

UTILISATION DES TECHNOLOGIES DANS LA CLASSE DE MATHÉMATIQUE AU SECONDAIRE : DES OUTILS SOUS-EXPLOITÉS

Fernando HITT* – Carlos CORTÉS ZAVALA** – Myriam RINFRET*

Résumé – Voilà plus de 30 ans que des expérimentations et des productions sont menées autour de l'utilisation des technologies dans l'enseignement des mathématiques. Différents cadres théoriques ont ainsi pu être élaborés afin d'expliquer certains phénomènes d'apprentissage et d'améliorer les approches d'enseignement avec les technologies. Nonobstant, l'impact des technologies dans la classe de mathématique demeure largement au dessous de l'impact de celles-ci dans la société. Les chercheurs en didactique des mathématiques tentent de comprendre les obstacles à l'utilisation de la technologie dans les pratiques des enseignants. Dans ce document, une analyse de ces différents obstacles est présentée.

Mots-clefs : TICE, formation des enseignants, école secondaire, modélisation mathématique, visualisation mathématique

Abstract – We have about 30 years of experimentation and production of activities about the use of technologies in the teaching of mathematics. Different theoretical frameworks have been elaborated to explain certain phenomena of learning and to improve teaching approaches with technology. Notwithstanding these developments, the impact of technology in the mathematics classroom remains well below the impact of these in society. Therefore, researchers in mathematics education focused on understanding the obstacles that impede the use of technology in teaching practices. These researchers have highlighted factors that explain this situation. In this document, an analysis of these different obstacles is presented.

Keywords: ICT, teacher training, secondary school, mathematical modeling, mathematics visualization

I. INTRODUCTION

La quasi-omniprésence des technologies dans la société est une évidence. Leurs utilisations font désormais partie du quotidien. Des didacticiens enthousiastes développent de plus en plus d'applications pertinentes pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Alors pourquoi le milieu scolaire semble-t-il tarder à emboîter le pas? Car c'est un constat : les TICE sont très peu présentes dans la classe de mathématiques au secondaire (au Québec, élèves âgés de 12 à 16 ans). Puisque nous croyons que ces outils peuvent avoir un apport enrichissant pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, nous avons cherché à répondre à trois questions pour mieux comprendre cet état de fait. Quelles sont les croyances des enseignants quant à l'utilisation des TICE? Quels sont les facteurs qui influencent les enseignants dans leurs choix quant à l'utilisation des TICE? Que propose la recherche en didactique des mathématiques comme piste d'intégration des technologies en enseignement?

II. CROYANCES CHEZ LES ENSEIGNANTS AUTOUR DE L'UTILISATION DES TICE

Chaque enseignant a son opinion, ses croyances, sur la mathématique¹ et autour de la pertinence de l'utilisation des technologies dans sa vie professionnelle. Voici les principaux arguments que l'on retrouve pour chacune des deux positions antagonistes.

* Université du Québec à Montréal, Québec – Canada – hitt.fernando@uqam.ca, rinfret.myriam@courrier.uqam.ca

** Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo – Mexique – jcortes@zeus.umich.mx

¹ Par exemple, différentes croyances autour de la mathématique en général peuvent être celles signalées par Hagelgans et al (1995, p. 12-13), ils écrivent :

1. *Non aux technologies dans la classe de mathématique!*

- La technologie s'oppose au développement des habiletés mathématiques. Par exemple, Lazli (2011) mentionne que, dans l'école secondaire où elle a fait son expérimentation avec technologie, la calculatrice est interdite puisqu'on dit que celle-ci détériore les habiletés de calcul des élèves.
- L'enseignement traditionnel est plus efficace. Des chercheurs mentionnent que dans les études PISA et les olympiades mathématiques, les pays asiatiques sont dans les premiers rangs et que dans ces pays l'enseignement est traditionnel, avec tableau à craie.
- Il est trop complexe d'utiliser les technologies. Certains croient qu'il est nécessaire de développer une expertise pour être en mesure de les utiliser adéquatement.
- Les activités technologiques ont un caractère occupationnel plus que pédagogique.
- La technologie est opaque. Elle ne montre pas comment elle a procédé pour obtenir un résultat ou une représentation.
- Le coût de l'équipement technologique rend son utilisation inéquitable, puisque tous les étudiants ne peuvent y avoir accès.
- Développer les habiletés techniques nécessaires à l'utilisation des technologies gruge du temps sur l'appropriation des concepts. Certains ont l'impression de s'éloigner des objectifs d'apprentissage avec les technologies.

2. *Oui aux technologies dans la classe des mathématiques !*

Nous avons des enseignants et chercheurs enthousiastes avec l'utilisation de la technologie, par exemple Arcavi et Hadas (2000), Lagrange (2000, 2003) et Guin et Trouche (1999).

- La technologie aide à la construction des habiletés mathématiques et à la construction des connaissances.
- Ces outils suscitent la motivation chez plusieurs élèves, particulièrement chez les garçons.
- Certains apprentissages peuvent se faire plus rapidement à l'aide de la technologie.
- Les représentations visuelles (graphiques ou constructions géométriques) sont plus précises et faciles à réaliser.
- La technologie est plus dynamique et interactive.
- La technologie est partout, donc « tout » devrait être fait dans l'ambiance technologique, laissant de côté la manipulation des objets physiques et des processus papier - crayon.

