ANALYSE D'UNE SITUATION D'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE VISANT A SENSIBILISER LES ÉLÈVES DE PREMIÈRE SCIENTIFIQUE AU CONCEPT DE LIMITE D'UNE SUITE NUMÉRIQUE

GIBEL[*] Patrick

Résumé – Cet article vise à établir la pertinence d'un modèle d'analyse des raisonnements produits par les élèves et par l'enseignant dans des situations didactiques comportant une dimension recherche. Le modèle, élaboré à partir de la Théorie des Situations Didactiques et de la Sémiotique de C.S. Pierce, offre la possibilité d'analyser les raisonnements produits par les élèves et par l'enseignant dans des situations d'action, de formulation mais aussi en situation de validation. Nous l'utiliserons dans le cadre de l'étude d'une séquence, visant à sensibiliser les élèves de Première scientifique au concept de limite.

Mots-clefs : Raisonnement, suite, Analyse, limite, TICE.

Abstract – This article aims at establishing the relevance of a model of analysis of the reasoning processes produced by pupils and by the teacher in didactic situations including a situation of investigation. The model, developed from the Theory of Didactical Situations and the Semiotics of CS Pierce, offers the possibility of analyzing reasoning processes produced by pupils and by teacher in situations of action, situation of formulation but also in situation of validation. We will use it as part of the study of a sequence, aimed at sensitizing the students to the concept of limit.

Keywords: Reasoning process, calculus, limit, proof, TICE.

I. INTRODUCTION

La première partie de l'article a pour objet de présenter les caractéristiques du modèle d'analyse des raisonnements élaboré précédemment par Bloch et Gibel (2011), Gibel (2015), Gibel (2018). Nous commençons par définir ce que nous appelons *raisonnement* dans le cadre de notre recherche en didactique des mathématiques, puis nous explicitons les principales caractéristiques de notre modèle. Ce dernier permet d'effectuer une analyse *a priori* et une analyse a *posteriori* détaillée des raisonnements apparaissant dans une situation adidactique (Brousseau, 1998) ou à dimension adidactique (Mercier 1995 ; Bloch 1999).

Dans la deuxième partie, nous présentons la situation « La suite de carrés » mise en œuvre dans une classe de Première scientifique[1]. Nous expliciterons les enjeux et les spécificités de cette ingénierie et nous proposerons une analyse *a priori* de cette séquence en définissant les différents niveaux de milieux liés aux situations d'action, de formulation et de validation. Nous illustrerons ensuite la mise en œuvre de notre modèle en analysant les raisonnements produits par les élèves lors de deux épisodes extraits de la situation de validation

II. PRESENTATION DU MODELE D'ANALYSE DES RAISONNEMENTS

1. Caractérisation du raisonnement

Les raisonnements que nous étudierons dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques sont essentiellement modélisables par des inférences. Mais cette caractérisation doit être

---

[*] Université de Bordeaux-ESPE d'Aquitaine, laboratoire Lab-E3D, Patrick.Gibel@u-bordeaux.fr

[1] Les élèves sont âgés de 16 à 17 ans.

complétée car nous voulons pouvoir distinguer les raisonnements effectifs des citations et intégrer des raisonnements qui se manifestent par des activités non verbales aussi bien que par des assertions, ce qui nous amène à formuler la définition suivante (Gibel, 2008) :

Un *raisonnement* est donc une relation R entre deux éléments A et B telle que :

- A désigne une condition ou un fait observé, contingent ;
- B est une conséquence ou une décision ou un fait prévu ;
- R est une relation, une règle, plus généralement une connaissance empruntée à un répertoire considéré comme connu, accepté. La relation R conduit l'actant, dans la circonstance A, à prendre la décision B ou à prévoir le fait B ou à énoncer que le fait B est vrai.

Un *raisonnement effectif* comprend de plus un agent E, élève ou professeur, qui utilise la relation R ainsi qu'un projet déterminé par une situation dont la réalisation exige l'usage de cette relation.

Un postulat de notre travail est que la Théorie des Situations Didactiques fournit un cadre privilégié pour cette étude, et notamment que l'analyse des fonctions du raisonnement dans les niveaux de milieux permet une catégorisation des raisonnements. Ce cadre doit cependant être nécessairement complété par des outils d'analyse locale, et par une analyse des fonctions des raisonnements (Gibel, 2004) et des signes, formels et langagiers, qui le soutiennent. Pour cette dernière fonction nous utilisons les outils d'analyse issus de la sémiotique peircienne (Duval, 2006 ; Evraert-Desmedt, 1990 ; Pierce, 1995 ; Bloch & Gibel, 2011 ; Bloch, 2006 ; Gibel, 2008).

