



TITRE: RAPPORTS PERSONNELS ORIGINELS À LA NOTION DE HASARD DANS LE SECONDAIRE AU BÉNIN

AUTEURS: DANDJINO HENRI ET BRONNER ALAIN

PUBLICATION: ACTES DU HUITIÈME COLLOQUE DE L'ESPACE MATHÉMATIQUE FRANCOPHONE – EMF 2022

DIRECTEUR: ADOLPHE COSSI ADIHO, UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (CANADA/BÉNIN) AVEC L'APPUI DES MEMBRES DU COMITÉ SCIENTIFIQUE ET DES RESPONSABLES DES GROUPES DE TRAVAIL ET PROJETS SPÉCIAUX

ÉDITEUR: LES ÉDITIONS DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

ANNÉE: 2023

PAGES: 271 - 284

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Rapports personnels originels à la notion de hasard dans le secondaire au Bénin

DANDJINO¹ Henri – BRONNER² Alain

Résumé – Dans ce travail, nous nous sommes intéressés au développement de la pensée probabiliste chez les élèves béninois des deux cycles de l'enseignement secondaire général. Nous avons notamment évalué leur rapport personnel à la notion de hasard dans des classes où la première rencontre avec les probabilités n'est pas officiellement prévue. En utilisant des outils de la théorie anthropologique du didactique, nous avons montré qu'il existe des traces de la pensée probabiliste à tous les niveaux d'études au secondaire.

Mots-clefs : Probabilités, hasard, rapport personnel, classe de sixième, classe de seconde.

Abstract – In this work, we are interested in the development of probabilistic thinking among Beninese students of the two cycles of general secondary education. In particular, we assessed their personal relationship to the notion of chance in classes where the first encounter with probabilities is not officially planned. Using tools from the anthropological theory of didactics, we have shown that there are traces of probabilistic thinking at all levels of secondary education.

Keywords : Probabilities, chance, personal relationship, sixth grade, second grade.

1. Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques, Bénin, hdandjinou@yahoo.fr

2. Université de Montpellier, France, alain.bronner@umontpellier.fr

Introduction et problématique

Depuis la fin relative de leur construction à partir des travaux de Kolmogorov, les probabilités constituent un domaine des mathématiques pures, utiles dans plusieurs autres domaines scientifiques dont les principaux sont la mécanique quantique, la génétique, les sciences actuarielles et la statistique. En dehors de cette utilité, l'enseignement des probabilités dans le secondaire peut se justifier aussi par le fait que cet enseignement participe du développement de la pensée mathématique, dont une caractérisation est « liée à l'agir des individus et aux pratiques sociales à l'intérieur desquelles ces individus agissent » (Radford, 2015, p. 336). Le découpage de la mathématique en plusieurs domaines, mis en évidence dans les programmes d'enseignement, est une preuve que la pensée mathématique est plurielle. L'une de ses composantes est évidemment la pensée probabiliste, qui relève d'un mode de raisonnement, celui de l'aléatoire, complémentaire au déterminisme, qui caractérise les autres composantes de la pensée mathématique telles que la pensée algébrique, la pensée numérique, la pensée géométrique, etc. Si l'accent est mis sur la construction de la pensée numérique et la pensée géométrique dans les programmes du Bénin et d'autres pays francophones d'Afrique subsaharienne, à travers leur découpage en « activités numériques » et « activités géométriques », il n'en est pas de même pour la pensée probabiliste. La notion de hasard, socle de l'aléatoire, est la caractéristique fondamentale de la pensée probabiliste. Du point de vue de l'écologie du savoir, elle est une niche de la notion d'expérience aléatoire. Considérée comme un acquis social, la notion de hasard n'est évoquée ni dans les instructions officielles, ni par les enseignants au cours de l'étude des probabilités en classe, bien que plusieurs types d'obstacles à cette notion existent au niveau des élèves (Dandjinou et Bronner, 2017). Par ailleurs, depuis leur premier enseignement au Bénin, au milieu des années 1960, les probabilités sont enseignées en fin du second cycle et s'enseignent actuellement pour la première fois en classe terminale (17-18 ans).

