

# Enseigner et Apprendre des Mathématiques avec les TICE, le cas des fonctions avec Casyopée

Bernard Le Feuvre- Jean Baptiste Lagrange- Roselyne Halbert- Marie Catherine Manens- Christine Le Bihan- Xavier Meyrier- Trân Kiêm Minh  
Groupe IREM de Rennes – Institut Français de l'Éducation

## Casyopée

est un logiciel libre et gratuit pour l'apprentissage des fonctions au lycée. Il vise à faciliter les explorations numériques, graphique et formelle de ces objets mathématiques. Un module de géométrie dynamique, intégré dans l'environnement Casyopée, offre la possibilité d'explorer et modéliser fonctionnellement des situations géométriques.

Casyopée est orienté vers la résolution de problèmes sur et avec des fonctions, la modélisation et la preuve. Il apporte des aides spécifiques à l'élève dans ces activités grâce au calcul formel.

Avec Casyopée, la puissance n'est synonyme ni de complexité, ni d'absence de rigueur :

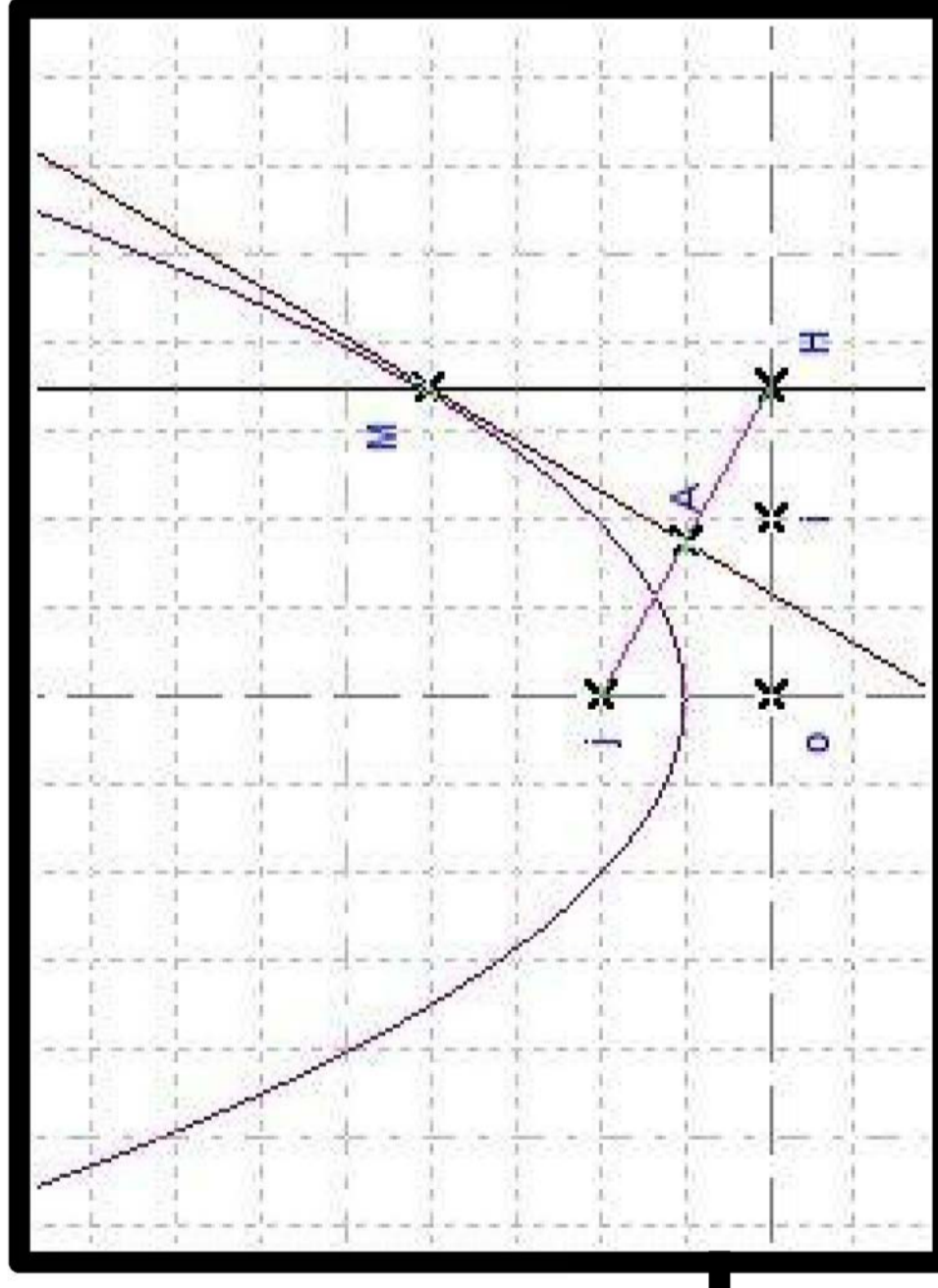
- les choix de représentation sont conformes aux habitudes en mathématiques au lycée ;
- Casyopée se pilote simplement, sans langage de commande ;
- Il s'agit d'aider l'élève et non de le contraindre.