Évidemment, nous croyons qu'aucune des deux positions n'a complètement tort ou raison. Une approche technologique seule ne peut être garante d'une pédagogie de qualité. Comme tout outil, les TICE doivent s'inscrire dans un usage réfléchi. Ces deux profils nous amènent à

Les mathématiques sont :

- Un corps de connaissances déjà découvert qui doit être transmis aux générations futures par le transfert de la pensée de l'enseignant à la pensée des étudiants ;
- Un ensemble de techniques pour résoudre les problèmes standards qui doit être pratiqué jusqu'à sa maîtrise ;
- Un recueil de pensées et d'idées que les individus et les groupes d'individus ont créé et construit et que les étudiants pourraient s'attendre à aussi construire ;
- Un ensemble d'applications qui montre seulement la puissance des mathématiques pour décrire, expliquer et prédire.

nous questionner sur le type d'activités qu'il est pertinent de réaliser à l'aide de la technologie. Notre position est de trouver l'équilibre entre le travail papier-crayon et utilisation de technologie (Hitt et Kieran 2009). Nous reviendrons sur ce questionnement.

III. FACTEURS D'INFLUENCE QUANT À L'UTILISATION DES TICE PAR LES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES AU QUÉBEC

Les croyances, qui conditionnent les choix quant à l'utilisation des TICE, peuvent être modifiées ou accentuées tout au long de la vie professionnelle de l'enseignant. Voyons les principaux facteurs.

1. *Point de départ : variables qui empêchent l'utilisation des technologies*

Dans une approche générale sur les différentes variables qui empêchent l'utilisation des technologies dans la classe de mathématiques, nous avons l'opinion d'Artigue (2000, p. 8-9) qui mentionne quatre points importants à réfléchir :

1. Le manque de légitimité en éducation sur les technologies informatiques par rapport à leur légitimité sociale et scientifique;
2. La sous-estimation des problèmes liés à l'informatisation de la connaissance mathématique;
3. L'opposition dominante entre les dimensions techniques et conceptuelles de l'activité mathématique;
4. La sous-estimation de la complexité des processus d'instrumentation.

Sous ce point de vue, le problème sur l'utilisation des technologies dans la classe de mathématique semble complexe. Dans ce document, nous voulons concentrer notre réflexion sur les trois premiers points (autour du point 4, on peut consulter, par exemple, Guin et Trouche 1999 ; Hoyles, Noss et Kent 2004 ; Lagrange 2000, 2003).

2. *Formation des enseignants (réflexions autour du point 1 signalé par Artigue)*

Ce facteur est primordial. L'enseignant y puise non seulement des connaissances disciplinaires et didactiques, mais aussi des modèles et des croyances. Quelle place accordent les milieux de formation aux TICE ?

Chaque enseignant a un vécu scolaire qui lui est propre et qui peut, à divers degrés, influencer les choix qu'il fait dans sa pratique enseignante. Dès le primaire, ses croyances autour de l'enseignement des mathématiques se forgent au fil de ses expériences en tant qu'élève. Étant donné notre expérience comme professeurs et chercheurs autour de l'apprentissage des mathématiques à l'école secondaire, nous centrons notre réflexion sur les pratiques des enseignants du secondaire, et essayons de voir quels contacts ceux-ci ont pu avoir avec les technologies au fil de leur formation.

Au Québec, l'accès aux technologies diffère grandement d'une école à l'autre. Certaines écoles sont ouvertes à l'utilisation des technologies, alors que d'autres les bannissent. Bien que la plupart des écoles autorisent la calculatrice, surtout à partir du 2^e cycle secondaire, cela ne signifie pas pour autant que le potentiel de cet outil soit développé dans le cadre des cours de mathématiques. Cela semble être le cas ailleurs (voir par exemple, Guin et Trouche 1999, pp. 195-196). D'autre part, il existe des écoles qui offrent des options pour certains groupes qui font tout leur parcours secondaire avec une utilisation massive des technologies (par exemple, le programme PROTIC de l'école secondaire Les Compagnons-de-Cartier de

Québec, <http://www.protic.net/>). Cependant, ce type d'institution est peu courant. En général, la formation de l'élève autour des technologies à l'école secondaire est principalement liée à l'utilisation de l'ordinateur dans un laboratoire, et ce, pas nécessairement en lien avec les mathématiques. L'élève est essentiellement en contact avec la technologie pour de la recherche d'informations sur Internet, pour l'utilisation de Word, d'Excel et pour des logiciels de présentation (PowerPoint). Il faut aussi mentionner la possible présence d'autres outils, tels les logiciels de géométrie dynamique. Mais encore une fois, leurs utilisations ne s'avèrent guère courantes. Enfin, le tableau interactif fait son entrée depuis quelques années dans les écoles. Bien que son usage ne soit pas encore généralisé, cet outil gagne progressivement du terrain et il sera certainement à surveiller. Cependant, les enseignants en place présentement dans les écoles n'ont pas été en contact avec ce type de tableau en tant qu'élèves.