2. Le modèle d'analyse des raisonnements

Une fréquente justification de la construction de situations d'enseignement, issues de situations fondamentales d'un savoir dans la Théorie des Situations Didactiques a été donnée par le bénéfice de ce type de situations sur les possibilités d'amener les élèves à entrer dans une démarche de preuve (Legrand, 1997). L'élaboration et l'analyse *a priori* de ces situations se basent sur l'étude des niveaux de milieux organisés ; l'analyse *a posteriori* permet au chercheur de déterminer s'il y a ou non une concordance du déroulement effectif avec la situation anticipée.

M0:M-Apprentissage	**E0: Elève**	**P0: Professeur**	***S0: Situation didactique***
M-1:M-Référence	E-1:E-Apprenant	P-1: P-Observateur	*S-1: Situation d'apprentissage*
➢ M-2: M- Objectif	E-2: E-Agissant	P-2 : P Dévolueur observateur	*S-2: Situation de référence*
➢ M-3: M- Matériel	E-3: E-Objectif		*S-3: Situation objective*

***Tableau 1** – La structuration du milieu de M0 à M-3 (Bloch, 2006)*

Le tableau 1 résume les niveaux de milieux – de M1 à M-3 – correspondants à la situation *expérimentale*. Les niveaux associés aux indices strictement négatifs sont ceux qui nous intéressent tout particulièrement dans la configuration que nous étudions i.e. l'apparition d'un processus de preuve dans la mise en œuvre d'une situation à dimension adidactique (Bloch, 1999). En effet c'est au niveau de l'articulation entre le milieu objectif et le milieu de référence que nous nous attendons à voir apparaître et se développer les raisonnements attendus.

Dans la structure précédente, nous savons que des étapes de la situation peuvent être à l'origine de raisonnements mathématiques : la confrontation à un milieu heuristique (milieu objectif) pour leur élaboration ; le passage à un milieu de référence pour établir la généricité des méthodes et le caractère de nécessité des propriétés trouvées.

Dans Bloch et Gibel (2011), nous avons été amenés à retenir trois axes principaux qui orientent et structurent notre analyse des raisonnements dans chacune des situations décrites précédemment.

Le premier axe est lié au milieu de la situation : dans une situation comportant une dimension adidactique, les élèves donnent à voir des raisonnements qui dépendent fortement du niveau de milieu où ils se situent. Le deuxième axe est l'analyse des fonctions du raisonnement, pointée ci-dessus comme nécessaire. Nous nous attacherons à montrer comment les fonctions du raisonnement sont liées à des niveaux de milieux et comment ces fonctions *manifestent* aussi ces niveaux de milieux, de sorte qu'ils peuvent servir au repérage de la position des élèves dans chacun de ces niveaux. Le troisième axe est celui des signes et des représentations observables. Ces observables se donnent à voir dans des formes différentes qui affectent le déroulement de la situation. La nature des signes et le statut logique du raisonnement sont à prendre en compte pour l'efficacité, l'idonéité aux attendus et le rôle dans la situation. L'analyse des signes est réalisée au regard du répertoire de représentation mobilisé par l'auteur du raisonnement. Il s'agit de prendre pour objet d'étude l'usage du répertoire didactique et de son niveau d'actualisation.

Ces trois axes apparaissent nécessaires et complémentaires pour effectuer une analyse très précise des différentes formes de raisonnements qui sont susceptibles d'être produits en regard de leur(s) fonctions et des conditions de leur production par les élèves (et/ou par l'enseignant au niveau M0). Ils constituent les dimensions de notre modèle d'analyse des raisonnements.

Nous compléterons notre analyse des raisonnements en ajoutant une dimension d'analyse supplémentaire relative à la forme des raisonnements : raisonnement abductif, inductif ou déductif.

III. II. ETUDE DE LA SITUATION « LA SUITE DE CARRES

1. La situation : Présentation et enjeux didactiques de la séquence

La situation « La suite de carrés » a été proposée à des élèves d'une classe de Première scientifique[2]. On construit une « suite » de carrés juxtaposés de la manière suivante : le côté du premier carré est de longueur 1 (en référence à une unité choisie), puis chaque carré a pour mesure de côté $\frac{3}{4}$ de la mesure du côté du carré précédent.

