

# LE PROCESSUS DE TRANSPOSITION DIDACTIQUE DE L'OBJET DEVELOPPEMENT LIMITE

BELHAJ AMOR\*Fatma

**Résumé** – Ce texte présente les résultats d'une étude de la notion de développement limité en termes de transposition didactique au début de l'université. Les investigations didactiques conduites ont mis en évidence la nécessité d'articuler les dimensions sémantique, syntaxique et sémiotique afin d'introduire cette notion en tant qu'outil pour la nouvelle technique d'approximation locale des fonctions.

**Mots-clefs** : développement limité, praxéologies, sémantique, syntaxique, sémiotique

**Abstract** – This paper presents the results of a study concerning the didactic transposition of the object *approximating polynomial* at the beginning of the university. Our results highlight the necessity to articulate the semantic, syntactic, and semiotic dimensions with the aim of introducing this object as a tool for the new technique of local approximation of functions.

**Keywords**: approximating polynomial, anthropology, semantic, syntactic, semiotic

## I. INTRODUCTION

Au début de l'université, l'objet développement limité a pour caractéristique fondamentale d'être introduit comme un outil pertinent pour résoudre des problèmes d'approximation locale des fonctions, ainsi que pour la modélisation physique, mécanique, etc. dans des domaines extra-mathématiques. Par ailleurs, certains travaux ont mentionné la pertinence de cet objet mathématique en tant qu'outil dans la nouvelle technique de calcul de limites complémentaire à celles préalablement utilisées en fin du secondaire (Praslon, 2000) et implicitement sollicitée par l'institution universitaire (Ghedamsi, 2008). Ces travaux n'ont par ailleurs pas approfondi les particularités de cette notion dans la résolution de problèmes d'approximations intra et extra mathématiques.

D'un autre côté, Kouki et Ghedamsi (2012) constatent que :

Les analyses didactiques ont montré, du côté institutionnel, la pertinence de la prise en compte de l'articulation entre le point de vue sémantique et syntaxique, qui relève d'un niveau logico-mathématique, pour enrichir les catégorisations d'analyse proposées par Chevallard d'une part, et la place du point de vue sémantique dans des situations où le raisonnement purement syntaxique est opérant. (Kouki & Ghedamsi, 2012, p.442)

Ce constat nous amène à poser la question du rôle de l'articulation sémantique/syntaxique dans des domaines intra et extra mathématiques afin d'introduire l'objet développement limité en tant qu'outil présent dans la nouvelle technique d'approximation locale des fonctions au début de l'université et plus précisément, au niveau des classes préparatoires section mathématiques et physique aux études d'ingénieurs tunisiennes.

## II. METHODOLOGIE GENERALE ET CADRE THEORIQUE

En nous basant sur la revue de la littérature relative à l'enseignement et apprentissage des objets de l'analyse à l'entrée à l'université, nous avons choisi de conduire une étude de l'organisation mathématique prévue par l'institution des classes préparatoires dans l'environnement de la notion de développement limité, en utilisant trois variables macro-didactiques susceptibles de conditionner la nature du travail des étudiants et son évolution (Bloch & Ghedamsi, 2005) : V1 – Type de tâches et techniques utilisées (Chevallard, 1999) ;

---

\* Université Virtuelle de Tunis – Tunisie – fatma.belhajamor@gmail.com

V2 – Registres sémiotiques et conversion entre registres (Duval, 1993) et V3 – Dialectique sémantique/syntaxique (Durand-Guerrier, 1996 ; Kouki, 2008 ; Kouki & Ghedamsi, 2012).

Au niveau de l'enseignement supérieur en Tunisie, il n'existe pas un manuel scolaire commun comme aux niveaux primaire et secondaire. Ceci nous a ramenée à conduire une étude sur le programme officiel, des photocopies du cours de trois enseignants et quatre parties d'ouvrages universitaires les plus utilisés en tant que références de cours dans le champ des développements limités. En plus, nous avons conduit une étude d'enquête composée de sept questions auprès de 24 enseignants de différents instituts préparatoires des études ingénieures tunisiennes afin de connaître les approches choisies et les types de techniques à utiliser pour résoudre certaines tâches proposées dans l'environnement de développement limité (Belhaj Amor, 2016).

