L'EXPÉRIENCE DES CAFÉS MATHÉMATIQUES

Pierre-Alain CHERIX[*] – Shaula FIORELLI VILMART[*]

Résumé – Nous présentons une expérience de vulgarisation mathématique nommée Café des Sciences ayant cours dans les écoles du bassin genevois depuis quelques années. Notre présentation se base sur l'analyse d'une des activités présentées, à savoir l'élucidation d'une tablette babylonienne.

Mots-clefs : Café des Sciences, tablette babylonienne, vulgarisation mathématique, école

Abstract – We present a mathematical vulgarization process, called « Café des Sciences » which are done in the region of Geneva for the last few years. Our presentation is based on the analysis of one activity that we use and which consists to understand a Babylonian tablet.

Keywords: Café des Sciences, Babylonian tablet, mathematical vulgarization, school

I. LES CAFÉS DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE GENÈVE

Qu'est-ce qu'un café des sciences ? Prenez deux ou trois scientifiques, un problème original ou un thème de société, ainsi qu'un modérateur. Mettez-les dans un cadre informel et invitez des élèves. Dans le cas d'un thème de société, le débat peut être lancé par un extrait de film puis, comme dans un débat entre scientifiques et élèves, le dialogue s'installe sous la forme de questions-réponses, le tout dirigé par le modérateur qui permet de dynamiser les échanges, assurer les transitions et gérer le temps.

Si les scientifiques ont amené un ou plusieurs problèmes, le schéma est légèrement différent. Dans ce cas, le temps est partagé entre des moments de réflexion de la part des élèves qui travaillent généralement en petits groupes et des moments d'explications ou de relances de la part des intervenants, toujours dirigés par le modérateur qui, parfois, se fait aussi le porte-parole des élèves plus timides qui n'osent pas poser des questions.

1. Historique des Cafés des sciences de l'UniGE

L'aventure des cafés des sciences à Genève commence vers 1998 à l'initiative de l'association franco-suisse EuroScience-Léman[1] (ESL) fondée par Robert Klapisch, ancien Directeur de la Recherche du CERN, et Didier Raboud, docteur en astrophysique et actuellement directeur de la communication de l'Université de Genève (UniGE). Le projet principal de cette association était d'organiser la Fête de la Science dans le département français de l'Ain ; ce n'est que par la suite que Robert Klapisch ramène de Paris, et plus particulièrement de la Cité des métiers, l'idée d'organiser des cafés scientifiques. Il est intéressant de noter qu'il s'agit d'une idée qui commençait à se propager en Europe vers 1999 et qui a été reprise à Genève non seulement par EuroScience-Léman mais aussi par l'association Bancs Publics[2]. Ainsi commencent à Genève, une fois par mois, les cafés des sciences destinés essentiellement aux adultes et, à plusieurs reprises, les intervenants de ces cafés sont des membres de l'UniGE.

---

[*] Section de mathématiques de l'Université de Genève – Suisse – pierre-alain.cherix@unige.ch, shaula.fiorelli@unige.ch

[1] Section régionale de l'Association transeuropéenne Euroscience ; l'Association Euroscience-Léman couvre la région entourant le lac Léman, soit les Cantons de Genève, Vaud et Valais pour la partie Suisse, et les Départements de l'Ain et la Haute-Savoie pour la partie française.

[2] L'association « Bancs publics » a été créée en mars 1999. Elle regroupe différentes personnes actives dans le domaine de la culture scientifique de Genève et Lausanne (journalistes scientifiques ou non spécialisés, directeurs de musée, sociologues des sciences, etc.), soucieuses « de favoriser les débats, la réflexion et les échanges dans le domaine scientifique » (article 2.1 de leurs statuts). www.bancspublics.ch

© Cherix P-A., Fiorelli Vilmart S. (2012) L'expérience des cafés mathématiques. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^{e} siècle – Actes du colloque EMF2012* (SPE4, pp. 1883–1894). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

En 2003, dans le but de motiver ses élèves pour les sciences, le lycée international de Ferney-Voltaire demande à ESL d'organiser deux fois par an des cafés des sciences destinés aux élèves des classes de 2nde, 1ère, et terminales au sein de l'établissement ; naissent ainsi les Cafés Junior. Ce n'est qu'en 2005, suite à la demande d'enseignants d'établissements genevois que sont mis en place les cafés des sciences dans les écoles genevoises à l'occasion de l'année internationale de la physique.