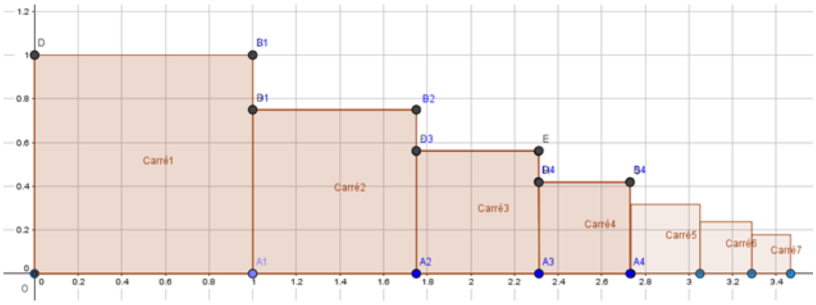

Figure 1. *La suite des sept premiers carrés*

Dans cette situation, il s'agit pour les élèves de déterminer s'il est possible de construire un énième carré, dont l'abscisse du point A_n, noté a_n correspondant à la mesure $OA_{n,}$ (où O désigne l'origine du repère), est strictement supérieure à 4. L'objectif de la séquence est de sensibiliser les élèves à la notion de limite finie d'une suite. Cette situation d'apprentissage est une situation à dimension adidactique visant à confronter les élèves à la notion de limite. Cette dernière est obtenue ici comme le résultat du processus de construction des carrés itéré à l'infini.

D'un point de vue mathématique, nous cherchons à déterminer dans un premier temps si la suite (a_n) est majorée et ensuite si elle admet une limite. L'enjeu didactique de la situation est que les élèves puissent avoir l'idée « intuitive » du résultat de ce processus de calcul itéré « à l'infini »..

La situation prévoit l'introduction de la notion de limite, à partir de conjectures sur des grandeurs relatives à des objets géométriques : ainsi les élèves disposent d'une entrée dans un milieu matériel qui leur permet de s'appuyer sur des représentations initiales d'ordre figural. Cette « entrée » permet de faciliter la dévolution du problème. Les éléments de preuve devront cependant être fournis, en partie, par le professeur dans un épisode didactique, car les élèves n'ont, à ce stade, pas d'outils de définition et de preuve de ce qu'est une limite finie (dans le cadre de l'étude d'une suite). En ce sens il s'agit d'une situation à dimension adidactique (Mercier 1995 ; Bloch 1999).

2. *Eléments d'analyse a priori*

L'objectif de la séquence est ici relativement ambitieux : les divers moyens d'investigation doivent permettre de conjecturer que : quel que soit le nombre n de carrés construits, la longueur ne peut excéder une certaine valeur numérique (4). Il s'agira ensuite de mettre les élèves en situation de prouver, grâce notamment aux outils de géométrie analytique nouvellement acquis (vecteurs) ou précédemment acquis (équations de droites, coefficient directeur d'une droite) que la suite est nécessairement majorée par la valeur (4). L'objectif est de sensibiliser les élèves à la notion de limite.

La problématique dévolue aux élèves est formulée ainsi : En répétant le processus de construction des carrés un nombre n de fois suffisant, peut-on créer un carré dont l'abscisse du sommet A_n dépasse 4 ?

3. *Analyse ascendante des différents niveaux de milieu*

Nous allons à présent expliciter succinctement les différents niveaux de milieu tels que nous les avons définis dans le Tableau 1.

La situation objective (élève objectif et le milieu matériel) : Le milieu matériel est constitué des cinq premiers carrés qui ont été construits par les élèves. L'enseignant a construit sur le papier millimétré le premier carré et leur a communiqué le processus de construction.

La situation de référence (élève agissant et milieu objectif) : Le milieu objectif est constitué des n premiers carrés (n quelconque) résultant de la construction des carrés. Ces figures fonctionnent ici comme un indice de la figure « finale ». Les actions du sujet agissant ont pour objet de conjecturer et prouver l'alignement des sommets (B_i, $1\leq i\leq N$) et ensuite de calculer l'abscisse a_n du point A_n pour n quelconque.

La situation d'apprentissage (élève apprenant et milieu de référence) : Le milieu de référence est constitué des conjectures sur la limite de la suite (an). Les élèves vont produire des calculs et des raisonnements assimilables à des éléments de preuve. Les élèves vont être amenés à débattre de la validité des raisonnements produits pour répondre à la problématique. Il s'agit ici d'une situation de validation.

