

## ANALYSE DE L'ACTIVITE CEREBRALE ASSOCIEE A LA REALISATION DES TÂCHES MATHÉMATIQUES : UNE ETUDE FAISANT INTERVENIR TROIS DISCIPLINES

LARA-MELGOZA<sup>\*</sup> Rodrigo – MORALES-MORENO<sup>\*\*</sup> Lorena F., ROMO-VÁZQUEZ<sup>\*\*\*</sup>  
Avenilde ROMO-VÁZQUEZ<sup>\*\*\*\*</sup> Rebeca et VÉLEZ-PÉREZ Hugo<sup>\*\*\*\*\*</sup>

**Résumé** – Dans cette communication nous présentons une recherche en cours dont l'objectif est d'analyser l'activité cérébrale associée à la réalisation de tâches mathématiques par des futurs ingénieurs. L'enregistrement de l'activité cérébrale a été fait avec des électroencéphalographies (EEG) avant et après une intervention didactique. Il s'agit d'un travail collaboratif entre ingénieurs experts en traitement de signal, des didacticiens de mathématiques et des neurologues.

**Mots-clefs** : Activité mathématique, étude de connectivité, activité cérébrale, apprentissage, futurs ingénieurs

**Abstract** – This work presents a research in process about the analysis of the brain activity associated with the performance of mathematical tasks by future engineers. The brain activity was recorded using an electroencephalograph (EEG) before and after didactic mathematical training. This research is the result of the collaboration of expert Engineers in Digital Signal Processing, Researchers in Mathematics Education and Neurology specialists.

**Keywords**: Mathematical activity, brain connectivity, cerebral activity, learning, engineers students

### I. ANALYSE DE L'ACTIVITE CEREBRALE CHEZ LES ETUDIANTS UNIVERSITAIRES

Ces dernières années le champ de la neuroscience a eu un grand développement, particulièrement en ce qui concerne les études sur le fonctionnement du cerveau. Cependant, il n'y a pas encore un rapport solide entre les études du cerveau, son évolution et l'apprentissage. Selon Radford et André (2009), le premier article qui a abordé les implications pédagogiques issues des études en neurosciences a été publié dans la revue, *Brain, Mind and Education* en 2007. Dans ce travail, les auteurs signalent trois grands apports des études en neurosciences concernant l'éducation : 1) aider à comprendre la nature de la pensée, 2) élargir l'entendement sur le développement conceptuel et 3) son rapport avec le contexte culturel aussi comme les connaissances sur les problèmes particuliers comme la dyslexie.

Des travaux récents (Stringer et Tommerdahl, 2015) cherchent à générer des modèles prédictifs de la capacité pour apprendre d'un sujet. Pour cela, ils utilisent des méthodes de traitement des données à grande échelle (*big data*). Les auteurs signalent que des travaux longitudinaux en neurosciences ont abouti à ce qu'ils appellent des analyses potentielles de l'enfant, en utilisant encéphalographie EEG et potentiels évoqués relatifs (ERP). Plusieurs travaux se sont consacrés à l'habilité générale de l'intelligence chez des étudiants à l'université, en analysant le lobe frontal, connu comme le responsable de fonctions cognitives complexes (Pluck, Ruales-Chieruzi, Paucar-Guerra, Andrade-Guimaraes, & Trueba, 2016). Pour cela, ils ont appliqué le test de QI et un autre ensemble de tests permettant d'analyser les fonctions exécutives. Ces études nous ont amenés à développer une recherche novatrice

---

\*Instituto Politécnico Nacional et Universidad Autónoma de Baja California – Mexique – rodrigo.lara@uabc.edu.mx

\*\*Université de Guadalajara – Mexique – fery.93@hotmail.com

\*\*\*Instituto Politécnico Nacional – Mexique – aromov@ipn.mx

\*\*\*\*Universidad de Guadalajara – Mexique – rebeca.romovazquez@gmail.com

\*\*\*\*\*Universidad de Guadalajara – Mexique – hugo.velezperez@gmail.com

concernant l'analyse de l'activité cérébrale associée à la réalisation des tâches mathématiques par étudiants universitaires. Pour cela, nous avons intégré une équipe de recherche composée de didacticiens de mathématiques, d'ingénieurs experts en traitement de signaux et de neurologues. Nous nous proposons d'analyser ici le travail collaboratif qui a eu lieu ainsi que les premiers résultats issus de cette recherche. Pour ce faire, nous allons considérer deux grandes étapes de l'étude : l'encadrement et le développement.

