LES MATHÉMATIQUES DISCRETES COMME MOYEN D'APPRENTISSAGE ET DE VULGARISATION DES MATHEMATIQUES

Ahmed SEMRI*

Résumé – Il est clairement établi aujourd'hui que les filières de mathématiques ont subi une véritable saignée en termes d'effectif d'élèves, une tendance qui se trouve être à l'échelle internationale. Les causes de cette désaffection sont de plusieurs ordres (pédagogiques, culturelles…) et la vulgarisation peut être un moyen pouvant rendre les mathématiques plus attrayantes et accessibles à une large communauté. Nous faisons l'hypothèse que l'apprentissage des mathématiques passerait beaucoup mieux en introduisant des problèmes de type combinatoire et pourquoi pas, des jeux mathématiques et participerait à une vulgarisation et popularisation des mathématiques.

Mots-clefs : Mathématiques Discrètes, modélisation, jeux, apprentissage, problèmes ouverts

Abstract – It is clear today that math courses have been a real drain in terms of student enrollment, a trend that happens to be international. The causes of this decline are several kinds (educational, cultural...) and extension may be a way that can make mathematics more attractive and accessible to a wider community. We hypothesize that the learning of Mathematics happen much better by introducing type combinatorial problems and why not, mathematical games and participate in an extension and popularization of mathematics.

Keywords: Discrete mathematics, modeling, games, learning, open problems

I. INTRODUCTION

La désaffection grandissante des filières scientifiques en général et mathématiques en particulier (observée en Algérie comme ailleurs) associée d'une baisse sensible du niveau ne peut nous laisser indifférents. De nombreux enseignants chercheurs en mathématiques et en didactique des mathématiques se sont d'ailleurs investis et se sont penchés sur les moyens à mettre en œuvre pour rendre les mathématiques plus attrayantes et accessibles à une plus large communauté.

Ces actions sont menées à travers des séances de vulgarisation, de jeux, de situations de recherche, de séminaire et de concours suscitant un esprit compétitif et motivant. Aussi, il est important de lancer ce travail à tous les niveaux et dès le cycle primaire.

Cet exposé présente une partie d'une étude menée conjointement avec l'équipe Grenobloise « maths à modeler » sur le thème de recherche de la place de la combinatoire (au sens le plus large, c'est à dire des mathématiques discrètes) dans l'enseignement et comme culture mathématiques.

II. VULGARISATION ET APPRENTISSAGE PAR LES MATHEMATIQUES DISCRETES

1. *Pourquoi les mathématiques discrètes ?*

La combinatoire a, dans la communauté mathématique au sens large, une image un peu stéréotypée. Pour beaucoup, un exercice combinatoire sera associé à un casse-tête, un problème s'énonçant rapidement et ne nécessitant pas de connaissances particulières pour sa résolution. Ainsi donc, les mathématiques discrètes sont fortement associées aux jeux

* Laid3, USTHB – Algérie – ahmedsemri@yahoo.fr

© Semri A. (2012) Les mathématiques discrètes comme moyen d'apprentissage et de vulgarisation des mathématiques. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des Mathématiques et Contrat Social : Enjeux et Défis pour le 21e siècle – Actes Du Colloque EMF2012* (SPE4, pp. 1939-1952). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

mathématiques et autres olympiades de même que souvent ce sont des problèmes de mathématiques discrètes que les revues de vulgarisation scientifique « Science et avenir », « Pour la science » ou « La Recherche » proposent à leurs lecteurs. Ces revues de vulgarisation ou de diffusion scientifique s'adressent à un public large, d'origine majoritairement scientifique et ayant, à priori, une formation mathématique non négligeable.

Les mathématiques discrètes (dont le nom commun est combinatoire) s'intéressent à toutes configurations descriptibles par un ensemble fini ou dénombrable de relations numériques ou géométriques. Elles construisent aussi des objets et des méthodes spécifiques (décomposition/recomposition, structuration, induction, coloration...).

Comme un problème qui s'énonce facilement se résout facilement est une idée répandue, les problèmes font de parfaits candidats au rang de casse-tête, jeu, amusement. Ainsi, si la combinatoire conserve cette image amusante, c'est essentiellement dû au fait qu'elle est peu connue, reconnue. Le seule crédit qui lui est accordée se trouve peut être du côté du dénombrement.

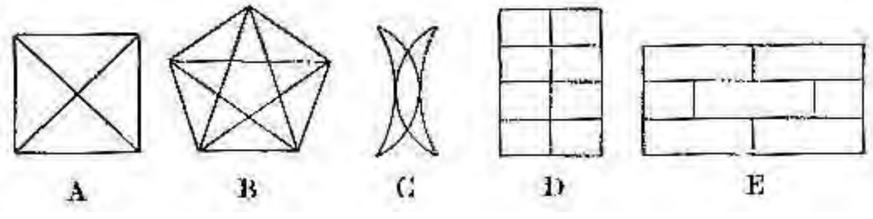
En Algérie, la combinatoire au sens large est inexistante en tant que savoir institutionnel jusqu'au cycle universitaire, à l'exception d'un moment en terminale sur le chapitre dénombrement ou analyse combinatoire. En France, ce n'est qu'à la faveur des nouveaux programmes mis en place en 2002 que la combinatoire a été introduite d'une manière timide en classe de terminale de certaines filières spécialisées. Dans d'autres pays tel la Hongrie ou les Etats-Unis, les mathématiques discrètes ont une position bien plus centrale, ce qui explique peut être leur très bon classement lors des olympiades de mathématiques. En Hongrie par exemple, les mathématiques discrètes apparaissent dès l'équivalent de la classe de quatrième, dans un chapitre intitulé « *combinatoire* » au même niveau que l'algèbre ou la géométrie. Ce chapitre est scindé en cinq parties, des exercices d'introduction, le principe des cages à pigeons, le crible logique, le dénombrement (permutation, arrangement) et la récurrence. L'apprentissage de savoirs discrets, qui passe notamment par la théorie des graphes, se poursuit jusqu'à l'examen correspondant au baccalauréat.

