ANCRER L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS UNE PERSPECTIVE HISTORIQUE

Marika PERRAULT*

Résumé – Le caractère historique lié à toute discipline est partie intégrante de cette discipline. Dans l'enseignement des mathématiques au Québec, l'intégration de cette dimension est fortement recommandée par le programme de formation. L'enjeu est de parvenir à toucher les intérêts à la fois des élèves et des enseignants, tout en proposant une comparaison entre les époques actuelle et passée qui amène les élèves à apprécier le travail mathématique dans une perspective culturelle. D'une activité réalisée auprès d'élèves de troisième secondaire portant sur la vie du mathématicien Pythagore émerge une réflexion sur la place de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

Mots-clefs : Enseignement, Histoire, mathématique, Pythagore, activité en classe

Abstract – The historic character bound to any discipline is an integral part of this discipline. The integration of this dimension is strongly recommended by the training program of the Quebecois school. The stake is to succeed in touching the interests of both pupils and teachers, while proposing a comparison between the last periods which brings the pupils to understand the mathematical work in a cultural prospect (Inchauspé, 2007). Of an activity realized with pupils of the third secondary (high school) about the life of the mathematician Pythagoras appears a reflection on the place of History in the teaching of the mathematics.

Keywords: Education (Teaching), History, mathematics, Pythagoras, activity in class

I. INTRODUCTION

Les mathématiques ont influencé le développement du monde tel qu'on le connaît aujourd'hui. L'école québécoise, depuis le primaire jusqu'à l'université, entretient la diffusion de cette culture pour amener chaque élève du niveau de maîtrise d'une arithmétique élémentaire au travail des mathématiques modernes, en passant par les rudiments de l'algèbre. Ainsi, de manière consciente ou non, les apprenants effectuent un voyage dans le temps, se familiarisant d'abord avec les mesures entières de la Grèce Antique, puis avec les quantités inconnues propres au monde arabe, pour poursuivre avec les notions de fonctions et les autres représentations symboliques de la Renaissance européenne. L'histoire des mathématiques peut bien entendu faire en elle-même l'objet d'un cours, ce qui, au Québec, est le cas uniquement au niveau postsecondaire. Mais l'intégration d'une composante historique à l'enseignement des mathématiques au niveau secondaire ne permettrait-elle pas de mieux exposer la pratique mathématique et ce, dans une perspective culturelle ? Qu'est-ce que cela pourrait apporter aux jeunes, qui vivent dans une société où l'instantané et le « neuf » prennent une place capitale au quotidien ? C'est à ces questions que je vais tenter de répondre.

S'il est clair que les mathématiques constituent une discipline parfois abstraite pour les élèves qui entament le niveau d'études secondaires, ceux-ci doivent délaisser la perception de leurs sens pour plus de rigueur et de logique et ainsi effectuer le passage obligé de l'arithmétique vers l'algèbre. Dans ce sens, le questionnement demeure : l'élève n'y trouverait-il pas un certain sens, en lien avec sa propre démarche de familiarisation avec un concept mathématique, s'il pouvait le faire en parallèle avec la place que ce concept a prise historiquement ?

Dans cette intention de trouver comment l'histoire pourrait enrichir le développement des concepts mathématiques dans une classe de niveau secondaire, je vais présenter dans cette recherche-action les prescriptions du programme d'études en vigueur au Québec qui ont guidé

* UQAM, Montréal – Québec, Canada – perrault.marika@courrier.uqam.ca

© Perrault M. (2012) Ancrer l'enseignement des mathématiques dans une perspective historique. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (SPE1, pp. 1649–1661). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

mon questionnement. Pour cela, je soulignerai tout d'abord l'apport de certains écrits dans ma réflexion sur le type de travail qui peut être réalisé en classe afin d'atteindre l'objectif ciblé plus tôt. Ensuite, je détaillerai les résultats obtenus en classe lors de la réalisation d'une activité mathématique à saveur historique menée auprès d'une classe d'élèves de 3e secondaire[1]. Le sujet de cette activité est la découverte de la vie du mathématicien Pythagore. Toutefois, au niveau des mathématiques, ce n'est pas le fameux théorème attribué à Pythagore qui est travaillé, mais d'autres notions étudiées par le mathématicien et son école, tels les nombres polygonaux, les propriétés des solides, la parité des nombres et les moyennes. Une approche interdisciplinaire est aussi suggérée, pour accroître le potentiel culturel de l'activité. Enfin, je conclurai sur les avantages d'un travail mathématique avec une approche historique dans la classe de niveau secondaire.

II. PRESENTATION DU PROBLEME GENERAL DE RECHERCHE ET DU CONTEXTE DANS LEQUEL IL SE POSE

La problématique liée à l'intégration d'une composante historique dans l'enseignement des mathématiques revêt deux volets : le pourquoi et le comment. Pour satisfaire ces deux contraintes, l'entrée que je propose est différente pour chacune. D'une part, on peut se renseigner sur la mission de l'enseignant, défini par les programmes d'études, afin de justifier le pourquoi. D'autre part, il faut se questionner sur le meilleur moyen d'atteindre l'objectif défini dans le pourquoi, afin de définir le comment. Des exemples de travaux dans ce sens peuvent nous aider à répondre à cette question.

