STRUCTURES ALGÉBRIQUES EN PREMIÈRE ANNÉE UNIVERSITAIRE

Abdelhamid BEZIA*

Résumé – Le changement de programme de mathématiques au lycée (en Algérie) qui a eu lieu ces dernières années et la suppression de plusieurs chapitres du cours d'algèbre, logique et arithmétique rendent l'enseignent des structures algébriques et particulièrement des groupes en première année universitaire plus ou moins difficile par rapport aux dernières années. De fait, ce cours commence à présenter plus de problèmes qu'avant. Dans cet exposé, nous analysons quelques difficultés et obstacles que rencontrent les étudiants durant ce cours et tentons d'en chercher les origines

Mots-clefs: enseignement supérieur, structure algébrique, groupes, formalisme, raisonnement mathématique

Abstract – The changes in the mathematics program in secondary school (in Algeria), which occurred in the last few years and the deletion of some chapters of the course of algebra, logic and arithmetic lead to more difficulties in the teaching of algebraic structures, and especially of groups in the first year of university. As a result, this course begins to cause more problems than before. In this work we analyze some of these difficulties and obstacles faced by students and try to track their origins.

Keywords: university teaching, algebraic structure, groups, formalism, mathematical reasoning

I. INTRODUCTION

Un groupe est la donnée d'un ensemble G et d'une opération (on dit aussi loi de composition interne) sur cet ensemble « $*$ » qui, à deux éléments a et b de G, associe un autre élément notée $a * b$ de G appelé le composé de a et b. Le symbole «$*$» est un signe général qui désigne une opération donnée. On exige que la loi vérifie les trois axiomes suivants :

- L'associativité : Pour tous éléments a, b et c de G, on a l'égalité $(a * b) * c = a * (b * c)$.
- $a * e = e * a = a$.
- L'existence du symétrique : Pour tout élément a de G il existe a' dans G tel que : $a * a' = a' * a = e$ où e est l'élément neutre de G.

Les homomorphismes de groupes sont les applications qui préservent la structure de groupe. Une application $\varphi : G \to H$ entre deux groupes munis respectivement de deux lois $*$ et $\circ$ est un homomorphisme si pour tout éléments a et b de G. On a l'égalité

$$\varphi(a * b) = \varphi(a) * \varphi(b)$$

A partir de cette condition on vérifie que l'image du symétrique de tout élément a est le symétrique de l'image de a En notant a^{-1} le symétrique d'un élément a cela donne : $\varphi(a^{-1}) = \varphi(a)^{-1}$, et que l'image de l'élément neutre du groupe $(G,*)$ est l'élément neutre de $(H,\circ)$.

Les structures algébriques, en particulier les groupes présentent un modèle universel pour des ensembles qui ont certaines propriétés algébriques communes, ces propriétés y sont traitées de manière unifiée, ce qui évite de recommencer leur étude à chaque nouveau type rencontré. On peut remarquer par exemple une similitude entre les règles des calculs dans $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{R}[X]\ et\ C^{\infty}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

* USTHB de Babezzouar et Université de Médéa – Algérie – abdelhamid.bezia@gmail.com

Il est donc utile de chercher une liste des propriétés communes entre les ensembles usuelles et les opérations sur ces ensembles et de les étudier.

II. PRESENTATION DU COURS EN PREMIERE ANNEE UNIVERSITAIRE

L'analyse de quelques livres de première année universitaire et de classes préparatoires, m'a conduit à une catégorisation du cours sur les groupes selon trois façons :

1) Ce cours suit un chapitre d'arithmétique élémentaire[1]où sont étudiées les propriétés des entiers relatifs comme la divisibilité, la congruence, etc. Dans ce cas les théorèmes sont démontrés« à la main », et donc le cours sur les groupes devient une généralisation des modèles de $\mathbb{Z}$ et de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

2) Certains auteurs introduisent la notion de groupe dans le cours d'arithmétique. L'étude des groupes sert alors pour démontrer les résultats d'arithmétique (On peut citer par exemple la caractérisation du plus petit multiple commun ou le plus grand diviseur commun de deux nombres à l'aide des sous-groupes de $\mathbb{Z}$ ou la démonstration du théorème des restes chinois à l'aide des idéaux de $\mathbb{Z}$). En suivant cette méthode certains étudiants peuvent penser que les résultats d'arithmétique ne se démontrent qu'à l'aide de la théorie des groupes,

> D'ailleurs l'arithmétique élémentaire peut être entièrement développée à la main et on perd même certaines intuitions, à ne pas le faire (Damphousse 2000, p. 54).