Pour les élèves qui poursuivent leurs études au Cégep (Collège d'enseignement général et professionnel, âges de 17 et 18 ans), en plus des outils technologiques mentionnés précédemment, s'ajoute l'utilisation de logiciels qui permettent les manipulations symboliques, tel *Maple*. Tout semble indiquer qu'au collégial (Cégep), comme au secondaire, l'utilisation des technologies est restreinte au travail dans un laboratoire et que l'enseignant n'utilise pas ou très peu les technologies dans la classe des mathématiques.

Arrivé à l'université, un étudiant en formation des maîtres est sensibilisé aux TICE par le biais de divers cours selon les institutions. Par exemple, un étudiant à l'UQAM (Université du Québec à Montréal) qui veut être enseignant de mathématiques à l'école secondaire doit suivre quatre cours (15 semaines, 5 heures par semaine) sur l'utilisation de la technologie. Le premier cours vise l'appropriation de logiciels de base, soit *Word*, *Excel* et *GeoGebra*, et de la calculatrice à affichage graphique. La programmation est également abordée avec une initiation au logiciel *Langage Graphique* (Boileau 2011). Le deuxième cours traite davantage des aspects didactiques, où la production d'activités mathématiques pour les élèves de niveau secondaire à l'aide des technologies y est centrale. De plus, l'étudiant est amené à se pencher sur les contenus du programme ministériel et des manuels scolaires en lien avec l'utilisation des TICE. Le troisième cours est lié à la programmation et la production de pages Web en relation aux mathématiques. Finalement, dans le quatrième cours, on demande à l'étudiant de présenter un projet où l'utilisation de la technologie est prioritaire.

En dehors de ces quatre cours spécifiques, à quelques exceptions près, les professeurs de l'université, dans la formation des enseignants au secondaire, utilisent très peu la technologie dans leur enseignement. L'utilisation la plus répandue est le recours aux logiciels de présentation (*PowerPoint*). Mais, pour l'appropriation des concepts mathématiques, le milieu universitaire ne fournit guère plus de modèles d'intégration des TICE que les autres ordres d'enseignement.

On en arrive donc au constat que les enseignants de mathématiques ont été eux-mêmes très peu en contact avec les technologies pour l'apprentissage de cette discipline dans leur vécu scolaire. Il est important de souligner que l'étudiant est en interaction avec les croyances de ses professeurs. Ceux-ci ont une influence implicite ou explicite sur la perception de légitimité et de pertinence des technologies dans la classe des mathématiques. Le manque d'expériences personnelles liant les technologies à l'apprentissage des mathématiques peut donc être un élément qui explique la sous-utilisation de celles-ci par les enseignants.

Cette brève analyse du parcours de formation des enseignants met en lumière les contacts limités que ceux-ci ont pu avoir avec les technologies avant leur entrée dans la profession. Ainsi, le développement de l'utilisation des TICE dépend grandement de la formation continue. Les sources de formations sont variées : l'apprentissage autodidacte, les discussions

entre collègues, les ressources en ligne et forums interactifs, les formations organisées dans les écoles ou les commissions scolaires, les revues spécialisées ou encore les congrès et colloques. Certaines personnes ressources, tels les conseillers pédagogiques, peuvent également assurer le développement professionnel.

Cependant, le manque de temps et de ressources monétaires restreint l'accès aux formations. Debien (2010) souligne dans son mémoire les manques de ressources et la dimension particulièrement importante pour les enseignants du temps. Dans ses conclusions, elle suggère des orientations pour élargir la formation continue aux besoins des enseignants, qui sont axés sur les échanges et la pratique locale. De plus, il apparaît que « la recherche en didactique des mathématiques ne contribue pas à préciser l'exercice de la profession enseignante. » Il faut donc repenser les liens entre les résultats de la recherche et les milieux scolaires.

3. Les balises des enseignants

En plus de son parcours de formation et des pratiques en place dans l'institution où il exerce, deux repères importants pour l'enseignant sont les documents ministériels (programmes et orientations) et les manuels scolaires. Ces derniers demeurent les principaux outils où l'enseignant puisse trouver les activités qu'il propose à ses élèves.

Les orientations des programmes d'enseignement et certaines politiques ministérielles peuvent servir de balises pour les enseignants quant à l'utilisation des TICE. Le renouvellement pédagogique québécois amène un changement de perspective dans le rôle de l'enseignant. Depuis 2001, les enseignants sont appelés à se professionnaliser. Le ministère (MEQ 2001) a énoncé douze compétences professionnelles pour définir les attentes envers les enseignants. La huitième concerne directement l'utilisation des TICE. En voici l'énoncé : « Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement - apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel. » Cette vision renouvelée de l'enseignant est venue modifier les attentes envers ceux-ci ainsi que leurs responsabilités. Il est tout à fait normal que ces nombreux changements suscitent des réactions et nécessitent des adaptations. On peut penser qu'étant déjà accaparés par l'appropriation de la réforme les enseignants n'ont pas encore tous eu l'occasion de se pencher sur l'intégration des technologies.

Le programme de formation de l'école québécoise est explicite sur l'utilisation des technologies dans la classe de mathématiques. Cependant, on n'y trouve pas d'exemples concrets de leurs utilisations. Quels contenus sont propices aux TICE et comment les traiter dans un environnement technologique ? On mentionne les recherches sur internet d'informations complémentaires quant aux repères culturels entourant les mathématiques, notamment sur l'histoire des mathématiques. L'enseignant et ses élèves sont, selon nous, le plus souvent laissés à eux-mêmes pour l'intégration des TICE.