Dans ces conditions de l'enseignement des probabilités, repoussé au plus haut niveau scolaire et pour lequel la notion de hasard devient un acquis social, il nous semble important d'évaluer le développement de la pensée probabiliste chez les élèves béninois n'ayant pas l'occasion de suivre les cours de probabilités. De façon précise, nous voudrions nous questionner sur l'existence de la pensée probabiliste chez les élèves dans les conditions actuelles de l'enseignement des probabilités au Bénin, en nous intéressant particulièrement à leurs rapports personnels à la notion de hasard dans les classes où l'enseignement des probabilités n'est pas prévu dans le curriculum. Nous formulons alors l'hypothèse que ces rapports personnels sont variés à tous les niveaux d'études, pouvant être conformes ou non au hasard du « tirage au sort » (Lahanier-Reuter, 1999). Il s'agira pour nous dans ce travail d'apporter des justifications supplémentaires aux noosphères africaines à la thèse que l'aléatoire n'est pas seulement à la portée des élèves de fin du secondaire.

Cadre théorique et méthodologie de recherche

Cadre théorique

Le cadre théorique mobilisé dans ce travail est constitué de la théorie anthropologique du didactique (TAD) aussi bien dans sa composante d'anthropologie cognitive (Chevallard, 1992) que dans celle d'organisation mathématique (Chevallard, 1999), et du concept d'obstacle au sens de Brousseau (1989).

Nous avons notamment emprunté à l'anthropologie cognitive le concept primitif de rapport personnel à un objet. L'objet est tout ce qui est étudié pour répondre à une question donnée (Chevallard, 1992). Celui de notre étude est le hasard et plus précisément le hasard du tirage au sort (Lahanier-Reuter, 1999), dont il est généralement question dans l'enseignement secondaire. L'institution d'étude est le « lieu moral » où l'étude est menée, tandis que les personnes sont celles qui sont concernées par l'étude (Chevallard, 1992). Dans notre travail, l'institution I est constituée selon le moment d'étude, de la classe de seconde (15-16 ans) ou de sixième (11-12 ans), premières classes respectives du second et du premier cycles du secondaire. Les personnes de notre étude sont les élèves, qui n'avaient reçu aucun enseignement de probabilités auparavant. Le rapport personnel $R_X(O)$ d'une personne X à un objet d'enseignement O est la connaissance et toutes les relations que la personne X a de l'objet, tandis que le rapport institutionnel $R_I(O)$ à l'objet O est tout ce que l'institution prévoit comme savoir relatif à cet objet (Ibid.). Dans notre contexte, où le rapport institutionnel $R_I(O)$ est vide, nous avons étudié le rapport personnel $R_X(O)$ chez les sujets élèves X de l'institution I .

L'organisation mathématique ou praxéologique sert à décrire, analyser, évaluer les rapports personnels, les rapports institutionnels, et plus généralement les apprentissages, les pratiques enseignantes (Chevallard, 1999). Les éléments qui le composent sont respectivement les notions de type de tâches, de technique, de technologie et de théorie. Le type de tâches précise l'objet de ce qu'on veut étudier. Pour un type de tâches T donné, une technique τ est une manière d'accomplir les tâches relevant de T . Pour une technique τ donnée, une technologie θ est tout discours rationnel sur cette technique. Elle a besoin, à son tour, d'une justification θ , que l'on appelle la théorie de la technique (Ibid.). Dans notre étude, l'organisation mathématique a servi à analyser les réponses des élèves aux consignes qui leur ont été proposées. Ainsi pour un type de tâches T précis, nous avons déterminé les différentes techniques associées, que nous avons justifiées par leurs technologies et théories respectives.

Enfin, pour identifier et caractériser les rapports personnels à l'objet hasard, nous avons mobilisé le cadre de la théorie de Brousseau (1989) relative à la notion d'obstacle. En effet, reprenant les travaux de Bachelard (1934), Brousseau confirme le statut d'obstacles des erreurs récurrentes, persistantes et prévisibles, qui ne sont que des effets de connaissances antérieures. Il complète alors la classe des obstacles épistémologiques, par celles d'obstacles ontogéniques et didactiques (Brousseau, 1989).