Si le caractère borné de la suite, de même que le fait qu'elle soit (strictement) croissante sont accessibles aux élèves de Première scientifique, ils ne disposent pas du résultat théorique leur permettant de déduire que la suite est convergente. Ils seront donc conduits à étudier la convergence de la suite en utilisant les TICE.

4. Déroulement envisagé

Séance 1 : Après l'exposé de la situation initiale, l'appropriation de la situation se fera par le calcul et le tracé individuel des cinq premiers carrés sur le papier quadrillé fourni. Une première conjecture sera émise, en binôme, à propos des points B_1, B_2 et B_3, les élèves devront prouver par la méthode de leur choix (de nature scalaire ou de nature vectorielle) l'alignement des points. La séance se poursuivra par la formulation d'une conjecture (générale), à propos des points B_1, $B_{2,\ldots,}B_{N,}$ où N désigne un entier quelconque fixé, que les élèves devront ensuite prouver.

La dernière phase de cette première séance vise à amener les élèves à produire des éléments de réponse à la problématique (existence d'une valeur « limite » de la suite (a_n)). Les élèves pourront choisir de s'appuyer sur l'alignement des sommets B_n afin de montrer que la suite $(a_{n,})$ est majorée. Ils pourront aussi exprimer a_n soit directement en fonction de n (suite de somme partielle associée à une suite géométrique de raison $\frac{3}{4}$), soit en fonction de a_{n-1} et a_{n-2} (suite récurrente); ils pourront étudier cette suite en mettant en œuvre des outils numériques.

Séance 2 : En début de séance 2 les élèves poursuivront en binôme leur recherche en mettant en œuvre les outils numériques : tableur et/ou programmation d'algorithme afin de de déterminer le comportement de la suite. La valeur limite apparaîtra, et sera aussi l'occasion de souligner les « limitations » liées à l'usage des outils numériques. En effet, la convergence étant rapide, Excel comme Algobox ou les calculatrices arrondissent rapidement le résultat à 4, d'où la nécessité pour l'enseignant d'effectuer une distinction empirique/théorique.

La phase suivante vise à mettre en débat les éléments de réponse à la problématique. Il faudra alors revenir au tracé initial des carrés, et à l'alignement des sommets afin d'en déduire l'existence et la valeur de la limite. En Annexe 1, nous proposons le déroulement détaillé de la séquence.

5. Les raisonnements susceptibles d'être produits

Les raisonnements susceptibles d'apparaitre au cours de la séquence « La suite des carrés » sont explicités dans le tableau ci-dessus. Nous indiquons pour chaque niveau de milieu : les fonctions des raisonnements attendus, les niveaux d'utilisation des symboles, Les niveaux d'actualisation du répertoire ainsi que les formes de raisonnements (inductif, déductif, abductif).

Dans le tableau ci-dessous, SEM désigne un raisonnement de nature sémantique et SYNT désigne un raisonnement de nature syntaxique.

	Milieu M_{-2}	Milieu M_{-1}	Milieu M_0
Fonctions des raisonnements	R1.1 SEM - Intuition sur un dessin - Décision de calcul - Moyen heuristique - Exhibition d'un exemple ou d'un contre-exemple	R1.2 SYNT/SEM - Calculs génériques - Formulation de conjectures étayées - Décision sur un objet math.	R1.3 SYNT - Formalisation des preuves dans la théorie mathématique requise (avec aide du P éventuellement)
Niveaux d'utilisation des symboles	R2.1 SEM Icônes ou indices dépendant du contexte (schémas, intuitions…)	R2.2 SYNT/SEM Arguments 'locaux' ou plus génériques : indices, calculs	R2.3 SYNT Arguments formels spécifiques
Niveau d'actualisation du répertoire	R3.1 SYNT/SEM - Utilisation ponctuelle de connaissances anciennes - Enrichissement au niveau heuristique : calculs, conjectures ponctuelles	R3.2 SYNT/SEM Enrichissement au niveau argumentaire : - des énoncés - du système organisateur	R3.3 SYNT - Formalisation des preuves - Introduction d'ostensifs organisés - Intégration des éléments théoriques du domaine math.
Formes de raisonnements	R4.1 abductif, inductif, déductif	R4.2 inductif, déductif	R4.3 déductif

***Tableau 2**. Modèle d'analyse des raisonnements*

Nous allons analyser à l'aide de notre modèle les raisonnements produits par les élèves en situation de validation, au cours de la phase 9 de la séance 2 (ANNEXE 1).