Le programme de formation de l'école québécoise répond à la première partie de ce questionnement. Il énonce l'importance de l'histoire dans le développement de la pensée mathématique :

> Par ailleurs, le développement de la mathématique étant étroitement lié à l'évolution de l'humanité, son enseignement doit intégrer la dimension historique. Les élèves pourront ainsi mieux en saisir le sens et l'utilité. Ils découvriront comment sa transformation au fil du temps et la création de certains instruments sont directement ou indirectement liées à des besoins ressentis dans les sociétés. L'histoire devrait permettre à l'élève de comprendre que les savoirs mathématiques sont le fruit de longs travaux menés par des chercheurs passionnés par cette discipline, qu'ils soient mathématiciens, philosophes, physiciens, artistes ou autres. (MELS 2006, p. 232)

On note donc dans le programme d'études un désir manifeste d'amener les élèves à mieux saisir l'apport historique des mathématiques à la société et au développement même de la discipline. Le mandat est donc clairement établi pour les enseignants de mathématiques : il faut tenir compte de la perspective historico-culturelle. Inchauspé (2007), qui a été président du groupe de travail sur la réforme ayant rédigé ce programme d'études, appuie fortement cette prise de position. Il détaille d'ailleurs celle-ci de manière à la rendre accessible aux enseignants. Cette entrée culturelle sur la discipline se justifie selon lui de manière à contrer la logique de segmentation et de cloisonnement dans laquelle les disciplines scolaires, dont les mathématiques, ont été enfermées par le passé. Au sujet de ce programme, implanté au Québec depuis la fin des années 1990, Inchauspé souligne d'ailleurs ceci :

> Mais si on me demandait quel est l'aspect le plus important du renouveau proposé par le programme d'études de l'école québécoise, c'est sans hésitation celui de l'introduction de la perspective culturelle que je choisirais. (Inchauspé 2007, p. 24)

Ainsi, l'idée d'adopter une approche de la discipline enseignée de manière culturelle et nécessairement historique fait manifestement contrepoids à l'approche purement utilitaire,

[1] Élèves âgés de 14-15 ans.

trop souvent privilégiée dans l'enseignement dit « par objectifs » (Proulx 2006). Ce que je veux mettre en lumière ici est que bon nombre d'enseignants mettent uniquement l'emphase dans leur cours sur les objectifs spécifiques du programme (exemple : calculer l'aire d'un polygone régulier, manipuler des expressions algébriques, interpréter un graphique, etc.) alors que ce n'est pas leur unique mandat, comme cela est illustré par l'extrait du programme et le commentaire de Paul Inchauspé. Les objectifs généraux du programme, comprenant une approche culturelle et historique de la matière, devraient donc toujours être liés aux objectifs spécifiques de la matière.

Par ailleurs, Charbonneau (2002) apporte un éclairage déterminant sur la question de l'intégration d'un volet historique à l'enseignement des mathématiques et définit clairement l'importance de l'histoire sur le développement des mathématiques :

> L'histoire doit être vue comme un outil pour faire en sorte que les mathématiques soient perçues comme une activité humaine qui a évolué (…). Elle montre que les mathématiques font partie de l'évolution de notre civilisation, et en fait, de toutes les civilisations, bien qu'à des degrés divers. Ainsi, l'on sait que l'on peut discuter les mathématiques ou que l'on doit discuter de mathématique, car c'est comme cela qu'elles ont évolué. En fin de compte, sans discussion et droit à l'erreur, pas de mathématiques. (Charbonneau 2002, p. 21)

On décode à travers ces lignes l'importance de mettre l'élève dans une situation similaire à celle de ceux qui, historiquement, ont été les premiers à entrer en relation avec un concept mathématique. L'idée de la discussion et du droit à l'erreur est ici fondamentale. De plus, le fait de replacer l'élève dans un contexte historique permet à ce dernier de mieux comprendre les difficultés liées à l'élaboration du concept mathématique. De retour à l'époque même où un concept s'édifiait, il est alors possible d'observer le temps et le labeur nécessaire pour obtenir des mathématiques qui se tiennent, qui ont du sens. C'est un des éléments qui doit donc être à la base de la construction d'une activité d'intégration de la perspective historique en mathématique.

Une autre idée permettant de définir comment ramifier les composantes historiques et mathématiques à l'enseignement au secondaire est de viser le vécu scolaire des apprenants. Dans un autre écrit, Charbonneau et Ross (2003) présentent un survol historique de l'évolution des mathématiques à travers le profil de trois élèves, chacun ayant vécu à une époque différente, soit au début de notre ère, en l'an 1000 et au milieu du XVIIIe siècle. Les auteurs présentent ce que chaque jeune devait apprendre jadis, du point de vue mathématique, et comment ces connaissances entraient en jeu dans leurs activités quotidiennes. Ce moyen d'entrer en contact avec l'histoire peut certainement susciter l'intérêt des élèves. Évidemment, ce type de travail peut aussi mener à une comparaison entre le passé et ce qui est fait aujourd'hui, et en quoi l'avancement des mathématiques facilite la vie de chacun.

Par l'analyse du programme de formation de l'école québécoise et par l'apport de l'expertise de certains auteurs, on comprend l'importance qu'il faut accorder à la perspective historique dans l'enseignement des mathématiques. Néanmoins, ce qu'il faut retenir des différents éléments qui sont ressortis ici pour faciliter l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, est qu'il faut cibler une tâche qui se raccorde aux intérêts et au vécu des élèves (et des enseignants), et que l'aspect comparatif entre différentes époques est un moyen privilégié pour servir l'intention d'intégrer une composante historique au cours de mathématiques.

III. PRÉSENTATION DE L'ACTIVITÉ RÉALISÉE EN CLASSE

Celle-ci a pour but d'initier les élèves de troisième secondaire (14-15 ans) à une culture historique mathématique sur le thème du mathématicien Pythagore. L'activité s'intitule

Pythagore : l'homme derrière le mathématicien et elle s'articule autour d'un extrait de la biographique romancée du mathématicien (Negri 1991). Avant d'entrer dans les détails de l'activité, il est nécessaire de comprendre les intentions de celle-ci. L'idée de départ est issue du constat suivant : les élèves, de même que bon nombre d'adultes, se souviennent généralement de la relation de Pythagore dans le triangle rectangle, et ce, même plusieurs années après l'apprentissage du fameux théorème. Toutefois, peu de gens connaissent les autres sujets mathématiques étudiés par Pythagore et ses disciples. Cette activité a donc comme dessein de remédier à cette triste situation. Ainsi, cette activité trouve son ancrage à même l'intention pédagogique de l'enseignant, c'est-à-dire au niveau de concepts mathématiques précis. Si le but premier dans la réalisation de cette activité est d'intégrer une composante historique à l'enseignement des mathématiques, il est tout de même primordial de demeurer au centre de l'intention de l'enseignant envers ses élèves : faire des mathématiques.