Méthodologie de recherche

Au plan méthodologique, nous avons réalisé en 2017, et ceci dans une classe de seconde scientifique, une première expérimentation d'enseignement des probabilités dont l'une des perspectives est la réalisation d'autres expérimentations au premier cycle de l'enseignement secondaire. C'est la raison principale d'une seconde expérimentation, réalisée en 2021 dans une classe de sixième. Au nombre de 16, les élèves de la classe de seconde ont un âge moyen de 15 ans, tandis que ceux de la classe de sixième sont au nombre de 39 avec un âge moyen de 12 ans. Les modèles d'enseignement que nous avons conçus comportent pour chacun des deux niveaux d'études concernés une situation élaborée dans le but de surmonter les obstacles à la notion de hasard, préalablement identifiés chez les élèves des classes terminales scientifiques dans des travaux antérieurs (Dandjinou et Bronner, 2017).

Pour chacune des consignes de la situation, les réponses et réactions des élèves sont alors analysées en vue d'étudier le rapport personnel des élèves à la notion de hasard. Compte tenu de la différence entre les niveaux d'études concernés par notre travail, les situations d'enseignement proposées n'ont pas les mêmes énoncés bien qu'elles visent le même objectif.

Rapports personnels à la notions de hasard en classe de seconde

Nous présentons dans cette section les résultats de l'expérimentation réalisée en classe de seconde pour identifier et surmonter les obstacles à la notion de hasard dans le cadre d'un enseignement des probabilités. La situation d'apprentissage conçue, son analyse a priori, ainsi que l'analyse a posteriori de sa mise en œuvre sont les éléments essentiels de cette section.

Présentation de la situation de la classe de seconde et son analyse a priori

La situation proposée aux élèves de seconde en 2017 s'énonce comme suit.

Dansou dispose d'un cauri ayant une face plane (P) et une face courbe (C) qu'il désire lancer quatre fois de suite.

Question Q1 : Quel résultat obtiendrait Dansou, s'il lance le cauri pour la première fois ? Argumente ta réponse.

Question Q2 : Dansou a lancé le cauri trois fois de suite et a obtenu les résultats CCC. Quelle face obtiendrait-il s'il lance le cauri une quatrième fois ? Argumente ta réponse.

Le cauri, coquillage assimilable à un solide ayant deux faces non équiprobables, est un élément important du milieu (Brousseau, 1997). Il est virtuel, car les élèves n'ont pas été autorisés à en faire usage, bien que des cauris leur aient été montrés au début de la séance. Mais il est aussi social, car faisant partie de l'environnement familial des élèves. Organisés en cinq groupes de 3 ou 4 personnes, les élèves ont été invités à travers les deux questions à prédire le résultat du lancer d'un cauri, et à faire de même lorsque les résultats sont connus pour des lancers précédents. Ils ont fonctionné sur la base de leur rapport initial au hasard et ont travaillé individuellement, puis en petits groupes avant la phase de validation pendant laquelle les élèves se sont exprimés pour le compte de leurs groupes respectifs.