Inversement, d'autres étudiants peuvent penser que la théorie des groupes ne sert qu'à démontrer les résultats d'arithmétique.

Les promoteurs de cette approche pensent qu'elle offre l'avantage de permettre l'investigation de la théorie des groupes dans un domaine plus simple comme celui de l'arithmétique, mais elle peut aussi générer quelques problèmes dans l'esprit des étudiants et leur manière de voir les groupes, nous détaillerons ce point plus loin.

3) D'autres auteurs[2] commencent directement par le chapitre des groupes, juste après le chapitre sur la logique mathématique et la théorie des ensembles. Cette présentation souvent très abstraite risque de faire croire aux étudiants que la théorie des groupes est stérile et sans aucun lien avec les mathématiques qu'ils connaissent.

1. Les exemples présentés dans le cours sur les groupes

Dans ce paragraphe on cite quelques exemples parmi les plus fréquents dans les cours sur les groupes :

- Les groupes des nombres sont les exemples les plus fréquents, ces groupes sont les ensembles des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ des nombres rationnels $\mathbb{Q}$ réels $\mathbb{R}$ et les complexes $\mathbb{C}$ munis de l'addition. On admet dans les cours de première année universitaire (en Algérie) que $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}\ et\ \mathbb{R}$ sont des groupes, c'est-à-dire qu'on ne donne pas la construction de ces ensembles comme la construction de $\mathbb{Z}$ à partir de $\mathbb{N}$ par les relations d'équivalence et on ne dit pas pourquoi par exemple l'addition ou la

[1]Voir par exemple Arnaudies J.M. etFraysse H. (1992) et Damphousse P. (2000).
[2] Parmi les auteurs qui ont choisi cette approche on peut citer Lang S (2002) et Godement R. (1966).

multiplication sont associatives dans $\mathbb{Z}$, par contre on donne la construction de $\mathbb{C}$ à partir de $\mathbb{R}$. On trouve aussi dans les livres les exemples suivants :

- Groupes des classes de congruence de $\mathbb{Z}$ modulo *n,* que l'on note de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
- Si E est un ensemble, on définit sur l'ensemble $P(E)$ des parties de E la différence symétrique par : pour tous $A, B \in P(E), A\Delta B = (A\cup B) - (A\cap B)$. Alors $P(E)$ muni de l'opération Δ est un groupe.
- Groupes symétriques : l'ensemble des bijections d'un ensemble E, dans lui même muni de la composition des applications.
- Groupes produit : Si $(G,*)$ et $(H,\circ)$ sont deux groupes, l'ensemble $G \times H$ est muni d'une structure de groupe définie par : $(g, h) \times (g', h') = (g * g', h \circ h')$.

Ces exemples sont parmi les plus fréquents dans les livres des premières années mais ne représentent pas une liste exhaustive, on peut en trouver certains dans un livre et pas dans un autre, on peut aussi les trouver présentés sous forme d'exercice dans d'autres ouvrages.

2. *Type d'exercices*

Après avoir vu quelques séries d'exercices distribuées aux étudiants de première année et consulté quelque livres, j'ai constaté qu'une grande partie des exercices tournent autour de quelques axes :

- Donner des sous-ensembles des groupe de nombres ($\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ *ou* $\mathbb{C}$) avec une certaine loi particulière et demander de vérifier qu'ils forment des groupes, (ici les propriétés découlent de l'ensemble père), comme on peut le voir dans l'exercice suivant :

Exercice : *Pour x,y∈ ℝ on pose* $x * y = x\sqrt{1 + y^2} + y\sqrt{1 + x^2}$

- *Montrer que* $(\mathbb{R},*)$ *est un groupe.*
- On donne des ensembles et des lois quelconques qui vérifient certaines propriétés et on demande de vérifier s'ils définissent des groupes ou des sous-groupes, par exemple :

Exercice : *Soit* G *est un ensemble non vide muni d'une opération interne* $*$ *associative telle que*

$$\forall a, b \in G, \exists x, y \in G \text{ tels que } a = x * b = b * y$$

- *Montrer que* $(G,*)$ *est un groupe.*
- On donne aussi des applications et on demande de vérifier que ce sont des morphismes ou des isomorphismes de groupes, ou inversement on donne des groups et on demande de chercher des isomorphismes entre eux, avec évidement d'autre questions comme calculer l'ordre d'un élément, chercher les générateurs d'un sous-groupe, etc.