L'orientation du programme sur le développement des compétences chez les élèves est aussi un facteur quant à l'utilisation des TICE en mathématique. Avant la réforme par compétences au Québec, l'enseignement des mathématiques était fondamentalement basé sur la résolution de problèmes. Les enseignants sont donc plus familiers avec les utilisations de la technologie dans ce type d'approche. L'introduction de la résolution de situations-problèmes de l'approche par compétences bouleverse les repères. Comment utiliser les technologies pour favoriser la pensée divergente propre aux situations-problèmes dans la classe de mathématique ?

Par ailleurs, les contenus des manuels scolaires peuvent également influencer les enseignants. Les manuels scolaires québécois conçus pour le secondaire (élèves âgés de 12 à 16 ans) présentent certaines activités utilisant les TICE. L'utilisation la plus répandue est sans aucun doute la visualisation du rôle des paramètres pour les familles de fonctions à l'aide de la calculatrice à affichage graphique. On retrouve aussi des instructions qui permettent d'introduire d'un point de vue technique les outils technologiques, bref pour se familiariser à leur fonctionnement. Les outils ainsi présentés sont ensuite le plus souvent utilisés comme facilitateurs de calculs. De plus, on trouve quelques utilisations de feuille de calculs *Excel* pour étudier certaines régularités numériques. L'organisation de données et les calculs de régressions sont aussi parfois traités avec *Excel* et un peu avec la calculatrice. Finalement, la référence à l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique pour travailler différentes propriétés géométriques est plus rare. On fait ici essentiellement référence à *Cabri Géomètre* (p.e. Breton et al. 2007), *GeoGebra* étant beaucoup plus récent.

En général, il n'y a pas d'utilisation systématique des technologies dans les manuels. Les activités n'exploitent qu'une partie du potentiel de celles-ci et sont présentées de façon plutôt isolée. Nous croyons que les manuels scolaires au Québec ont très peu d'influence dans la pratique des enseignants du point de vue de l'enseignement des mathématiques dans des environnements technologiques. De plus, si dans les manuels scolaires la technologie est utilisée seulement pour la résolution de tâches routinières, l'enseignant peut penser que le développement des habiletés supérieures des élèves n'est pas lié à l'utilisation des technologies.

On se demande pourquoi ni le ministère d'éducation, ni les chercheurs enthousiastes des technologies n'ont pas eu d'influence plus significative chez les auteurs des manuels au Québec quant à l'utilisation des technologies.

4- Un mot sur les obstacles matériels et techniques liés à l'utilisation des TICE

L'accès restreint aux laboratoires ou à d'autres équipements technologiques et le manque de support pour leur installation ou pour régler les problèmes de fonctionnement sont des facteurs qui font également obstacle à un enseignement dans un environnement technologique.

IV. PROPOSITIONS ISSUES DE LA RECHERCHE

Les milieux scolaires ont peu de liens avec les milieux de recherche en éducation. Probablement que les résultats de recherche restent locaux et isolés. Il faudrait trouver des moyens de diffuser un grand nombre d'activités pour que l'enseignant soit à l'aise avec leurs intégrations dans sa pratique. Les chercheurs doivent produire des outils didactiques sous des formes accessibles aux enseignants. C'est pourquoi nous présentons quelques exemples mettant de l'avant une intégration efficace des TICE dans la classe de mathématiques.

Les exemples que nous avons retenus permettent selon nous de mettre de l'avant les avantages de la technologie pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Notamment, pour favoriser les processus de visualisation, les processus de contrôle et les processus de conjecture et généralisation. Mais surtout, pour favoriser l'exploration et la découverte pour une construction active de connaissances. En effet, nous croyons que la technologie ne révèle pas son plein potentiel pour les séries d'exercices répétitifs. Dans ces cas, elle fait davantage office d'élément de vérification et de contrôle. Cet usage est tout à fait valable, voire souhaitable. Cependant, la recherche nous montre qu'un concept se bâtit à travers l'articulation entre ses différentes représentations. Dans ce but, il nous apparaît que les

impacts positifs de la technologie sont davantage mis de l'avant dans l'esprit du renouveau pédagogique. Nous commençons avec des exemples autour du point 2 d'Artigue.

1. Exemples centrés sur une approche visuelle pour promouvoir la construction de concepts mathématiques

Un bel exemple que nous pouvons nommer ici, lié à l'approche expérimentale des mathématiques, est celui des nombres polygonaux. En effet, nous pensons qu'une approche visuelle peut aider grandement les élèves dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre. Avec les nombres polygonaux, on peut facilement passer d'un processus visuel à un processus numérique (à la Gauss) ou tabulaire et promouvoir, chez les élèves, l'articulation entre représentations (Duval 1995). Pour trouver un nombre polygonal quelconque, on peut promouvoir la conjecture et faire naître le besoin de construire une règle. Cela permet l'ouverture d'une porte vers l'algèbre (Healy et Shutherland 1990 ; Hitt 1994 et 1996 ; Hitt et Cortés, en préparation). Les difficultés mathématiques rencontrées par bon nombre d'élèves avec une approche formelle de l'enseignement de l'algèbre peuvent ainsi être réduites grâce à une approche plus visuelle et expérimentale des mathématiques.