Cette activité a aussi comme intention de présenter le personnage historique de Pythagore dans son univers grec d'origine. Cela est facilité par l'extrait choisi, qui fait ressortir à travers une quinzaine de pages, plusieurs facettes du personnage de Pythagore. Bien sûr, on retrouve Pythagore en tant que mathématicien et érudit respecté de tous ses contemporains, fondateur d'une école célèbre. On découvre également le visage d'un homme empli de compassion pour son prochain en quête de savoir, qu'il s'agisse d'un homme, d'une femme, ou même d'un esclave. Située dans le contexte de la Grèce hellénique, cette personnalité se révèle être la source de réflexion et de débat au sein de la société de l'époque, comme elle peut l'être aussi aujourd'hui. Donc, dans le choix de l'extrait du roman, l'idée a été d'identifier un contexte propice à l'intention culturelle et mathématique de l'activité. Il est donc important de pouvoir cibler des points de comparaison entre cette époque et la nôtre, pour rattacher le plus possible l'étude du concept mathématique à des éléments concrets connus des élèves qui réaliseront l'activité.

Par ailleurs, si le point d'entrée ici se fait à partir d'un personnage historique et de son histoire relatée sous forme narrative, le point d'ancrage d'une activité mathématique à caractère historique peut aussi être fait à partir d'autres éléments significatifs pour les élèves et les enseignants. Charbonneau (2010) en suggère plusieurs : textes originaux d'époque, architecture, musique, vocabulaire (étymologie), films historiques, etc. Par ailleurs, je souligne le fait qu'en dehors de l'idée de capter l'intérêt des élèves, il ne faut pas oublier que l'intérêt des enseignants vis-à-vis de l'activité est déterminant. Si ceux-ci ne se sentent pas interpellés par la tâche, ils n'y consacreront pas le temps nécessaire pour la rendre pertinente.

Les intentions de l'activité ayant été bien définis, il est impératif de regarder de plus près ce qui est proposé aux élèves. Il est important de souligner que cette activité a été développée avec une intention interdisciplinaire qui est fortement encouragée par le programme de formation de l'école québécoise, comme le met en évidence cet extrait :

> Dans une telle organisation, chaque discipline doit être conçue en filiation avec une ou plusieurs autres disciplines qui présentent avec elle une parenté ou une complémentarité. Il est donc primordial d'imaginer des situations d'apprentissage qui, mettant à profit le métissage des disciplines d'un même domaine ou d'autres domaines, amènent les élèves à faire eux-mêmes des liens entre ces divers éléments (…) (MELS 2006, p. 57)

C'est donc autour de trois disciplines scolaires que l'activité se développe : le français, l'histoire et les mathématiques. Dans un premier temps, l'idée est de proposer une comparaison entre les époques, celle de Pythagore et la nôtre. Ainsi, on rattache le passé au présent, on tisse des liens dans différents domaines, pas seulement pour les mathématiques, pour amener l'élève à considérer la portée de l'intervention de Pythagore sur son monde, et sur notre monde. Les quelques lignes ci-dessous sont les premières de l'extrait choisi et donne le ton du texte :

> Le soleil vient de passer le zénith marquant le plus fort de la chaleur. Seul sous l'amandier du jardin, Pythagore s'est assis, ses tablettes répandues autour de lui pour préparer l'exposé qu'il destine à ses disciples. Dans une maison voisine, quelqu'un fait vibrer les cordes d'une lyre et il ferme les yeux pour mieux entendre les sons qui traversent l'espace avec délicatesse. (Negri 1991, p. 355)

L'activité débute donc dans la classe de français, où se fait la lecture du texte de Negri et l'analyse de celui-ci du point de vue littéraire. Les élèves doivent donc identifier le nouveau vocabulaire, puis les caractéristiques des personnages, les indicateurs temporels, les indicateurs de lieux, pour conclure avec un résumé des deux fils conducteurs narratifs de l'extrait analysé. L'activité se poursuit parallèlement dans deux autres directions, soit dans les cours d'histoire et de mathématiques. La poursuite de l'activité dans le cours d'histoire propose un débat d'idées, appuyé par une recherche, sur l'accès des femmes à l'éducation et/ou sur l'esclavage, sujet dont il est aussi question dans le texte de Negri, et ce, en parallèle aux mêmes thèmes développés en classe sur la Nouvelle-France, dans le but de respecter le programme de formation de l'école québécoise dans cette discipline.

Enfin, en ce qui nous concerne plus précisément, l'activité se poursuit dans le cours de mathématiques avec une entrée directe sur des concepts mathématiques nouveaux ou connus. L'enseignant revisite donc avec les élèves l'extrait de Negri, mais en ciblant les concepts mathématiques qui y sont révélés. La partie mathématique se découpe alors en cinq parties. La première consiste en une discussion sur les nombres entiers entre l'enseignant et les élèves à propos de la philosophie pythagoricienne du « Tout est nombre ». Un extrait du texte permet de comprendre que les élèves réagiront à de telles idées sur les nombres :

> - Le un, entend-il, c'est l'identité de l'être humain, c'est le tout ordonné et harmonieux, le bel ordre, le Cosmos, c'est le caractère de la perfection et c'est l'unité de Dieu dans sa simplicité. Un, est le seul nombre qui reste égal à lui-même, le multiplie-t-on un nombre infini de fois par lui-même. Le un est le centre de tout système. Le deux est ce qui est divisible et mouvant, ce qui a deux faces ou deux pôles, ce qui est obscur et clair, c'est le jour et la nuit, la guerre et la paix. Le trois est ce qui a un début, un milieu et une fin, et tout ce qui est parfait est semblable à trois. Le quatre est la première puissance mathématique. (…) (Negri 1991, p. 360)