Il apparaît ainsi que la plupart des exercices de la première année se concentrent sur des problèmes de vérification des axiomes de groupe, et des définitions de morphisme, d'isomorphisme, etc. De fait, l'étudiant peut se poser la question: est ce qu'on définit les groupes juste pour vérifier si des ensembles donnés vérifient les axiomes ou non. Quand j'étais en troisième année de licence, j'ai assisté à un cours de première année sur les structures algébriques et quand l'enseignant a donné la définition d'un anneau, un étudiant lui a posé la question : à quoi servent les anneaux ? L'enseignant a rependu : il faut des années pour répondre à cette question, il voulait dire qu'il faut des années pour citer tous les applications de la théorie des anneaux. Ici on pose la question : Est-ce que on ne peut pas motiver le sujet des anneaux dans un quart d'heure ou vingt minute ou bien on consacre une séance s'il est nécessaire pour que les étudiants comprennent l'utilité de cette notion.

On ne trouve pas à ce niveau de problèmes pour les quels on applique les théorèmes et les résultats sur les groupes, ce qui permettrait aux étudiants de voir les applications et l'utilité de cette théorie. On voit par exemple dans le cours d'analyse beaucoup d'applications de la notion de dérivabilité : étude des variations, recherche des extremums, les approximations affines, etc. On peut voir aussi les applications des intégrales dans le calcul des surfaces, ce qui n'est pas le cas pour les groupes. Si on prend le cas des fonctions numériques, les étudiants pensent à travers ces fonctions aux expériences physiques ou de la chimie, où on étudie la variation d'un paramètre en fonction d'un autre comme la variation de la vitesse en fonction du temps ou la variation de la quantité d'un produit chimique en fonction de la température, et on pense que ceci explique bien l'intérêt de la fonction et donne une motivation supplémentaire aux étudiants.

III. LES ERREURS REPETEES

Dans cette section, je liste les erreurs les plus fréquentes liées seulement à la définition de groupe, évidement il en existe d'autre qu'on rencontre à propos de la notion de morphisme, mais je pense qu'elles sont plus liées à la notion d'application qu'à la notion de groupe.

- Très souvent les étudiants oublient de vérifier si la loi de composition est bien interne.

Exemple : On considère sur l'ensemble $E = [-1,1]$ la loi de composition suivante : $x * y = x + y$, on remarque que le composé de x et y n'est pas toujours dans E parce que la somme peut dépasser 1 ou -1, l'étudiant commence directement par vérifier l'associativité, l'existence de l'élément neutre, etc.

On peut prendre aussi sur $E = \mathbb{R}$ la loi suivante :$x * y = \sqrt{x + y}$ le composé n'est pas toujours un réel, ce n'est même pas une application.

- La vérification de l'associativité peut poser un problème pour certains étudiants, j'ai remarqué que certains se trompent dans le calcul de $(a * b) * c$, et l'exemple suivant donne une bonne illustration de ce genre d'erreur :

Exercice : *On considère sur* $\mathbb{N}$ *la loi de composition interne* $*$ *définie par :*$x * y = x^2 + y^2$.

La réponse de certains étudiants est $(x * y) * z = (x^2 + y^2) + z^2$et non $(x * y) * z = (x^2 + y^2)^2 + z^2$.

On peut aussi donner l'exemple suivant :

Exercice : *Montrer que l'ensemble* $G =]-1,1[$ *muni de la loi* $*$ *définie par :* $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$ *est un groupe.*

Pour l'associativité, une des réponses est la suivante : $x * y = \frac{x+y+z}{1+xyz}$

Ici les étudiants ajoutent un à où ils trouvent un *x* et un *y*. Ce problème ne se présente pas seulement au niveau de l'associativité, mais on peut le trouver ailleurs. J'ai donné aux étudiants de première année de mathématiques et informatique la formule du maximum de deux nombre réels : $\max(x, y) = \frac{x+y+|x-y|}{2}$ et après avoir démontré que la formule donne bien le maximum de deux nombres je leur ai demandé de trouver la formule du maximum de trois nombres, parmi les réponses, j'ai trouvé la suivante : $\max(x, y, z) = \frac{x+y+z+|x-y-z|}{2}$, ce qui est évidement faux, car $\max(x, y, z) = \max(\max(x, y), z)$.

