CONSTRUCTION D'UNE CULTURE SCIENTIFIQUE POUR TOUS : ENGAGEMENT DE L'ENSEIGNANT ET DE L'ELEVE DANS LA RUPTURE DE PRATIQUES HABITUELLES

Sebastiana LAI* – Maria POLO**

Résumé – Notre proposition veut soumettre à la discussion les résultats issus de notre travail montrant la nécessité d'une rupture des pratiques habituelles tant de l'enseignant que de l'élève pour une construction significative et en relation étroite de connaissances mathématiques et scientifiques. Elle s'appuie sur deux expériences réalisées entre 2005 et 2008 dans des niveaux équivalents à la troisième et à la seconde.

Mots-clefs : culture scientifique, pratiques habituelles, enseignant, élève

Abstract – Our proposal is to submit to discussion the results of our work showing the need for a brech of the usual practices of teacher and student for a significant construction of mathematical and scientific knowledge in close relationship. It relies on two experiments conducted between 2005 and 2008 to the third and second levels.

Keywords: scientific culture, traditional practices, teacher, student

I. PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT ET CULTURE SCIENTIFIQUE : QUESTIONNEMENT PRELIMINAIRE

La construction d'une culture scientifique pour tous et tout au long de la vie est une préoccupation importante au sein de différentes institutions au niveau mondial. A l'école, par contre, se diffuse un phénomène de diminution des compétences et des connaissances scientifiques ; et encore au XXI^e siècle persistent les questions liées aux supposées différences de genre en ce qui concerne l'attitude et la prédisposition aux mathématiques et aux disciplines scientifiques.

Notre proposition veut soumettre à la discussion les résultats issus du travail de Lai (2009) montrant la nécessité d'une rupture des pratiques habituelles tant de l'enseignant que de l'élève pour une construction significative de connaissances mathématiques et scientifiques étroitement reliées. Elle s'appuie sur deux expériences réalisées entre 2005 et 2008 aux niveaux équivalents[1] à la troisième et à la seconde en France (âges des élèves, 15-18 ans). La première, concernant mathématiques et sciences sociales, a été réalisée dans deux classes d'un Institut Professionnel pour les sciences sociales de Cagliari, dans le cadre d'un Projet National, financé par l'U.E., visant l'amélioration du rapport des filles aux disciplines scientifiques. La deuxième, concernant mathématiques et astronomie, a été réalisée dans deux classes de la première année de l'école secondaire de la section scientifique à Orosei, une ville de 6.000 habitants à 230 km de Cagliari, dans le cadre du travail de Thèse[2] de S. Lai. Les deux expériences sont caractérisées par la mise en place d'une démarche expérimentale, dont le nœud épistémologique est la modélisation du réel phénoménique.

* Observatorio Astronomico – INAF di Cagliari– Italie – tania@oa-cagliari.inaf.it
**Dipartimento di Matematica e Informatica – Italie – mpolo@unica.it

[1] Le système scolaire secondaire italien étant organisé en un premier cycle de trois ans en tronc comun et d'un deuxième cycle de cinq ans, le choix de la section se faisant au niveau équivalent à la troisième.
[2] Thèse soutenue le 2 juin 2009 à l'Université Aix-Marseille I.

© Lai S., Polo M. (2012) Construction d'une culture scientifique pour tous : engagement de l'enseignant et de l'élève dans la rupture de pratiques habituelles. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT9, pp. 1213–1226). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

II. DEMARCHE EXPERIMENTALE ET MODELISATION

L'enjeu de la démarche expérimentale, qui s'applique évidemment à tout savoir scientifique, est la construction du lien monde/représentation, qui mène à la nécessité d'une validation efficace de l'expérience même. Le travail de Lai (2009) pose la question des contraintes qui permettent la mise en place de parcours finalisés à construire des savoirs scientifiques qui dépassent, d'une part la pré-construction, rapport sensible à des objets qui ont été seulement nommés, et de l'autre l'algorithmisation, rapport pratique à des objets construit par l'expérience. Comment établir les relations pertinentes entre l'observation et les concepts théoriques? Dans la démarche expérimentale la mathématisation de l'expérience constitue un passage obligé où le *modèle* a un rôle central. Une telle démarche demande, en effet :

- de recueillir des données par l'observation de quelques phénomènes ;
- d'organiser et fabriquer des constructions mathématiques, qui constituent un modèle mathématique du phénomène ;
- d'essayer de prévoir des phénomènes qu'on peut déduire de ce modèle.

Nous avons pris en considération la définition suivante de modèle :

- un modèle mathématique est la *représentation* d'un phénomène ;
- une telle représentation n'est pas descriptive, discursive ou donnée par de mots, mais formelle, c'est-à-dire exprimée dans le langage mathématique ;
- il n'existe pas une voie directe de la réalité aux mathématiques. En d'autres termes le phénomène spécifique étudié ne détermine pas “sa” représentation mathématique ; ce que l'on fait est de traduire en formules des *idées* et des *connaissances* relatives au phénomène. (Israel 1986, p. 63. Traduction des auteurs).