Dans le fond, la deuxième question posée a fait l'objet d'une étude sur le rapport des collégiens et des lycées à l'indépendance d'expériences aléatoires par Maury (1985) puis par Dhieb (2009). Nous l'exploitons plutôt pour détecter les obstacles éventuels à la notion de hasard, comme nous l'avions déjà fait dans nos travaux antérieurs (Dandjinou et Bronner, 2017). Pour l'ensemble des deux questions, nous avons envisagé six types de rapports personnels que nous avons nommés respectivement « tirage au sort », « compensation », « confirmation », « géométrie du cauri », « mécanique » et « fatalité » (Dandjinou, 2020). Le type de rapports « tirage au sort » regroupe les réponses dans lesquelles les élèves soutiendront pour chacune des deux questions que le résultat du lancer est imprévisible, et sera donc soit (C), soit (P). Ce type de rapports est conforme au hasard du « tirage au sort ». Le type de rapports « compensation » comprend les réponses où il est affirmé au niveau de la deuxième question que le résultat ne peut être que (P), en prétextant que la face (P) n'était pas encore jusque-là apparue. C'est l'une des conceptions que Piaget et Inhelder (1951) ont remarquées chez l'enfant du stade préopératoire, qui juge plus probable l'éventualité la moins fréquente. Dans ce même registre, il y a le type de rapports « confirmation » selon lequel l'éventualité la plus fréquente serait la plus probable. C'est fort de cela qu'il est envisageable que certains élèves prédisent le résultat (C) au niveau de la question Q_2 . Quant au type de rapports « géométrie du cauri », il concerne les élèves qui soutiendront au niveau des deux questions que le résultat du lancer serait (C), en se basant sur la forme géométrique du cauri, qui fait de la face (C), l'éventualité la plus probable. Le type de rapports « mécanique » est celui qui pourrait faire dire à certains élèves que le résultat d'un lancer dépend de la manière dont le cauri est lancé. Enfin, le type de rapports « fatalité » est basé sur une conception déterministe selon laquelle le résultat du lancer dépend du pouvoir surnaturel de celui qui a lancé le cauri. Ce type de réponses peut s'expliquer par l'existence dans la société béninoise d'une mentalité caractérisée par un comportement fataliste.

Analyse a posteriori

Les deux questions de la situation sont des spécimens d'un même type de tâches T : « Prédire le résultat d'une expérience aléatoire ». Chez les élèves, la technique relevant effectivement de ce type de tâches pour chacune des questions Q_1 et Q_2 consiste à identifier l'expérience aléatoire et à donner le résultat du premier lancer pour la question Q_1 et celui du quatrième lancer pour la question Q_2 . Les

réponses proposées par les élèves montrent que cette technique ne met pas l'accent sur l'imprévisibilité du résultat de l'expérience aléatoire. La technologie qui justifie cette technique est basée sur l'intuition ou l'expérience personnelle des élèves par rapport au jeu de lancer de dé ou de pièce de monnaie. Deux types de réponses sont identifiés pour la question Q_1 et quatre pour la question Q_2 .

Pour ce qui est de la question Q_1 , où il est question de prédire le résultat d'un seul lancer d'un cauri, deux groupes d'élèves ont estimé que le résultat du lancer serait (C) ou bien (P) avec l'argument que le résultat dépendra de la manière dont le cauri est lancé tel que le précise la formulation suivante de ces élèves.

Si Dansou lance le cauri pour la première fois, le résultat qu'il obtiendra dépend de la manière dont il a lancé. Il pourra trouver le résultat (P) ou (C).

Les trois autres groupes d'élèves ont prédit la face (C) comme résultat du lancer, ce qu'ils justifient par le fait que le cauri reposera nécessairement sur la face (P), compte tenu de la forme géométrique du cauri, comme on peut s'en rendre compte dans la formulation ci-après.

Si Dansou lance le cauri pour la première fois, il obtiendra la face (C), car le cauri ayant deux faces, une face plane et une face courbe, pour que le cauri soit totalement immobile la face plane doit rester sur la terre.

Ainsi au niveau de la question Q_1 , on note l'absence de la réponse pouvant soupçonner un rapport personnel conforme à celui du hasard du « tirage au sort », selon lequel le résultat est dû au hasard et serait soit (C), soit (P), mais avec une plus forte chance pour l'obtention de (C).

Concernant la question Q_2 , qui demande de prédire le résultat du quatrième lancer sachant qu'il est obtenu CCC comme résultats des trois premiers lancers, quatre groupes, dont les trois qui avaient prédit la face (C) comme résultat du premier lancer, ont confirmé ce résultat mais avec deux arguments différents de celui évoqué précédemment. Pour l'un de ces groupes, c'est une certaine pression qui est exercée sur le cauri pour obtenir (C) pour chacun des trois premiers lancers et cette même pression sera exercée pour le quatrième lancer.