L'idée d'une transposition de cette partie des mathématiques dans l'enseignement secondaire et même au collège (totalement évacué jusque là) trouve ainsi son essence. Se pose alors la question essentielle de la caractérisation d'un milieu au sens didactique du terme pour la combinatoire. Cette question est d'autant plus complexe que les problèmes des mathématiques discrètes font appel à des concepts nombreux et variés et parfois complexes.

Nous développerons notre thèse sur les possibilités qu'offrent, à faible coût du côté des savoirs, quelques problèmes de base de combinatoire pour l'apprentissage de la preuve et de la modélisation, en s'appuyant sur des exemples d'exercices de combinatoire et sur des expérimentations menées à différents niveaux en France et en Algérie avec des étudiants et des enseignants sur un problème d'empilement de cercles dans des domaines simple.

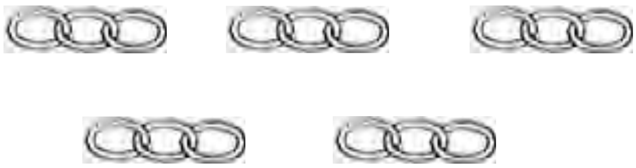
2. *Exemples de problèmes combinatoires*

Exemple 1 : Un problème très ancien était de dire s'il était possible de dessiner d'un seul trait de plume les figures suivantes :



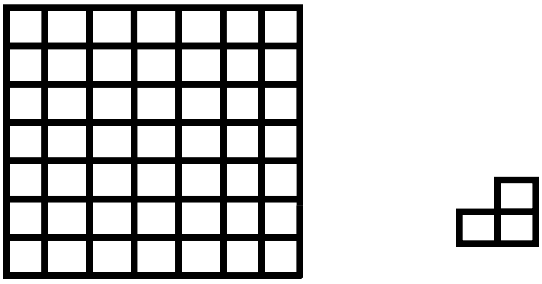
La réponse à ce type de problème fut apportée par le théorème d'Euler grâce à la théorie des graphes.

Exemple 2 : On dispose de 5 chaînettes formées chacune de 3 anneaux. Combien d'anneaux faut-il dessouder puis ressouder pour former une seule chaînette de 15 anneaux ?



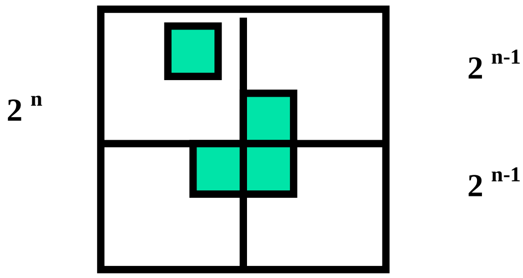
- Solution optimale : 3 anneaux qui sont obtenus en décomposant complètement une chaînette pour ensuite recomposer l'ensemble, une procédure pas évidente à voir

Exemple 3 : Peut-on paver un polymino carré de côté 2^n privé d'une case par des triminos en L ?



Preuve par induction

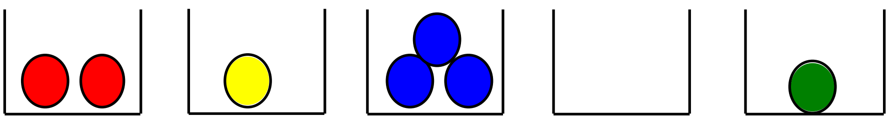
A. pour n = 0 la solution est évidente.
B. pour n > 0, en coupant le carré en quatre, et en plaçant un trimino "au centre", on obtient quatre carrés de cotés 2^{n-1} privés d'une case, qui par hypothèse de récurrence sont pavables par des triminos.



Exemple 4 : « Quel est le nombre de façons différentes de colorier n boules en au plus k couleurs ? »

Un travail de modélisation permet de résoudre efficacement le problème :

- Affecter des couleurs aux boules, (non pertinent)
- Affecter des boules aux couleurs.



O O / O / O O O / / O

0 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0

Ce qui ramène le problème à : « Avec deux lettres « 0 » et « 1 », combien peut-on former de mots différents de longueur n+k-1, comportant n « 0 » » ?

3. La vulgarisation pour tous les âges

De nombreuses équipes de recherches pilotent des activités présentées sous formes plus ou moins ludiques (Maths en jeans, Rallye, Fête de la Science, etc..). La création d'activités « supplémentaires » de ce type, qui amèneraient les élèves à travailler sur des problèmes mathématiques ouverts présentés sous forme ludique, visent à réhabiliter les élèves et/ou la société avec la culture mathématique.

Exemple des Ateliers et les Séminaires Juniors

Fort de l'expérience de l'équipe grenobloise « maths à modeler » avec laquelle nous travaillons en étroite collaboration, l'idée d'ateliers encadrés par des enseignants du primaire autour de problèmes ouverts de mathématiques qui seront proposés à des élèves nous semble un moyen intéressant et à moindre coût pour réhabiliter cette discipline auprès de nos élèves.

