos des fonctions, dans lequel ils se reconnaissent entre enseignants d'un même ordre. Le « voyageur » étranger ne s'y reconnaîtra pas nécessairement.

1. *Moment 1 : émergence d'une première idée clé (importance du registre graphique)*

Ce premier moment de la trajectoire s'est constitué dans des discussions informelles entre les enseignants. L'analyse des échanges fait ressortir progressivement l'importance du registre graphique pour les enseignants et éventuellement les raisons d'un tel choix. Le graphique apparaît pour les enseignants comme un mode « parlant » pour les élèves. Scott relate que ses élèves peuvent résoudre des systèmes de deux équations aisément de manière algébrique, mais qu'ils sont incapables d'interpréter les résultats : « Algébriquement ce qu'on obtient c'est spécial [fait référence à une résolution qui donnerait par ex. 0 = 7] ça fait comme si on s'était trompé. Graphiquement, certains se rendent compte pourquoi : 'ah, c'est parce que c'est parallèle, y'a pas de point de rencontre' ». Ainsi, Scott mentionne qu'il travaille la résolution dans le graphique (en articulation avec la résolution algébrique), un registre « parlant » pour donner sens à l'interprétation algébrique (*donner sens*, rationnel invoqué par les enseignants du secondaire). Lorsque la chercheuse reprend les propos de Sam « donc graphiquement, il y a quelque chose qui 'parle' aux élèves alors qu'algébriquement ça n'est pas nécessairement le cas ? », Corinne enchaîne en relatant un événement dans lequel elle avait demandé aux étudiants de trouver un domaine. Ceux qui avaient utilisé un graphique avaient tous réussi. Elle aussi confirme que le mode graphique est « parlant » pour trouver les caractéristiques de la fonction (ici le domaine). On retrouve donc ce que les enseignants du collégial recherchent dans un mode de représentation (*retracer le comportement en tout point du domaine*, MFM).

Cet élément central restera dans la trajectoire à venir : **celui du mode graphique comme d'un mode « parlant » pour les élèves et les étudiants.** Il s'agit en effet d'un élément sur lequel les enseignants s'entendent (un mode de représentation important aux deux ordres).

2. *Moment 2 : des constatations de part et d'autre et la création d'un contraste et d'un vide à combler*

Lors de la première rencontre, les enseignants parlaient déjà du registre graphique comme d'un registre important dans le contexte des fonctions et la chercheuse avait senti le besoin, en lien avec le travail amorcé, de demander aux enseignants ce que signifiait travailler avec les fonctions à leur ordre. Cette question, lancée dans l'action avait pour but de faire apparaître des MFM en lien avec les fonctions via des attentes et un rationnel, de façon à dégager les éléments importants à chacun des ordres.

La chercheuse a noté au tableau ce qui ressortait globalement (dans ce qui était alors dit) pour le secondaire et le collégial, s'assurant que les enseignants se reconnaissaient bien dans ce qu'elle écrivait (voir figure 1). La chercheuse voulait que cette figure soit utilisée comme base de réflexion dans une perspective d'harmonisation. À gauche, elle a écrit sommairement ce qui se fait au secondaire autour des fonctions, et à droite, ce qui se fait au collégial. La question mise en avant était donc : *comment au secondaire s'approcher du collégial, et au collégial, s'approcher du secondaire ?*