Dans la deuxième partie, l'enseignant engage les élèves dans une tâche sur les nombres polygonaux, suite à la lecture du discours du personnage Pythagore qui se poursuit et du schéma (Figure 1) qui est proposé dans l'extrait de la biographie romancée du mathématicien. Les élèves doivent alors trouver et dessiner de nouveaux nombres triangulaires et carrés, qui ne figuraient pas dans le schéma. Ensuite, les élèves doivent anticiper un raisonnement pour définir les nombres pentagonaux et ultimement, les élèves doivent trouver une formule algébrique permettant de généraliser le nombre de points d'une nième figure composée à la manière des nombres triangulaires, carrés et pentagonaux.

> (…) Ainsi, il y a des nombres qui engendrent des figures planes, c'est le cas de trois, six et dix que l'on peut disposer en triangle et que j'appellerai pour cela des nombres triangulaires. Et il y a des nombres carrés, tels le quatre et le neuf. D'autres nombres encore engendrent des solides, le cinq fait naître une pyramide et le huit, un cube. (Negri 1991, p. 361)

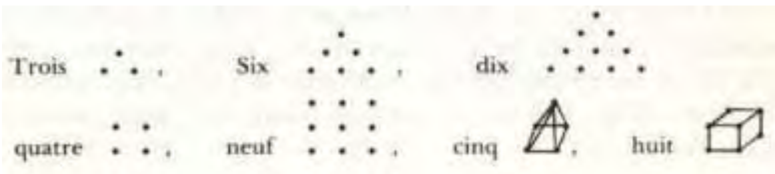

***Figure 1** – Schéma extrait du texte de Negri (1991)*

La troisième partie de l'activité dans le volet mathématique amènent les élèves à réfléchir sur les propriétés des solides, à partir des phrases énoncées dans l'extrait ci-dessus du texte de Negri. Puis, toujours au fil des leçons données par le personnage de Pythagore, la quatrième section propose un travail sur la preuve de la propriété suivante : « Toute quantité paire de nombres impairs donne un nombre pair ». Ce travail est fait à l'aide de schéma, pour être accessible aux élèves et dans l'intention de demeurer centrer sur le contexte des mathématiques pythagoriciennes. L'enseignant peut aussi demander une preuve algébrique, s'il le souhaite, à ce moment. Enfin, la dernière partie mathématique de l'activité porte sur le passage traitant des moyennes arithmétique, géométrique et harmonique. On suggère alors à l'élève de traduire les définitions de ces moyennes et de fournir de nouveaux exemples, qui ne sont pas donnés par l'élève de Pythagore dans l'histoire. Un petit prolongement algébrique est aussi suggéré dans cette section, pour ceux qui veulent pousser plus loin le raisonnement algébrique lié à la moyenne géométrique, que l'on voit au secondaire plus souvent sous le nom de « moyenne proportionnelle » de deux nombres. Encore une fois, un extrait du texte de Negri est présenté ci-dessous, pour mieux comprendre le type de décodage qui est attendu des élèves.

> -Tu as déjà écrit qu'il y a trois genres de moyennes et pour chacune tu as donné des exemples. Mais, moi je peux t'en fournir d'autres. -Vraiment ? Alors dis-les-moi, je t'en pris. -Eh bien je te dirai que sept est la moyenne arithmétique de cinq et neuf, car la somme de cinq et neuf, divisée par deux, donne sept. Et aussi que six est la moyenne géométrique de trois et douze car trois divisé par six est égal à six divisé par douze. Et si je t'ai parlé du nombre sept, c'est parce qu'il est le soleil, la Fortune, la voix, le chant, qu'il est comme la déesse Athéna, qui n'est point née d'une mère et n'a pas d'enfant, car il n'engendre ni n'est engendré par aucun nombre de la décade. (Negri 1991 p. 368)

IV. MÉTHODOLOGIE RELATIVE AUX INTERVENTIONS AUPRÈS DES ÉLÈVES

L'activité est réalisée auprès d'élèves de troisième secondaire (14-15ans), puisque c'est à ce niveau que se fait l'apprentissage « formel » du théorème de Pythagore. Je dis « formel » car il arrive que certains élèves entrevoient le concept plus tôt dans leur parcours, mais en ce qui concerne le programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007), c'est vraiment à ce moment que ce travail est prescrit. L'idée est donc de proposer cette activité aux élèves avant tout enseignement sur le théorème de Pythagore, pour les amener à se représenter l'époque et le contexte dans lequel le mathématicien a développé le théorème.

Le groupe dans lequel a été réalisée l'activité a été choisi de façon purement pratique : il s'agit du seul groupe auquel j'enseigne actuellement qui est de niveau troisième secondaire. Par ailleurs, il s'agit d'un groupe d'élèves auquel j'ai enseigné en deuxième secondaire, ce qui fait que les élèves étaient familiers avec la manière de procéder en général dans le cours. Le groupe est composé de 36 élèves de niveaux mathématiques assez différents (fort, moyen, faible). Cette hétérogénéité permet donc de représenter une population diversifiée d'apprenants.

1. Approche d'intervention privilégiée et justification

L'analyse d'un extrait de la biographie romancée de Michèle Negri, *Le roman de Pythagore*, est donc à la base de découvertes historiques sur la vie de Pythagore dans cette activité, autant sur la personnalité du mathématicien-philosophe que sur son univers, ses valeurs ainsi que sur les concepts mathématiques qu'il a développés.