## II. L'ENCADREMENT DE L'ETUDE : PREMIERS RAPPORTS ENTRE TROIS DISCIPLINES

La méthodologie suivie a été déterminée par les neurologues, experts de l'étude de l'activité cérébrale : produire un pré-test, « un entraînement » et un post-test permet d'analyser l'apprentissage (Figure 1). Les ingénieurs experts en traitement de signaux doivent assurer l'enregistrement de l'activité cérébrale et traiter les signaux obtenus pour avoir des « fenêtres » permettant d'analyser cette activité ; ils choisissent l'encéphalographie comme méthode d'enregistrement. Les didacticiens sont chargés de choisir les types des tâches mathématiques qui seront proposés chez des étudiants à l'université dans l'entraînement et pourtant de concevoir les deux tests.

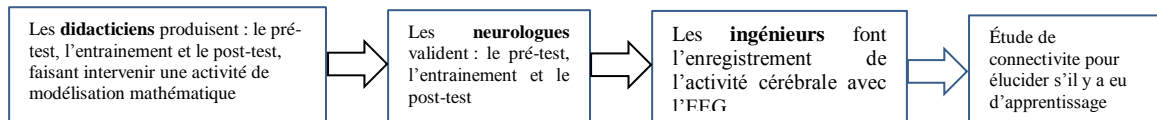


Figure 1 – Schéma d'encadrement de l'étude et premier partage de tâches

Ce premier partage de tâches nous montre comment la conception des tests et de l'entraînement est l'activité au cœur de ce projet. Les didacticiens ont l'expertise pour concevoir et conduire l'intervention didactique, ici appelée « l'entraînement », mais pas celle nécessaire pour concevoir les tests. Par contre, les neurologues sont experts dans la conception de tests mais ils ne maîtrisent pas les mathématiques enseignées à l'université. Cela demande donc d'un travail collaboratif. Toute l'équipe s'est réunie pour déterminer les caractéristiques des tests et le sujet mathématique autour duquel l'étude serait faite. L'équipe a choisi de concevoir une activité de modélisation mathématique relevant de la pratique des ingénieurs, encadrée dans le paradigme du questionnement du monde (dimension didactique) et ainsi réaliser l'étude de connectivité (dimension de l'ingénierie et de la neuroscience), comme nous précisons dans ce qui suit.

### 1. La dimension didactique : modélisation mathématique pour la formation des futurs ingénieurs

Au sein de la théorie anthropologique du didactique un nouveau paradigme d'enseignement a été proposé « le questionnement du monde » (Chevallard, 2013) qui est basé sur l'étude des questions « cruciales » ouvertes, de recherche et pertinentes dans la formation des citoyens, à la place des concepts. Dans différentes recherches menées au CICATA-IPN, en tant que didacticiens participant à cette étude, nous nous sommes proposés de faire vivre ce paradigme dans l'enseignement supérieur et en particulier dans la formation des futurs ingénieurs. Pour ce faire, nous avons analysé des contextes de l'ingénieur, sciences de l'ingénieur et pratiques professionnelles (Romo, 2014 et Echavarría, 2016), en identifiant des questions abordées par les ingénieurs – « cruciales » ou importants pour les futurs ingénieurs- et en concevant des Parcours d'Étude et de Recherche (PER). Par exemple, nous