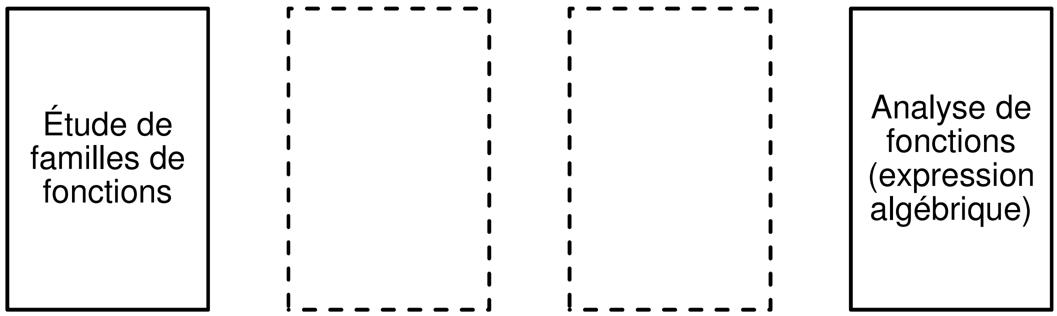

Figure 1 *- Schéma 1 utilisé comme base de réflexion*

Il est intéressant de constater ici que plusieurs façons schématiques de lier le secondaire et le collégial auraient pu être mis en avant par la chercheuse. **Implicitement, en faisant ce schéma, elle met en œuvre une façon de concevoir l'harmonisation (qui se place, pour elle, à chacun des ordres) et essaie d'établir des ponts, de se rapprocher de l'autre.** D'autres schémas auraient en effet été possibles. Par exemple, en mettant ce qui se fait au secondaire et au collégial côte à côte (sans les rectangles vides au centre), l'exercice de lier la manière de travailler les fonctions à chacun des ordres aurait pu conduire à penser l'harmonisation dans le sens suivant : qu'est-ce qui prépare à quoi ou qu'est-ce qui est le prolongement de quoi ? Ou encore comment passer de l'un à l'autre ? L'utilisation d'un seul rectangle vide aurait pu mener à tenter de trouver des manières de travailler communes aux deux ordres. La figure retenue dans l'action par la chercheuse n'est donc pas anodine : elle a orienté la réflexion autour de la perspective d'harmonisation d'une certaine façon; elle sous-entend en effet « qu'est-ce qui n'existe ni au secondaire, ni au collégial, et qui pourrait se situer entre les deux, dans le territoire du secondaire ou dans celui du collégial. » Les liens à créer sont en dehors de ce qui se fait au secondaire et au collégial mais en même temps, doivent être plausibles au secondaire (dans le cas du premier rectangle vide) et au collégial (dans le cas du deuxième rectangle vide).

3. Moment 3 : des ponts possibles à chacun des ordres pour se rapprocher de l'autre

Une discussion autour des liens entre ce qui se fait de part et d'autre sur les fonctions (au secondaire et au collégial) a suivi. Scott met alors en évidence ce à quoi on s'attend de l'élève au secondaire : qu'il connaisse et soit capable d'identifier différents modèles de fonctions de base. Il mentionne de plus qu'ultimement, même si l'élève est confronté à un mélange de fonctions (il fait référence au travail qui l'attend au collégial), il doit se dire « une x carré par une racine de x [$x^2\sqrt{x}$], ça ne m'énerve pas parce qu'une $\sqrt{x}$, je sais c'est quoi et un x^2 aussi » (Scott, reprenant les propos fictifs d'un élève). Or, en réalité, dit-il, « on ne le fait vraiment pas dans cette optique-là ». Ce que Scott affirme, c'est que les opérations sur les fonctions ne sont pas vues comme la création de nouvelles fonctions à partir de celles déjà connues. La chercheuse, ayant en tête le registre graphique comme élément important aux deux ordres, mentionne : « si c'est un mode de représentation parlant, est-il possible de voir graphiquement l'effet de l'opération proposée par Scott dans un graphique » ? Elle tente en ce sens d'établir un premier pont : elle propose en fait de faire les « mélanges » dont parle Scott, dans un mode de représentation important aux deux ordres.

Scott	Moi, définitivement, c'est ce que je vois. Sans aller jusqu'à…[il pointe au tableau, le rectangle de droite], je ne ferais pas du collégial. On a vu des fonctions [fait référence aux différentes fonctions de base] et on essaie de passer au moins une période là-dessus : on essaie de mélanger des fonctions. On a vu quelque chose de nouveau [sous-entendu une nouvelle fonction à l'étude] et on essaie de mélanger dès que c'est

possible. Puis, trouver une façon de présenter à quoi ça ressemble [sous-entendu dans le graphique].