En ce qui concerne l'approche pédagogique privilégiée dans la partie mathématique de l'activité, j'ai choisi une intervention en alternance entre la discussion de groupe et le travail en petites équipes. La tâche est énoncée alors que les élèves en prennent connaissance dans le document de travail. Ensuite, les élèves se regroupent en petites équipes de deux ou trois élèves pour tenter de résoudre les problèmes qui leur sont proposés. Durant ce temps, l'enseignant circule dans la classe pour poser des questions concernant la tâche aux élèves, pour les amener à décortiquer le problème davantage. Enfin, une fois qu'une bonne proportion d'élèves a proposé une solution, un retour est fait par l'enseignant avec le groupe-classe, sous forme de discussion, pour valider ce qui est pertinent et ce qui fait moins de sens. L'enseignant guide alors la conversation pour décortiquer le concept dont il s'agit.

Pour ce qui est de l'approche d'intervention privilégiée dans les cours de français et d'histoire, une approche similaire est recommandée, s'arrimant bien sûr avec la spécificité des tâches pour chacune de ces matières.

2. *Plan global des interventions*

L'activité s'échelonne normalement sur six périodes de 75 minutes, deux périodes pour chacune des trois disciplines qui participent à l'activité, *Français*, *Histoire* et *Mathématique*. Concernant l'ordre dans lequel devraient être présentés les cours portant sur l'activité, il est primordial que le premier de tous soit celui de français, car la lecture du texte est préalable au travail dans chacune des deux autres disciplines.

Le tableau 1 suggère une chronologie des cours, qui peut toutefois être réorganisée selon leurs préférences et les contraintes imposées par les horaires des enseignants participants au projet.

Ordre	Titre du cours
1	*Francais* – 1ère partie
2	*Histoire* – 1ère partie
3	*Mathématiques* – 1ère partie
4	*Français* – 2e partie
5	*Histoire* – 2e partie
6	*Mathématiques* – 2e partie

Tableau 1 *– Ordre des cours suggéré pour l'activité*

3. *Méthodologie de collecte et d'analyse des données2*

Le choix de la méthodologie de collecte des données est issu de l'intention de la recherche-action, c'est-à-dire illustrer que l'intégration d'une composante historique à l'enseignement des mathématiques est bénéfique pour l'apprentissage des élèves et le développement du volet culturel du cours. Dans ce sens, ce sont mes observations réalisées dans la salle de classe durant l'activité qui sont présentées, de même que quelques extraits des productions des élèves en lien avec les tâches explicitées plus haut. L'analyse des données se présente donc façon qualitative, tout en préservant l'anonymat des élèves participants.

V. RÉSULTATS

En ce qui concerne la première tâche, la discussion sur les nombres entiers tels que les voyait Pythagore, elle a permis une entrée en matière qui engageait manifestement les élèves. Plusieurs élèves voulaient communiquer leur impression personnelle sur le paragraphe du texte de Negri cité plus tôt (voir p. 5).

Ce type de discussion est pertinent du point de vue l'approche culturelle dans le sens où les nombres que les élèves connaissent et manipulent depuis plusieurs années sont alors présentés

[2] *L'analyse des données est fournie seulement pour l'orientation Mathématique, puisque c'est ce qui est visé par la problématique de la recherche-action.*

de manière très différente et très singulière. Cette discussion permet aux élèves de mieux comprendre peut-être l'intérêt des grecs de l'époque de Pythagore, alors qu'ils sont présentés comme des « objets » auxquels on cherche à donner un sens. C'est là le début du travail mathématique.

La deuxième tâche, celle sur les nombres polygonaux, s'est avérée fort intéressante. Dans le groupe où l'activité a été testée, c'est la section qui a suscité le plus d'intérêt de la part des élèves. Pour ce qui est de trouver de nouveaux nombres triangulaires et de nouveaux nombres carrés, il n'y avait pas de véritable défi. Toutefois, lors du travail sur les nombres pentagonaux, les élèves confrontaient entre eux leurs idées car la façon de représenter les nombres pentagonaux n'était pas la même pour tous. Les figures 2, 3 et 4 présentent des productions d'élèves qui illustrent ce propos. Le désir des élèves de découvrir comment « fonctionnent » les nombres pentagonaux était alors tangible de par les interactions que les élèves avaient entre eux.