Comme c'est la même personne. C'est la manière dont il avait lancé les autres fois, c'est la force qu'il avait exercée sur le cauri, qu'il exercera de nouveau.

Il nous semble que ce raisonnement n'est pas anodin. C'est possible qu'il soit la conséquence d'une explication du professeur selon laquelle c'est le lanceur qui immobilise le cauri avec la main. Indépendamment de cette cause probable, ce type de réponses peut être classé dans le type de rapports « mécanique » prévu dans l'analyse a priori.

Un autre argument avancé par deux autres groupes ayant prédit la face (C) comme résultat du quatrième lancer semble traduire le type de rapports « confirmation » mais nuancé.

Si Dansou lance le cauri une quatrième fois, ce serait la face (C), car il a lancé le cauri trois fois et cela est tombé sur la face (C). Donc c'est fort probable qu'elle tombe encore sur la face (C).

La nuance vient du fait que les élèves n'ont pas précisé à ce niveau qu'on obtiendrait nécessairement la face (C). On pourrait dire qu'ils affirment par leur réponse que le résultat pourrait être (C) ou (P), montrant ainsi un certain rapport en construction conforme à celui du hasard du « tirage au sort ». En répondant à la préoccupation du professeur, qui a cherché à comprendre la nuance cachée dans l'expression « il est fort probable », les élèves ont confirmé qu'il s'agit bien d'un rapport adéquat au hasard du « tirage au sort », avec apparemment une reconnaissance de la situation comme une situation d'équiprobabilité pour certains.

Prof : Vous avez dit que c'est la face (C), vous dites encore que c'est fort probable. Dans « fort probable là », est-ce qu'on comprend que c'est forcément (C) ? C'est forcément (C) que vous dites ou bien ça pourrait être (C) ou (P).

Un élève d'un groupe : C'est fort possible.

Un autre élève du même groupe : Ça pourrait être (C) ou (P).

Un troisième élève du groupe : A moitié (C), à moitié (P).

L'un des groupes ayant prédit la face (C) comme résultat du quatrième lancer n'a pas accepté d'argumenter. Ce groupe est l'un des deux groupes ayant prédit que le résultat du premier lancer serait (C) ou (P). Tout logiquement, leur réponse concernant le résultat du quatrième lancer pourrait correspondre au rapport « géométrie du cauri », sur lequel leur réponse à la question Q_1 était basée.

La réponse proposée par le groupe qui avait prédit le résultat du premier lancer comme pouvant être (C) ou (P) peut être classée dans le type de rapports « compensation », car les élèves de ce groupe ont déclaré que le résultat du quatrième lancer serait la face (P), en argumentant que le lanceur chercherait à immobiliser le cauri sur une autre face que la face (C) observée à l'issue de chacun des trois premiers lancers.

Si Dansou lançait le cauri pour la quatrième fois, il pourrait obtenir la face (P) car étant donné qu'il a lancé trois fois et obtenu la face (C), il va chercher à immobiliser le cauri sur une autre face d'une autre manière.

A travers cette réponse, qui donne la preuve de la présence du type de rapports « compensation », selon lequel l'éventualité la moins fréquente est la plus probable, on peut noter une nuance qui ne lie pas nécessairement ce résultat à un effet quelconque du hasard, mais qui le lie plutôt à la volonté du lanceur à immobiliser le cauri sur la face (P).

En somme, à travers les réponses effectives des élèves à la question Q_2 , il apparaît chez les élèves des types de rapports au hasard identiques aux types de rapports « tirage au sort », « géométrie du cauri », « mécanique » et « compensation », prévus dans l'analyse a priori. Si les deux premiers semblent être clairement exprimés, les deux autres sont nuancés par un effet de l'enseignement, celui d'avoir faire croire que le cauri lancé devrait être immobilisé par son lanceur. Les types de rapports « confirmation » et « fatalité », également inventoriés au niveau de l'analyse a priori, semblent être absents chez les élèves concernés par l'expérimentation que nous avons réalisée en classe de seconde.