Avec la professionnalisation progressive de la communication scientifique s'est opéré un transfert graduel de l'Association EuroSciences-Léman vers l'UniGe tant pour les intervenants que pour l'organisation des cafés. Petit à petit et à la demande des enseignants, les « cafés de l'UniGE » évoluent de pur café des sciences à une formule qui allie débat scientifique et promotion des filières universitaires. Actuellement, seuls les cafés dans les écoles sont encore organisés, les derniers cafés tout publics ayant été organisés lors du 450^{e} anniversaire de l'UniGE en 2009 et depuis remplacés par les *Grandes Conférences de l'UniGe*.

Les formes prises par les différents cafés sont variées. Elles dépendent non seulement du domaine, mais aussi des animateurs du café.

2. Comment et pourquoi des cafés mathématiques ?

Les cafés mathématiques ont commencé il y a environ trois ans suite à la demande de certains établissements scolaires d'avoir des interventions portant sur les mathématiques.

L'intérêt affiché par les enseignants qui nous interpellent pour ce type d'interventions mathématiques est souvent de confronter les élèves à des questionnements différents de ceux vus en classe de math. Ceci ranime la curiosité des élèves, alors qu'elle est souvent plus faible dans les cours de mathématiques classiques. La présence d'un ou plusieurs intervenants extérieurs et d'un médiateur permet aussi de différencier un café d'un cours classique. Ceci laisse aux élèves plus de liberté pour essayer et chercher.

Il est clair que nous voulons permettre aux élèves de mieux appréhender les mathématiques qu'ils connaissent en les confrontant à des situations qui se veulent plus proches de la vie courante. Il est frustrant de voir des élèves refuser de raisonner logiquement sous prétexte que l'on « fait des maths ».

Il est intéressant de remarquer que certains établissements réitèrent ces demandes ; preuve qu'ils y trouvent une démarche valable.

3. Comment fonctionne un café mathématique ?

Le médiateur commence en général par expliquer le mode de fonctionnement du café ; les élèves sont installés en petits groupes de quatre à six personnes autour d'une table souvent avec des boissons à disposition pour casser l'image de la classe et évoquer celle d'un café.

Nous avons dès le départ pris l'option de faire faire des mathématiques au public en les confrontant à une énigme. Il nous semble nécessaire de mettre les participants en action pour qu'ils puissent d'une part s'approprier les notions, mais surtout pour qu'ils comprennent la motivation d'un mathématicien qui veut répondre à une question. Notre but est de faire comprendre aux élèves que la curiosité est le moteur de la recherche en mathématiques, ainsi que de bien des activités humaines.

A un autre niveau, cette démarche se rapproche de la théorie des situations de Brousseau (Brousseau 1998). Celle-ci met en évidence le fait que l'apprentissage d'une notion se fait au travers d'essais et d'erreurs, permettant à l'apprenant se s'approprier cette notion. Une activité interactive, comme celle des tablettes babyloniennes, laissant une large place à la découverte personnelle, peut certainement entrer dans ce type de démarche.

La durée moyenne d'un café est d'une heure trente ; durant ce laps de temps, on aborde en général deux problèmes. Il est important d'avoir des questions de nature différente, car cela permet à des élèves ayant des intérêts différents d'avoir une accroche.

Voici quelques thèmes classiques que nous présentons lors des cafés :

- le problème des **ponts de Königsberg** (voir Figure 1) ;
- l'**existence des suites de Skolem** (en annexe, p. 1894) ;
- la **construction de la perspective** selon la méthode décrite par Dürer dans ses tableaux (voir Figure 2) avec, pour les élèves les plus âgés, la possibilité de découvrir la formule de projection centrale ;
- le problème du **Coup de ciseaux** : un polygone est dessiné sur une feuille, comment plier cette feuille pour pouvoir découper le polygone en un coup de ciseau rectiligne (voir Figure 3). Ce problème est tiré d'un article de recherche (Demaine, Demaine, & Lubiw, 1998); c'est une occasion de montrer que la recherche en mathématiques ne s'est pas arrêtée pas au Théorème de Pythagore ou au calcul intégral et qu'elle peut s'intéresser à des sujets qui paraissent loin des calculs algébriques auxquels les élèves sont habituellement confrontés et répondre à des questions parfaitement intelligibles pour chacun ;
- le déchiffrement d'une **tablette babylonienne** (voir Figure 4).

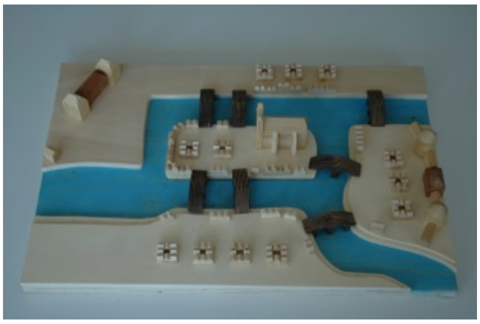


Figure 1 *– La maquette de Königsberg par Pierre-Alain Cherix*

Pour expliquer notre démarche, nous abordons plus précisément ce dernier thème.