IV. III ANALYSE D'UN EPISODE DE LA SEANCE 2 (ANALYSE A POSTERIORI)

Nous allons analyser à l'aide de notre modèle les raisonnements produits par les élèves en situation de validation, au cours de la phase 9 de la séance 2 (ANNEXE 1). Au cours de la séance 2, l'élève 1 au tableau (Hugues) note au tableau le calcul qu'il a effectué afin de déterminer quel est le point d'intersection de la droite (d) passant par les sommets B_n (dont l'alignement été démontré séance 1).

Il a effectué un calcul basé sur la connaissance du coefficient directeur de la droite (d) calculé précédemment, il a noté initialement X(0, x) le point d'intersection de la droite (d) avec l'axe des abscisses. Il effectue une dénotation des calculs rédigés au tableau (présenté en ANNEXE 2) en vue de déterminer l'abscisse du point X.

Nous allons présenter le script de ces épisodes.

> Professeur : Bien ! Alors c'est très bien ce que tu fais. Je pense que ça nécessite quelques explications sur une partie de la classe au moins sur l'idée, en fait que tu utilises. L'idée est vraiment intéressante, très originale et je pense que ça nécessite quelques explications.

L'enseignant juge que la procédure de calculs est inhabituelle, aussi il demande à l'élève de fournir à ses camarades des explications visant à justifier le choix de sa procédure et à éclairer l'interprétation du calcul.

> Elève 1 (Hugues) : En fait, on a une partie des coordonnées vu que X est sur l'axe de x, son ordonnée c'est forcément 0 ; et on recherche son autre coordonnée, enfin son abscisse. On a

déjà les coordonnées de B_1 et donc en gros, ici (en montrant) on connaît tout sauf x donc ça donne juste une équation à résoudre.

Elément d'analyse : Nous nous situons ici au niveau (M-2), en effet l'élève fournit une explication quant à la procédure de calculs utilisée basée sur la mise en œuvre de connaissances antérieures (R3.1). Il indique les raisons qui l'ont guidées dans sa décision de calculer (R1.1 c'est une fonction du raisonnement) de deux manières différentes le coefficient directeur de la droite et produit également un éclairage de la conduite de son calcul.

Professeur : Oui. Est-ce que c'est clair pour tout le monde ça ? Ce qui est assez malin là, c'est qu'ici on détourne la formule du calcul du coefficient directeur ; d'habitude on l'utilise nous pour avoir le coefficient directeur. Sauf qu'ici le coefficient directeur on le connaît et on utilise cette formule entre guillemets à l'envers pour obtenir une des coordonnées que l'on cherche ; sur les 4 on en connaît déjà 3, donc il y en a qu'une seule qu'on ne connaît pas et du coup on peut utiliser cette formule entre guillemets à l'envers pour obtenir la coordonnée cherchée. Au final tu trouves du coup que cette droite coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées (4;0). Quelle est ta conclusion ?

Elève 1 : (en regardant sa feuille) Bah, le … la … du coup l'abscisse des points B_n et A_n ça ne dépassera jamais 4 ; ça sera au plus grand 4.

Elément d'analyse : On est ici au niveau (M-2), car l'élève 1 rend compte du résultat du calcul et de la lecture-interprétation du schéma mais la conclusion qu'il tire de son calcul et de son schéma « ça ne dépassera jamais 4 ; ça sera au plus grand 4 » ne repose pas sur une justification « consistante », dans le sens où il n'avance pas les raisons pour lesquelles le majorant de la suite (a_n) est 4.

Episode 2 Débat relatif à la majoration de la suite (a_n)

Professeur : Oui… au mieux 4, oui ? (le professeur *s'adressant à un autre élève qui lève la main*)

Elève 2 (Gatien) : Il manque que …du fait que … en fait ça peut dépasser 4, mais si ça dépassait 4 on aurait une abscisse négative étant donné que l'abscisse on dit que c'était 0,75 fois celui d'avant, c'est une multiplication de nombres positifs donc l'abscisse ne pourra pas être négatif, donc ça s'arrêtera à 4.