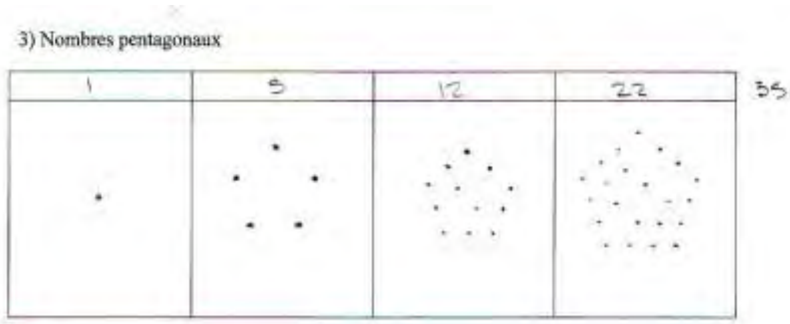

Figure 2 *– Production de l'élève A*

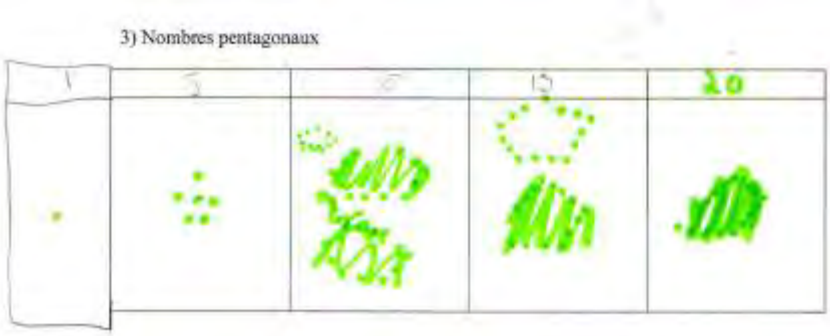

Figure 3 *– Production de l'élève B*

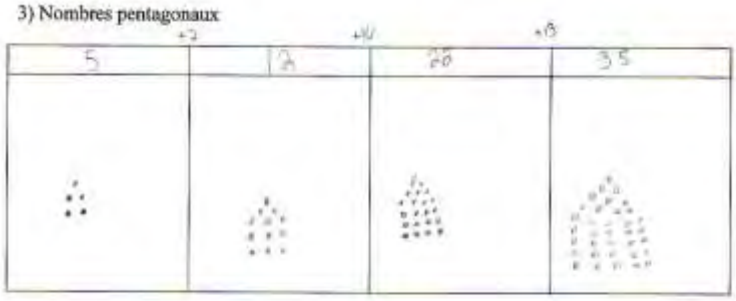

Figure 4 *– Production de l'élève C*

La figure 2 montre que l'élève A obtient la bonne suite de nombres pentagonaux, dans une disposition s'apparentant à celle d'un pentagone régulier. L'élève C propose lui aussi une suite de nombres valide, mais l'allure des points est différente, ne formant pas cette fois une disposition « régulière » (Figure 4). De son côté, l'élève B dispose les points à la manière aussi d'un pentagone régulier, sans toutefois obtenir les bons nombres de points (Figure 3). Pour lui, on comprend que ce sont les multiples de 5 qui forment les nombres polygonaux. En comparant sa solution à celle des autres élèves, ou encore au raisonnement exploité pour les nombres triangulaires ou carrés, l'élève B peut être amené à se repositionner.

Cette partie de l'activité prend donc son ancrage à travers « la leçon donnée par le personnage de Pythagore », mais elle est bonifiée en classe, d'une part par le prolongement sur les nombres pentagonaux, et d'autre part parce qu'on amène les élèves à trouver une façon de généraliser le nombre de points de la 15^{e} figure. Ce passage vers un raisonnement algébrique permet à l'élève de dépasser le niveau des pythagoriciens, beaucoup plus empirique. Il est à noter que les élèves participants savaient déjà que l'algèbre avait vu le jour des siècles après l'époque de Pythagore, au Moyen Âge, dû à une présentation en deuxième secondaire, lors du début du travail algébrique. À travers la tâche, les élèves ont donc pu, d'une certaine manière, se replacer dans la peau d'un élève de Pythagore, puis ils découvrent qu'ils sont capables de pousser leur raisonnement encore plus loin. C'est précisément en ce point que la richesse de l'activité se déploie dans une dimension historique et culturelle.

Dans la troisième partie de l'activité, le travail sur les solides se veut davantage un décodage du vocabulaire utilisé dans le texte dans le but de tracer de nouveaux solides. En troisième secondaire, les élèves sont déjà familiers avec les prismes et les pyramides, donc la tâche en lien avec la leçon de Pythagore permet surtout d'effectuer un retour sur des notions déjà connues des élèves. La façon dont le personnage de Pythagore s'exprime dans le texte peut toutefois susciter certaines réactions. Lorsque les élèves lisent dans le texte « le cinq fait naître une pyramide et le huit un cube », on veut amener les élèves à comprendre que pour Pythagore et ses élèves, tout travail se fait en lien direct avec les nombres entiers. Ce sont ces nombres qui leur permettent de travailler sur les nombres polygonaux, tout comme cela leur permet de travailler les solides. L'entrée historique permet ici de faire comprendre aux élèves que, pour les pythagoriciens, tout travail mathématique se fait en lien direct avec des quantités entières, car c'était ces quantités qui intéressaient les mathématiciens de l'époque.

La quatrième partie a aussi donné lieu à des raisonnements intéressants chez les élèves. Les élèves devaient par un schéma montrer que « si on ajoute une quantité paire de nombres impairs, cela donne un nombre pair » (Negri 1991). Le travail sur les nombres polygonaux qui a été fait dans la deuxième partie de l'activité est réinvesti ici, comme le témoigne la production de l'élève D, sur la figure 5, qui présente les quantités en jeu par des arrangements de points. Ce qui est intéressant, c'est qu'on voit aussi que l'élève exploite la définition de la multiplication comme étant une addition répétée pour détailler son raisonnement. ^^

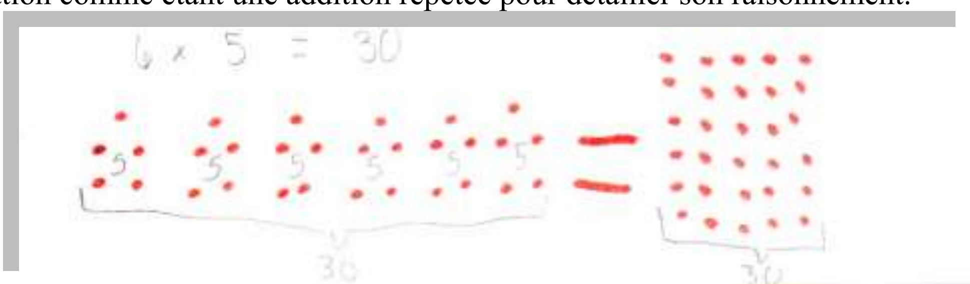

***Figure 5** – Production de l'élève D*

Enfin, dans la dernière partie de l'activité *Pythagore : L'homme derrière le mathématicien*, les élèves devaient encore une fois traduire un énoncé mathématique, cette fois-ci concernant les moyennes. Dans un premier temps, il fallait décoder l'exemple en langage numérique, puis, à partir de cet exemple et des propriétés qui en découlent, produire un nouvel exemple.

