



TITRE: MATHÉMATIQUES EMPIRIQUES, PENSÉE MATHÉMATIQUE & ÉCOLE

AUTEUR: MAHEUX JEAN-FRANCOIS

PUBLICATION: ACTES DU HUITIÈME COLLOQUE DE L'ESPACE MATHÉMATIQUE FRANCOPHONE – EMF 2022

DIRECTEUR: ADOLPHE COSSI ADIHOUE, UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (CANADA/BÉNIN) AVEC L'APPUI DES MEMBRES DU COMITÉ SCIENTIFIQUE ET DES RESPONSABLES DES GROUPES DE TRAVAIL ET PROJETS SPÉCIAUX

ÉDITEUR: LES ÉDITIONS DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

ANNÉE: 2023

PAGES: 317 - 321

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Mathématiques empiriques, pensée mathématique & école

MAHEUX¹ Jean-Francois

Résumé – Est-ce la fin des mathématiques déductives, le calcul permettant « de nous débarrasser des axiomes » ? Certains s'expriment en faveur des mathématiques expérimentales et d'une vision large de la « vérité » en mathématique. La programmation à l'école fournit l'occasion de faire place aux mathématiques empiriques et au développement de la pensée algorithmique à l'intérieur des mathématiques.

Mots-clefs : Empirique, expérimental, calcul, programmation, épistémologie

Abstract – Will calculations be the end of deductive mathematics? Some speak in favor of experimental mathematics and a broad view of “truth” in mathematics. Programming in school gives the opportunity to include empirical mathematics, developing algorithmic thinking ‘inside’ mathematics.

Keywords: Empirical, experimental, computation, programming, epistemology

1. UQAM/LEAM, Canada, jfmaheux@mail.com ou maheux.jean-francois@uqam.ca

Mathématiques empiriques ?

Certains demandent si nous assistons à la fin des mathématiques déductives, croyant que les mathématiques du futur seront essentiellement algorithmiques, computationnelles, expérimentales. Ainsi, Dowek (2007) écrit : « Le calcul nous permettra-t-il de nous débarrasser un jour des axiomes ou, malgré le calcul, serons-nous toujours contraints de leur laisser une place dans l'édifice mathématique ? » (p.197). Sa réflexion est issue d'observations autour du rôle et possibilités des technologies de plus en plus puissantes dans l'activité mathématique contemporaines. La création d'ordinateurs quantique mariée aux développements de logiciels assistant de preuve (on pense à Mizar, Isabelle, Coq, etc.) pourraient bien rendre « caduque » la recherche de preuve au sens classique. Chaitin (2005) s'expriment fortement en faveur des mathématiques expérimentales et d'une vision plus large de la « vérité » ou la « rigueur » en mathématique. Il fait la promotion d'une activité mathématique plus proche de celle des physiciens qui émettent et éprouvent des *théories* (plutôt que des théorèmes) sur la base d'observations, d'expériences, etc. On peut ainsi concevoir des « mondes mathématiques » et des instruments pour les sonder. L'accumulation « d'évidences » autour de l'hypothèse de Riemann, pour laquelle on a identifié plus de 10^{13} zéros, est souvent donnée en exemple. La technologie joue ici un grand rôle (différent de celui des assistants de preuve) qui n'est pas du tout inaccessible aux élèves du secondaire par exemple via la création de programmes.

Pensée algorithmique et mathématiques empiriques

Plusieurs se sont penché sur les liens entre programmation, mathématiques, pensée algorithmique, pensée informatique ou computationnelle, et ainsi de suite (par exemple Modeste 2012). Des clarifications restent à faire, mais on comprend que l'approche de situation mathématiques par des programmes informatiques fait appel à « une pensée algorithmique, non entièrement 'superposable' à la pensée mathématique mais intimement liée à elle » (Briant et Bronner 2015, p. 237)². Par ailleurs, les expérimentations avec des élèves sont généralement orientées vers la production de preuve formelle, que l'accumulation d'évidence servant à motiver : une distinction forte avec l'empirisme des sciences expérimentales (e.g. Dias 2005). C'est par exemple l'idée du « physicien-géomètre » de Tanguay et Geeraerts (2012) où on envisage l'observation comme moteur d'une pensée axiomatique devant « dépasser l'intuition ». Or, de telles approches dévalorisent le travail algorithmique et empirique en les positionnant comme des intermédiaires d'une activité mathématique supérieure. En revanche, une approche de l'algorithmique par les mathématiques empiriques pourrait valoriser cette forme de pensée en en développant les caractéristiques à l'intérieur des mathématiques. On parle ici de programmer *pour* les mathématiques, et de considérer les programmes comme des résultats mathématiques (importants). Un pas qui permet une certaine réconciliation avec l'algorithmique au sens traditionnel : l'art de créer et d'utiliser des procédures, des méthodes, des techniques, des formules.