Dans la démarche expérimentale l'intervention des mathématiques réalise la possibilité d'une topogénèse des connaissances scientifiques concernant le phénomène.

Comment assurer l'apparition, garantir le développement des idées qui en évoluant produiront les questions et la connaissance attendue des phénomènes ? De plus, les idées et les connaissances originelles doivent trouver une représentation formelle: comment faire émerger les représentations efficaces ou en évaluer l'efficacité ? Quelles sont les conditions didactiques permettant de produire, chez l'élève, ce passage de l'expérience sensible à la mathématisation ?

Dès le début de notre expérience, enseignant et élèves sont engagés, dans ces questions. Dans l'enseignement traditionnel, souvent, les *modèles* sont transmis et restent préconstruits. Notre contribution vise à montrer que la démarche expérimentale est viable dans l'école à la condition d'une rupture des pratiques habituelles. Deux expériences sont proposées dans ce texte pour valider notre hypothèse.

1. Les mathématiques dans le contexte d'une enquête sociale

Notre première expérience propose une réflexion concernant l'une des préoccupations des travaux du GT9 s'interrogeant sur la question de comment aborder les questions d'équité (filles/garçons, origine sociale, origine culturelle) quant à l'apprentissage des mathématiques.

Le titre[3] donné au Projet par les enseignants de l'école « Le ragazze danno i numeri » contient, en italien, un jeu de mots qui résume le sens ainsi que l'objectif principal du Projet,

[3] La traduction littérale est « Les filles donnent les nombres », la locution italienne signifiant *travailler du chapeau.*

qui nous a permis de nous familiariser avec les filles engagées dans le projet et de leur poser des questions telles que : sommes-nous folles de penser que les femmes puissent bien réussir en mathématiques ?

Les objectifs visés par le projet peuvent se résumer ainsi : promouvoir le succès scolaire par la prise de consciences des filles que la difficulté en mathématiques, ou envers les sciences, n'est pas une culpabilité d'origine de l'univers féminin, mais le résultat de différents rapports à ce savoir qui prennent les racines dans la culture, dans l'opinion sociale et non seulement dans le rapport individuel ; briser un stéréotype et dépasser l'extranéité aux mathématiques par une activité qui lui donne un sens, en tant qu'outil d'un travail significatif et motivant pour les étudiantes. Ces thèmes ont constitué le terrain sur lequel s'est installée la démarche expérimentale, visant l'utilisation de connaissances mathématiques spécifiques en tant que modèle pertinent et efficace dans l'analyse des données d'une enquête sociale.

2. Les mathématiques dans le contexte de l'astronomie

Notre deuxième expérience, réalisée dans deux classes de première année de l'école secondaire de la section scientifique, dans le cadre du curriculum officiel des mathématiques, propose une séquence d'activités finalisées à résoudre le *problème d'Eratosthène* de la mesure du rayon de la Terre. Elle reprend le travail[4] de Lai (2009) qui montre la légitimité de la prise en charge dans l'enseignement obligatoire de certaines notions de l'astronomie classique, à partir d'une réponse négative donnée à la question suivante.

> Si cet objet de savoir (astronomie classique) est *usé*, si tout le monde *connait* l'astronomie de Ptolémée ça veut dire que tout le monde *sait* dans la pratique du quotidien distinguer les conséquences de ces savoirs ? (Lai 2009, p. 43)

En astronomie construire un modèle est une démarche scientifique qui nécessite l'observation et la mathématisation, parce que le calcul conduit sur le modèle (ou le raisonnement géométrique, que le calcul modélise) permet d'éprouver la théorie par la vérification expérimentale de ses résultats. La transposition didactique de ce savoir est viable dans un curriculum de mathématique si l'on retient le rôle crucial du *modèle* géométrique de l'espace, en tant que *forme logique* de la structure des phénomènes astronomiques, qui permet l'attribution du caractère de « vérité » expérimentale à ces phénomènes. Une activité de modélisation fondée sur l'observation est fort éloignée de la pratique scolaire habituelle et nécessite une réponse aux questions suivantes :

Comment parvenir à transformer, dans l'école, les connaissances géométriques des élèves en outil de modélisation des phénomènes astronomiques ? Ces connaissances sont-elles mobilisables telles quelles ?

Si la mobilisation de telles idées mathématiques est cruciale dans le succès du passage de l'observation à la modélisation, alors son absence montrera que le passage est impossible. Le travail de Lai (2009) a aussi montré comment l'absence de mathématisation correspondrait à une absence de description et d'interprétation des phénomènes astronomiques. La vérification globale de cette hypothèse est articulée sur deux plans différents :

- le relevé et l'identification des effets de l'absence de mathématisation, concernant le travail de l'élève, dans le passage monde-représentation soit dans un *processus de représentation* ;
- la description et l'analyse des actions de l'enseignant en situation explicitement aménagée pour permettre ce passage.