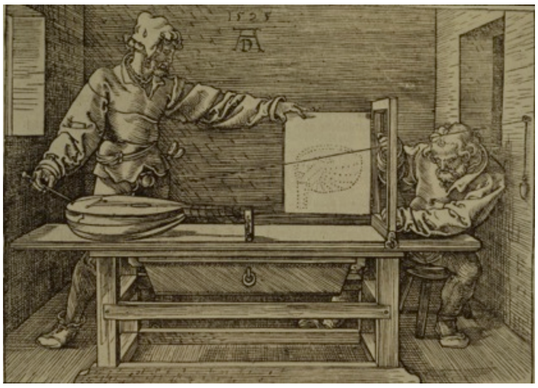


Figure 2 *– Albrecht Dürer : Homme dessinant un luth (1525), gravure sur bois, Metropolitan Museum of Art, New York*

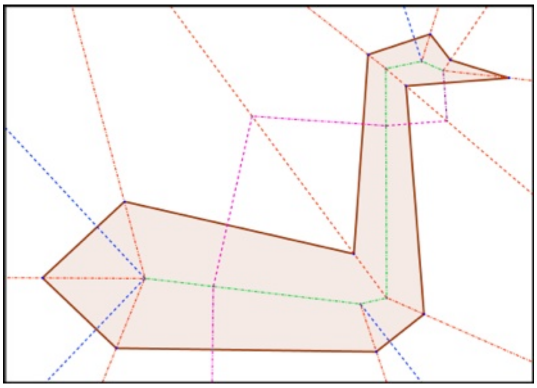


Figure 3 *– Les plis pour pouvoir découper le cygne en un seul coup de ciseau rectiligne*

II. EXEMPLE D'ACTIVITÉ : UNE MYSTÉRIEUSE TABLETTE BABYLONIENNE

Voici une activité que nous avons souvent utilisée concernant les mathématiques babyloniennes et qui a le mérite de mélanger arithmétique et algèbre. Il s'agit de faire découvrir aux élèves la signification de la tablette babylonienne présentée dans la Figure 4.

1. But

Le but est de donner un sens à la tablette qui permette d'expliquer de manière cohérente à la fois les symboles cunéiformes (représentant des nombres) et le dessin formé de diverses lignes.

***Figure 4** – La mystérieuse tablette babylonienne*
Yale Babylonian Collection YBC 7289

2. Ce que représente cette tablette

L'interprétation la plus probable de cette tablette est le calcul de la longueur de la diagonale d'un carré de côté 30 (ou ½, voir le paragraphe V.2 p. 1892). Cette interprétation permet de donner un sens cohérent à tous les symboles arithmétiques et géométriques présents sur cette tablette (voir Fowler et Robson 1998).

3. Matériel

On distribue à chaque élève des copies papier de la tablette sur laquelle les symboles ont été accentués pour aider la lecture. On distribue de plus l'image d'une deuxième tablette « d'entraînement » (voir Figure 5) qui permet aux élèves de découvrir et de se familiariser avec le système sexagésimal babylonien. Les questions et les relances sont formulées oralement ou vidéoprojetées.

***Figure 5** – La tablette « d'entraînement »*

4. Analyse des étapes du raisonnement

Les étapes du raisonnement que font les élèves ou que nous induisons par nos questions de relance sont les suivantes :

***Figure 6** – La tablette d'entraînement, détail de la ligne 5*

1. mettre en place une stratégie de recherche,
2. s’approprier la notation numérique par position en base 60 utilisée par les Babyloniens,
3. repérer un carré et sa diagonale,
4. comprendre que les nombres représentent des longueurs de segments,
5. passer des nombres entiers aux nombres à virgules dans cette base.

Analysons chacune de ces étapes.

Mettre en place une stratégie de recherche. Dans un premier temps les élèves doivent se rendre compte de la présence de deux types de signes sur la tablette, les uns ressemblant à une écriture (qu’ils doivent associer à des nombres), les autres étant des lignes représentant une forme géométrique. Ils doivent ensuite comprendre qu’il leur faut trouver une interprétation reliant ces deux types de signes.