Choix Variable Créer Valeur Créer fonction Options  
 $x_1 = \frac{2}{3}$   
 $x_2 = 1$

Nouvelle fonction de domaine  
 $]-\infty; \frac{2}{3}[ \cup ]\frac{2}{3}; \infty[$   
 $f(x) = \frac{x+1}{3x-2}$   
 dérivée f :  
 $\frac{1}{3x-2} - \frac{3(x+1)}{(3x-2)^2}$

Nouvelle fonction de domaine  
 $]-\infty; \frac{2}{3}[ \cup ]\frac{2}{3}; \infty[$   
 $f'(x) = \frac{1}{3x-2} - \frac{3(x+1)}{(3x-2)^2}$

Créer Expression Créer Equation Evaluer Formule Options  
 $f(x) = \frac{x+1}{3x-2}$   
 $f'(x) = \frac{1}{3x-2} - \frac{3(x+1)}{(3x-2)^2}$



On calcule l'aire du carré AMEP, pour cela on va dans Mesures, créer calcul et on entre AM x AP et on valide.

On calcule également l'aire du rectangle EFG, pour cela on va dans Mesures, créer calcul on entre EG x EF et on valide.

On crée un dernier calcul AM. On va plus qu'à placer le point M tel que AM x AP = EG x EF et on valide.

On regarde maintenant la longueur AM. Ici égale à 4/3 cm. On exporte une fois avec EG x EF et ensuite avec AM x AP. On valide.

La fonction MA  $\rightarrow EG \times EF = f(x) = 16 \cdot (\frac{x}{3} - 1) \cdot (\frac{x}{3} - 5)$

La fonction MA  $\rightarrow AM \times AP = g(x) = 4 \cdot 4 \cdot 1$ . Comme autres fonctions sont égales on crée une équation  $g(x) = f(x)$  et on trouve  $\frac{40}{9}$

## Compte rendu d'élève

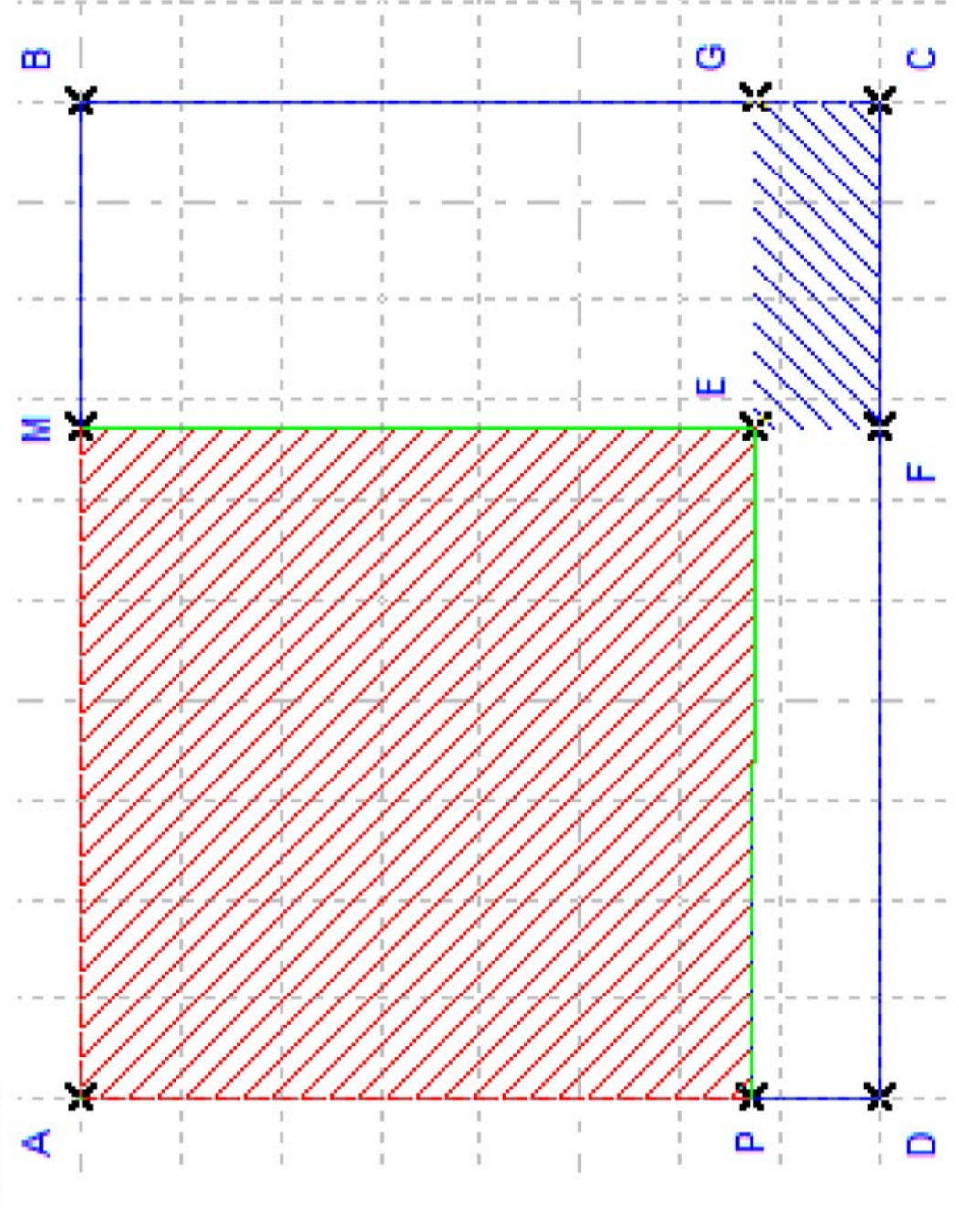
Créer fonction Options  
 $x_1$   $x_2$   
 $f_0$   $f_1$   $f$