L'objectif fondamental de la recherche est l'introduction des mathématiques discrètes comme un outil de formation pédagogique, au travers de situations de recherche pour les élèves, ou de manifestations de vulgarisation scientifique pour le grand public. En effet, l'étude didactique des situations de recherche montre la mise en œuvre de notions transversales au savoir (notions de modélisation, preuve, définition, optimisation…) des concepts abstraits difficiles à transmettre par les voies traditionnelles de l'enseignement.

Les moniteurs présentent aux élèves une situation de recherche issue de problèmes actuels en mathématiques discrètes. La forme est ludique et peut utiliser des supports matériels.

Aucun prérequis n'est nécessaire. Le problème est présenté dans un contexte général, puis on propose aux élèves d'y réfléchir sur des cas plus restreints, d'où ils peuvent extraire plusieurs résultats à leur portée. On prend soin de laisser la plus grande liberté aux élèves dans leurs démarches. L'obligation de résultat n'est pas privilégiée.

Les situations proposées mettent souvent l'accent sur les notions de preuve, conjecture, induction, exemple, contre-exemple…

Le Séminaire Junior

A l'issue des travaux de l'atelier qui s'étalera sur plusieurs séances, on pourrait envisager l'organisation d'une demi-journée à l'université où les élèves pourraient venir dans les laboratoires présenter leurs résultats sous forme d'un séminaire junior.

Cette façon de faire permettra un rapprochement entre les acteurs des deux paliers (Education nationale et l'Enseignement Supérieur) et sera une sorte de porte ouverte sur la recherche en mathématiques à l'université.

Stands des savoirs

Il est indispensable de faire en sorte que la culture mathématique dépasse les murs des écoles et des universités. Pour cela, il faudra que enseignants et chercheurs investissent les lieux publics et « prêchent » la bonne discipline à l'instar de ce qui se fait en France lors de la fête de la science, où des stands sont implantés dans les principales places publiques et animés par des chercheurs.

Ce type d'expérience a été testée pour la première fois l'année dernière en Algérie, appelée « caravane du savoir » où des « jeunes talents » ont sillonné le territoire Algérien au moyen d'un bus, proposant tout une panoplie de jeux et d'activités mathématiques à chacune de leur escale. Les animateurs au nombre de quinze étaient constitués essentiellement d'étudiants en Recherche Opérationnelle, Informatique, Statistiques, d'autres de l'ENA et d'une association scientifique. Au préalable, Ils ont été formés à l'initiative de la Direction de la recherche, ceci en collaboration avec le Palais de la Découverte (Paris). A chacune des escales effectuées dans seize villes du pays, la caravane visé une université ou un centre universitaire.

III. EXPERIMENTATION DU PROBLEME D'EMPILEMENT DE DISQUES

Parmi les problèmes ouverts (ouvert dans le sens qu'il s'agit d'un problème de recherche non résolu pour tous les cas) en mathématiques discrètes, celui de l'empilement de disques égaux dans des domaines simples a été étudié et expérimenté en France à différents niveaux (IUFM, Universités, etc..). Cette expérimentation a été renouvelée et ses résultats analysés par la suite en Algérie (l'unique pour le moment). Notre choix pour ce problème est due essentiellement au fait qu'il requiert une activité importante de modélisation et de preuve et se pose en terme d'optimisation et l'analyse des différentes productions dresse le même constat à savoir une grande difficulté à modéliser et démontrer qu'une configuration est optimale. Nous présentons brièvement l'expérimentation réalisée à Alger (étalée sur 6 séances d'une heure et demie) avec 6 étudiants (deux groupes de trois) de DEA en recherche opérationnelle qui ont tous suivi des cours spécialisés de modélisation et d'optimisation.

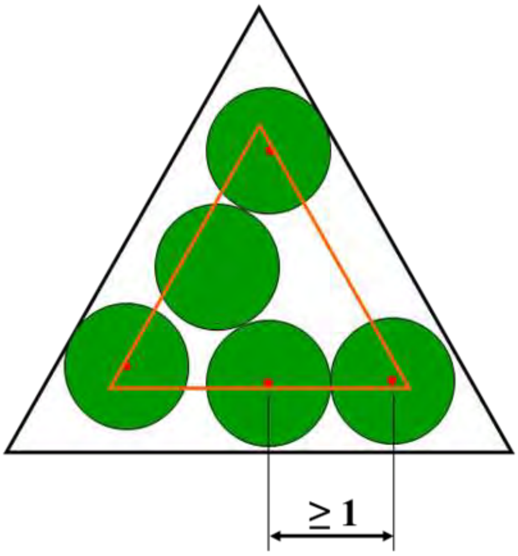
1. Description et présentation du dispositif expérimental

Situation : *Voici un problème ouvert de mathématiques : Déterminer l'empilement optimal (au sens de la densité) de n disques égaux de diamètre* 1 *dans un triangle équilatéral ?*

Une formulation différente de la situation est : *Quel est le plus petit triangle équilatéral pouvant contenir n disques (cercles) égaux de diamètre* 1 *?*

Plus précisément il s'agira de traiter l'empilement de n disques égaux dans un triangle équilatéral pour des valeurs de n de 1 à 6 puis dans un carré pour les valeurs de n de 2 à 5 et de répertorier les différentes stratégies et les savoirs spécifiques mis en en avant pour la résolution de ce problème

Les empilements ci -dessus de 8 ; 9 et 10 disques sont-ils optimaux ?
En considérant les centres des cercles, le problème se modélise en termes de placement de points à l'intérieur d'un triangle équilatéral plus petit tel que deux points quelconques sont distants d'au moins 1.