[4] Lai (2009) étudie deux cas : l'expérience d'Eratosthène et le mouvement de la Lune.

Avant de donner au paragraphe IV quelques résultats des deux expériences, nous analysons les traits caractérisant la démarche expérimentale et certains aspects de la rupture des pratiques habituelles qui en découlent.

III. DEMARCHE EXPERIMENTALE ET RUPTURE DE PRATIQUES HABITUELLES

La mise en place d'une démarche expérimentale est en soi une rupture des pratiques habituelles, ne serait-ce que du fait qu'elle peut être considérée en lien étroit avec la démarche d'investigation[5] qui est l'une des recommandations pour l'enseignement des disciplines scientifiques dans plusieurs pays depuis les années 2000. Le statut de recommandation n'assure pas la diffusion et la systématicité de cette pratique dans la classe des mathématiques. Notre travail confirme cette résistance au changement des pratiques scolaires comme le montrent, au-delà de notre contingence, les aspects de rupture avec les pratiques habituelles caractérisant la mise en place de la démarche expérimentale. Nous synthétisons ces aspects ci-dessous.

1. Enjeu de la démarche expérimentale et rupture des pratiques habituelles

Un premier choix se présente au départ d'un enseignement avec une composante expérimentale : renoncer aux liens qui unissent modèles et phénomènes, (option « analytique ») ou les prendre comme les clés de l'enseignement (option « synthétique »), qui maintient la liaison entre les deux comme épine dorsale de l'enseignement. Nous avons choisi l'option « analytique » qui est caractérisée par une rupture temporelle entre les *expositions didactiques* du phénomène proposé à l'étude et celles des modèles.

> Cette option conduit à une nouvelle séquentialisation des niveaux d'approche du problème, permettant de satisfaire aux contraintes didactiques. Dans ce cadre, le recours systématique au *concret* et à *l'expérimental* se présente comme le point de départ nécessaire de l'enseignement. La *proposition* du *problème initial* est faite par l'enseignant qui le verse au compte de la classe. Le professeur a donc la fonction cruciale d'engager la *dévolution*, ce qui permet qu'une question scientifique devienne une donnée didactique. (Lai 2009, p. 265)

Lai (2009) a montré que la dialectique expérience/théorie déclenche une sorte de mouvement alternatif, puisque l'action d'introduire les données de la mesure avec une *règle de correspondance* entre entité théorique et objets concrets oblige à transformer continuellement l'un dans l'autre jusqu'à une complète construction du modèle. La complexité du passage expérience/théorie est montrée dans le schéma suivant :

Problématique	Mathématisation	Reproblématisation	Typologie de Situations
Contextualisation Expérience Validation pratique	**Théorisation**	**Décontextualisation de l'expérience par une Théorie Preuve formelle**	**Situation de formulation production de représentations**
Non contextuelle Théorie Validation formelle	**Déthéorisation**	**Recontextualisation Algorithmisation Vérification pratique**	**Situation de validation résolution de problèmes**
Algorithmisée Routine Validation efficace	**Décontextualisation**	**Expérience Epreuves d'efficacité**	**Situation routinière production d'expérience**

[5] Le GT10 de ce colloque est consacré à l'étude de ce thème.

Dans le schéma la première colonne est explicative d'une démarche théorique spécifique des disciplines scientifiques ; la deuxième concerne le processus de mathématisation ; la troisième rend compte d'une dialectique théorie-expérience et la dernière colonne est explicative de la différente nature des activités, en termes de typologie des situations, où enseignant et élève sont confrontés à la nécessité de rupture des pratiques habituelles.

Du point de vue de la transposition à finalité didactique, la démarche expérimentale considère le passage expérience/modèle/expérience selon l'articulation suivante : la reconnaissance de l'expérience, sa prise en compte en tant qu'objet d'étude dans la classe (*contextualisation*) ; la pratique de la mesure par l'emploi d'une théorie mathématique, ce qui permet la *décontextualisation* de l'expérience ; l'*algorithmisation* (situation de résolution des problèmes posés en théorie, retour vers une pratique), la *vérification efficace* du modèle (usage routinier du modèle).

2. *La rupture des pratiques habituelles dans la mise en place de la démarche expérimentale*

Dans la séquentialisation habituelle de l'enseignement scientifique, l'enseignant fait une narration des modèles censés expliquer des faits dénommés mais pas observés. La construction d'un modèle explicatif d'un phénomène observé, par contre, nécessite une temporalité basée sur la topogenèse, où des avancements ou des retours en arrière constituent le processus par lequel les élèves construisent les liens entre le phénomène et son modèle explicatif. Cela demande de considérer, comme le disent Assude, Mercier et Sensevy 2007, que « le processus de dévolution est plus qu'un simple engagement de l'élève ». De fait, l'observation, la reconnaissance d'un problème, la nécessité de mesurer ne vont pas de soi pour les élèves, ainsi que la prise en charge explicite et consciente de la part de l'enseignant de la dévolution d'un savoir ou d'un problème.