S’approprier la notation numérique par position en base 60 utilisée par les Babyloniens. Pour que les élèves découvrent et s’approprient la notation numérique babylonienne, nous leur distribuons la photo d’une « tablette d’entraînement » (Figure 5) sur laquelle se trouvent uniquement des symboles arithmétiques, chaque ligne représentant toujours le même calcul. Ceci n’est pas dévoilé aux élèves, mais laissé à leur sagacité. Les élèves repèrent assez vite que dans chaque ligne, la somme des deux premières colonnes est égale à la troisième. Sachant cela, ils parviennent rapidement à la conclusion que le symbole ▼ représente 1 et que le chevron ‹ représente 10. Cette interprétation permet de résoudre les quatre premières lignes. C’est à la cinquième que les élèves doivent parvenir à passer d’une notation additive à une notation par position (voir Figure 6). Cette cinquième ligne déroute beaucoup les élèves. En effet, ils pensent rarement d’emblée à la notation par position. Généralement, ils parviennent à la conclusion que le symbole ▼ prend la valeur de 60 ou de 1. Lorsqu’on leur demande alors combien vaut en écriture décimale le nombre

‹ ▼ ‹ ▼▼

les élèves répondent 82 (= 70 + 12) et non 672 (= 11 60 + 12). La relance usuelle est de les laisser réfléchir sur le nombre décimal 121 (ou tout autre nombre contenant deux chiffres identiques). A la suite de cette réflexion, ils parviennent à comprendre que l’écriture babylonienne des nombres est à la fois par position et additive.

Une fois que les élèves ont compris l’écriture babylonienne, on leur demande de la pratiquer en complétant la partie manquante de la tablette. A ce moment, il est possible d’aborder le problème du zéro, puisque le résultat de la dernière ligne est 60 (noté donc ▼). Les élèves sont généralement déroutés par ce résultat dont la signification dépend du contexte et donc la question du zéro apparaît d’elle-même.

Repérer un carré et sa diagonale. Plusieurs réponses apparaissent dont voici les plus fréquentes : un carré, un losange, quatre triangles. Pour ceux qui parlent d’un quadrilatère, la question de savoir ce que sont les lignes internes (diagonales) est assez simple, même si elle doit souvent être posée par un intervenant.

Comprendre que les nombres représentent des longueurs de segments. L'idée que des nombres indiqués sur un croquis puissent être des cotes est assez naturelle. Ainsi, les élèves se rendent rapidement compte que le nombre noté ‹‹‹ positionné le long d'un côté du carré en représente la longueur ; ils pensent aussi que l'un des deux nombres noté sur la diagonale doit représenter la longueur de la diagonale. Ils sont cependant un peu déroutés par la présence du deuxième nombre.

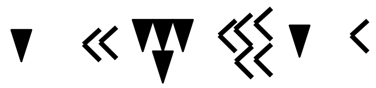
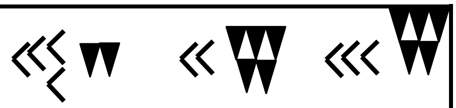
Symboles babyloniens			
Traduction en notation moderne	30	(1 ; 24 ; 51 ; 10)	(42 ; 25 ; 35)

***Tableau 1** – Les symboles inscrits sur la tablette et leur signification*

Souvent, une partie des élèves se lancent dans le calcul en base 10 des deux nombres (1 ; 24 ; 51 ;10) et (42 ; 25 ; 35) (voir Tableau 1) vus comme des entiers naturels, avec pour résultat des nombres faramineux qu'ils peinent à associer au dessin. Une relance consiste alors à interroger les élèves sur la valeur de la diagonale d'un carré relativement à son côté. Les élèves ayant rencontré le théorème de Pythagore savent en général que le rapport entre le côté d'un carré et sa diagonale vaut$\sqrt{2}$. Que ce nombre vaille environ 1,4142 n'est pas toujours connu mais est facilement obtenu par les élèves à l'aide des calculatrices. Ceci amène à la cinquième partie qui est certainement la plus difficile à appréhender pour les élèves.

Passer des nombres entiers aux nombres à virgules dans cette base. Il est peu probable que les élèves puissent imaginer seuls la notation fractionnaire pour la base 60 dans le système babylonien et ce pour deux raisons : l'une vient du fait que la notation décimale n'est pas vue aussi clairement comme notation par position dans une base donnée, mais plutôt comme un outil de représentation des nombres non entiers. Ainsi le nombre 2,35 est bien compris comme 2 + 0,35, mais n'est pas directement vu comme$2 + 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$. Ceci empêche la généralisation immédiate de cette notation « à virgule » dans d'autres bases. L'autre obstacle à la découverte des élèves de cette notation vient du système babylonien lui-même dans lequel la position de la virgule est implicite et contextuelle. Il n'y a donc pas de signe permettant de distinguer quelle est la partie entière et quelle est la partie fractionnaire.

Comme cet obstacle est rédhibitoire pour les élèves, il faut trouver une autre stratégie pour les aider à surmonter cette difficulté. L'explication mathématique et la démarche qui s'en suit sont détaillées dans l'annexe 1.