2. Analyse a priori du problème

Nous présentons ici, quelques résultats de l'analyse didactique du problème d'empilement. Nous faisons l'hypothèse que les étudiants se saisiront du problème avec les outils de la géométrie traditionnelle (scolaire), du moins pour les quatre premières valeurs de n ($n < 4$). Un des facteurs plaidant en faveur de cette hypothèse est le fait que les objets en présence sont des objets assez simples (triangle équilatéral, cercles) et pour lesquels plusieurs propriétés connues pourront être utilisées.

Un autre élément non négligeable à considérer est l'énoncé du problème. Si le mot « optimal » présent dans l'énoncé peut être révélateur du caractère combinatoire du problème car très usité dans le vocabulaire en cours d'optimisation combinatoire et de programmation mathématique, rien n'indique pour autant que celui ci requiert une activité importante de modélisation. D'autant plus que ce problème diffère totalement de ceux sur lesquels les étudiants ont l'habitude de travailler qui sont souvent d'ordre économique ou industriel, et qui se traduisent souvent par la reconnaissance des variables et la formulation des contraintes et de la fonction objectif à optimiser.

La nature combinatoire du problème conjuguée avec la simplicité des objets, induit une écriture de l'énoncé en des termes simples (le problème devient accessible même pour des non spécialistes). L'absence dans l'énoncé de termes spécifiques ou relatifs à des notions précises fera que les étudiants ne sauront pas forcement quels sont les savoirs et les connaissances q'.il faut mettre en œuvre pour la résolution du problème. Compte tenu de la simplicité des premiers cas du problème d'un point de vue perceptif, les étudiants l'aborderont d'un point de vue géométrique.

L'élément essentiel sur lequel les étudiants vont s'appuyer pour résoudre le problème est naturellement la figure géométrique. En effet, les différents dessins représentant les dispositions possibles des cercles pour un cas donné va permettre aux étudiants de dire que tel placement est meilleur par rapport aux autres et parfois même de poser des conjectures sur l'optimalité d'un empilement donné. Sur ce point précis et quelle que soit la valeur de n considérée, il est très probable que des étudiants prennent ces conjectures pour des preuves « implicites » et développent des calculs pour la recherche du côté du triangle pour une disposition donnée des cercles sans pour autant montrer que celle ci soit optimale.

Le passage du cas $n = 2$ à celui de $n = 3$ va amener les étudiants à se poser la question de savoir si la solution optimale de 2 est une solution pour 3, en plaçant le troisième cercle sur le coin du triangle. Pour y répondre, Il est attendu que les étudiants procèdent par des calculs sur les aires en comparant l'aire du triangle équilatéral à celle occupée par les 3 disques.

Cette méthode permet seulement de dire s'il y a impossibilité dans le cas où l'aire du domaine est inférieure à celle des disques. Autrement, rien ne permet de conclure à cause des espaces qui se créent entre les cercles et qu'il est difficile de calculer.

Il est attendu que du côté des étudiants, la difficulté du problème va se ressentir crescendo au fur et à mesure qu.ils progressent dans l'étude des cas. Si pour $n \leq 3$ les dispositions optimales des cercles peuvent sembler presque « naturelles », il n'en est pas de même pour les cas suivants. En effet, la disposition de 4 ; 5 à 6 cercles dans le triangle équilatéral admet plusieurs variantes et il faudra en choisir une parmi plusieurs. Les étudiants rentreront dans une logique d'optimisation combinatoire, une notion mathématique qu'ils connaissent mais qu'ils n'ont jamais abordée sous cet aspect.

Du fait que plus on avance dans les valeurs de n et plus les stratégies basées sur la géométrie deviennent moins pertinentes, de même que les calculs pour trouver le côté du carré (qui peuvent ne pas paraître facultatifs si on ne passe pas au modèle point) qui deviennent complexes, il est donc attendu qu'un blocage se fasse à ce niveau. A partir de là, trois alternatives se présentent pour faire passer les étudiants de la situation initiale au problème modélisé avec les points :

a. Estimant qu'à travers les activités des étudiants il n'y a aucune chance que le modèle point puisse apparaître, celui ci est donné par l'enseignant. L'activité de modélisation devient dans ce cas quasiment caduque et les étudiants seront dans un nouveau problème dont on demandera d'accepter ou bien de travailler l'équivalence.

b. En partant du problème, l'enseignant demande de le modéliser en exprimant la question posée, les contraintes du problème, la variabilité des positions etc.
   Cette modélisation peut être celle souhaitée si elle est menée en privilégiant les objets, de même qu'elle peut s'avérer mauvaise si elle se traduit comme un changement de cadre uniquement et dans lequel on n'est pas plus dotés d'outils qu'au départ.

a. L'enseignant propose aux étudiants de modéliser le problème en favorisant l'émergence d'une modélisation des objets en présence (cercles et triangles). Cette démarche permet de rentrer dans une véritable activité de modélisation partant des objets et aboutissant à des modèles pouvant être validés ou invalidés par des retours au problème initial.

Notre choix s'est porté sur cette dernière alternative pour mener notre étude en raison de ce qu'elle pose comme problématique de modélisation de même que nous faisons l'hypothèse que c'est la démarche qui favorise le plus l'apparition du modèle points.