Analyse des raisonnements : On se situe ici au niveau (M-1) en effet l'argument avancé par Gatien est valide et consistant (R2.2), c'est un argument « générique » qui permet d'effectuer le lien entre le « syntaxique » et le « sémantique ». En effet il articule le résultat du calcul précédent et son interprétation au regard du schéma de construction de la suite des carrés. Il permet d'établir que la suite (a_n) est majorée par 4, puisque les ordonnées des sommets B_n sont nécessairement positives. On note ici qu'il s'agit d'un raisonnement par l'absurde.

Professeur : Oui, c'est vrai qu'il faut... (S'adressant à l'élève E1 toujours au tableau) Tu pourrais nous faire un petit schéma avec les droites, qu'on ait une image sous les yeux. Alors dessine nous la droite d, c'est pas évident sur le dessin.

Figure 2. *Dessin réalisé au tableau par l'élève 1*

Professeur : Donc on sent bien que finalement ce nombre « 4 » va jouer un rôle dans le graphe... On sent bien que le nombre « 4 » joue une sorte de rôle de barrière, qu'on n'a pas le droit de dépasser. En faisant ça finalement, tu viens de répondre à la problématique : est-ce qu'on peut dépasser 4 et la réponse est non. Alors et si on allait un peu plus loin : quelle est la question qui suit ? On sait qu'on ne peut pas dépasser 4 ; quelle autre question je me suis posée ? Gatien ?

Analyse : La construction demandée par l'enseignant est destinée à faciliter la compréhension de l'argument établi par l'élève 2 (Gatien), en effet le schéma illustre le comportement de la suite de points constitués par les sommets (B_N). L'enseignant en reconnaissant la pertinence de la réponse, institutionnalise le fait que « 4 » soit un majorant de la suite (a_n). On est ici au niveau (M0).

Elève 2 : Est-ce qu'on va atteindre 4 ?

Professeur : Voilà, est-ce qu'on va atteindre 4 ? Alors est-ce que vous avez un avis ? (S'adressant à l'élève E1 toujours au tableau) Merci beaucoup Hugues, très bien. Alors *je laisse à chacun le temps de se faire sa propre opinion*. D'après vous, est-ce que la limite 4, cette barrière qu'on ne peut pas dépasser, est-ce qu'on peut l'atteindre ? …Est-ce qu'on va s'arrêter avant ou finalement on va aller jusqu'à 4. Alors maintenant tout le monde a eu le temps de réfléchir à ça… Oui Gatien.

Elève 2 : On va l'atteindre mais pas à une étape donnée, à la fin de …, quand on aura fini de faire tous les carrés. (…)

Professeur : Donc... A une étape donnée, on ne sera pas à 4 mais...

Elève 2 : A la fin on sera à 4.

Professeur : A la fin on sera à 4. Est-ce que tu as des ... une preuve ?

Elève 2 : Ben … y aura toujours … On pourra toujours continuer à faire des doubles de carrés donc à la fin on va finir pour y arriver jusqu'à à arriver jusqu'à 4.

Professeur : Je suis d'accord mais est-ce que tu as quelque chose de quantifiable ?

Elève 2 : Ben non justement … C'est l'infini … Quand on aura fini l'infini

Analyse des raisonnements : L'enseignant fait dévolution aux élèves d'une nouvelle tâche, déterminer si la valeur « 4 » va être ou non « atteinte ». L'élève au tableau effectue un raisonnement qui s'apparente à une conjecture. Afin de déterminer la validité de cette dernière, l'enseignant invite les élèves à exprimer (a_n) pour une valeur n.

V. CONCLUSION

L'analyse *a priori* de la séquence, produite conjointement avec l'enseignant dans le cadre d'une recherche collaborative, nous a permis non seulement de formuler les raisons pour lesquelles nous avons élaboré cette situation d'apprentissage, mais encore d'expliciter les formes de raisonnements susceptibles d'apparaitre lors des différentes phases de la séquence. Cette analyse *a priori* a ainsi facilité la tâche de l'enseignant en le préparant à envisager un traitement adéquat des raisonnements des élèves produits au cours de chacune des situations (situation d'action, de formulation et de validation).

Notre modèle d'analyse des raisonnements semble donc être un outil pertinent pour élaborer une analyse des formes de raisonnements susceptibles d'être produits au cours de chacune des phases et également pour produire une analyse *a postériori* détaillée du déroulement de la séquence, mettant en lumière les connaissances et les savoirs mobilisés par les élèves. Cette étude nous a permis de rendre compte de la pertinence et de l'adéquation de cette situation d'apprentissage pour permettre une sensibilisation des élèves à la notion de limite, qui sera étudiée de façon détaillée l'année suivante en classe de Terminale.