Colette — Puis quand on arrive dans le cours NYA [cours de calcul différentiel], ça fait longtemps que je ne l'ai pas enseigné, mais quand on arrive avec des fonctions comme sécante, 1/cos, il y a toute cette histoire de $1/x$ [sous-entendu que les élèves ont vu au secondaire, c'est ce qu'ils voient dans l'expression donnée $1/\cos x$], mais c'est pas $1/x$, c'est une autre fonction, donc la logique [comment retrouver le graphique de 1/cos en réfléchissant au comportement de $1/x$] doit être là parce qu'on l'applique, dans le fond.

Chercheuse — $1/\cos x$, est-ce que c'est vu au secondaire ?

Scott — La définition de cosécante est vue, mais pas la fonction.

Dans ce que dit Scott, on voit apparaître des MFM proches de celles du collégial : « mélanger »[5] des fonctions (travailler avec des fonctions qui ne sont pas juste des fonctions de base) et retracer le comportement (regarder à quoi ça ressemble) graphiquement. L'idée de construire le « mélange » est une idée intéressante pour Scott. Pour Colette aussi qui réagit, laissant apparaître l'intérêt pour le collégial. Elle met en évidence une difficulté des étudiants dans le passage au collégial : voir $1/\cos x$ comme $1/x$.

La chercheuse écrit alors au tableau (figure 2) ce qui ressort en ajoutant « dans le registre graphique » puisque c'est ce qui semble être parlant pour les élèves. Selon Scott, dans les manuels le travail se fait algébriquement, essentiellement. Scott suggère aussi d'ajouter les réciproques des fonctions : « C'est comme une tradition que tout le monde ne remet pas en question, ça va bien ensemble. Au secondaire, on va faire les opérations sur les fonctions, les compositions et les réciproques ». Ce faisant, Scott ouvre les possibilités du secondaire, il reste en quelque sorte sur **le territoire du secondaire (après tout, les opérations sur les fonctions, la composition, les réciproques sont au programme), mais il a maintenant un nouvel horizon, celui du collégial pour voir autrement ce territoire, lui donner un nouveau sens.**

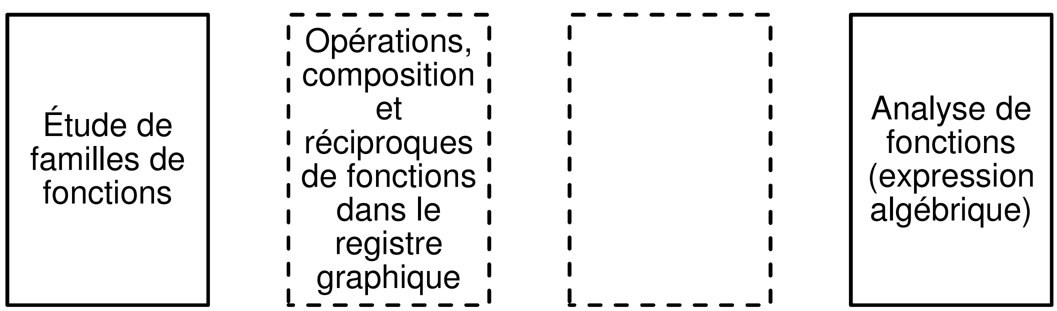

***Figure 2** - Schéma 2 utilisé comme base de réflexion*

La discussion porte ensuite sur le rectangle vide restant, pour le collégial. La discussion tourne autour de l'utilisation des paramètres. On essaie de faire le lien entre le secondaire via les paramètres (écriture canonique d'une fonction) puisqu'ils sont beaucoup utilisés (il en avait d'ailleurs été question à la première séance). Comment les réinvestir ? Cette avenue paraît peu prometteuse dans la mesure où les enseignants du collégial n'en voient pas l'intérêt, comme l'explicite Corinne : « on ne fera pas de retour sur les paramètres, on ne réinvestit pas la partie faite sur les paramètres. On n'en a pas vraiment besoin au collégial ». Ceci met en évidence qu'**il y a recherche de quelque chose de plausible, pertinent pour sa**

[5] Terme introduit par Sandra, du secondaire, à la première séance pour exprimer ce que les enseignants du secondaire font (« toi [au collégial], dans le fond, tu mélanges un paquet de fonctions »).

pratique. On cherche à aller vers l'autre, mais tout en restant cohérent dans son propre territoire.