Essayer de déterminer les zones susceptibles de contenir des cercles, mènerait les étudiants à rentrer dans une pré-modélisation du problème, sans pour autant parvenir au modèle points. En effet, il est attendu que les étudiants représentent le centre des cercles et traduisent la contrainte de tangence par le fait que deux centres quelconques doivent être distants d'au moins 1, ceci sans que les cercles ne disparaissent de leurs figures.

Un autre obstacle à l'émergence du modèle point est le fait que les étudiants ne vont pas penser à réduire le domaine en un domaine plus petit qui de facto fera disparaître les cercles. La raison essentielle est due à notre avis aux dessins des étudiants qui auront tendance à faire des représentations d'empilements denses pour essayer de dégager des conjectures.

De ce point de vue, nous prévoyons une approche purement statique des étudiants sur l'optimisation alors qu.il est clair que l'on perd beaucoup lorsqu'on évacue l'approche dynamique. En effet, l'idée de travailler sur un domaine plus petit est nettement mieux perçue si on représente une disposition non optimale des disques qui se trouvent tous à l'intérieur du domaine, offrant ainsi la possibilité de voir émerger une démarche dans laquelle on fera bouger les objets. Le passage à une disposition meilleure s'obtient en procédant par une première réduction évidente du domaine de façon à ce qu'un des disques (qui sera le plus près) vient toucher une des frontières. L'idée d'une seconde réduction du domaine a plus de chance de survenir en se ramenant aux centres des cercles (à condition que ceux ci apparaissent dans cette représentation) en disant qu'un cercle est tangent au domaine revient à dire que le centre du cercle est sur la frontière d'un domaine plus petit obtenu en mordant sur les frontières d'une manière proportionnelle en avançant l'argument qu'une solution n'est bonne que si un des cercles au moins touche un côté.

3. *Exemples de production des étudiants*

Une fois le scénario arrêté et le contrat didactique établi, l'expérimentation a eu lieu et nous présentons ici quelques figures issues des productions des étudiants.

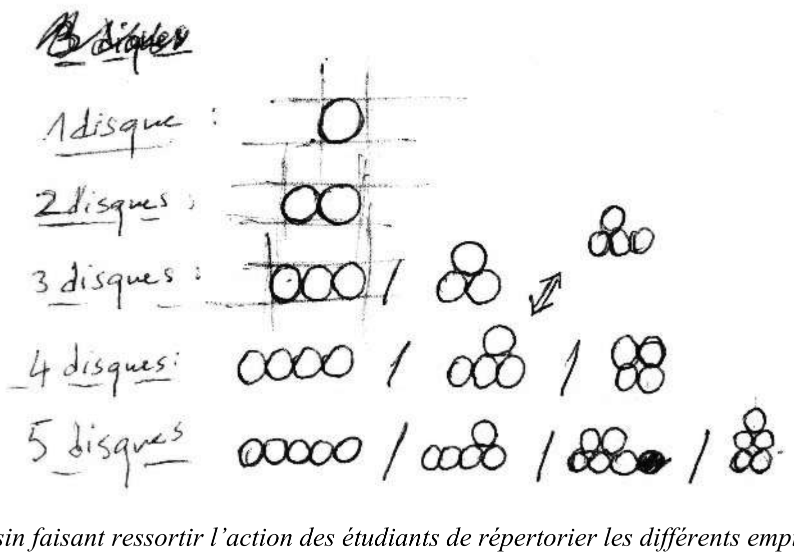


***Figure 1** – Dessin faisant ressortir l'action des étudiants de répertorier les différents empilements possibles des triangles.*