2. Définir chacune de manière complète et étanche pour ensuite établir des liens semble difficile. Pourrait-on conceptualiser tout ceci autrement? Idem pour distinguer (ou amalgamer) programmation et algorithmique.

Ces algorithmes sont omniprésents en mathématique, mais rarement considérés du point de vue de la pensée les ayant formés et qu'ils soutiennent.

Quel est le 1000^e nombre de Fibonacci? Combien faut-il d'itérations pour chaque décimale de π calculées par la méthode de Monte-Carlo? Dans quelle mesure une courbe est-elle proche d'un cercle? Explorer de telles questions par la création d'algorithmes pourrait aussi être mis en parallèle avec les démarches de modélisation mathématique également appelées à prendre une place plus importante dans les curriculums (e.g. Wozniak 2012). Or, ceci ne vient pas sans défis. On pense évidemment aux aspects techniques liés à la disposition des outils et à la qualification du personnel enseignant. Mais aussi aux conflits épistémologiques qui risquent d'être difficiles à dépasser : les mathématiques empiriques répondent mal à l'idéal de « perfection » souvent attachée à la discipline (Maheux 2018) et on sait des résistances face à l'approximation (Marchini 2012), par exemple.

Dans le cadre de cette communication, je présenterai cette problématique et tâcherai de souligner certains enjeux. Je mettrai de l'avant l'intérêt d'une approche de la pensée algorithmique à l'école par le biais des mathématiques empiriques et la programmation, en lien avec le potentiel de la dimension expérimentale en mathématiques (e.g. Dias 2008).

Références

- Briant N., Bronner A. (2015) Étude d'une transposition didactique de l'algorithmique au lycée: une pensée algorithmique comme un versant de la pensée mathématique. In Theis L. (Éd.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques – Actes du Colloque EMF 2015 - GT3* (pp. 231–246).
- Chaitin, G. (2005). *Hasard et complexité en mathématiques*. Flamarion.
- Dias, T. (2005). La dimension expérimentale en mathématiques: mythe ou réalité. *Actes des 4^e rencontres de l'ARDIST*. En ligne: www.inrp.fr/ardist2005/ressources/contributions/21.pdf
- Dias, T. (2008). *La dimension expérimentale en mathématiques : Étude exploratoire dans des situations d'enseignement et de formation au sein de l'enseignement spécialisé*. Thèse de doctorat. Université Claude Bernard.
- Dowek, G. 2007. *Les métamorphoses du calcul*. Le Pommier.
- Maheux, J.F. (2018). The unsettling playfulness of computing, In Alexei Volkov & Viktor Freiman (Eds). *Computations and Computing Devices in Mathematics Education before the Advent of Electronic Calculators* (pp. 409-431). Springer.
- Marchini C. (2012) Les résistances des enseignants face à l'approximation. In Dorier J.-L., Coutat S. (Éds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social – Actes du colloque EMF2012 – GT3* (pp. 445–456).
- Modeste S. (2012) La pensée algorithmique : apports d'un point de vue extérieur aux mathématiques. In Dorier J.-L., Coutat S. (Éds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social – Actes du colloque EMF2012 – GT3* (pp. 467–479).
- Tanguay, D., & Geeraerts, L. (2012). D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive: à la recherche du paradigme manquant. *Petit x*, 88, 5-24.
- Wozniak, F. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école: une étude de cas. *Éducation et didactique*, 6, 2, 65-88.