Colette fait une proposition. Elle propose d'écrire dans le dernier rectangle de droite $\frac{x^3}{1-x^2}$ en mentionnant qu'elle voit une sorte de progression. Elle mentionne qu'au collégial, on pourrait revoir le tracé des fonctions de base avec les paramètres (entendus comme les paramètres tels qu'ils sont utilisés au secondaire), et passer à une fonction où ce n'est plus possible de réfléchir comme au secondaire (avec les paramètres) pour tracer son graphique. La chercheuse écrit la suggestion (voir figure 3, 3e rectangle).

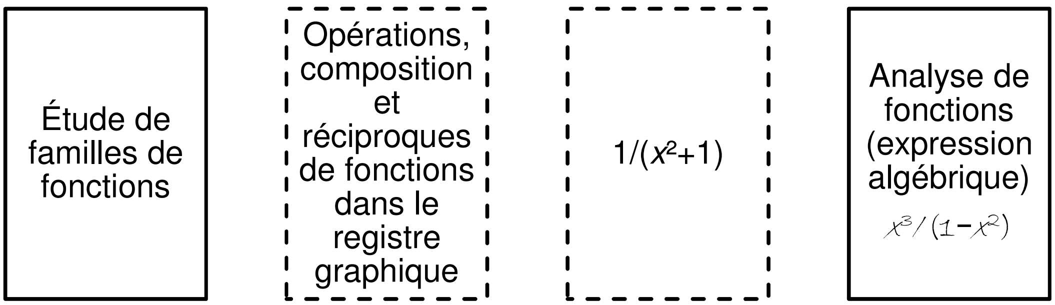

Figure 3 - *Schéma 3 utilisé comme base de réflexion*

Colette amène cette idée en relatant une expérience vécue : « Moi je voyais $1/(x^2+1)$. Je sais qu'en *Calcul intégral*, quand les étudiants m'arrivaient, ils avaient un truc à faire, je ne me rappelle plus exactement quoi, trouver une intégrale… Ils ne savaient pas comment tracer ça. Il y avait tellement d'étudiants qui venaient à mon bureau. Puis là, c'était pas le temps de commencer à prendre la dérivée première et la dérivée seconde. C'était pas ça ! Puis c'était pas non plus une fonction avec les paramètres [comme au secondaire] donc, quelque part, il fallait une intuition… ».

Dans ce que propose Corinne, il y a cette idée d'ébranler la conception que l'étude des paramètres donne accès à toutes les fonctions. Il est intéressant de constater qu'elle fait cette suggestion à la suite du commentaire de Corinne qui mentionne qu'au collégial, on ne réinvestit pas les paramètres. Ainsi, **une façon de passer à autre chose est d'ébranler la conception que l'étude des paramètres donne accès à toutes les fonctions, de mette à l'épreuve cette conception, bref de la problématiser.** Avec l'exemple proposé par Colette ($1/(x^2+1)$, tracer un graphique à l'aide des paramètres (déplacements horizontaux et verticaux, dilatation, contraction) n'est plus possible (par exemple à partir de $1/x^2$). En effet, bien qu'en apparence la fonction ressemble à ce qui pourrait être vu au secondaire, ça ne fait pas partie du territoire du secondaire. Or, Colette mentionne que ça ne relève pas non plus du territoire du collégial. Il s'agit donc, selon elle, d'un « entre-deux ». Comment tracer le graphique de ces fonctions qui ne sont ni du territoire du secondaire, ni de celui du premier cours de calcul au collégial. Un nouveau travail émerge de cette réflexion, celui de **développer une manière différente d' « analyser » ou de retracer le comportement d'une fonction pour en esquisser le graphique (intuitivement).** On voit par ailleurs que tout le travail fait jusqu'à maintenant s'appuie sur un mode de représentation particulier, le graphique, qui sert de « pont ».