Un autre exemple concerne l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour étudier les relations de covariation. Arcavi et Hadas (2000) ont proposé une activité autour des processus de visualisation, d'expérimentation, de surprise, de retour d'information (rétroaction) et sur la nécessité d'argumenter et de prouver. Le logiciel qu'ils ont utilisé pour cette expérimentation est le Geometry Inventor. Ce logiciel est très pertinent pour la modélisation de diverses situations. L'assignation des variables et la réalisation d'une représentation graphique illustrant la relation entre ces variables se font facilement. Ce logiciel est particulièrement intéressant avec des élèves au début du parcours secondaire. Celui-ci permet le développement du concept de covariation chez les élèves comme prélude au concept de fonction. Leur activité est facile à comprendre, et permet aux élèves de s'engager tout de suite dans une démarche de processus de visualisation et expérimentation. Voici l'activité adaptée à cette présentation :

Première partie. Construire un triangle isocèle ABC dans une feuille de géométrie dynamique tel que $\overline{AB} = \overline{BC}$. Ensuite, déplacer le sommet « C » du triangle et analyser ce qui varie et ce qui demeure constant. Trouvez des relations entre les variables et donnez les représentations graphiques et algébriques.

Deuxième partie. Construire un triangle ABC, tel que $\overline{AB} \perp \overline{BC}$. Ensuite, déplacer le sommet « C » du triangle et analyser ce qui varie et ce qui demeure constant. Trouvez des relations entre les variables et donnez les représentations graphiques et algébriques.

Figure 1 – Adaptation de l'activité (Arcavi et Hadas 2000)

Les résultats d'Arcavi et Hadas (2000) sont très positifs, tant les élèves que leurs enseignants ont trouvé cette activité riche et porteuse de sens.

Finalement, le théorème de Pythagore peut être utilisé en exemple pour promouvoir une approche visuelle et historique des mathématiques. Le programme du MELS (2007) et les manuels scolaires au Québec présentent le théorème de Pythagore comme une relation entre les côtés d'un triangle rectangle quelconque (il est rare qu'une approche visuelle soit

présentée). L'histoire des mathématiques est une source d'activités très riche. Malheureusement, dans les manuels québécois, elle est souvent traitée sous forme de capsules informatives (petite explication encadrée avec informations sur un mathématicien et son œuvre). Zsabó (1960), dans son analyse historique sur la transformation des mathématiques en une science déductive, propose la réflexion autour de la visualisation. À partir de là, nous pouvons imaginer des activités où les processus de visualisation mathématique seraient prioritaires. Par exemple, le processus suivi dans l'antiquité pour découvrir le théorème de Pythagore jusqu'à sa démonstration dans les *Éléments* d'Euclide est un bon exemple pouvant être travaillé grâce au support visuel offert par les technologies. On peut passer des tablettes babyloniennes, à la démonstration visuelle du double d'un carré comme dans le Menon de Platon (cas particulier du théorème pour les triangles rectangles isocèles), jusqu'au théorème de Pythagore. On peut, avec l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, promouvoir les processus de visualisation et de généralisation. Une telle approche est certainement plus porteuse de sens que de rester centré uniquement sur l'apprentissage d'une formule comme le proposent plusieurs manuels scolaires québécois. Ce type d'approche dynamique de formation de concepts mathématiques permet d'ouvrir la discussion avec les élèves sur :

- L'utilisation d'un exemple de type générique pour transmettre un résultat mathématique (au lieu d'un triangle rectangle général, commencer avec un triangle rectangle isocèle avec un processus de découpage) ;
- L'évidence visuelle par rapport à la présentation de résultats de façon générale (cela fonctionne-t-il pour n'importe quel triangle isocèle ?) ;
- La preuve visuelle dans un cas particulier (triangle rectangle isocèle) du théorème de Pythagore (comme dans le Menon de Platon) ;
- L'approche visuelle n'est pas suffisante. Avec l'approche visuelle, on pourrait croire que $64 = 65$ (Carrol 1961). Nous pouvons provoquer une réflexion et promouvoir la nécessité de prouver ;
- La formalisation mathématique et la généralisation d'un résultat (du Théorème de Pythagore aux lunules d'Hippocrate de Chio).
- Retour au théorème de Pythagore et les lunules d'Hippocrate de Chio en général avec un triangle rectangle quelconque.

2. *L'utilisation de la technologie comme élément de contrôle (autour du point 3 d'Artigue)*

Les enseignants de mathématique se demandent pourquoi les élèves font tant d'erreurs dans la résolution d'exercices routiniers pour lesquels ils ont appris des algorithmes. Une possible explication est liée à ce que les psychologues appellent la courbe de l'oubli : dans l'enseignement secondaire, il y a une quantité énorme de procédures à maîtriser pour les élèves, qu'ils apprennent par cœur, sans développer d'éléments de contrôle pour exécuter ces algorithmes. Par exemple, Sierpiska et Hardy (2011, p. 243) ont présenté une analyse des manuels scolaires où l'on donne une explication aux élèves pour multiplier des binômes : « La méthode FOIL ». En cas d'oublis, la technologie pourrait servir aux élèves comme élément de contrôle dans ce type de tâches. D'ailleurs, l'étude de Karsenty (2002) nous montre la fragilité des connaissances mathématiques. Il a pris une population d'adultes qui avaient fait des études pré universitaires en sciences, mais qui avaient poursuivi leurs études dans une autre branche par la suite. Karsenty (2003) leur a demandé de faire la représentation graphique de fonctions simples, comme $f(x) = 2x$, et un grand pourcentage avait complètement oublié comment faire. Alors, l'utilisation d'une calculatrice avec manipulation

symbolique peut donner aux élèves un moyen de contrôle sans toute fois résoudre les problèmes (voir Hitt et Kieran 2009).