5. En conclusion

Cette activité est intéressante, car elle met en œuvre un objet d'une culture ancienne et cela aiguillonne la curiosité des participants. Cela replace aussi les mathématiques dans la culture humaine ce qui permet de contrer au moins en partie l'image désincarnée de la branche. De plus elle met en œuvre des sujets mathématiques distincts (géométrique et arithmétique) et force une réflexion sur les systèmes de numération par position pour une base donnée. Elle permet de mettre en action la numération par position de manière consciente. Partant d'un objet inconnu, elle force les personnes à émettre des conjectures et à en vérifier la cohérence directement, elle entre donc complètement dans une démarche d'investigation.

III. ENSEIGNER ET VULGARISER - RESSEMBLANCES ET DIFFÉRENCES

Concernant les mathématiques, dans toute médiation comme dans tout enseignement, il y a une ambition de mise en valeur d’un thème ou de certaines idées, que ce soit en permettant au public de comprendre certaines démarches et les motivations attenantes, en expliquant l’utilisation et les propriétés de certaines notions ou en décrivant les applications possibles et les avantages liés à telles ou telles avancées.

La différence principale entre ces deux démarches se trouve, à notre avis, dans l’intentionnalité des couples de protagonistes enseignant/enseigné et médiateur/public. Dans le premier cas, le but premier de l’enseignant est la passation de connaissances, dans le second, le but du médiateur est l’attrait du public. Ceci induit donc des démarches différentes.

Dans un acte d’enseignement, on choisit au préalable une notion qui doit être appréhendée et comprise par les apprenants. Pour y parvenir, on choisit ensuite des activités ou des questionnements qui permettent de faire apparaître cette notion et de la rattacher à des notions connues et maîtrisées. Cependant, ces choix sont subordonnés au premier choix, à savoir la notion à faire apprendre.

A l’opposé, dans le cas d’une médiation mathématique, le choix initial est lié à l’intérêt que l’on peut susciter dans le public. Ce choix peut dépendre de conditions extérieures ; si vous préparez une présentation dans le cadre d’une journée des sciences ayant tel ou tel thème, votre choix sera influencé par ce dernier. De plus, votre public étant hétérogène dans ses connaissances, il est beaucoup plus difficile de se baser sur des prérequis pour atteindre une notion donnée. Le choix s’effectue donc dans l’autre sens, on choisit des activités correspondant bien au thème, puis on les scénarise de telle sorte qu’elles permettent d’activer la curiosité du public en le poussant à découvrir telle ou telle démarche, phénomène ou notion.

Ainsi, des activités identiques peuvent être utilisées dans un contexte de médiation ou dans un contexte d’enseignement mais, ce qui change, c’est l’intentionnalité de la personne qui présente.

1. Les raisons qui nous poussent à mettre en place ce genre d’activité

La première raison est certainement personnelle ; il s’agit avant tout de partager la passion des mathématiques en montrant ce qui nous motive nous-mêmes, c’est-à-dire parvenir à faire comprendre que le moteur d’une interrogation mathématique est avant tout la curiosité et que c’est cette envie de comprendre qui nous amène à développer des stratégies de plus en plus complexes pour répondre à des questions variées, l’abstraction étant le prix à payer pour pouvoir appliquer ces stratégies dans des contextes différents. Or, la curiosité est liée aux choses que nous ne comprenons pas, elle est donc personnelle. Cela a pour conséquence que cette dernière n’est pas nécessairement satisfaite dans le cas d’une présentation frontale d’une situation ; cela nous pousse donc à « faire faire des maths », plutôt qu’à en montrer. C’est en essayant de réactiver la curiosité des gens pour des questions mathématiques et en leur donnant la possibilité de se confronter à une recherche personnelle que nous pouvons, nous semble-t-il, augmenter l’intérêt pour ce sujet.

Cette conviction rejoint d’ailleurs des considérations exprimées largement dans les pays industrialisés, à savoir le désintérêt des jeunes pour les études scientifiques comme le montre la citation suivante tirée d’un rapport destiné à l’Union européenne écrit par l’ancien premier ministre français Michel Rocard :

> Ces dernières années, de nombreuses études ont mis en évidence un déclin inquiétant de l'intérêt des jeunes pour les études scientifiques et mathématiques. […]…Si des mesures plus efficaces ne sont pas adoptées, la capacité d'innovation à long terme de l'Europe, ainsi que la qualité de sa recherche, sont également appelées à décliner. (Rocard, 2007).

Cette phrase montre à quel point, il est important de raviver l'intérêt des élèves pour les sciences en général et pour les mathématiques en particulier, mais aussi de l'ensemble de la population. Il est frappant de voir combien la conscience du développement et de l'impact des maths sur notre vie s'est réduite, alors que leur développement n'a jamais été aussi rapide et que leur impact sur notre vie courante est de plus en plus important, quoique de plus en plus caché.