On constate, à cette étape, que chacun vise l'ordre de l'autre dans sa démarche, mais en s'appuyant sur des éléments qui relèvent de son propre ordre : un « mélange » de fonctions (plutôt de l'ordre du collégial) mis en relation avec les opérations sur les fonctions (vues au secondaire) pour l'ordre secondaire; et ébranler le concept de paramètres (plutôt de l'ordre du secondaire) en analysant de nouvelles fonctions autrement qu'avec les outils du calcul, plus intuitivement (retracer le comportement d'une fonction) pour l'ordre collégial. Du point de l'harmonisation, il s'agit en quelque sorte de **rester dans le territoire à un ordre donné, mais un territoire ayant comme horizon le territoire de l'autre ordre, et parfois même d'élargir ce territoire (au collégial).**

En effet, ce que propose Colette fait partie d'un territoire élargi pour le collégial. En ce sens, le schéma proposé oriente en quelque sorte la lecture du « vide » à combler. Développer une intuition pour comprendre le comportement d'une fonction à partir d'une expression algébrique et permettre d'esquisser directement le graphique sans passer par les paramètres (puisqu'ils sont inopérants ici), non plus que par l'attirail d'outils du premier cours de calcul (la dérivée et tout ce qui vient avec), un tel travail avec cet 'attirail' faisant partie des compétences attendues dans le cours de calcul différentiel. De plus, ce que Colette propose d'ajouter dans le dernier rectangle (celui du collégial), l'expression $x^3/(1-x^2)$, est pour elle l'occasion de susciter chez les étudiants un besoin pour la création de nouveaux outils qui permettront de savoir à quoi ressemble le graphique, et même de le tracer de façon relativement fiable. Pour Colette, l'intuition n'est plus suffisante ici.

V. CONCLUSION : QU'APPORTE CETTE RECONSTRUCTION DE LA TRAJECTOIRE D'HARMONISATION ?

La première partie de la trajectoire d'harmonisation visant l'émergence d'idées nouvelles, se développe autour de l'identification de liens (la représentation graphique), la création d'un contraste dans la discussion à propos des MFM autour des fonctions (un vide à combler) et enfin, la construction de ponts. Cette reconstruction fait apparaître un maillage entre les contributions des uns et des autres dans cette tentative d'harmonisation, celles des enseignants, mais celle aussi de la chercheuse. Une certaine conception de l'harmonisation insufflée par le schéma retenu, qui va agir comme ressource structurante dans la manière dont les uns et les autres vont s'engager dans ce travail d'harmonisation; des éléments de transition ramenés dans la construction (le travail dans le registre graphique pour par exemple les opérations sur les fonctions; le travail sur le tableau de valeurs et de variation). La chercheuse identifie des problèmes liés à la transition, identifie un vide que les enseignants des deux ordres, avec leurs idées et leur expertise respective, aident à combler. Les enseignants constituent les liens en revisitant leur territoire avec comme nouvel horizon le territoire de l'autre.

REFERENCES

Artigue M. (2004) *Le défi de la transition secondaire/supérieur : Que peuvent nous apporter les recherches didactiques et les innovations développées dans ce domaine.* Texte de la communication présentée au 1er Congrès Canada-France des sciences mathématiques, Toulouse.

Bednarz N. avec la collaboration de Auclair M., Barrette M.A., Lafontaine J., Péloquin M.È., Rodrigue I., Leroux C., Morelli C. (2008) Une expérience de collaboration enrichissante en enseignement des mathématiques. *Vie pédagogique* 147, 43-51.

Bednarz N. (2013) *Recherche collaborative et pratique enseignante: regarder ensemble autrement*. Paris : L'Harmattan.

Bloch I. (2000) *L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée / université : savoirs, connaissances et conditions relatives à la validation*. Thèse de doctorat inédite. Université Victor Segalen, Bordeaux 2, France.