Cette activité encore une fois directement liée avec le dialogue dans le texte de Negri entre Pythagore et un de ses élèves (Zalmoxis) permet aux apprenants de la classe de transposer la relation élève/enseignant de cette époque, et de voir que mathématiquement, ce qui est présenté lui est accessible. La figure 6 montre un exemple de ce qui était attendu des élèves. Il est intéressant ici de noter que la propriété dégagée par l'élève E dans l'exemple de Zalmoxis, soit que les quantités de droite, par rapport au symbole d'égalité, sont doublées par rapport à celle de gauche, lui permet de répondre facilement à la question suivante, voulant qu'il formule un nouvel exemple.

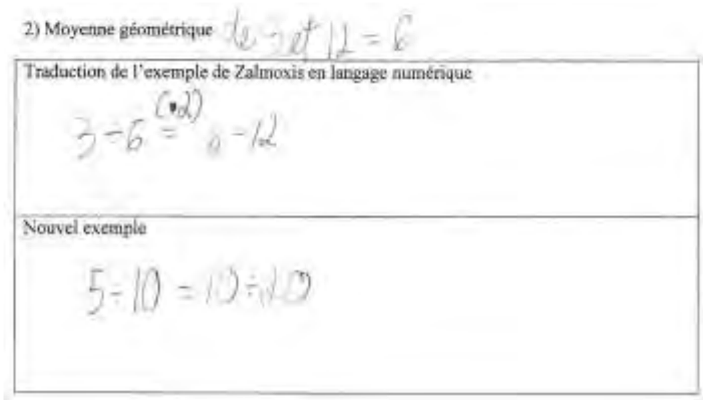

Figure 6 *– Production de l'élève E*

Chacune des cinq sections de la partie mathématique de l'activité a donc à sa manière exploitée un sujet mathématique via un artéfact historique, dans le but d'intégrer l'histoire à l'enseignement des mathématiques

VI. CONCLUSION

Dans un premier temps, il est apparu clairement que la perspective historique et culturelle de l'enseignement des mathématiques est encouragée non seulement par le programme de formation de l'école québécoise, mais aussi par des spécialistes de l'enseignement (Inchauspé 2007) et plus spécifiquement de l'enseignement des mathématiques (Charbonneau et Ross 2002, 2003). D'autre part, pour parvenir à instaurer un tel caractère historique à l'enseignement des mathématiques, il faut assurer la présence de certains éléments nécessaires à la réussite du contact historique et culturel. Ces éléments se résument ainsi : il faut organiser une tâche permettant une comparaison entre une époque déterminée et l'époque actuelle. Aussi, pour assurer la pertinence de la démarche, la tâche doit s'enrouler autour de concepts mathématiques précis, bien identifiés, accessibles pour les élèves. Enfin, il est nécessaire que l'activité ayant pour but de fusionner l'histoire et les mathématiques soit reliée à un ou des champs d'intérêt des principaux acteurs de la démarche : soit les élèves et les enseignants.

C'est donc dans ce cadre que l'activité *Pythagore : L'homme derrière le mathématicien* a été érigée. Si la partie interdisciplinaire à réaliser conjointement dans les cours de français et d'histoire a été peu détaillée lors de l'analyse, il n'en demeure pas moins que cela contribue à démontrer la portée des mathématiques du point de vue culturel et historique, au-delà de la classe de mathématiques elle-même. Ces diverses orientations permettent donc aux élèves d'établir des liens entre les différentes disciplines de leur corpus scolaire.

Par ailleurs, à travers les cinq tâches mathématiques qui sont proposées à travers l'activité, le lien entre l'objet historique, soit les enseignements de Pythagore dans le cas présent, et l'objet mathématique est omniprésent. Cela permet à l'élève d'une part de prendre conscience de l'héritage laissé par les Grecs à l'humanité, et d'autre part de valider que les concepts présentés peuvent être encore étudiés et approfondis aujourd'hui, qu'ils conservent leur pertinence.

Enfin, on peut se questionner sur une approche d'enseignement des mathématiques qui serait basée uniquement sur une perspective historique et sur l'aspect réaliste d'une telle entreprise. Un long travail de création accompagnerait certainement une telle démarche, mais il serait intéressant d'en étudier les répercussions à long terme, sur le développement de la pensée mathématique des élèves. Je pense toutefois que dans un premier temps, le mandat à se donner en ce qui concerne l'intégration de la perspective historique dans l'enseignement des mathématiques serait de développer davantage d'activités répondant aux critères énoncés plus tôt, pour rendre cette approche culturelle plus accessible aux enseignants de mathématiques.

RÉFÉRENCES

Charbonneau L. (2002) Histoire des mathématiques et enseignement des mathématiques au primaire. *Instantanées Mathématiques* 29(1), 21-36. *Consulté le 30/3/12 sur :* http://www.math.uqam.ca/~charbon/personnel/histoire.html

Charbonneau L. (2010) *MAT6221 Histoire des mathématiques – Notes de cours*. Montréal : Coop UQAM Éditeur.

Inchauspé P. (2007) *Pour l'école, Lettre à un enseignant sur la réforme des programmes*. Montréal : Editions Liber

MELS (2006) *Programme de formation de l'école québécoise, Enseignement secondaire – Premier cycle*. Montréal : Gouvernement du Québec.

MELS (2007) *Programme de formation de l'école québécoise*, *Enseignement secondaire – Deuxième cycle*. Montréal : Gouvernement du Québec

Negri M. (1991) *Le roman de Pythagore*, Paris : Éditions Buchet-Chastel.

Perrault M. (2010) *Activité mathématique à caractère historique – Pythagore : l'homme derrière le mathématicien*, Montréal UQAM : Travail réalisé dans le cours MAT7222.

Proulx J. (2006) *« Objectifs comme points de départ » versus « objectifs comme point d'arrivée » : un défi pour la formation des maîtres*. In Bednarz N., Mary C. (Eds.) *Actes (CDROM) de EMF2006 – L'enseignement des mathématiques faces aux défis de l'école et des communautés – Université de Sherbrooke – 27-31 mai*. Montréal : éditions du CRP et Faculté de l'Education de l'Université de Sherbrooke.