IV. LES DIFFICULTÉS ASSOCIÉES À CE TYPE DE DÉMARCHE

Comme nous l'avons déjà dit, même si médiation et enseignement sont fortement liés, il s'agit tout de même d'activités fondamentalement différentes. Certaines difficultés peuvent surgir à trop vouloir identifier ces deux types d'activités.

1. Utilisation de l'activité par l'enseignant dans le cadre d'un cours

Plusieurs enseignants ont voulu utiliser l'activité des tablettes avec leurs classes. Dans ce cadre est apparue une difficulté liée au contrat didactique entre l'enseignant et les élèves. A plusieurs reprises, dans ces classes différentes et dans des degrés distincts aussi bien au Secondaire I (13-15 ans) qu'au Secondaire II (16-19 ans), l'activité n'a pas eu l'impact espéré, car elle était appréhendée par les élèves comme hors champ et donc ne faisant pas partie de la matière à traiter ; les élèves ne s'investissaient donc pas dans cette activité, car ils ne la percevaient pas comme faisant partie de leur travail scolaire. Pourtant, dans des classes de même niveau où nous étions allés dans le cadre des cafés, cette activité avait parfaitement fonctionné. La différence qui nous semble être prépondérante est le statut donné à l'intervenant : quand il s'agit d'un café, les élèves entrent dans la démarche puisqu'ils savent que cette activité leur est proposée en dehors du champ scolaire par des intervenants extérieurs à l'institution. Ils acceptent donc d'entrer dans cette démarche et se posent plus facilement des questions non directement liées à leur réussite scolaire.

Dans le cas où l'enseignant lui-même propose cette activité, il est plus difficile de voir quelle est sa posture et les élèves ont tendance à rester dans un cadre purement scolaire et à ne s'investir que si l'activité sera évaluée. Ce constat est un peu déprimant puisqu'il suggère une dissociation profonde – et difficilement réconciliable – entre la posture des élèves lors d'activités mathématiques faites en classe ou dans la vie courante. On observe un refus fréquent de la part des élèves d'utiliser leur réflexion naturelle dans le cadre d'une recherche scientifique. La phrase la plus marquante dans ce cas étant : « Mais ce n'est pas logique, c'est des maths ! ». Une manière possible de surmonter cette difficulté est d'intégrer plus fréquemment ce processus de recherche et de réflexion dans le cadre scolaire, ainsi l'élève ne sera pas surpris sur deux plans différents, d'un côté la démarche et de l'autre le thème, face à une activité hors champ (même si on peut se demander si la réflexion sur cette tablette n'est justement pas complètement dans le champ scolaire). S'ils sont habitués à rechercher, ils entreront peut-être plus facilement dans cette démarche face à des problèmes vus comme extérieurs à l'école.

2. *Les maths, ce n’est pas que du jeu*

Le deuxième piège que nous voulons mettre en évidence est le suivant. Dans une médiation, l’accent est fortement mis sur l’intérêt, voire l’attrait ludique du problème. Il faut néanmoins faire attention de ne pas donner l’impression que « faire des mathématiques » ne consiste qu’à s’amuser. Il est nécessaire de faire comprendre que la curiosité est, certes, le moteur de la démarche mathématique, mais qu’elle implique aussi un sérieux et un investissement important et qu’elle est souvent aussi motivée par des questions ayant des conséquences ou des applications pratiques, contrairement à ce que pourraient laisser penser certaines activités de médiation trop basées sur le jeu. Il est néanmoins indispensable pour éviter ce désamour croissant des maths par la population de faire percevoir au public qu’il est possible de se faire plaisir en faisant des mathématiques. C’est pour cette raison que nous croyons à la médiation mathématique et que nous continuons à nous y investir.

V. CONCLUSION

En conclusion, il nous semble que ces cafés répondent à une demande. Nous n’avons pas le recul nécessaire, ni d’ailleurs les effectifs suffisants, pour en déduire des résultats statistiques sur l’impact de ces cafés sur la vision, voire le choix d’orientation, des élèves touchés. Par contre, l’expérience quelque peu similaire menée à plus grande échelle par la section de physique de l’UniGe dans le cadre du PhysiScope[3], montre que ce type de démarche a certainement un impact sur le choix des jeunes. Même s’il est difficile de montrer une quelconque causalité, le nombre d’inscriptions pour des études de physique est en nette augmentation ces dernières années alors qu’ils étaient plutôt stables auparavant ; cette augmentation commence justement peu après le début de l’expérience PhysiScope.