avons analysé la méthode de Séparation Aveugle des Sources<sup>1</sup> (BSS par ses sigles en anglais) dont un modèle matriciel est utilisé pour séparer des mélanges de signaux sans connaître ni les signaux, ni la manière dont ils se sont mélangés (Vázquez, Romo, Romo-Vázquez et Trigueros, 2016). Il s'agit d'un type de modélisation mathématique connu comme modélisation inverse, peu ou nullement abordée dans l'enseignement mathématique universitaire. Des questions cruciales ont été identifiées : Comment séparer un mélange de signaux audio ou électro-physiologiques ? Comment séparer des signaux cérébraux de signaux non cérébraux ? De la même manière, nous avons analysé un modèle mathématique faisant intervenir une équation différentielle associée au fonctionnement d'un stimulateur cardiaque (Siero-González et Romo-Vázquez, 2017). Des questions ont été identifiées : Comment peut-on concevoir un stimulateur cardiaque ? Est-il possible de proposer un stimulateur cardiaque plus économique que ceux qui existent sur le marché ? D'autres contextes ont été étudiés : l'analyse de structures (Echavarría, 2016), l'utilisation de modèles linéaires et d'éléments statistiques dans l'industrie automobile (Aldape, 2016) et l'usage du diagramme de Pareto dans une brasserie (Tolentino-Olivera, 2015).

En ayant ce petit répertoire de modèles mathématiques utilisés par les ingénieurs, les didacticiens ont décidé de choisir pour cette étude le diagramme de Pareto, car il est hautement utilisé dans l'industrie et il est le moins complexe. Ainsi, les didacticiens ont conçu un entraînement pour apprendre aux étudiants à utiliser le principe de Pareto. Il s'agissait donc de partir de questions qui se posent dans le contexte du travail en industrie pour mieux penser la formation et ainsi donner un sens pratique à cet enseignement. La dimension de l'ingénierie et de la neuroscience : l'étude de connectivité

L'encéphalographie (EEG) est la méthode la plus largement utilisée pour enregistrer l'activité cérébrale. Parmi ces avantages, nous pouvons signaler que c'est le premier test médical demandé pour diagnostiquer une pathologie cérébrale, la méthode la plus connue et la plus économique, avec une très bonne résolution temporaire (de l'ordre de la milliseconde) et elle est non invasive car celle-ci est effectuée par l'intermédiaire d'électrodes placées au contact du cuir chevelu. Actuellement, il est reconnu que les processus cérébraux (cognitifs, motrices ou pathologiques) enregistrés sur le cuir chevelu sont le produit de l'interaction de différentes populations neuronales associées. Dès l'optique du traitement des signaux ces interactions peuvent être étudiées comme des synchronisations (connexions) ou des désynchronisations (déconnexions) des régions cérébrales. La connectivité cérébrale (*brain connectivity*) est vue comme la communication entre différentes régions cérébrales et est acceptée tant par les communautés médicales que scientifiques. Les ingénieurs et les neurologues sont les responsables de cette étude. Et particulièrement, les ingénieurs ont enregistré l'activité cérébrale et ont traité les signaux pour avoir les fenêtres que les neurologues ont interprété.

### III. CONTEXTE EXPERIMENTAL ET METHODOLOGIE

L'étude s'est développée à l'Universidad de Guadalajara, deuxième université en importance par le numéro d'étudiants, au Mexique. L'étude a débuté avec 25 étudiants, futurs ingénieurs, des différentes filières qui étaient en troisième année d'une formation d'entre 8 et 9 semestres. Ces étudiants étaient volontaires et ont accepté de répondre au test de QI, deux tests associés à un « entraînement » qui comportait deux sessions de deux heures chacune et

---

<sup>1</sup> C'est une méthode utilisée par les ingénieurs pour séparer des mélanges de signaux de différente nature. Elle est utilisée par exemple pour mieux diagnostiquer l'épilepsie en séparant les signaux cérébraux des signaux non cérébraux, produits par le cœur ou les os.

un travail chez eux estimé de deux à trois heures. Ce sont seulement 10 étudiants qui ont terminé cette étude qui s'est déroulée selon trois grandes phases :

- 1) Conception et application d'un pré-test et enregistrement de l'activité cérébrale associée
- 2) L'entraînement : mise en place des activités didactiques avec les futurs ingénieurs
- 3) Conception et application d'un post-test et enregistrement de l'activité cérébrale associée