Les contraintes didactiques aptes à réaliser une introduction du problème et une désignation du phénomène, ne concernent pas seulement les liens entre le connu et l'inconnu, ou la présentation des techniques et d'objets anciens du point de vue de la transposition didactique. Mais elles concernent surtout l'admissibilité du problème par les élèves, en l'absence d'une correspondance entre la monstration et le phénomène que l'on veut exhiber. Il faut donc que le phénomène à observer et la mesure engagée soient acceptés comme partie du problème étudié, les éléments par lesquels constater les résultats d'une première expérience dans le monde inconnu, même si elle n'est pas suffisante à produire la solution du problème.

La déstructuration du savoir, processus connu et théoriquement encadré dans les premières études de la Transposition Didactique (Chevallard 1985) et dans ses développements, est l'un des nœuds cruciaux de la démarche expérimentale qui, suivant l'option analytique, exige une déstructuration par rapport à la linéarité du savoir à enseigner ; cela va se réaliser dans des situations, au sens de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau 1998), où ces savoirs déstructurés, par rapport au curriculum officiel, prennent du sens aux yeux des élèves. Mais la mise en place de la démarche expérimentale détermine aussi une consubstantielle déstructuration des actions et des taches de l'enseignant et de l'élève, réalisant une rupture des pratiques habituelles notamment par rapport à différents savoirs en acte dans la pratique (Lai et Polo 2002) et à certaines rigidités de la position enseignante (Polo 2008).

Notre contribution vise à montrer comme cette déstructuration doit être nécessairement de nature systémique, c'est-à-dire concernant les relations mutuelles entre enseignant-élève-savoir.

IV. ACTIVITÉ DE L'ENSEIGNANT ET DE L'ÉLÈVE DANS LE CADRE D'UNE DÉMARCHE EXPÉRIMENTALE

1. Une expérience d'enquête sociale dans le curriculum des mathématiques

La démarche expérimentale est à la base du travail de construction, recueil et interprétation des données d'un questionnaire qui a été l'objet de cette expérience. N'ayant pas à notre disposition une observation et des données systématiques sur les séances réalisées nous n'avons pas la prétention de discuter ici de résultats de recherche au sens strict à ce sujet. La description de différents aspects de rupture par rapport aux pratiques habituelles, qui a été réalisée pendant l'expérience, vise à identifier celles que nous posons à la base de la possibilité d'améliorer à l'école non seulement la réussite en mathématique mais surtout un changement nécessaire d'attitude négative et de perception d'échec envers les mathématiques. Cette attitude est très forte chez les filles, de milieux socialement et culturellement démunis, comme celles des classes où nous avons travaillé.

L'expérience du Projet « Le ragazze danno i numeri », qui s'est déroulée pendant l'horaire curriculaire, deux heures par semaine pendant six mois, était organisée en quatre modules, articulés entre eux, gérés par quatre experts[6] externes à l'école (Psychologie, Femme et science, Mathématique, Recherche sociale). Dans le travail de deux premiers modules nous avons essayé de déclencher une certaine hétérogénéité chez les étudiantes se montrant, au départ, comme une groupe homogène par rapport tant aux aspects de leur rapports aux sciences et aux mathématiques notamment, qu'aux aspects psychologiques sur sens du *soi*. Globalement elles étaient considérées par les enseignantes comme très faibles en mathématiques et se elles-mêmes se considéraient telles. Avec les expertes elles ont tout de suite explicité leurs intérêts et leurs attentes par rapport à leur futur se voyant plutôt destinées au mariage ou à des métiers typiques d'une vision stéréotypée de ceux auxquels les femmes puissent aspirer (coiffeuses, esthéticiennes, puéricultrices,…). Une lecture réflexive de l'ancienne histoire russe de Vassilissa, extraite de Pinkola 1993, conduite par S. Lai, a favorisée une première différentiation parmi les filles en ce qui concerne la prise de conscience de soi, développée également par un travail sur l'histoire de femmes qui ont « fait » la science. Ce travail s'est croisé avec celui du pari d'arriver à réaliser un « produit scientifique », à l'aide des mathématiques et de la technologie.

Avec l'expert de recherche sociale les étudiantes ont choisi trois sujets pour un questionnaire[7] soumis auprès des étudiants (garçons dans la majorité) de trois instituts techniques situés dans le même quartier que leur institut. Les données du questionnaire ont fait l'objet d'une tabulation sur Excel, menée en laboratoire d'Informatique. Suite au travail d'analyse des données, conduit en travail par groupe, elles ont rédigé un document final de présentation de l'expérience et des résultats de l'enquête. Les extraits[8] suivants, tirés de ce document, témoignent le dépassement du manque d'estime initial en leurs capacités ainsi que de l'intérêt pour le travail « scientifique » qu'elles ont pu mener.