REFERENCES

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Demaine E. D., Demaine M. L., Lubiw A. (1998). Folding and Cutting Paper. *Revised Papers from the Japan Conference on Discrete and Computational Geometry (JCDCG'98) 1763*, 104-117.

Fowler D., Robson E. (1998) Square Root Approximations in Old Babylonian Mathematics : YBC 7289 in Context. *Historia Mathematica 25*, 366-78.

Rocard M. (2007) *L’enseignement scientifique aujourd’hui : une pédagogie renouvelée pour l’avenir de l’Europe.* Luxembourg : Office des publications officielles des Communautés européennes.

[3] Le PhysiScope (www.physiscope.ch) est un projet de sensibilisation lancé par le Pôle de recherche du Fonds national suisse de la recherche MaNEP (Materials with Novel Electronic Properties). Il a été développé en collaboration avec la Section de physique de l'Université de Genève. Le PhysiScope est une sorte de laboratoire de démonstration, où la physique est présentée de manière vivante via des expériences et des discussions qui illustrent ses lois fondamentales. Elles permettent ainsi aux visiteurs de comprendre certains des plus grands enjeux de la recherche actuelle : la supraconductivité, le grand collisionneur de particules du CERN (LHC), les énergies renouvelables, les nanotechnologies, la découverte de nouvelles planètes, etc.

ANNEXES

1. Une stratégie pour aider les élèves à appréhender de la notation « à virgule » babylonienne

Revenons sur les nombres reportés dans le Tableau 1 (voir p. 1888) avec leur traduction en notation décimale. Comme nous l'avons dit plus haut, la position du 30 laisse supposer que le carré à un côté égal à 30. Reste à analyser les deux autres nombres qui, par leur position, semblent être liées à la diagonale.

La diagonale d'un carré de côté 30 vaut environ 42,426406 ; la partie entière est 42 qui s'écrit aussi 42 en base soixante. On voit donc apparaître le premier terme de la deuxième suite. Cela pourrait indiquer que (25 ;35) représente la partie fractionnaire du nombre calculons donc

$$25 \cdot 60^{-1} + 35 \cdot 60^{-2} = 0.4263\overline{8}.$$

Si on suppose que la virgule contextuelle des babyloniens est positionnée entre le 42 et le 35, on trouve que le nombre décrit par (42 ; 25 ; 35) est égal à$0.4263\overline{8}$, ce qui est une très bonne approximation de$30\sqrt{2}$.

Reste à interpréter la suite (1 ; 24 ; 51 ; 10) ; sa position laisse aussi penser que ce nombre a un lien avec la diagonale. La difficulté réside à nouveau dans le fait que la virgule, si elle existe, n'est pas explicitement indiquée. Comme le premier nombre est 1, il devrait exister un lien avec$\sqrt{2}$. Supposons que la virgule se positionne entre le 1 et le 24 et calculons

$$1 + 24 \cdot 60^{-1} + 51 \cdot 60^{-2} + 10 \cdot 60^{-3} \cong 1.41421296296$$

qui est une très bonne approximation de $\sqrt{2}$ en base 60.

Ces réflexions permettent de donner une interprétation plausible de cette tablette. Elle contiendrait le calcul de la longueur de la diagonale d'un carré de côté 30 connaissant celle d'un carré de côté 1. Bien sûr, rien ne permet d'être absolument certain que cette interprétation soit la bonne, mais elle est plausible puisqu'elle permet de donner un sens cohérent à tous les symboles de la tablette. Si c'est le cas, il s'agit d'une connaissance d'un résultat ressemblant au théorème de Pythagore, … 1500 ans avant Pythagore ; ceci peut amener à une réflexion sur le choix du nom de théorème de Pythagore avec une mise en évidence de la notion de démonstration dans le cas des résultats mathématiques.

2. Une explication possible du choix de ‹‹‹ comme côté du carré

Un autre lien entre ces trois nombres a été découvert par un groupe d'élèves lors d'un de nos cafés. A postériori, nous avons trouvé ce même lien, ainsi qu'une tentative d'explication, décrit, dans (Fowler & Robson, 1998).

Ces élèves ont remarqué que si on prend la moitié de (1 ; 24 ; 51 ; 10), vu comme $1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3$, on trouve 0,707106481, ce qui est exactement $42/60 + 25/60^2 + 35/60^3$. Ainsi, si on interprète (42 ; 25 ; 35) comme nous venons de le faire, on obtient non seulement un nombre et sa moitié, mais aussi un nombre et son inverse multiplicatif puisque le nombre initial est $\sqrt[2]{2}$. Or, il semble que la recherche de nombres inverses l'un de l'autres était utile et pratiquée par les babyloniens. Donc, si on interprète le nombre babylonien ‹‹‹ non pas comme 30 mais comme $30/60$, les nombres indiqués sur la tablette se lisent alors comme 0,5 , $\sqrt[2]{2}$ et $\frac{\sqrt[2]{2}}{2}$ et ces derniers sont inverses l'un de l'autre. Ceci donne une interprétation plausible de la valeur ‹‹‹.