### 1. Conception et application de tests pour enregistrer l'activité cérébrale des futurs ingénieurs

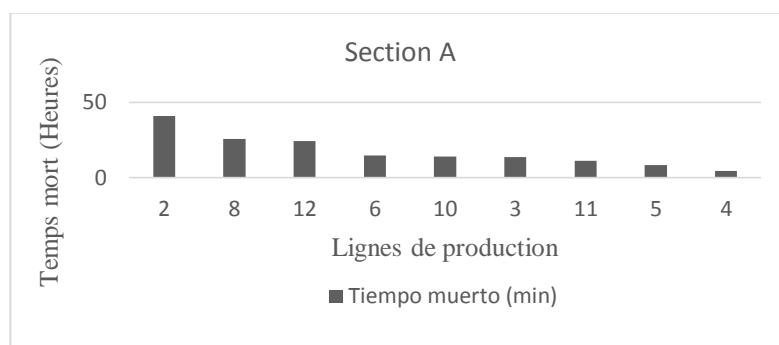
Pour enregistrer l'activité cérébrale lors de la réalisation des tâches mathématiques, les étudiants ne doivent pas bouger car cela produit de l'activité musculaire, qui empêche d'enregistrer correctement l'activité cérébrale avec l'EEG. Les tests doivent donc être une série des questions à choix multiples demandant un temps maximal de réponse de dix minutes (ce qui évite la fatigue) ; la réponse choisie est communiquée en cliquant une fois sur le clavier. Les questions de test ont été conçues en relevant de l'étude d'une brasserie (Tolentino, 2015) qui montre l'utilisation du principe de Pareto : « environ 80% des effets sont produits par le 20 % de causes » et dont la basse mathématique est la distribution de Pareto.

Les deux tests, conçus par les didacticiens, gardent une grande similitude, c'est qui permet de comparer le temps de réponse des étudiants et la connectivité avant et après l'entraînement. Les tests ont deux parties : 2 questions de préparation et 18 questions au choix multiple relevant d'une même praxéologie, celle du Principe du Pareto. Les deux premières questions permettent aux étudiants de se familiariser avec le système de réponse selon trois étapes : 1) Lire et trouver la réponse ; 2) Cliquer la barre espace de l'ordinateur pour afficher le répertoire des réponses et en choisir une, et 3) Cliquer pour enregistrer la réponse choisie dans un délai maximal de dix secondes.

Une fois la première version du pré-test terminée nous l'avons proposée à une dizaine d'enseignants de mathématiques, aux ingénieurs et aussi aux neurologues. Cela a permis d'avoir une validation expérimentale. Le post-test a été conçu de la même manière. Pour illustrer le type de questions comportant les tests et la façon de les présenter aux étudiants, nous montrons ci-après le contexte et la question 2 du pré-test :

Vous faites partie d'une équipe d'experts de la « Brasserie Cuauhtémoc » qui analyse les problèmes affectant la production. A partir d'une première étude, vous savez que le temps-mort dans différentes lignes de production est la source la plus importante de ces problèmes. Dans les questions suivantes vous trouverez des tableaux et de graphes qui représentent le temps-mort en les analysant vous trouverez la réponse adéquate.

2. Choisissez le couple des lignes de production qui en les réglant permettent de minimiser le temps mort dans la section A.



**Figure 2** – Graphe du temps-mort sur les lignes de production

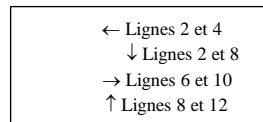
La question et le graphe (Figure 2) s'affichent sur l'écran de l'ordinateur au même temps, mais pas les réponses. Les futurs ingénieurs peuvent lire et réfléchir sur la question le temps souhaité. Dans ce cas, ils doivent repérer que les lignes 2 et 8 sont les plus problématiques et



que les régler est la solution plus efficace pour cette industrie. Organiser les données de cette manière comporte la première étape du Principe du Pareto : déterminer l'importance des causes à partir de leur fréquence. Une fois que les étudiants sont prêts pour répondre, ils cliquent sur la barre espace de l'ordinateur et réponses à choix s'affichent comme on peut le voir ci-après :

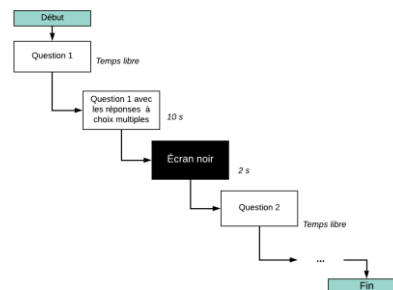
**Figure 3** – Quatre choix s'affichent pour la question 2

À ce moment-là, les étudiants peuvent regarder la question et les réponses (figures 2 et 3), une fois qu'ils décident de répondre, cliquent sur la barre espace de l'ordinateur et à nouveau les réponses s'affichent mais pas la question (figure 4). La réponse choisie doit être cliquée dans un temps maximal de 10 secondes.