> Cela a été pour nous un projet très intéressant de regarder et analyser comment les femmes ont donné une forte contribution dans le domaine des nombres. Le travail a duré 50 heures pendant lesquelles nous avons beaucoup discuté et travaillé pour comprendre ce que les garçons pensent sur des sujets tels que la

---

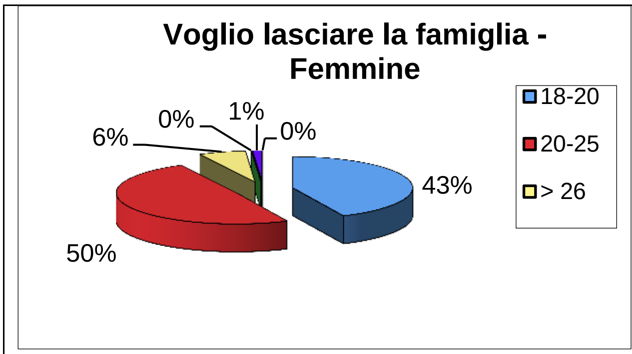
[6] S. Lai a assuré la gestion et la responsabilité scientifique du deuxième module, M. Polo celle du troisième. Nous remercions les enseignantes Anna Garau, Franca Cannas, Patrizia Dore (psychologue) et Patrizia Giancola (experte en sciences sociales), ainsi que les filles avec qui nous avons partagé l'expérience.

[7] Le problème de la classe étant « connaître les opinions des interviewées », il s'agissait de construire un modèle de recueil, organisation et analyse des données. Les savoirs mathématiques concernaient essentiellement les différentes formes d'écriture (fractions, écriture décimale, pourcentages), les opérations et l'ordre dans Q.

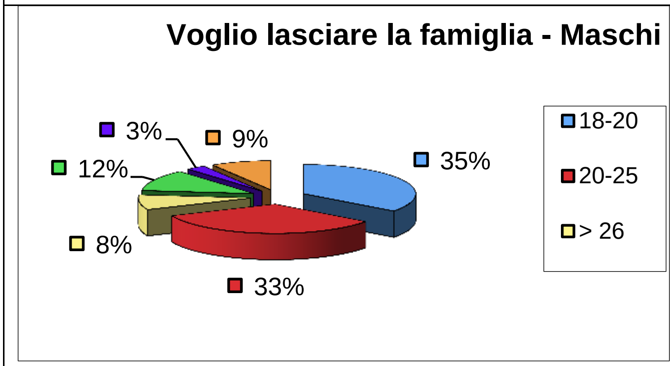
[8] La traduction garde forme et contenu du document électronique rédigé par les étudiantes en italien.

> famille, l'amitié et l'amour. Nous y sommes arrivées par des questionnaires que nous avons créés. […] Les filles des classes de troisième et seconde C de l'institut S. Pertini ont fait passer un questionnaire […] à des classes de différentes écoles […].Ce Projet […] nous l'avons réalisé par la passation de 312 questionnaires […]. Après avoir recueilli les copies remplies des questionnaires, nous les avons transcrites sur Excel, nous avons fait les graphiques et déduit les pourcentages.

L'extrait suivant est représentatif des résultats atteints dans le traitement et l'analyse des données. Un travail préparatoire de rappel ou de « re-visite » des contenus mathématiques qui étaient à la disposition de la majorité des étudiantes, en tant que parties du curriculum de leur niveau scolaire, a été nécessaire. L'une des questions de la partie du questionnaire sur le thème de la famille, concernait l'âge à laquelle garçon et filles voudraient quitter la maison. La figure 1 reporte les diagrammes construits par un des groupes d'étudiantes et leur analyse de la représentation des données.



Dans ces données on peut observer que le 43% des individus de sexe féminin veulent se rendre indépendantes, en quittant la famille entre 18 et 20 ans, tandis que parmi les individus de sexe masculin seulement le 35% veulent la quitter au même âge.



Dans ce graphique en général on note que ce sont les individus de sexe féminin à vouloir quitter en premières la famille, même si cela devrait être en premier les individus de sexe masculin si l'on juge qu'au même âge, ils semblent un peu plus mûrs puisque même seuls, ils arriveraient à mieux se débrouiller.

Figure 1 *– Graphiques des analyses de données du questionnaire*

Des commentaires analogues aux autres questions du questionnaire, montrent l'utilisation routinière de savoirs mathématiques et donc une appropriation du modèle d'analyse des données qui a mené la classe à résoudre le problème initial de connaissance de l'opinion des interviewés.