Faisons une dernière remarque concernant cette tablette : sa forme et la taille des caractères suggèrent qu'il s'agit d'un travail d'étudiant. En effet, les symboles cunéiformes sont plus gros et moins réguliers que sur des tablettes attribuées à des scribes confirmés. Ceci tendrait à prouver que cette tablette est bien l'œuvre d'un étudiant résolvant un exercice. Mais quel pourrait être cet exercice ? Dans (Fowler & Robson, 1998) les auteurs suggèrent qu'il ne s'agit pas d'une tentative de calcul de $\sqrt[2]{2}$, mais plutôt, partant d'une valeur tabulée de $\sqrt[2]{2}$ (on a retrouvé des tablettes de nombres utiles) de calculer son inverse multiplicatif.

3. Pour aller plus loin

Le problème de la tablette babylonienne amène naturellement à se demander comment calculer $\sqrt{2}$ dans une base donnée (en particulier en base 60) si on connaît son développement décimal (ou du moins le début de ce dernier). On procède de la manière suivante :

$$\sqrt{2} = 1.414213562373095\ldots = \mathrm{p} + \frac{\mathrm{a}}{60} + \frac{\mathrm{b}}{60^2} + \frac{\mathrm{c}}{60^3} + \ldots$$

La partie entière étant 1, elle s'écrit aussi 1 en base 60 ainsi p=1.

On soustrait cette partie entière de chaque côté et on obtient :

$$0.414213562373095\ldots = \frac{\mathrm{a}}{60} + \frac{\mathrm{b}}{60^2} + \frac{\mathrm{c}}{60^3} + \ldots$$

En multipliant par 60 les deux côtés de l'équation on obtient :

$$24{,}8528137423857\ldots = \mathrm{a} + \frac{\mathrm{b}}{60} + \frac{\mathrm{c}}{60^2} + \cdots$$

Ainsi a=24, en continuant le processus on obtient b=51 et c =10.

Cette démarche n'est presque jamais abordée dans le cadre des Cafés mais peut être utile dans un cours.

4. Exemple d'activité : l'existence des suites de Skolem

Temps de surveillance

La ville de Königsberg veut organiser une manifestation culturelle qui dure huit jours.

Elle s'adresse alors à la société de surveillance XXX qui lui envoie ses quatre meilleurs surveillants : **Umberto, Denis, Tristan et Quentin**.

Leur mission sera d'assurer chacun leur tour pendant deux jours la sécurité des visiteurs.

Lors de la signature du contrat, Umberto, Denis, Tristan et Quentin posent cependant leurs conditions :

- Umberto veut avoir ses **deux jours de travail consécutifs** ;
- Denis veut **un jour de repos** entre ses deux jours de travail ;
- Tristan veut **deux jours de repos**,
- Quentin veut **trois jours de repos**.

Consciente qu'elle a devant elle les quatre meilleurs surveillants de la ville, l'organisatrice de la manifestation accepte leurs conditions et promet de leur donner leur horaire le lundi suivant.

Pouvez-vous l'aider ?

L'organisatrice de la manifestation, un peu désespérée, appelle un de ses amis mathématiciens :

« Nous allons modéliser le problème, ainsi tu pourras par la suite le résoudre pour un nombre quelconque de surveillants !

Numérotons tout d'abord les jours de surveillance de 1 à 8.

Numérotons aussi les surveillants de la manière suivante :

Umberto : 1
Denis : 2
Tristan : 3
Quentin : 4

Notons a_i et b_i les deux jours où le i-ème surveillant est en faction.

Par exemple, si Tristan surveille le 4ème jour et le 7ème jour, alors a_i=4 et b_i=7.

Les quatre conditions demandées par les surveillants s'écrivent alors

$$b_i - a_i = i \quad \text{pour i allant de 1 à 4}$$

Dans l'exemple de Tristan : b_i-a_i= 7 - 4=3 !

Donc, pour que tous les jours soient surveillés, il faut que dans la suite a_1, b_1, … , a_4 , b_4 tous les nombre de 1 à 8 se retrouvent une et une seule fois. Si on écrit les choses ainsi, on pourra satisfaire les requêtes d'un nombre n quelconque de surveillants engagés pendant 2n jours, et même déterminer si c'est possible ou non pour tout n ! »

Comme l'organisatrice, essayez, à l'aide de la table, de satisfaire les requêtes de n surveillants pour n=1, n=2, n=3, n=4,… Est-ce possible pour tout n ?