En suivant un cadre théorique de Chevallard (1999) sur l'approche Tâche-Technique-Technologie-Théorie, le groupe APTE (<http://www.math.uqam.ca/APTE/Taches.html>) a proposé plusieurs activités avec la calculatrice explorant les possibilités de manipulation symbolique autour de la factorisation, dont la factorisation de $(x^n - 1) = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$ (Hitt et Kieran 2009). En développant la technique de la multiplication télescopique, le groupe de chercheurs a demandé aux élèves de concilier les résultats issus de la calculatrice et leurs résultats issus de la technique télescopique afin de promouvoir les processus de vérification et généralisation.

3. Un exemple de modélisation mathématique dans un environnement de manipulation des objets physiques et technologiques : « Le réservoir »

Une approche expérimentale des mathématiques dans un milieu de manipulation des objets physiques et technologiques permet d'aborder des situations-problèmes. Nous croyons que ce type de situation est plus riche et intéressant, plus concret, moins strictement scolaire que les activités rencontrées usuellement dans les manuels. C'est pourquoi nous allons transformer un exercice conçu pour un environnement papier-crayon en une situation-problème dans un environnement de papier-crayon, de manipulations des objets physiques et d'utilisation des technologies.

Il est important de signaler qu'il n'est pas toujours possible d'adapter un problème à une ambiance technologique. Mais cela ne signifie pas qu'il faut faire table rase et réinventer tous les problèmes. Pour preuve, nous sommes partis d'une activité tirée d'un manuel scolaire (Point de vue mathématique, 2^e cycle, 1^{re} année, vol. 1, pp. 178-191). Ce manuel amène d'abord une discussion sur le volume de plusieurs récipients, puis propose les formules correspondantes. Une fois la théorie donnée, le manuel passe aux applications, en demandant aux élèves de calculer le volume total de différents récipients. Nous avons choisi l'un de ces problèmes d'application :

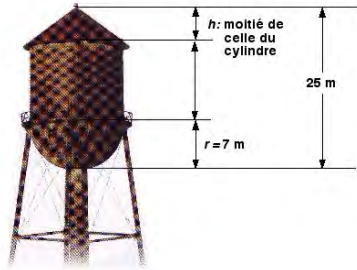
<p>Quelle quantité maximale de liquide chaque partie de ce réservoir contient-elle ?</p> <p>Exprime la réponse en utilisant l'unité la plus appropriée.</p>	
Savoir-faire	
<p>Formules données :</p> $V_{\text{Demi-sphère}} = \frac{2}{3} \rho r^3 ; V_{\text{cylindre}} = \rho r^2 \times h ; V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h .$	

Figure 2 – Activité (Guay S. et al. 2007)

Afin de transformer cette activité en situation-problème ou projet, nous avons modifié la question. Nous la présentons en deux étapes, comme suit :

Première étape : Les étudiants commencent l'activité (guidés par l'enseignant) avec une approche expérimentale sur le calcul du volume d'une calotte.

L'approche expérimentale doit être faite en utilisant des objets physiques permettant de prendre directement les mesures. De plus, il est intéressant d'utiliser une vidéo de la situation qui permet de bien visualiser ce qui se passe. En fait, nous avons utilisé aussi la vidéo avec le logiciel Aviméca en combinaison avec GeoGebra (voir Figure 3, à droite) pour passer à la modélisation avec les technologies.

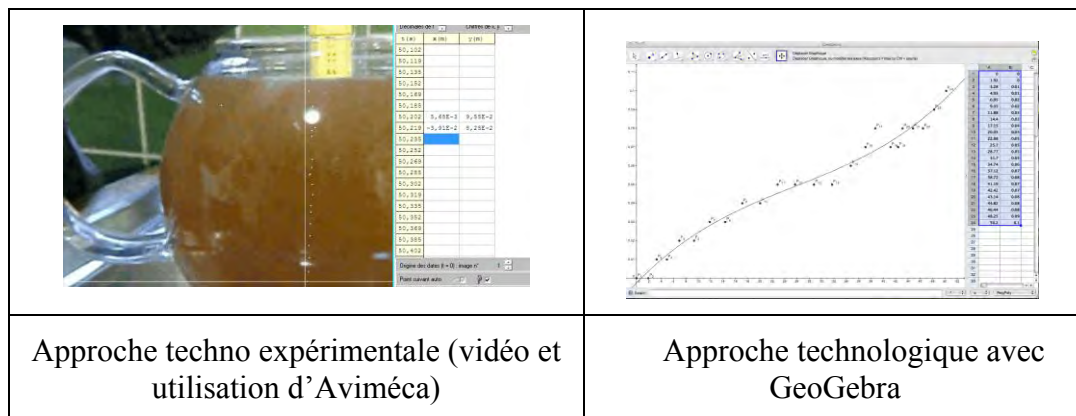


Figure 3 – Transformation d'un exercice en une situation problème

Pour cette approche, nous avons utilisé un appareil photo numérique (pour réaliser la vidéo, nous l'avons aussi analysée avec Aviméca) et le logiciel GeoGebra (pour la modélisation).