### III. RÉSULTATS

#### 1. Etude du programme et des différents supports de cours

L'étude du programme et des différents supports de cours<sup>1</sup> analysés via les trois variables macro-didactiques nous a permis de voir que l'utilisation des techniques d'ordres sémantique et mixte<sup>2</sup> ainsi que des registres géométrique et graphique est relativement absente dans l'enseignement de la notion de développement limité. En effet, cet objet mathématique n'est pas introduit en tant qu'approximation polynomiale<sup>3</sup> des fonctions faisant intervenir différents registres sémiotiques qui favoriseraient l'articulation sémantique/syntaxique dans des domaines intra et extra mathématiques (Kouki, Belhaj Amor & Hachaichi, 2016).

#### 2. Analyse de l'enquête

Soit la question :

On considère les deux activités suivantes :

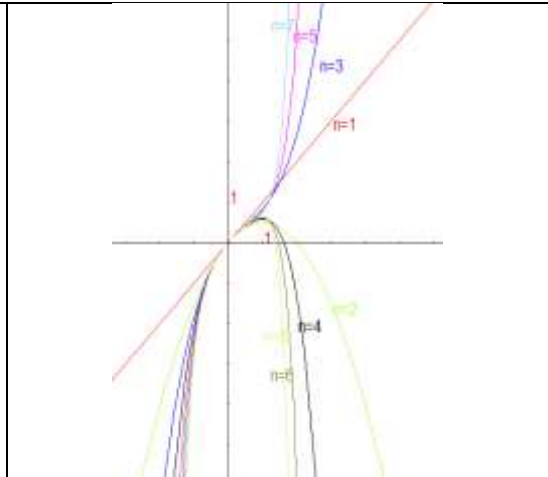
Activité 1	Activité 2
<p>On a : Au voisinage de zéro</p> $\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1-(-x)}$ $= 1 + (-x) + (-x)^2 + (-x)^3 + \dots + (-x)^n + \frac{(-x)^{n+1}}{1-(-x)}$ $= 1 - x + x^2 - \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^n x^n + x^n \frac{(-1)^{n+1} x}{1+x}$ $\frac{x^{n+1}}{1+x}$ <p>Comme <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^n}{1+x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1+x} = 0</math> alors <math>x^n \frac{(-1)^{n+1} x}{1+x} = o(x^n)</math>.</p> <p>D'où <math>\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)</math></p> $\int_0^x \frac{dt}{1+t} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + o(x^{n+1}).$	<p>Voici les représentations graphiques de l'approximation de la fonction <math>x \mapsto Ln(1+x)</math> pour certains ordres <math>n</math> de son développement limité au voisinage de zéro.</p>

<sup>1</sup> Les trois photocopies de cours et quatre parties d'ouvrages universitaires étudiés.

<sup>2</sup> Articulation des deux dimensions sémantique et syntaxique.

<sup>3</sup> La détermination des développements limités d'une fonction au voisinage d'un nombre réel donné revient à la représenter sous forme des polynômes en tant qu'approximations locales de cette fonction.

$$\text{D'où } \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + o(x^n).$$



- 1) Si vous aviez à proposer ce type d'activités à vos étudiants. Que choisiriez-vous ?  
 La première activité     La deuxième activité     Les deux activités     Aucune
- 2) Pour quelles raisons ?

Nous présentons les résultats de l'analyse de cette question, qui fait partie des sept questions proposées dans l'enquête. Nous avons proposé aux enseignants deux activités avec deux tâches différentes, présentant aussi deux techniques différentes, dont la première est algébrique d'ordre mixte et la deuxième technique géométrique d'ordre sémantique afin de déterminer les développements limités de la fonction ( $x \rightarrow \ln(1+x)$ ) au voisinage de 0.

Nous présentons les réponses des 24 enseignants dans le tableau suivant :

Les types de technique choisis	$\tau_{alg}$		$\tau_{géo}$	$\tau_{alg}$ et $\tau_{géo}$		
Total (%)	41.66		4.17	54.17		
Justifications	Raisons institutionnelles	Pas de réponses	L'intérêt de l'illustration graphique	L'intérêt des illustrations graphiques et calcul numérique	L'intérêt de donner un exemple	Pas de réponses
Total (%)	33.33	8.33	4.17	41.67	4.17	8.33

**Tableau 1** – Le degré de l'intérêt de la figure géométrique comme modèle d'objet d'approximations locales des fonctions dans l'enseignement des développements limités.