IV. PROBLEME DE FORMALISME

L'étude de la logique formelle a disparu avec les réformes dans le secondaire de ces dernières années. Les symboles utilisant les deux quantificateurs (∀ et ∃) sont remplacés par les expressions écrites correspondantes. On remarque que les démonstrations des étudiants manquent beaucoup de rigueur en matière de raisonnement, de quantification et de logique.

Les écritures formelles avec les quantificateurs et les opérateurs logiques (implication, équivalence, négation...) présentent une grande ambigüité. Elles peuvent être source d'incompréhension ou d'erreurs pour les étudiants. Ils ne sont pas familiarisés avec les quantificateurs et leurs règles d'utilisation. Par exemple ils ne savent pas qu'on ne peut pas permuter deux quantificateurs différents. L'ordre des quantificateurs universels et existentiels est très important et la permutation des quantificateurs a de lourdes conséquences sur le sens d'un énoncé.

Ce problème apparaît dans la définition de groupe :

L'existence de l'élément neutre est formulé par :

$$\exists e \in G\ \forall x \in G\ (e * x = x = x * e)$$

Cette écriture est différente de $\forall e \in G\ \exists x \in G\ (e * x = x = x * e)$. Les étudiants ne comprennent pas que les deux assertions précédentes sont différentes. Quand on met $\forall x \in G$ après $\exists e \in G$ l'existence de *e* dépendra de x. Dans l'expression qui caractérise l'existence du symétrique, on commence par le symbole ∀, cette caractérisation est donnée par :

$$\forall x \in G\ \exists x' \in G\ (x * x' = e = x' * x)$$

L'existence de l'élément neutre qui est unique dans G diffère de l'existence du symétrique qui se varie d'un élément à un autre, c'est à dire que chaque élément à son symétrique.

On a constaté que les étudiants ne savent pas traduire un énoncé de la langue naturelle vers la langue formelle. J'ai demandé aux étudiants de première année universitaire de donner la différence entre les deux assertions suivantes :

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}\ tels\ que\ n^2 = m$$

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}\ tels\ que\ m^2 = n$$

Ils rependent qu'elles sont identiques. Pourtant la première assertion signifie que le carré d'un nombre naturel est toujours un entier naturel donc elle est vrai, tandis que la deuxième signifie que tout entier naturel est le carré d'un entier naturel ce qui est évidement faux.

Le problème de formalisme ne se limite pas seulement au chapitre sur les groupes, mais on le trouve toujours là où il y a des quantificateurs comme la caractérisation de la borne supérieure d'une partie bornée de $\mathbb{R}$ ou dans la définition de la limite d'une fonction qui provoque la stupeur chez les étudiants.

- Pour chercher l'élément neutre on peut utiliser la définition, c'est-à-dire chercher un élément e vérifiant $x * e = x$, pour tout $x \in G$. Lors de la résolution de l'équation on peut tomber sur plusieurs solutions et les étudiants ne savent pas choisir. Evidement certaines solutions dépendent de x et donc on doit les éliminer, car ceci contredit le fait que l'élément neutre est unique dans le groupe et ne varie pas en fonction de x.

Exercice : *On considère sur* $\mathbb{N}$ *la loi de composition interne* $*$ *définie par :*$x * y = 3x + 2y$. *Cette loi admet-elle un élément neutre ?*

On trouve parfois sur des solutions comme celle-ci :

$$\begin{aligned} x * e = x &\Rightarrow 3x + 2e = x \\ &\Rightarrow e = -x \end{aligned}$$

L'élément neutre est le seul élément idempotent dans un groupe, c'est à dire qui vérifie $e * e = e$, et donc chercher e revient à chercher un élément vérifiant $e * e = e$, ce qui facilite la tâche, car ici on manipule seulement une seule variable au lieu de deux. J'ai remarqué que les étudiants ignorent cette astuce, si on revient au cas de la loi définie par $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$, on trouve que $e * e = e$, est équivalent à $\frac{2e}{1+e^2} = e$ et donc $e = 0$.