2. *Une expérience en Astronomie dans le curriculum des mathématiques*

Le dispositif expérimental mis en place est articulé en trois différentes aspects finalisés, respectivement à :

- Analyser la pensée spontanée des élèves sur certaines connaissances/obstacle en astronomie. (§ 4.2.1)
- Construire une suite de séances de modélisation de phénomènes astronomiques et en observer leur déroulement. (§ 4.2.2)
- Analyser et interpréter les donnes des observations en termes d'actions de l'enseignant et de l'élève. (§ 4.2.3)

3. Cadre théorique et analyse de la pensée spontanée de l'élève

Le thème sur lequel on a cherché à connaître la pensée spontanée des élèves, leurs représentations, est la *forme de la Terre*. Dans la classe 1A, l'enseignant demande aux élèves de représenter comment deux observateurs placés en deux points différents sur la surface de la Terre voient une étoile ou le Soleil, dans l'hypothèse de la Terre plate (TP), dans l'hypothèse de la Terre ronde (TR). Dans la classe 1B, l'enseignant demande aux élèves de représenter « le point de vue » d'un observateur qui regarde un bateau qui arrive au port, dans l'hypothèse de la Terre plate, dans l'hypothèse de la Terre ronde.

Sur la base de l'analyse *a priori* des savoirs astronomiques, enjeux de la modélisation, on a identifié les *observables*, sur la nature du savoir, qui caractérisent la problématique de la forme de la Terre. Dans ce but nous avons identifié les éléments graphiques permettant une mise en rapport géométrique des traits représentant la situation, qui appartiennent à la logique graphique du modèle et permettent d'explorer les deux hypothèses.

Analyse *a priori* : Observables dans la représentation de la hauteur des étoiles

a. Présence du point de vue de l'observateur, en tant que direction du regard vers l'objet observé.
b. Direction rectiligne du regard vers l'objet (ou les objets) observé.
c. Direction parallèle du regard des deux observateurs vers l'objet observé, ou de la lumière.
d. Représentation de la forme plate/ronde par rapport à la hauteur d'une étoile depuis deux points d'observation différents.

Analyse *a priori :* Observables dans le cas d'un bateau entrant dans le port

a. Présence du point de vue de l'observateur, sous la forme de la direction du regard vers l'objet observé.
b. Rectilinéarité du regard en direction de l'objet observé.
c. Stabilité de la partie visible d'un navire pendant qu'il se rapproche du port.
d. Représentation de l'observateur dans un schéma descriptif de la situation, dans l'hypothèse Terre ronde.

Le *processus de représentation* se relève être un concept important de la psychologie cognitive et de la psychologie sociale, d'où il se diffuse vers tous les secteurs de l'analyse des connaissances, notamment vers le secteur de l'éducation. A première vue il semble naturel d'importer le concept du domaine de la psychologie dans celui de la didactique, mais les études récentes dans le domaine de la didactique des mathématiques, notamment en Théorie des Situations Didactiques (Brousseau 1998), permettent et légitiment un usage spécifique à caractère didactique. Ainsi nous allons essayer de déterminer par cette méthode quelles « représentations » sont viables dans l'astronomie (à la fois parce qu'elles permettent la stabilisation d'un modèle et parce que les élèves peuvent les produire comme représentantes des conditions de leur action dans le monde) en utilisant la définition suivante ici synthétisée

> *Les situations objectives de représentation.* Considérons un milieu M (un dispositif) et un actant A, lié à ce milieu par des possibilités d'action et des objectifs modélisés par une situation Σ. (…) Si Σ est tel que A doive nécessairement utiliser la représentation R pour résoudre le problème que lui pose Σ nous dirons que Σ est une situation objective de représentation. (Brousseau 2004, p. 246)

Identifier les *situations objectives de représentation* parmi les situations expérimentales mises en place permet, selon nous, de reconstruire le déroulement de la démarche expérimentale dans le passage monde/modèle. En fait, le caractère de nécessité de l'usage d'une représentation donnée (qui est donc imposée par la situation) justifie la possibilité qu'elle soit constitutive du passage monde/modèle.

Nous allons reprendre ce dernier aspect en le reliant à certains éléments de la Théorie de la représentation de Wittgenstein, notamment dans le *Tractatus*.

Selon son cadre de la *Théorie figurative* des propositions, qui analyse la nature du langage et de son rapport au monde, dans le *Tractatus* (T. 2.1 ; 2.225), Wittgenstein introduit des remarques sur la nature des images. Il entend sous ce terme non seulement les dessins ou les photographies, mais aussi les cartes géographiques, sculptures, modèles matériels, partitions musicales et enregistrements. On peut considérer qu'il propose donc une *Théorie générale de la représentation,* les propositions sont les expressions perceptibles de la pensée et les pensées sont des images. Il affirme que l'on doit toujours avoir en tête deux éléments, face à toute représentation : (a) de quoi ceci est une représentation et (b) si la représentation est fidèle ou infidèle.