Nous remarquons que 54% des enseignants interrogés préfèrent proposer aux étudiants les deux types de techniques algébrique et géométrique par la mise en considération de l'intérêt de faire recours aux illustrations graphiques afin d'introduire l'objet développement limité dans le domaine intra mathématique au début de l'université. En effet, la technique géométrique s'appuyant sur les représentations graphiques des différents ordres des développements limités de la fonction est insuffisante pour introduire notre objet d'étude.

Cette brève analyse expérimentale nous permet de constater qu'environ 58% des participants considéreraient l'utilisation de la figure géométrique dans l'enseignement de l'approximation des fonctions dans l'enseignement actuel des développements limités. En effet, le travail au niveau du graphique via des techniques géométriques n'est pas suffisant pour l'enseignement de cet objet mathématique.

L'analyse de notre corpus constitué des 24 réponses des enseignants nous a permis de dire que la majorité d'entre eux ne s'intéresse pas à la façon d'introduire l'objet développement limité dans le domaine d'approximations locales des fonctions par l'articulation des différents types de techniques d'ordres sémantique et mixte (Belhaj Amor, 2017).

#### IV. CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

Le croisement des trois variables macro-didactiques nous permet de conclure que l'objet développement limité n'est pas introduit en tant qu'outil pour l'approximation locale d'une fonction faisant intervenir les différents registres sémiotiques qui favorisaient l'articulation sémantique/syntaxique dans des domaines intra et extra mathématiques.

D'un autre côté, nos investigations didactiques conduites démontrent l'intérêt du processus de visualisation pour l'apprentissage des nouvelles connaissances au niveau de l'université et ce, par la nécessité d'articuler les dimensions sémantique, syntaxique et sémiotique dans l'enseignement de l'objet développement limité. Cette étude nous a permis de proposer l'hypothèse que le travail au niveau du registre graphique via des techniques géométriques d'ordre sémantique est au cœur de l'enseignement des objets mathématiques au début de l'université.

#### REFERENCES

- Belhaj Amor, F. (2016). *Enseignement de l'objet développement limité au début de l'université entre syntaxe et sémantique : Cas des classes préparatoires aux études d'ingénieurs tunisiennes*. Mémoire de master. Université virtuelle de Tunis.
- Belhaj Amor, F. (2017). L'articulation sémantique, syntaxique et sémiotique dans le processus de transposition des concepts de développement limité et approximations locales. Actes du colloque EEDM 2017. Paris. Édit RDM (en cours).
- Bloch, I., & Ghedamsi, I. (2005). L'enseignement du début de l'Analyse. *Petit x*, 69, 7-30.
- Chevallard Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique de la didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Durand-Guerrier, V. (1996). *Logique et raisonnement mathématique. Défense et illustration de la pertinence du calcul des prédicats pour une approche didactique des difficultés liées à l'implication*. Thèse de doctorat. Université Lyon1.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Ghedamsi, I. (2008). *Enseignement du début de l'analyse réelle à l'entrée à l'université, Articuler contrôles pragmatique et formel dans des situations à dimension adidactique*. Thèse de doctorat. Université de Bordeaux 2.
- Kouki, R. (2008). *Enseignement et apprentissage des équations, inéquations et fonctions au secondaire: entre syntaxe et sémantique*. Thèse de doctorat. Université Claude Bernard Lyon1.
- Kouki, R., Belhaj Amor, F., & Hachaichi, Y. (2016). Comparaison entre l'évolution historique ayant mené aux développements limités et leur pratique d'enseignement au début de l'université: Entre syntaxe et sémantique. Actes du colloque INDRUM 2016.
- Kouki, R., & Ghedamsi, I. (2012). Limite des méthodes syntaxiques en algèbre du secondaire. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2012*, 435-444.
- Praslon, F. (2000). *Continuités et ruptures dans la transition terminale S/DEUG Sciences en analyse : le cas de la notion de dérivée et son environnement*. Thèse de doctorat. Université Diderot Paris 7.