Bosch M., Fonseca C., Gascon J. (2004) Incompletud de las organizaciones atematicas locales en las instituciones escolares. *Recherches en didactique des mathématiques* 24(2-3), 205-250.

Bosch M., Chevallard Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(1), 77-123.

Chenard É., Francoeur, Doray P. (2007) Les transitions scolaires dans l'enseignement postsecondaire : normes et impacts sur les carrières étudiantes. *Notes de recherche du CIRST*. http://www.cirst.uqam.ca/Portals/0/docs/note_rech/2007_04.pdf

Corriveau C. (2013) Des manières de faire des mathématiques comme enseignants abordées dans une perspective ethno-méthodologique pour explorer la transition secondaire collégial. Thèse de doctorat inédite. Québec : Université du Québec à Montréal.

Corriveau C. (2007) *Arrimage secondaire-collégial : démonstration et formalisme*. Mémoire de maîtrise inédit. Montréal : Université du Québec à Montréal.

Corriveau C., Tanguay D. (2007) Formalisme accru du secondaire au collégial : les cours d'Algèbre linéaire comme indicateurs. *Bulletin AMQ* XLVII(1), 6-25.

Corriveau C., Bednarz N. (2013) Manières de faire des mathématiques comme enseignants : une perspective ethnométhodologique. *For the Learning of Mathematics* 33(2), 24-30.

Coulon A. (1993) *Ethnométhodologie et éducation*. Paris: Presses universitaires de France.

Desgagné S. (2001) La recherche collaborative : une nouvelle dynamique de recherche en éducation. In Anadón M. (Ed.) *Nouvelles dynamiques de recherche en éducation* (pp. 51-76). Québec : Les presses de l'université Laval.

Edwards B. E., Dubinsky E., Mc Donald M. A. (2005) Advanced mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(1), 15–25.

Garfinkel H. (1967) *Studies in Ethnomethodology*. New Jersey : Prentice-Hall. [Trad. Barthélemy M., Beaudoin D., de Queiroz J.-M., Quéré L. (2007) *Recherches en ethnométodologie*. Paris : Presses Universitaires de France].

Gueudet G. (2004) Rôle du géométrique dans l'enseignement de l'algèbre linéaire *Recherchen en didactique des mathématiques* 24(1), 81-114.

Hall E. T. (1959) *Le langage silencieux* [traduction 1984]. Paris: Seuil, Points.

Harel G., Tall D. (1991) The general, the abstract, and the generic in advanced mathematics. *For the learning of mathematics* 11(1), 38-42.

Luk H. S. (2005) The gap between secondary school and university mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 36(2-3), 161-174.

Najar R. (2011) Notions ensemblistes et besoins d'apprentissage dans la transition secondaire-supérieur. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* 11(2), 107-128.

Praslon F. (2000) *Continuités et ruptures dans la transition Terminale S / DEUG Sciences en analyse : Le cas de la notion de dérivée et son environnement*. Thèse de doctorat inédite. Paris : Université Paris 7.

Robert A. (2003) Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième: l'organisation des connaissances en niveaux de conceptualisation. *Petit x* 63, 7-29.

Robert A. (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques* 21(1-2), 57-80.

Tall D. (1992) The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof. In G. D.A. (Ed.) *Handbook of Research on MathematicsTeaching and Learning* (pp. 495–511). New York : Macmillan.

Tall D. (1995) *Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking.* Paper presented at the Conference of the International Group for the Psychology of Learning Mathematics, Recife, Brazil.

Tinto V. (1993) *Leaving college: Rethinking the Causes and Curses of Students Attrition*. Chicago & London: Chicago University Press.

Vandebrouck F. (2011*b*) Students conceptions of functions at the transition between secondary school and university. In Pytlak M., Rowland T., Swoboda E. (Eds.) *Proceedings of CERME 7* (pp. 2093-2102). Rzesvow, Pologne : University of Rzesvow.

Vandebrouck F. (2011*a*) Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 16, 149-185.

Winsløw C. (2007) Les problèmes de transition dans l'enseignement de l'analyse et la complémentarité des approches diverses de la didactique. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 12, 195-215.