Rapports personnels à la notion de hasard en classe de sixième

La situation d'apprentissage élaborée pour la classe de sixième dans le cadre de notre expérimentation, son analyse a priori, ainsi que l'analyse a posteriori de sa mise en œuvre sont présentées dans cette section.

Présentation de la situation de la classe de sixième et son analyse a priori

La situation proposée en classe de sixième s'énonce comme il suit :

1) Une pièce de monnaie a deux faces : Pile et Face.

Baké lance une pièce de monnaie. Quel résultat peut-elle obtenir ? Justifie ta réponse.

2) Baké lance trois fois une pièce de monnaie et elle a obtenu successivement Pile, Face, Face.

Quel résultat obtiendra-t-elle si elle lance la pièce de monnaie une quatrième fois ? Justifie ta réponse.

La situation proposée en sixième est une situation d'équiprobabilité avec une pièce de monnaie supposée implicitement équilibrée. Contrairement à la situation de la classe de seconde, il n'est pas interdit aux élèves de sixième, organisés en cinq groupes de 7 à 8 élèves, de lancer des pièces de monnaie pour répondre aux questions qui leur sont posées. Les types de rapports envisageables sont ceux évoqués dans l'analyse a priori de l'expérimentation de la classe de seconde, à l'exception du type de réponses « géométrie du cauri ». Il s'agit notamment des types de réponses « tirage au sort », « compensation », « confirmation », « mécanique » et « fatalité » tels qu'ils sont définis plus haut.

Analyse a posteriori

Dès les premiers instants du travail en petits groupes, les élèves de quatre groupes ont eu à lancer des pièces de monnaie, pendant que ceux du cinquième groupe ont répondu aux questions sur la base de leur intuition et de leur expérience personnelle. En dehors de la technique évoquée au ni-

veau de l'expérimentation faite en classe de seconde, il se dégage ainsi chez les élèves de la classe de sixième, une seconde technique pour l'unique type de tâches : « prédire le résultat d'une expérience aléatoire ». Elle consiste à identifier l'expérience aléatoire, lancer un nombre défini de fois une pièce de monnaie, et donner la réponse à la question posée.

Au niveau de la première question qui consiste à prédire le résultat qu'obtiendrait Baké si elle lance une pièce de monnaie pour la première fois, trois groupes sur les cinq ont affirmé que le résultat serait le côté « Face » en avançant des justifications diverses. Pour certains, c'est après avoir lancé effectivement une pièce de monnaie, qu'ils ont trouvé que Baké obtiendra le côté « Face ». Pour d'autres, Baké pourrait l'obtenir par chance. Ci-dessous les termes dans lesquels les élèves de ces groupes se sont exprimés.

Selon nous, elle peut obtenir la face de la pièce parce qu'elle peut avoir la chance.

Nous nous sommes considérés comme Baké et nous avons fait l'expérience. A la fin de l'expérience, nous avons trouvé la face.

Pour avoir lancé aussi une pièce de monnaie, les élèves d'un autre groupe, ont répondu que Baké trouverait plutôt le côté « Pile ». Certains, ont estimé qu'elle obtiendrait « Pile » ou « Face » comme l'indique la conversation ci-dessous.

Elève : Elle peut obtenir une partie de la pièce.

Prof. : Oui, ça veut dire quoi ? Expliquez-nous un peu une partie de la pièce.

Elève : Elle obtient Pile ou Face.

Prof. : Donc, c'est pile ou face. Pourquoi ?

Elève : Parce que les faces sont « posables » au sol.

Par « posable au sol », nous comprenons que la pièce peut reposer sur l'un quelconque de ses côtés. À voir de près, les élèves de ce groupe, qui donnent ici les éventualités de l'expérience aléatoire, semblent avoir à cette étape un rapport personnel conforme à celui du « tirage au sort ». La forme géométrique régulière de la pièce de monnaie a certainement favorisé ce rapport.