**Figure 4** – Dernier écran montrant les réponses à choix multiples

L'enregistrement de l'activité cérébrale s'est fait pendant la réalisation de deux tests avec un EEG, tous les étudiants portaient un casque avec 20 électrodes. La façon de faire passer le test (figure 5), a été déterminé par les neurologues.



**Figure 5** – Enregistrement de l'activité cérébrale

## 2. L'entraînement

L'entraînement, conçu par les didacticiens, s'est réalisé en une semaine, au début de mai 2017 à l'Universidad de Guadalajara. Il y a eu deux séances en présentiel et un travail entre les deux que les étudiants ont réalisé chez eux. Lors de la première session, nous avons proposé le PER « Aqua Purific » inspiré d'une situation industrielle réelle et qui est la suivante :

L'entreprise Aqua Purific a une production annuelle d'un million de litres de l'eau purifié, qui sont mises en bouteilles de verre. Elle a six lignes pour embouteiller le produit, le responsable de la sécurité de la plante a besoin d'un plan stratégique pour réduire les accidents. Cela, car le coût de maintenance des lignes de production est assez élevé. L'entreprise a un budget limité ce qui ne permet pas de maintenir toutes les lignes au même temps. Dans l'objectif de produire une première analyse des défauts, il a demandé à son personnel d'enregistrer les défauts dans chacune des lignes ; le rapport sous forme de tableau apparaît ci-après :

Lignes	Fréquence de défauts
Ligne 1	47
Ligne 2	98
Ligne 3	36
Ligne 4	71
Ligne 5	15
Ligne 6	41

**Tableau 1- Fréquence de défauts dans les lignes de production**

De même, le rapport de défauts de toutes les lignes sous forme de tableau est ci-après :

Type des défauts	Fréquence	L1	L2	L3	L4	L5	L6
Réglage	59	11	11	9	13	6	9
Qualité	7	1	3	1	1	0	1
Manque d'aide visuelle	4	1	2	0	1	0	0
Manque de propreté	12	0	6	2	3	0	1
Manque des pièces ou pièces rompues	55	2	15	12	16	3	7
Fuites (huile, de l'eau, de l'air, etc.)	62	1	35	2	14	3	7
Outils en mauvais état ou pas adéquates	2	0	1	0	0	1	0
Parties électriques abîmés ou obsolètes	17	3	3	3	2	0	6
Parties mécaniques abîmés ou obsolètes	80	27	20	3	20	0	10
Risque de rester coincé	1	1	0	0	0	0	0
Risque de frapper contre des objets ou d'être frappé	7	0	2	2	1	1	1
Bruit pas normal	2	0	0	1	0	1	0

**Tableau 2- Types de défauts et sa fréquence dans les lignes de production**

De plus, deux tableaux montrant les fréquences de défauts par ligne ont été fournis. Les étudiants se sont organisés en équipes pour construire un plan d'action pour l'entreprise, lui permettant d'utiliser le budget, de manière optimale. La version finale du plan d'action a été envoyée par courriel, 5 jours après la première séance. Dans la deuxième séance chaque équipe a montré son plan d'action et tout le groupe a « construit » le principe du Pareto pour « justifier » et garantir à l'entreprise que le plan d'action proposé était le plus optimal. Dans la figures 6 et 7 nous pouvons voir comme le diagramme de Pareto permet rapidement de décider la ligne qui a le plus de défauts et le pourcentage de perturbation. Cela peut se voir en faisant la Courbe de Lorenz (en bleu) associée à l'échelle (0-100) qui apparaît à la droite.