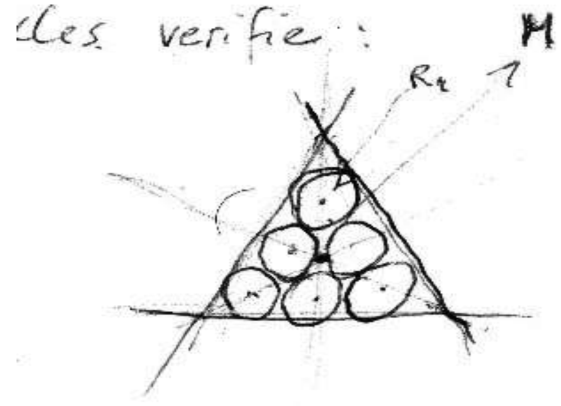


__Figure 2__ – Production des étudiants faisant intervenir le « centre de gravité »

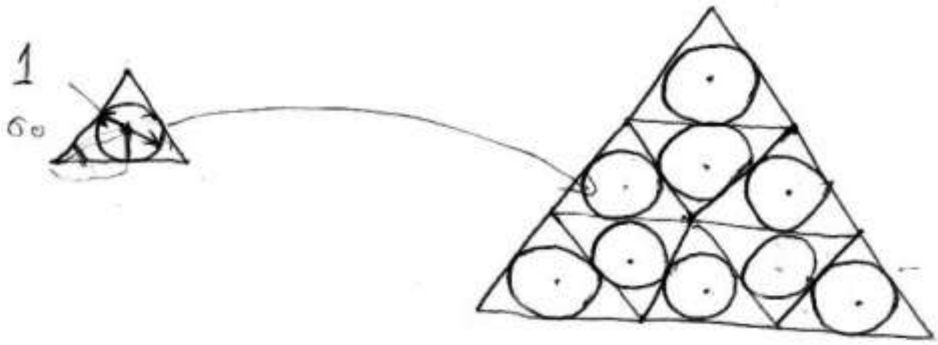


__Figure 3__ – Production qui interpelle la notion d'optimum local et l'optimum global

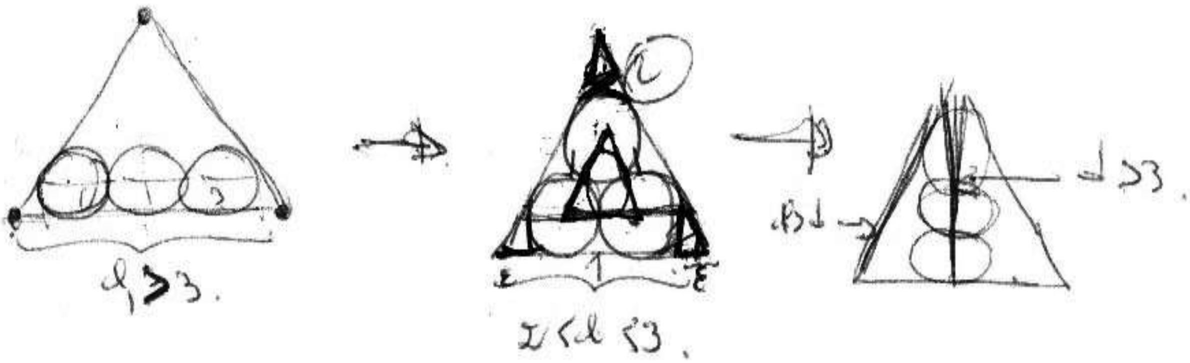


__Figure 4__ – Pour n=3, trois empilements « candidats » pour être la solution sont retenus et le problème se ramène à déterminer la meilleure disposition parmi les 3

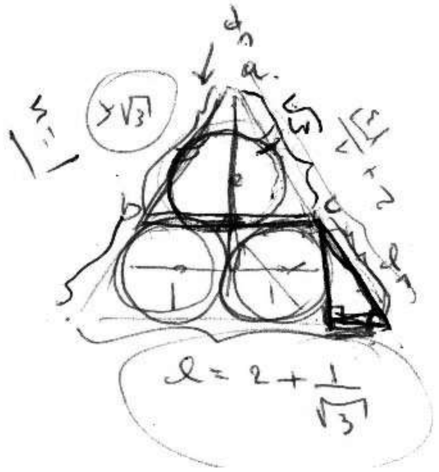


__Figure 5__ – Production d'étudiant montrant les calculs du côté du triangle pour n=3 et pour cette configuration

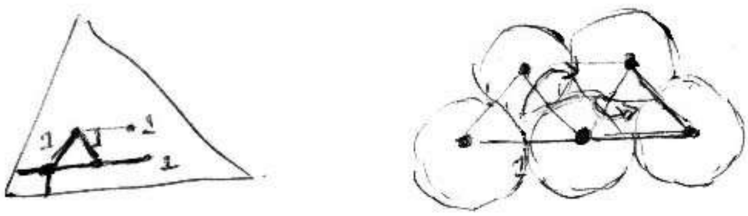


__Figure 6__ – Représentation d'étudiants après que l'enseignant a donné le modèle « points »

4. *Analyse d'un point de vu cognitif de l'expérimentation*

Il s'agit dans ce paragraphe de cerner les conceptions des étudiants sur les objets et les notions présentes dans le problème qui leur était proposé et les conséquences qu'ont eues ces conceptions sur l'activité de modélisation.

Des cercles et un triangle équilatéral, voilà deux objets géométriques très connus par les étudiants. Les propriétés relatives au triangle équilatéral ont été rapidement retrouvées (hauteur, médiane, bissectrice, Thalès, ..), à l'exception du calcul de l'aire qui pour certains est confondu avec celui du triangle rectangle isocèle.

Concernant l'objet cercle, si ses quelques propriétés intrinsèques (d'ordre géométrique) ne semblent pas avoir posé de problèmes aux étudiants, il semble que le regard porté sur cet objet est essentiellement axé sur sa forme géométrique. En effet, il apparaît clairement dans la production des étudiants que la représentation des cercles se fait sous forme de disques c'est à dire sans aucune référence à leur centre. Cette perception de l'objet restera présente même lorsqu.il s'agira de traduire le fait que la distance entre deux cercles (sous entendu entre les centres des cercles) doit être supérieure ou égale à 1. Cette contrainte étant très vite mise en œuvre lorsqu'il s'agit de la formuler analytiquement (c.et à dire en terme d'équations ou d'inéquations) en prenant comme variables les coordonnées des centres des cercles mais pas sur le plan géométrique où les cercles, qu'ils soient tangents ou disjoints sont représentés en occultant leur centre.

Ainsi, le fait que le raisonnement des étudiants s'appuyait sur ces figures a induit ces derniers à ne pas traduire la contrainte en termes de distance entre les centres des disques mais plutôt en termes de contact entre les contours, chose visible dans les représentations. Ce regard qu'ont eu les étudiants sur l'objet cercle a constitué à notre sens le premier obstacle à une modélisation du problème en terme de points. En effet, le rôle des centres des cercles est déterminant pour une modélisation du problème alors que leurs contours deviennent inutiles. Inversement, un disque peut très bien être représenté sans faire référence à son centre. Etant donné que sur le plan institutionnel le cercle est toujours présenté comme une figure géométrique définie par son centre et son rayon, le regard porté par les étudiants lors de ce problème aurait pu être induit par l'énoncé où l'on parle de disques et non de cercles, même si une remarque à ce sujet a été faite par l'enseignant à l'entame de l'expérimentation.