Sur le point **a**, qui interroge la possibilité d'une représentation, les éléments du modèle doivent remplacer les éléments de la situation auxquels ils se substituent, c'est la relation figurative qui fait que l'on parle d'une « image » (T 2. 1514). Sur le point **b**, les éléments du modèle doivent sauvegarder un rapport spécifié. Par exemple pour ce qui nous concerne, les relations spatiales dans le monde doivent être respectées dans le modèle.

Une conséquence importante de cette idée est la suivante : les relations parmi les éléments d'une image (le fait que les éléments de l'image soient en relation les uns avec les autres) est un fait. La conclusion de Wittgenstein est alors que dans l'image et dans ce qui est représenté doit se trouver quelque chose d'identique, pour que l'un soit l'image de l'autre (T 2. 161). C'est quelque chose qui porte la forme de la représentation.

Les propositions suivantes, selon Lai (2009), vont donc être le canevas de la méthode d'analyse des copies des élèves :

- Les images ou représentations produisent des faits : stabiliser un fait scientifique c'est le représenter.
- La « forme figurative » d'un fait, et sa transformation en phénomène scientifique susceptible de produire des expérimentations, tient aux propriétés géométriques des représentations produites par les élèves.
- La connexion image/réalité permise par la géométrie donne sa forme logique au travail engagé et conduit à la mesure des grandeurs représentées.
- Les représentations produites montrent l'état théorique des élèves par rapport à leur compétence relative à la modélisation de phénomènes.

Car ce qu'on veut mettre en évidence dans les représentations produites par les élèves est la « forme logique » de celles-ci, la géométrie relevant du monde des représentations constitue la possibilité que ces représentations soient des « faits », au sens de Wittgenstein, pour les élèves. Nous considérons ainsi que les dessins réalisés par les élèves sont des *schémas* représentant leur compréhension théorique (Mercier et Tonnelle 1992) et qu'ils vont en effet être des supports de pensée articulés en énoncés langagiers. Ces dessins sont aussi ce que Brousseau (2004) nomme pour sa part des *représentations,* dont il montre le caractère central dans toute action enseignante qui doit, selon lui, assurer une dialectique représentation/énonciation.

Nous donnons deux exemples de type de traces graphiques, et de leur analyse.

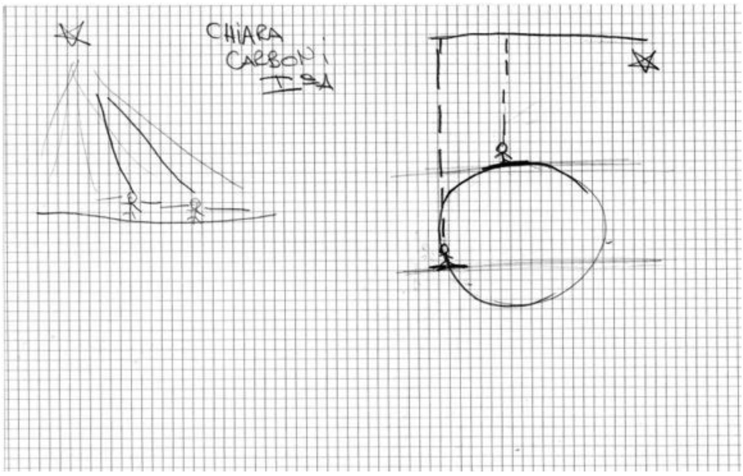


***Figure 2** – Représentation Type A - Chiara*

La *relation figurative* produit une forme de représentation dont les éléments identifiables sont combinables pour supporter une interprétation du monde représenté**.** Sur une Terre plate, les lignes de visée ne sont pas parallèles. Sur une Terre ronde les plans d'horizon ne sont pas tangents.

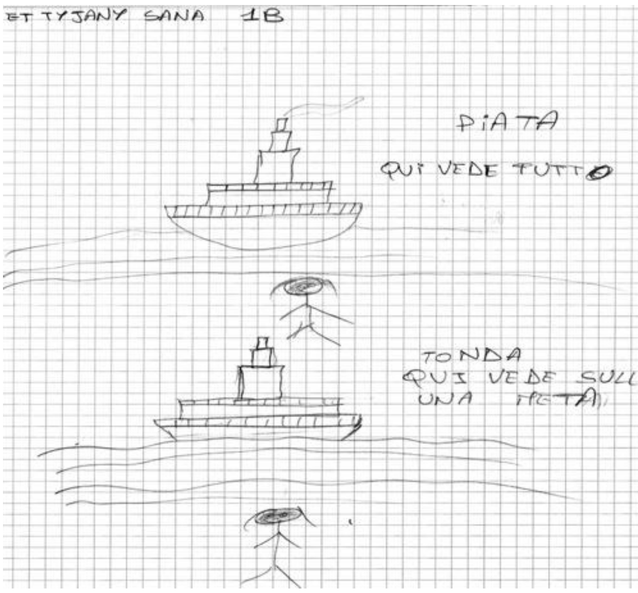


***Figure 3** – Représentation Type B - Sana*

Le navire est entièrement visible sur une Terre plate, il l'est partiellement sur une Terre ronde, caché par les flots. Il n'y a donc pas de profondeur représentée différemment dans l'horizon plat et la courbure de l'horizon circulaire se confond avec le mouvement des vagues. Ce n'est pas une question de perspective et l'observateur est donc sous l'espace du bateau, mais campé sur son propre plan. La relation observateur / vision n'est pas différente et ne fonde pas ce qui empêche la vision complète du navire.