Deuxième étape : Voici un récipient d'eau dans une ville. Faites une modélisation de cette situation à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. Vous devez montrer de façon dynamique la relation entre les variables en jeu. N'hésitez pas à utiliser plusieurs représentations pour expliquer cette situation : dessin, schéma, graphique, algèbre et description en mots.

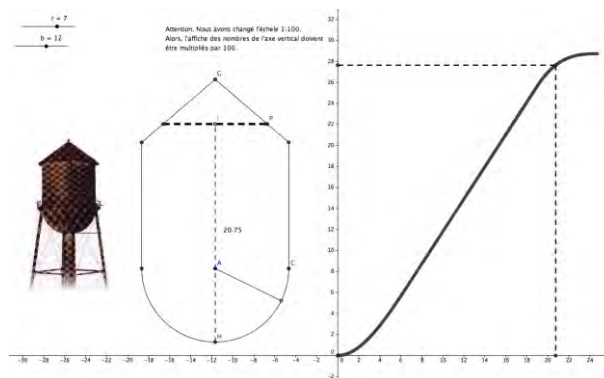


Figure 4 – Transformation d'un exercice en une situation problème

Posé de cette façon, cet exercice est transformé en situation-problème. Les élèves doivent identifier les variables et trouver la relation entre celles-ci (concept de covariation entre variables).

4. Vers nouvelle approche du processus de modélisation mathématique

Un aspect très important est la possibilité de manipuler du matériel physique pour avoir une approche réelle de la situation. Ainsi, on donne aux élèves la possibilité de comprendre le

phénomène, et de développer des éléments de contrôle, avant de se plonger directement dans les processus algébriques. C'est-à-dire que l'approche expérimentale avec la manipulation des objets physiques va, en continuité avec l'approche technologique, promouvoir la construction de représentations significatives pour comprendre le phénomène et pour construire des éléments de contrôle. La promotion du processus algébrique s'inscrit en dernier lieu.

L'approche classique de la modélisation peut être résumée par le schéma suivant :

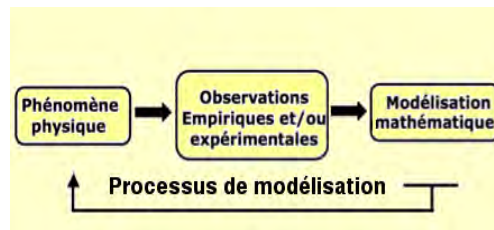


Figure 5 – approche classique d'un processus de modélisation

Notre approche du processus de modélisation met davantage l'accent sur l'articulation entre les différentes représentations du concept à l'étude. Elle peut être résumée par le schéma suivant :

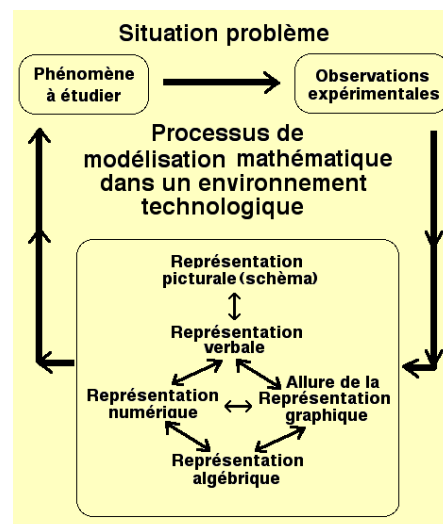


Figure 6 – nouvelle approche d'un processus de modélisation

V. EN CONCLUSION

Les chercheurs comme Artigue (2000, 2002) nous proposent une réflexion approfondie pour expliquer la sous-exploitation des technologies comme outils d'apprentissage et d'enseignement dans la classe de mathématique. Nous avons voulu amener dans ce document des pistes pour mieux comprendre les facteurs qui influencent les choix des enseignants quant à l'utilisation des TICE. Notre intention est de promouvoir une utilisation réfléchie des technologies. Notamment, dans des activités orientées vers une approche expérimentale des mathématiques, pour promouvoir la conjecture, la nécessité de démontrer, et de générer des processus de généralisation. Dans cette perspective nous travaillons actuellement pour produire des activités dans un contexte technologique (p.e. avec les nombres polygonaux et le théorème de Pythagore).

On peut penser que les nouvelles cohortes d'enseignants qui auront été elles-mêmes davantage en contact avec les technologies dans leur parcours scolaire seront plus enclines à reproduire cette utilisation dans leurs pratiques enseignantes. Mais pour que cela advienne, il faut que des précurseurs innovent pour introduire ces pratiques. La réflexion sur l'introduction des technologies en enseignement s'inscrit pleinement dans celle sur le renouveau pédagogique. C'est pourquoi nous avons tenu à proposer des exemples intéressants trouvés dans la littérature pour les utiliser dans la classe de mathématiques. Nous croyons que les chercheurs devraient diffuser leurs résultats sous des formes plus accessibles aux enseignants afin que ceux-ci soient en mesure de les transférer dans leurs pratiques. Nous avons également voulu montrer la possibilité de transformer un exercice classique de l'environnement papier - crayon à un environnement intéressant de manipulation physique et d'utilisation des technologies. Cette approche permet selon nous le développement des habiletés mathématiques supérieures.