Placer des cercles égaux dans un triangle équilatéral se ramène à une mise en relation entre les deux objets géométriques que sont le triangle équilatéral et le cercle. De cet exercice, un groupe d'étudiants a semblé mal à l'aise révélant ainsi des lacunes en géométrie résultant de la difficulté d'associer deux objets différents « qui en plus sont mobiles » et ceci a engendré des erreurs comme celle relative aux points de tangence d'un cercle avec le triangle équilatéral.

L'autre volet important inhérent à ce problème est le concept d'optimisation. Si le programme scolaire évacue totalement cette notion en dehors de l'aspect recherche d'extremum d'une fonction, les étudiants en présence ont suivi lors de leur formation des cours spécialisés en la matière en graduation et en D.E.A, de même qu.ils ont tous été confrontés à des problèmes pratiques d'optimisation combinatoire au cours de leur mémoire de fin d'étude.

Lors de cette expérimentation, on a relevé que les étudiants focalisent leur attention beaucoup plus sur l'objectif du problème que sur les objets en présence, le premier réflexe étant de déterminer une fonction objectif à maximiser ou à minimiser. Dans la mesure où dans ce problème les variables de la fonction objectif ne sont pas facilement identifiables, cette vision étroite portée par les étudiants sur la notion d'optimisation a constitué un véritable obstacle. Un début d'explication à cela peut être obtenu lorsqu'on consulte le contenu des programmes d'enseignement suivis par les étudiants. En effet, en épluchant ces programmes, il ressort qu.il n'y a pas de module spécifique à la notion de modélisation. Cette notion est en fait présentée beaucoup plus en tant qu'outil de résolution dans deux modules, l'un de programmation linéaire où il s'agit à partir d'un énoncé de traduire le problème en terme mathématiques et l'autre de théorie des graphes.

Ainsi, on peut avancer le fait que la modélisation du problème par les étudiants n'apparaît pas en raison des conceptions que ces derniers se font sur les concepts de géométrie et d'optimisation ainsi que de la manière dont s'est déroulé l'apprentissage des étudiants à l'activité de modélisation (souvent associée dans les modules enseignés à un programme mathématique). Les problèmes posés sont toujours d'ordre économiques et/ou industriels pour lesquels la modélisation consiste à repérer et définir toutes les variables et d'écrire les contraintes du problème tous cela d'une manière analytique. La réitération de ce type d'activité finit ainsi par consacrer une sorte d'algorithmisation, une culture présente dans les pratiques d'enseignement « Le professeur justifie théoriquement l'algorithme et montre son fonctionnement, l'élève apprend à le reproduire. La difficulté resurgira au moment de l'appliquer, c'est à dire de reconnaître sa pertinence comme outil dans des problèmes nouveaux » (S. Johsua, J.J. Dupin).

Un autre point intéressant relevé au cours de cette expérimentation a trait aux conceptions des étudiants et de leur réaction vis à vis d'une connaissance nouvelle. En effet, lors des premières séances, il s'est nettement dégagé que des éléments d'un groupe (B) sont rentrés dans le problème avec des outils qui leur ont permis d'avoir des résultats (même partiels) contrairement aux autres membres (groupe A) qui semblaient un peu perdus développant programme mathématique erroné et calculs inutiles. Le fait marquant est qu'une fois le modèle point connu (donné par l'enseignant), ce groupe a été plus prompt à abandonner les outils utilisés jusque là et de s'emparer du modèle ceci à l'inverse du groupe (B) dont les éléments ont résisté avant d'abandonner leur stratégie en continuant à utiliser leurs propres « outils » malgré les difficultés rencontrées. Ceci corrobore les hypothèses constructivistes de notre conception de l'apprentissage au sens de Arsac dont certaines peuvent être explicitées par la métaphore du bricoleur avec sa boite à outils confronté à un problème de bricolage nouveau pour lui.

Nous terminons par relever la réaction très positive des étudiants tout au long de cette expérimentation. En effet, les étudiants sont venus spontanément témoigner leur intérêt à ce type d'activité déclarant n'avoir pas l'habitude de travailler sous cette forme. De même qu'ils ont reconnu que le problème proposé leur a paru de prime abord très élémentaire et avouent avoir été étonnés par sa difficulté.

IV. LA VULGARISATION POUR REMEDIER A LA DESAFFECTION DES MATHEMATIQUES : QUELLE PORTEE EN ALGERIE ?

Sans diminuer de l'importance de la vulgarisation des mathématiques dans la formation et la diffusion de la culture, on est amené à se poser la question suivante :

« Eu égard à la réalité et la spécificité du système éducatif et de la société Algérienne, la vulgarisation suffit-elle à elle seule à résoudre le problème de désamour des jeunes des mathématiques? Sinon, quelles autres mesures d'accompagnement doivent être prises pour y remédier ? »

Cette question était au centre d'un atelier que la Faculté de Mathématiques a organisé et qui a vu la participation de tous les responsables institutionnels en charge des problèmes d'enseignement des Mathématiques à différents niveaux.