**Figure 6 – Analyse de la ligne 5**



**Figure 7 – Analyse de la ligne 1**

Ensuite, nous avons proposé une dizaine des situations semblables. On pourrait dire que le PER Aqua Purific était une activité ouverte qui a motivé l'étude du Principe du Pareto, tandis que les dix tâches correspondaient à un travail sur la technique, définie dans la TAD comme un moment du processus d'étude associé à produire ou reproduire une praxéologie. Ce choix didactique a été fait car le PER a permis d'aborder la question : comment peut-on utiliser un budget « limité » de manière optimale pour régler la plupart de défauts dans les lignes de production ? Les équipes d'étudiants ont travaillé de manière libre, en explorant les données disponibles et en proposant différentes solutions basées principalement sur l'intuition, « il faut régler les fuites car ça met en danger l'entreprise » sans prendre en compte la fréquence de défauts. Seulement, une de quatre équipes a proposé une solution qui a été validée en comparant différentes propositions. C'est dans une mise en commun que nous avons construit le principe de Pareto. Une analyse des parcours suivis par ces équipes en termes de la dialectique questions-réponse est en cours. Proposer ensuite dix tâches qui demandaient d'utiliser ce principe, a permis de travailler la technique : identifier les défauts qui ont la fréquence plus élevée et décider en rapport au budget disponible la solution optimale. Les dix tâches étaient proposées en contextes différents dans le but de faire travailler cette technique et d'être capable de la mettre en place dans peu de temps.

#### IV. PREMIERS RESULTATS

Les premiers résultats de ce projet sont associés à l'étude de connectivité. Premièrement, nous pouvons noter (figure 8) que tous les étudiants (repéré par un S, comme « Sujet » suivi d'un numéro) ont réduit leur temps de réponse (temps de réponse relevé avant l'entraînement indiqué en bleu et en rouge pour celui relevé après l'entraînement), ce qui tend à montrer que les sujets ont appris.

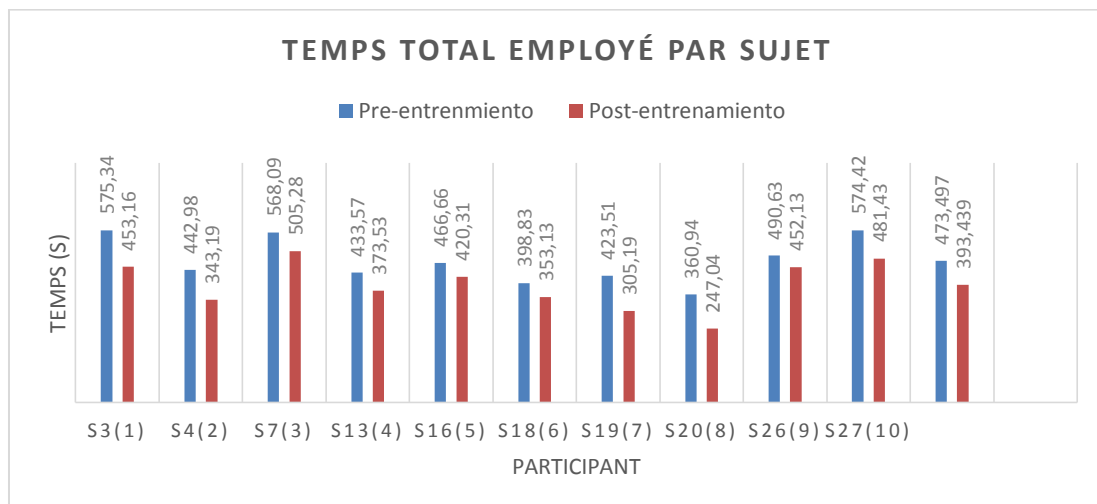
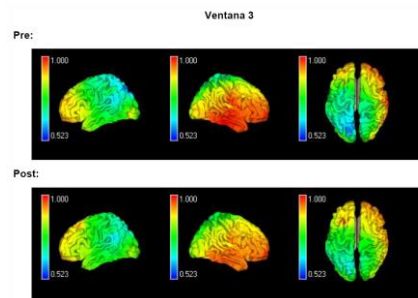


Figure 8 – Tableau montrant le temps de réponse dans le pré et post test

Le résultat le plus important concerne l'analyse de fréquence (dans la bande delta) que nous avons appelée fenêtre 3 et qui correspond à l'activité des étudiants une seconde avant de cliquer sur la réponse choisie (figure 9). Nous supposons que juste à ce moment, le sujet est dans le processus de « travailler / réfléchir » avant de répondre. Cette fenêtre est obtenue à partir de la moyenne de cinq fenêtres de réponses correctes des dix sujets. C'est à dire la moyenne de 50 fenêtres. C'est un résultat « préliminaire » mais a priori il est possible de voir la charge d'énergie (en rouge) de manière plus importante avant l'entraînement qu'après.