Concernant la deuxième question, où les élèves devraient prédire le résultat du quatrième lancer de la pièce de monnaie, sachant que les trois premiers avaient donné « Pile, Face, Face », nous avons eu les mêmes types de réponses qu'au niveau de la première question, avec évidemment des justifications différentes. Pour deux groupes, le résultat est « Pile » parce que Baké avait trouvé plus de « Face » que de « Pile » pour les trois premiers lancers. Nous sommes clairement en face du type de rapports « compensation ».

Pour la quatrième fois, elle peut trouver « Pile », parce qu'elle a trouvé « Pile » quand elle a lancé pour la première fois et pour les deux autres fois, elle a trouvé « Face ».

Pour ce même résultat, un groupe d'élèves a dit avoir fait l'expérience en lançant quatre fois une pièce de monnaie, mais ayant obtenu Face, Pile et Face pour les trois premiers lancers comme le confirme la conversation ci-dessous.

Prof. : Quand vous avez lancé les trois premières fois, est-ce que vous avez trouvé Pile, Face, Face comme Baké ?

Élève : Face deux fois, on a trouvé Pile deux fois, la deuxième et la quatrième fois, on a trouvé Pile.

Les élèves de ce groupe ne sont pas dans la catégorie « compensation », puisque l'expérience qu'ils ont réalisée pourrait conduire à un autre résultat.

Le seul groupe qui avait prédit qu'au premier lancer, Baké obtiendrait Pile ou bien Face, n'est pas resté constant dans son argumentation. Il est passé au type de rapports « Confirmation » au niveau de la deuxième question. Les membres du groupe ont estimé que pour le quatrième lancer Baké obtiendrait « Face » parce que le côté « Face » lui porte chance, étant donné qu'elle avait obtenu plus de « Face » que de « Pile » pour les trois premiers lancers.

La quatrième fois, elle trouvera Face parce que la Face est sa partie chanceuse.

En somme, les types de rapports effectivement observés en sixième sont « compensation » et « confirmation ». Le rapport personnel conforme à celui du hasard du tirage au sort n'a pu être observé que partiellement. Les réponses proposées avec la technique consistant à réaliser l'expérience aléatoire sont de l'ordre du déterminisme auquel les élèves sont jusque-là habitués.

Discussion et conclusion

Au total, quatre types de rapports à la notion de hasard ont caractérisé les élèves de la seconde. Il y a d'abord, le rapport personnel visé par l'expérimentation menée, celui du « tirage au sort ». Ensuite, il y a le type de rapports « compensation ». Ce type de rapports traduit ainsi un obstacle ontogénique (Brousseau, 1989) persistant ici chez des sujets plus âgés (15-16 ans). Le type de rapports « géométrie du cauri » est également observé. Il traduit une certaine appréhension des phénomènes aléatoires non équiprobables chez les élèves. Ce qui justifie, de notre point de vue, la maturité certaine de ces élèves à mener de façon évidente des raisonnements basés sur l'aléatoire. Enfin, le type de rapports « mécanique » apparaît dans notre expérimentation comme un obstacle didactique, provoqué par l'enseignant dans ses explications.

Au niveau des élèves de la classe sixième (11-12 ans), nous avons clairement identifié dans notre expérimentation deux types de rapports à la notion de hasard. Il s'agit des types de rapports « Compensation » et « Confirmation », qui constituent un obstacle ontogénique comme nous l'avons fait remarquer au niveau des élèves de la classe de seconde. Sans être totalement absent, le type de rapports « tirage au sort » n'est observé que partiellement.

Notre étude semble confirmer les résultats des travaux de recherche relatifs à l'enseignement précoce des probabilités dont notamment ceux de Fischbein et ses collaborateurs (1969, 1971) et de Brousseau (2005). En effet, les connaissances préalables, basées fondamentalement sur les acquis sociaux, favorisent le débat sur l'aléatoire à tous les niveaux d'études de l'enseignement secondaire. Chez les plus jeunes, le contexte social caractérisé entre autres par les jeux de hasard, bien que favorisant davantage le rapport des élèves à la notion de hasard, n'empêche pas l'existence des obstacles d'ordre ontogénique caractérisés dans notre étude par les types de rapport « Compensation » et « Confirmation » (Savard, 2008). Sans un apprentissage formel, ils persistent chez un bon nombre d'élèves parmi les plus grands.