De cet atelier, il en est sorti un certain nombre de recommandations dont certaines ont déjà été mises en place telles que :

- Organisation de tournois mathématiques entre établissements de même cycle au niveau primaire et secondaire.
- Encourager et soutenir les bons élèves à participer aux olympiades de mathématiques.
- Adopter l'enseignement des mathématiques assisté par approche expérimentale.
- Ouverture d'offres de formation universitaires sur les mathématiques appliquées en adéquation avec le monde socioprofessionnel, telles les mathématiques financières et actuariat, économétrie, cryptographie, géométrie virtuelle,...
- Encourager la recherche sur la didactique et l'histoire des mathématiques.
- Favoriser la création d'associations savantes : la Société des Mathématiciens d'Algérie (SMA) qui vient d'être agréée récemment, compte jouer un rôle important dans le développement des mathématiques en Algérie. Elle renferme en son sein une commission « enseignement » et s'attelle à adhérer aux organisations savantes internationales telles que IMU, ICME, UMA.

Parmi les autres recommandations qui ont été faites, certaines, même si elles n'ont pas encore été initiées, semblent constituer des actions prioritaires, on peut citer :

- Création d'un centre de recherche en enseignement des mathématiques doté de ressources humaines qualifiées et de moyens matériels modernes adaptés.

- Utilisation des approches didactiques et pédagogiques modernes de l'enseignement des mathématiques, notamment le travail de manière collectif, au sein de la même classe et entre classes via une plate forme sur internet, approche participative plus efficace et moins univoque des mathématiques.
- Sensibilisation de la société civile sur l'intérêt et l'utilité des mathématiques, à travers les associations des parents d'élèves.
- Diffusion de la culture mathématique à travers des séminaires et conférences de vulgarisation en ayant recours aux médias et les TIC.
- Valorisation sociale du métier d'enseignant des mathématiques, au niveau primaire et secondaire.

Un appel pressant a été lancé, émanant de responsables du Ministère de l'Eduction, pour la prise en charge des problèmes liés à l'enseignement des Mathématiques par des chercheurs universitaires spécialistes en didactique. Il faut savoir qu'en Algérie, la didactique des Sciences en général et des Mathématiques en particulier, a toujours été considérée comme une non science et les enseignants qui s'y intéressent parfois mal compris. Nonobstant cela, quelques chercheurs ont persévéré et ont constitué un petit noyau, et ce n'est que récemment, lors de la mise en œuvre des réformes du système éducatif et des difficultés qui ont surgi que le besoin de regards de spécialistes en la matière s'est fait sentir. C'est ainsi, que la Direction de la recherche a, dans le cadre des projets nationaux de recherche, agréé deux projets sur l'enseignement des Mathématiques.

Un des projets se penchent sur la recherche de situations problèmes pour l'apprentissage des Mathématiques, tandis que le second dont je suis porteur traite de la vulgarisation des mathématiques. Nous ambitionnons à travers ce projet, en collaboration avec des collègues français, de créer une antenne de « maths à modeler » comme ce fut le cas de l'université belge de Liège pour promouvoir des activités de vulgarisation.

V. CONCLUSION

Les mathématiques, science par excellence et outil incontournable à tout autre discipline scientifique, sont en passe de devenir un véritable cauchemar pour nos élèves et une science « fiction » pour notre société tant elles sont devenues inaccessibles. L'avènement de la révolution numérique avec tout ce qu'elle a engendré comme changement en termes d'enseignement et de recherche (logiciels, spécialisation précoce, abstraction, décontextualisation, etc..) a accentué cette désaffection. Dans ce travail, nous montrons le rôle que pourraient jouer les mathématiques discrètes dans l'enseignement et dans le domaine de la vulgarisation. En particulier, nous faisons l'hypothèse que l'apprentissage de concepts difficiles tels que la modélisation et l'activité de preuve passerait beaucoup mieux s'il se faisait sur toutes ou du moins plusieurs situations différentes, notamment sur des jeux mathématiques et des problèmes de type combinatoire et participerait à une vulgarisation et popularisation des mathématiques en général.

REFERENCES

Arsac G., Chapiron G., Colonna A., Germain G., Guichard Y., Mante M. (1992) *Initiation au raisonnement déductif au collège*. Lyon : Presse universitaire de Lyon, IREM.

Di Martino H., Legrand M., Pintard D. (1995) Modélisation et situations fondamentales. In *Actes de la VII^{ème} école d'été de Didactiques des Mathématiques.*

Grenier D., Payan C. (1999) Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en didactique des mathématiques.*

Grenier D., Paya. C., Semri A. (2003) Réflexion sur les Notions de Modélisation et d'Optimisation : Analyse d'une Expérimentation sur un Problème d'Empilement de Cercles Egaux. In *Actes du Colloque International Espace Mathématique Francophone, 19-23 décembre 2003,* Tozeur, Tunisie.

Godot K. (2005) *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation*. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

Johsua S., Dupin J.-J. (1993) *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris :PUF.

Payan C., Semri A. (2006),About the proofs on the packing of 16, 25 and 36 equal circles on a square. *Geombinatorics* XVI, issue 1, 235-241.

Semri. A (2002) Jeux mathématiques : une image de la combinatoire. In *Communication aux journées d'études nationales sur les méthodes d'enseignement de mathématiques*, Université de Tebessa.

Semri A. (2007) Les Mathématiques Discrètes comme moyen d'apprentissage de savoirs transversaux et de popularisation des mathématiques. In *Communication aux journées Didactiques et Pédagogiques de Mathématiques* JPDM'7, USTHB.

Sousa do Nascimento S. (1999) *L'animation scientifique : essai d'objectivisation de la pratique des associations de culture scientifique et technique françaises.* Thèse de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris 6.