Il est toutefois important de savoir qu'un élément vérifiant cette propriété n'est pas forcément l'élément neutre, si on ne sait pas au préalable que l'ensemble dans le quel on travaille est un groupe ou non, par exemple pour la loi $x * y = 3x + 2y$ définie ci-dessus $e * e = e$, entraine $e = 0$, mais 0 n'est pas l'élément neutre, car si on revient à la définition $0 = 3x \neq x$. Donc il est nécessaire quand on trouve un élément vérifiant $e * e = e$, de voir s'il vérifie la définition ou non.

V. PROBLEME DE NOTATIONS

Souvent on utilise les symboles des opérations usuelles, $+$ ou $\times$ pour désigner la loi de groupe. Quand on utilise le symbole $+$ on dit que la loi est additive, et pour $\times$ on dit qu'elle est multiplicative. Dans le premier cas, l'élément neutre est noté 0, le symétrique d'un élément $x$de G est noté $-x$, et si on prend deux éléments x, y de G le composé de $x$et du symétrique de y est noté $x - y$ au lieu de $x + (-y)$.

Si la loi est multiplicative, l'élément neutre est noté 1 et le symétrique d'un élément $x$est noté x^{-1}. Aussi dans ce cas on omet le symbole de l'opération et donc le composé de x et y est noté xy.

On dit qu'un sous ensemble H est un sous-groupe d'un groupe G, si H et non vide et si à chaque fois qu'on prend deux éléments x , y de H, le composé de x et du symétrique de y est dans H. Si la loi du groupe est noté additivement, ceci s'écrit formellement $\forall x \in H\ \forall y \in H\ x - y \in H$, et si la loi est multiplicative on écrit $\forall x \in H\ \forall y \in H\ xy^{-1} \in H$.

Les notations additive et multiplicative sont adoptées pour simplifier les écritures, mais malheureusement elles peuvent aussi créer des problèmes de compréhension chez les étudiants. Les enseignants adoptent dans leur cours une notation unique et donc l'étudiant est censé être capable de traduire toutes les propriétés d'une notation à l'autre. Quand l'enseignant adopte une notation additive dans son cours, les étudiants continuent d'utiliser la notation additive même lorsqu'il s'agit d'une notation multiplicative.

Si Gest un groupe multiplicatif, on appelle le centre de G, l'ensemble donné par :

$$C(G) = \{x \in G \ \ tel\ que\ \forall a \in G, on\ a\ xa = ax\}$$

Quand on vient de démontrer que le centre est un sous-groupe de G, on montre que $\forall x, y \in G\ \forall a \in G\ (xy^{-1})a = a(xy^{-1})$. Il se trouve que parmi les étudiants il y en a qui cherchent à vérifier que $(x - y)a = a(x - y)$.

VI. PROBLEMES ET ORIGINES

Une majorité des étudiants ne voient pas l'utilité des structures algébriques et en particulier des groupes, ce qui à notre avis vient du fait de ne pas bien introduire le chapitre sur les groupes. En effet, leur présentation est abstraite et ne montre pas les applications de cette théorie. Les étudiants posent la question : pourquoi donner des ensembles avec des lois et demander de vérifier qu'ils forment des groupes et ou donner des applications et vérifier que ce sont des morphismes ? Quel est l'intérêt ?

Pour eux, la théorie des groupes représente les mathématiques scolastiques, séparées de la réalité, et sans aucune application éventuelle à d'autres sciences, ce problème on ne le rencontre pas avec le cours d'analyse, dont on a parlé précédemment ou le cours de probabilité qui est pourtant bien liée à la vie réelle.

Après les réformes de ces dernières années le cours sur les structures algébriques a été supprimé du programme du lycée, les étudiants rencontrent donc ce cours à l'université pour la première fois, ce qui n'était pas le cas auparavant. Dans l'ancien programme, les élèves du lycée connaissent déjà la définition de groupe, anneau et corps en première année et les morphismes en terminales.