**Figure 9** – Activité cérébrale des étudiants dans la fenêtre 3

D'autres analyses doivent être faites pour mieux comprendre cette activité cérébrale et ses implications pour l'enseignement de mathématiques chez les futurs ingénieurs.

## V. UN TRAVAIL COLLABORATIF OBJET D'UNE PREMIERE ANALYSE

Dans ce projet, nous avons réuni trois équipes de recherche : des ingénieurs experts dans le traitement de signaux, des didacticiens de mathématiques et de neurologues. Nous avons aussi travaillé avec des enseignants de mathématiques, avec de futurs ingénieurs et des étudiants en master et en thèse des différentes disciplines. Chaque équipe a mené un type de travail différent, les ingénieurs ont été responsables de l'enregistrement de l'activité cérébrale et de l'étude de connectivité. Les neurologues ont analysé la pertinence des tests, ils ont proposé d'étudier la bande delta et ont fait une première analyse de la fenêtre 3 (figure 9). Les didacticiens de mathématiques ont conçu le tests et l'entraînement sur le principe de Pareto. Cet entraînement a demandé de concevoir un PER et un ensemble de tâches permettant une maîtrise de la technique pour faire face à des tâches dans un temps très court. Les trois équipes semblent avoir des tâches précises et propres à leur expertise, mais un langage de « base » s'est établi pour pouvoir communiquer à propos des besoins et des savoirs. La manière dont ce langage s'est créé et comment il a favorisé une communication efficace ainsi que les différents niveaux d'interactions n'ont pas encore été l'objet d'étude. Mais nous sommes conscients qu'un projet de ce type a besoin d'un travail collaboratif efficace.

## REFERENCES

- Aldape, J.O. (2016). Estudio antropológico de una práctica de metrología en una empresa automotriz y su potencialidad como base de diseños didácticos. (Tesis de maestría). CICATA-IPN, Ciudad de México, México.
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161-182. doi: 10.4471/redimat.2013.26
- Echavarría, L.A. (2016). Diseño de dispositivos didácticos de investigación para formación de ingenieros: El caso de creación de herramientas computacionales. (Tesis de maestría). CICATA-IPN, Ciudad de México, México.
- Pluck, G., Ruales-Chieruzzi, C., Paucar-Guerra, E., Andrade-Guimaraes, M.V., Trueba, A.F. (2016). Separate contributions of general intelligence and right prefrontal neurocognitive functions to academic achievement at university level. *Trends in Neuroscience and Education*. 5(4), pp. 178-185. Doi: [10.1016/j.tine.2016.07.002](https://doi.org/10.1016/j.tine.2016.07.002)
- Radford, L. y André, M. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(2), 215-250.
- Siero, L. y Romo-Vázquez, A. (2017). Didactic Sequences Teaching Mathematics for engineers with focus on Differential Equations. En M.S. Ramírez y M. A. Domínguez



- (Eds.). Driving STEM Learning with Educational Technologies. IGI Global. pp.121-151. DOI: 10.4018/978-1-5225-2026-9.ch007
- Stringer, S. Tommerdahl, J. (2015). Building bridges between Neuroscience, Cognition and Education with predictive modeling. *Mind, Brain and Education*. 9(2), 121-126. Doi: 10.1111/mbe.12076
- Tolentino (2015). Uso del principio de Pareto en la industria cervecera y su posible vinculación con la enseñanza de las matemáticas. (Tesis de maestría). CICATA-IPN, Ciudad de México, México.
- Vázquez, R., Romo-Vázquez, A., Romo-Vázquez, R. y Trigueros, M. (2016). Una reflexión sobre el rol de las matemáticas en la formación de ingenieros. *Educación Matemática*, 28(2), 31-57.