Dans ce cadre, il importe que l'attention des enseignants soit conduite au cours des formations sur l'existence d'obstacles de diverses natures à la notion de hasard, dont ceux évoqués précédemment. Il serait alors souhaitable que ces obstacles soient identifiés et surmontés, ou du moins pris en compte et travaillés à l'entrée officielle des élèves dans la pensée probabiliste.

Pour terminer, nous voudrions formuler sous forme de question, un plaidoyer à l'endroit de la noosphère béninoise ainsi qu'à celles des pays francophones au Sud du Sahara. À quand l'introduction des probabilités dans les programmes d'études du premier cycle du secondaire ?

Références bibliographiques

- Bachelard G. (1934). *Formation de l'esprit scientifique, Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective*, Édition électronique de Jean-Marie Tremblay, 288 pages.
- Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), *Construction des savoirs, Obstacles et Conflits* (pp. 41-63). Montréal: CI-RADE : Les éditions Agence d'Arc inc. En ligne à l'adresse : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00516581v2/document>
- Brousseau G. (1997), *Théories des situations didactiques*. Conférence de Montréal, récupéré à l'adresse : http://math.unipa.it/~grim/brousseau_montreal_03.pdf
- Brousseau, G. (2005). Situations fondamentales et processus génétiques de la statistique. In A. Mercier & C. Margolinas (dir.), *Balises en didactique des mathématiques : Cours de la 12e École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 165-194). Grenoble : La Pensée sauvage, téléchargeable sur le site de Guy Brousseau à l'adresse : <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/03/03-Sit-fond-et-processus-g%C3%A9n%C3%A9tiques-de-la-stat.pdf>
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une anthropologie. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 12, n°1, p. 73-112
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(2). La Pensée Sauvage.
- Dandjinou, H. (2020). *Enseignement des probabilités dans l'enseignement secondaire au Bénin : Apport d'une démarche expérimentale à l'apprentissage*. Thèse de doctorat, Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques, Université d'Abomey-Calavi, Bénin, téléchargeable à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03606616>
- Dandjinou, H. et Bronner, A. (2017). Rapport personnel a l'objet hasard dans l'enseignement secondaire au Bénin. *Revue de Mathématiques pour l'École (RMÉ)*, N°228, Septembre 2017, pp. 42-49.
- Dhieb, M. (2009). *Contribution à l'introduction des probabilités au collège : rapports d'élèves à quelques notions probabilistes* (Thèse de doctorat). Université Paris Descartes, France. Récupéré du site <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00507751>
- Fischbein E., Pampu I., Minzat I. (1969). Initiation aux probabilités à l'école élémentaire, *Educational Studies in Mathematics* 2 (1969), pp. 16-31.
- Fischbein E., Barbat I., Minzat I. (1971). Intuitions primaires et intuitions secondaires dans l'initiation aux probabilités, *Educational Studies in Mathematics* 4 (1971), pp. 264-280.
- Lahanier-Reuter D. (1999). *Conceptions du hasard et enseignement des probabilités et statistiques*. Presses Universitaires de France, 1^{ère} édition, Novembre 1999
- Maury S. (1985). Influence de la question dans une épreuve relative à la notion d'indépendance. *Educational Studies in Mathematics* 16 (1985), pp. 283-301.

- Piaget J. et Inhelder B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Presses universitaires de France, 2^e édition, 4^e trimestre 1974.
- Radford L. (2015). Pensée mathématique du point de vue de la théorie de l'objectivation. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage – Actes du colloque EMF2015 – GT3*, pp. 334-345.
- Savard A. (2008). *Le développement d'une pensée critique, Envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : Vers une prise de décision*, Thèse de doctorat, Faculté des Sciences de l'Éducation, Université Laval, Québec.