Je pense que comme c'est la première fois qu'ils étudient des structures abstraites, il vaut mieux ne pas commencer par la méthode : définition-théorème-démonstration. Et qu'il faut bien motiver le cours par des petits problèmes ou en parlant des applications de cette théorie et que l'arithmétique ou la géométrie offrent très naturellement dans des modèles bien concrets. Parfois il est difficile de voir comment utiliser une notion avant de la comprendre, mais on peut au moins parler des applications, comme les équations algébriques et dire aux étudiants que les équations algébriques de degré inferieur ou égal 4 ont une méthode générale de résolution, c'est-à-dire qu'on dispose de formules donnant les solutions des équations algébriques de degré inférieur ou égal à 4 en fonction de leurs coefficients, mais à l'aide de la théories des groupes, on a pu montrer qu'une équation de degré supérieur ou égal 5 ne peut pas se résoudre par radicaux, c'est à dire qu'on ne peut pas exprimer les solutions en n'utilisant que les opérations élémentaires et les radicaux. Ce résultat nous a permis de comprendre qu'il faut raisonner autrement et ne pas chercher encore à résoudre un problème qui ne peut pas être résolu avec l'ancien procédé.

Malgré qu'au début les étudiants ne savent pas bien faire le lien entre la théorie des groupes et les équations algébriques, mais ceci sera une motivation très importante qui peut expliquer l'utilité de cette théorie.

« On ne peut pas comprendre une définition non-motivée » (Arnold 1998, p. 25)

Un autre exemple qu'on peut citer ici est la résolution des vieilles conjectures de la quadrature du cercle, la trisection de l'angle et la duplication du cube à l'aide de la théorie des groupes.

Les étudiants ne sont pas habitués à ce niveau d'abstraction et c'est la première fois qu'ils étudient des ensembles quelconques différents des ensembles numériques usuels.

- Donner un cours d'arithmétique et étudier le cas de $\mathbb{Z}$ ou travailler beaucoup sur les ensembles des nombres peut donner de bons exemples concrets sur les groupes mais peut aussi générer quelques problèmes, ainsi dans l'esprit de certain étudiants un élément $x \in G$ et forcément pour eux un nombre, et donc $x^{-1} = \frac{1}{x}$, d'où on trouve l'erreur rencontrée en algèbre linéaire : l'inverse d'une matrice $M\,M$ est $\frac{1}{M}$.

On peut aussi regretter de ne pas avoir un module de géométrie en première année universitaire, où on trouve des exemples de groupes finis comme les transformations ponctuelles. Les élèves de lycée ont un cours sur les transformations ponctuelles mais dans ce cours on étudie les transformations d'une manière séparée et on ne donne aucun résultat général sur la structure de cet ensemble en tant que groupe. Les étudiants ignorent aussi que l'ensemble des fonctions continues ou dérivables non nuls munis de l'addition ou la multiplication des applications représentent un groupe. Il n'est pas étonnant de voir qu'une grande partie des étudiants ne connaissent qu'un seul exemple de groupe fini, qui est $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

> Les zélotes de la mathématique superabstraite, privés par les Dieux de l'imagination géométrique, ont éliminé toute la géométrie de l'éducation, alors que c'est à travers elle que passent le plus souvent les relations avec la physique et le réel (Ibid, p. 20).

REFERENCES

Arnold V. (1998) Sur l'éducation mathématique. *Gazette de la SMF* 78, 19-29.
Chellougui F. (2003) Approche didactique de la quantification dans la classe de mathématiques dans l'enseignement tunisien. *Petit x* 61, 11-34.
Godement R. (1966) *Cours d'algèbre.* Paris : Hermann.
Lang S. (1993) *Algebra.* New York : Springer-Verlag. Rééd. (2002) New York : Springer-Verlag.
Damphousse P. (2000) *Découvrir l'arithmétique*. Paris : Ellipses.
Arnaudies J.-M., Fraysse H. (1992) *Cours de mathématiques – Algèbre-1.* Paris : Dunod.

MANUELS SCOLAIRES ALGERIENS

Manuel Algérien. (2007), Mathématiques, 3ème année de l'Enseignement Secondaire, Section: Maths-Sciences expérimentale et Maths-Technique, République Algérienne, Office national des publications scolaires.
Manuel Algérien. (2008), Mathématiques, 2ème année de l'Enseignement Secondaire, Section: Maths-Sciences expérimentale et Maths-Technique, République Algérienne, Office national des publications scolaires.
Manuel Algérien. (2005), Mathématiques, 1ème année de l'Enseignement Secondaire, Section: Maths-Sciences expérimentale et Maths-Technique, République Algérienne, Office national des publications scolaires.