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/modelisation/>  
Modélisation en seconde

## Objectifs

- **Modéliser une situation** en étudiant les dépendances (ou covariance) entre des grandeurs.
- **Créer des fonctions** permettant l'étude de ces dépendances en répondant à des questions de nature algébrique (résolution d'équations, recherche d'extremums)
- **Donner du sens** et de la motivation pour le calcul algébrique qui apparaît au cours de la modélisation lors des synthèses en classe entière.

**Sujet** : trouver la (les) position(s) de M pour que les deux aires hachurées soient égales.



## Un mini site

**Apports du logiciel** : il est une aide pour modéliser, créer des fonctions, résoudre des équations, rechercher des extremums. Grâce aux outils de calcul formel, il libère les élèves de tâches calculatoires ...

Choix Variable Créer Valeur Créer fonction Options  
 $x_1 = -2$   
 $x_2 = 1$

Nouvelle fonction de domaine  
 $]-\infty; \frac{2}{3}[ \cup ]\frac{2}{3}; \infty[$   
 $f(x) = \frac{x+1}{3x-2}$   
 dérivée f :  
 $\frac{1}{3x-2} - \frac{3(x+1)}{(3x-2)^2}$

Nouvelle fonction de domaine  
 $]-\infty; \frac{2}{3}[ \cup ]\frac{2}{3}; \infty[$   
 $f'(x) = \frac{1}{3x-2} - \frac{3(x+1)}{(3x-2)^2}$

Créer Expression Créer Equation Evaluer Formule Options  
 $f(x) = \frac{x+1}{3x-2}$   
 $g(x) = (x-1)^2 + 3$   
 $h(x) = a \cdot x + b$   
 $h_0(x) = \frac{4x}{3} + \frac{5}{3}$



## Des ressources pour les enseignants

**Objectif** : permettre à l'enseignant(e) une réflexion sur l'enseignement des fonctions de façon à ce qu'il (elle) effectue un choix raisonné d'un logiciel et de tâches pour les élèves.

**Des outils** :

- Les **mini sites** synthétisant des expérimentations centrées autour d'une classe de problèmes (optimisation, quadratures, propriétés différentielles des courbes, mécanique ...)
- Les **vidéos** destinées à des formateurs (formation, par exemple, à l'intégration des TICE) ou à des enseignants qui cherchent une information sur le logiciel.
- Une **brochure** sur l'enseignement des fonctions en utilisant les possibilités de Casyopée est en cours de rédaction.

**Références**  
 Minh, T. K. (à paraître) Les fonctions dans un environnement numérique d'apprentissage : étude des apprentissages des élèves sur deux ans. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*  
 Gajis, J. M. (à paraître) A multi-dimensional framework for evaluating potentialities of digital environments about functions. *Technology, Knowledge and Learning*  
 Lagrange, J.-B., Artigue, M. (2009) Students' activities about functions at upper secondary level: a grid for designing a digital environment and analysing uses. *Proceedings of 33rd Conference of the GPME*, Thessaloniki, Greece, July 19-24  
 Lagrange, J.-B., Gajis, J.-M. (2008) The Casyopée project: a CAS environment for students' better access to algebra. *Int. J. Continuing Engineering Education and Life-Long Learning*, 18(5/6), 575-584  
 Le Feuvre, B. (à paraître) Des ressources riches pour la classe et la formation dans le cas d'un logiciel innovant : Casyopée. *Actes des journées mathématiques de l'IFE*, Lyon, Juin 2011

Lien: <http://www.casyopée.eu/>