L'approche par compétences à l'école québécoise et la résolution de situations-problèmes liées aux processus de modélisation mathématique nous indiquent l'importance d'intégrer des activités papier – crayon avec l'utilisation de logiciels comme GeoGebra. Notre approche essaie de donner un équilibre entre la manipulation des objets physiques, l'activité papier - crayon, et la technologie.

REMERCIEMENTS

La recherche présentée dans ce document a été réalisée grâce à la subvention Fonds de la Recherche sur la Société et la Culture du Québec (No. 008-SE-118696), Conseil de Recherche en Sciences Humaines du Canada (No. 410-2008-1836, CID 130252) et Promep du Mexique pour la formation du réseau: Uso de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas.

RÉFÉRENCES

- Aviméca (2011) *Logiciel de pointages de clips vidéo*. Université de Rennes.
http://www.ac-rennes.fr/pedagogie/scphys/outinfo/log/avimeca/am_h.htm
- Arcavi A., Hadas N. (2000) Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 25-45. Kluwer Academic Publishers.
- Artigue M. (2000) Instrumentation issues and the integration of computer technologies into secondary mathematics teaching. In *Proceedings of the Annual Meeting of GDM* (pp. 7-17). Potsdam, Germany. (<http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/e/gdm/2000>)
- Artigue M. (2002) Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7, 245-274.
- Boileau A. (2011) Site Web: <http://www.math.uqam.ca/~boileau/Progiciels.html>
- Breton E., Breton G., Gervais G. (2007) *Géométrie dynamique et interactive*, cahiers 1 et 2. Québec :Editions CEC.
- Carroll L. (1961) *The Unknown Lewis Carroll. Eight Major Works and Many Minor*. New York: Dover Publications, Inc.
- Chevallard Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19, 221-266.

- Debien J. (2010) *Répertorier les modalités favorisant une démarche de développement professionnel chez les enseignants de mathématique de niveau secondaire*. Mémoire de maîtrise. Université du Québec à Montréal.
- Duval Raymond (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels*. Suisse : Peter Lang.
- GeoGebra. Version 3.2.46. <http://www.geogebra.org/cms/>
- Guay S. et al. (2007) *Point de vue mathématique*. 2^e cycle secondaire, 1^{er} année, manuel de l'élève, Volume 1. Éditions Grand Duc.
- Guin D., Trouche L. (1999) The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 3, 195-227.
- Hagelgans N., Reynolds B., Schwingendorf K., Vidakovic D., Dubinsky E., Shahin M., Wimbish J. (1995) *A practical guide to cooperative learning in collegiate mathematics*. The Mathematical Association of America MAA Notes, Number 37.
- Healy L., Sutherland R. (1990) The use of spreadsheets within the mathematics classroom. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 21(6), 847-862.
- Hitt F. (1994). Visualization, anchorage, availability and natural image: polygonal numbers in computer environments. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, Vol. 25 No. 3, 447-455.
- Hitt F. (1996). Visualisation mathématique : nombres polygonaux. *Les Revues Pédagogiques* 29, 33-40.
- Hitt F., Cortés C. (en préparation). Logiciel sur les nombres polygonaux. Université du Québec à Montréal et Université Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Hitt F., Kieran C. (2009) Constructing knowledge via a peer interaction in a CAS environment with tasks designed from a Task-Technique-Theory perspective. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, DOI number: 10.1007/s10758-009-9151-0. <http://www.springerlink.com/content/657wt76n04x43rk8/>
- Hoyles C., Noss R., Kent Ph. (2004) On the integration of digital technologies into mathematics classrooms. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 9, 309-326.
- Karsenty R. (2002) What adults remember from their high school mathematics ? The case of linear functions. *Educational Studies in Mathematics* 51, 117-144.
- Lagrange J.-B. (2000) L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : Une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics* 43, 1-30.
- Lagrange J.-B. (2003) Learning techniques and concepts using CAS: A practical and theoretical reflection. In Fey J. T. (Ed.) (pp. 269-284). *Computer algebra systems in school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lazli S. (2011) *Enseignement de la fonction sinus au deuxième cycle du secondaire par le biais de la modélisation et d'outils technologiques*. (Mémoire de maîtrise non-publié). Université du Québec à Montréal.
- MELS, Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (2007) Programme de formation, Deuxième cycle du secondaire. <http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/menusec.htm>
- MEQ, ministère de l'Éducation du Québec. (2001) *La formation à l'enseignement: les orientations, les compétences professionnelles*. Québec : ministère de l'Éducation du Québec.
<http://www.mels.gouv.qc.ca/sections/publications/index.asp?page=fiche&id=250>
- Hardy N., Sierpiska A. (sous presse). Mathematical organization of some French and English textbooks used in remedial courses in collèges and universities in North America. In Hitt

- F., Cortés C. (Eds) *Actes du colloque Formation à la recherche en didactique des maths*. Montréal 2011.
- Szabó Á. (1960) The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions and axioms. *Scripta Mathematica XXVII* (I), 27-49 ; (II), 113-139.