REFERENCES

Bloch, I. (1999) L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en Première scientifique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19(2), 135-193.

Bloch, I. (2006) Quelques apports de la théorie des situations à la didactique des mathématiques dans l'enseignement secondaire et supérieur. Note de synthèse HDR de l'Université Paris 7, Paris.

Bloch, I., & Gibel, P. (2011) Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. Recherches en Didactique des Mathématiques, 31(2), 191-228.

Brousseau, G. (1998) La théorie des situations didactiques. Grenoble : La Pensée Sauvage Editions.

Brousseau, G., & Gibel, P. (2005) Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. Educational Studies in Mathematics, 59(3), 13-58

Duval, R. (2006) Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques ? Relime, Numéro spécial, 45-81.

Evraert-Desmedt, N. (1990) Le processus interprétatif : introduction à la sémiotique de CS Peirce. Liège : Pierre Mardaga.

Gibel, P. (2008) Analyse en théorie des situations d'une séquence destinée à développer les pratiques du raisonnement en classe de mathématiques. Annales de didactique et de sciences cognitives, 13, 5-39.

Gibel P. (2015) Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire, Éducation et Didactique, 9-2, 51-72, Presses Universitaires de Rennes.

Gibel P. (2018) Elaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements. Note de synthèse de l'Habilitation à diriger les recherches soutenue à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour.

Legrand, M. (1997) La problématique des situations fondamentales. Recherches en Didactique des Mathématiques, 16 (2), 221-279.

Mercier, A. (1995) Les effets de l''intervention enseignante dans le milieu des situations adidactiques. In Margolinas C (Ed.), Les débats de didactique de mathématiques (pp.157-168), Grenoble : La Pensée Sauvage Editions.

Peirce C. S. (1995) *Le raisonnement et la logique des choses* (Trad. par Chauviré C., Thibaud P., Tiercelin C. de l'édition anglaise commentée de Ketner K.L. et Putnam H.). Paris : Éditions du Cerf, 1995. (Edition originale - Cahiers de Cambridge, 1878)

ANNEXE 1

Déroulement détaillé de la séquence.

La séquence est constituée de 2 séances

Séance 1 (en demi-groupe)

Phase 1 : Présentation de la situation- Consigne relative à la construction des 5 premiers carrés.

Phase 2 : Construction sur papier millimétré des 5 premiers carrés

Phase 3 : Consigne relative à l'émission de conjecture(s) relatives à B_1,B_2,B_3.

Phase 4 : Mise en commun des conjectures-Communication des preuves

Phase 5 : Consigne relative à l'émission de conjecture(s) B_1, B_2, …B_N.

Phase 6 : Mise en commun des conjectures-Communication des preuves.

Phase 7 : Formulation de la problématique

Phase 8 : Recherche Utilisation des TICE (Tableur, Algobox, calculatrices, etc.

Séance 2 (en groupe-classe)

Phase 9 : Recherche Utilisation des TICE (Tableur, Algobox, calculatrices, etc.

Phase 10 : Recueil des résultats

Phase 11 : Majoration de la suite Situation de formulation des expressions de (a_n)

Phase 11 : Situation de validation

Phase 12 : Situation de rédaction individuelle d'une procédure de résolution

Phase 13 : Situation d'institutionnalisation

ANNEXE 2

Au tableau l'élève 1 a noté :

On note X(x;0) le point d'intersection entre (0_x) l'axe des abscisses et d (droite passant par les sommets B_n). r est le coefficient directeur de la droite passant par B_1 et B_2.

$\boxed{r=\frac{-1}{3}}$; $\boxed{B_1(1;1)\in d}$;

$$\boxed{r=\frac{y_X-y_{B1}}{x_X-x_{B1}}=\frac{0-1}{x-1}}$$

$$\boxed{\frac{-1}{x-1}=\frac{-1}{3}}$$

$$\boxed{-1=\frac{-1}{3}(x-1)}$$

$$\boxed{-1=\frac{-1}{3}x+\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{\frac{-4}{3}=\frac{-1}{3}x}$$

$$\boxed{x=\frac{\frac{-4}{3}\times 3}{-1}}$$

$$\boxed{x=4}$$