Ross A, Charbonneau L. (2003) Trois petits écoliers, trois grandes époques, Coccalas, Abdellah et Pierre. *Bulletin AMQ* Vol. XLIII no.4 (décembre), 48-57.

ANNEXE[3] – GRANDES LIGNES DE L'ACTIVITÉ PRÉSENTÉE (CONSIGNES AUX ÉLÈVES)

Partie 1 – S'interroger sur une autre vision des mathématiques

Selon Pythagore, « Tout est nombre ». Il explique clairement cette vision du monde en corrélation directe avec les mathématiques dans l'extrait présenté à la page 360 du texte de Michèle Negri. Discute avec les autres élèves de cette idéologie.

Partie 2 – À la découverte des nombres polygonaux

Lors de la première leçon de Pythagore, ses élèves découvrent que :

« Chaque nombre entier peut être représenté par un ensemble ordonné de points qui nous renseignera sur ces propriétés. »

Regardons ensemble les exemples proposés par Pythagore, que Zalmoxis s'est représentés mentalement. Il y a d'abord les nombres triangulaires, puis les nombres carrés.

Dessine les deux prochains nombres triangulaires et carrés qui respectent les mêmes propriétés que les exemples donnés par Pythagore. Indique quelle propriété des figures présentées te permettent de construire les deux nouvelles figures.

Bien que Pythagore n'en ait pas parlé dans sa leçon, tu devines sûrement qu'il existe d'autres nombres polygonaux. Selon le même procédé que pour les nombres triangulaires et carrés, représente les cinq premiers nombres pentagonaux.

Existe-t-il un procédé mathématique permettant de connaître le nombre de points que possède le 15^{e} nombre triangulaire, carré ou pentagonal ? Certainement! Pythagore ne le connaissait peut-être pas au moment de cette première leçon mais aujourd'hui nous savons comment faire pour le savoir !

Rappelle-toi ce que tu as vu l'an dernier à propos des suites arithmétiques et détermine combien de points possèdent les trois sortes de nombres polygonaux que nous avons étudiés. Indique aussi la formule algébrique qui permet de trouver le nombre de points que possède n'importe quel nombre triangulaire, carré ou pentagonal.

Partie 3 – À la découverte des solides

Toujours dans l'extrait du texte de Negri de la page 361, Pythagore traite des nombres qui « engendrent des solides ». Qu'est-ce que les nombres représentent sur les solides que Pythagore présente?

Pythagore parle d'abord du nombre 5 qui « fait naître une pyramide ». Existe-t-il un nombre entier inférieur à 5 qui permet de faire naître une pyramide?
Si oui, représente-la.

À ton avis, quelle célèbre construction connue à l'époque de la Grèce Antique a incité Pythagore à voir 5 comme étant le premier nombre à engendrer une pyramide?

[3] Pour obtenir le document de travail complet fourni aux élèves de même que l'extrait de la biographie romancée de Michèle Negri, contacter Marika Perrault à perrault.marika@courrier.uqam.ca.

Évidemment, il existe plusieurs autres pyramides que celle mentionnée par Pythagore. Dessine en deux autres dont le nombre permettant de les « faire naître » est inférieur à 10. Pythagore parle aussi du nombre 8, qui « fait naître » un cube. Quel autre solide peut être « engendré » par le nombre 8? Dessine trois solides autres que des pyramides, engendrées par les nombres 6, 9 et 10.

Partie 4 – Élaborer une preuve au sujet des nombres pairs

Dans l'extrait du *Roman de Pythagore* du bas de la page 366 et du haut de la page 367, Zalmoxis se remémore la leçon de Pythagore qui portait sur les nombres pairs et impairs :

> Comme la définition du nombre pair qu'a donné, la veille, Pythagore, et il se souvient que le maître a demandé à ses élèves de prouver que si l'on ajoute une quantité paire de nombres impairs, cela donne un nombre pair. Et lui, il a été le premier à savoir le faire.

Relève le défi proposé par Pythagore, que Zalmoxis, un garçon de ton âge, a été capable de relever, il y a plus deux millénaires de cela. D'abord, rappelle-toi les définitions des nombres pairs et impairs. Ensuite, commence par faire une preuve à l'aide d'un schéma. Tu peux partir d'un exemple pour ensuite généraliser ton raisonnement. C'est d'ailleurs sûrement ce que Zalmoxis a fait à l'époque. Enfin, écris ta preuve de façon formelle, avec les outils algébriques que tu connais. (C'est là que tu dépasses le raisonnement de Zalmoxis, car à son époque, l'algèbre n'était pas encore inventée !)

Partie 5 - À la découverte des moyennes arithmétiques, géométriques et harmoniques

Dans les deux dernières pages du texte (p.367-368), Zalmoxis démontre sa valeur intellectuelle en donnant à Pythagore un exemple validant chacun des concepts du cours qu'il avait préparé sur les moyennes. Pour chaque type de moyenne, transcris en langage numérique l'exemple donné par Zalmoxis. Ensuite, fournis toi aussi un autre exemple illustrant chaque moyenne, soit en mots ou numériquement.

Approfondissement de la partie 5

La moyenne géométrique est aussi appelée de nos jours « moyenne proportionnelle ». Lorsque dans une proportion, on a trois termes tels que $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$, on dit que c'est moyenne proportionnelle de a et b Aussi, on peut dire que $c^2 = a \cdot b$, et que la moyenne géométrique de deux nombres a et b est c*,* tel que $c = \sqrt{a \cdot b}$.
Telle qu'on la définit aujourd'hui, la moyenne harmonique H de deux nombres a et b*,* peut être généralisée avec la formule suivante : $H = \frac{2\,a \cdot b}{a+b}$. Est-ce que l'exemple donné par Zalmoxis et celui que tu as suggéré fonctionnent toujours selon cette définition? Démontre algébriquement que l'explication que donne Zalmoxis est en fait celle d'une moyenne géométrique.