Dans ces représentations nous ne trouvons pas de forme logique. Pas de réponse possible au problème, car dans le cas Terre plate l'observateur ne regarde pas l'objet et dans le cas Terre ronde il est sans rapport avec la vision de l'objet.

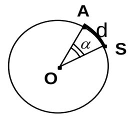
4. Articulation des séances

Dans ce paragraphe on donne les phases des séances réalisées[9] concernant le problème d'Eratosthène. Les contraintes temporelles ne permettent pas une *construction de la part des* élèves de tout savoir d'astronomie et des mathématiques impliqué dans cette expérience. Ici nous avons souligné les savoirs qu'on vise construire et ceux qu'on peut donner seulement préconstruits. L'articulation du travail en classe et à l'extérieur est la suivante :

1ère Phase. Introduction à l'expérience d'Eratosthène

Présentation et évocation en terme général de l'expérience d'Eratosthène en soulignant les informations qui étaient à sa disposition et les remarques sur les deux aspects cruciaux présents dans l'hypothèse d'Eratosthène :

a. La forme de la Terre (ronde)
b. Propriétés géométriques (proportionnalité angle-arc)



Le premier problème à résoudre est donc le suivant : Comment mesurer l'angle α ?

2ème Phase. La forme de la Terre

Questionnement sur la forme de la Terre. Evocation de preuves de la sphéricité de la Terre. La conscience de la rotondité de la Terre est un passage prioritaire à ne pas sous-estimer, même s'il reste préconstruit.

3ème Phase. Propriétés géométriques de la sphère

Si on considère que la Terre est ronde (et en première approximation ceci peut être considéré vrai) alors nous pouvons exploiter ses propriétés géométriques et prévoir toutes les implications phénoméniques dues à sa rotondité. Montrer aux élèves toutes les implications : angles et arcs et la proportion angles et circonférence au tableau ; souligner que, donc, le problème premier à résoudre est : *Comment mesurer cet angle α ?*

4ème Phase. Mouvement diurne, annuel du Soleil

La Terre est sphérique, par conséquent la hauteur du Soleil change par rapport à l'horizon local dans une journée et dans l'année en relation à la latitude du lieu d'observation et à la déclinaison du Soleil. Il faut insister sur ces connaissances supposés acquises pour consolider en classe l'idée que le Soleil est en quelque endroit au zénith sur la Terre.

5ème Phase. Mesure hauteur du Soleil. Ligne méridienne

A l'extérieur : observation directe avec un instrument de mesure : le gnomon. Positionnement vertical du gnomon et mesure de l'ombre. Construction du triangle astronomique : gnomon, ombre, direction du Soleil.

6ème Phase. Réduction à l'échelle et calcule de la circonférence

En classe. Travail de groupe : simulation de l'expérience d'Eratosthène. Dessin à l'échelle du triangle astronomique et mesure des angles. Construction de la représentation de la Terre, placement de l'horizon sur la sphère (triangle astronomique) et des rayons du Soleil. Calcul de la mesure de la circonférence.

7ème Phase. Conclusion : Institutionnalisation du processus de modélisation.

[9] Pour le détail du découpage en synopsis, de la transcription de l'enregistrement audio et de l'analyse des séances, voir Lai (2009).

5. *Analyse des actions de l'enseignant et de l'élève*

Les résultats de l'analyse des actions de l'enseignant et de l'élève sont de suite donnés par rapport aux différentes phases. Dans les phases 1-2-3-4 l'enseignant dévolue aux élèves le *problème initial,* définit et indique les objets de savoir pour les motiver à mesurer avec le gnomon. La reconnaissance de la nécessité de l'observation se pose comme point de départ d'une *investigation* obscure pour l'élève en ce moment initial. Cela, qui fait d'abord les élèves ignorants de ce qu'ils doivent chercher à apprendre (Mercier 1995), peut provoquer dans la classe une sorte de dépaysement, qui pourrait invalider l'expérience entière et, particulièrement, faire sous-évaluer les opérations de mesure. Cela représente une première rupture des pratiques habituelles pour les élèves et pour l'enseignant. Dans les phases 5-6-7 l'enseignant régule le milieu pour gérer le passage de l'expérience au modèle dans le déplacement du triangle modèle du gnomon de l'horizon à la sphère.

Pour faciliter la réponse des élèves à la question : « comment placer le triangle sur la sphère, dans la représentation de l'expérience », l'enseignant *analyse* l'action des élèves relativement à l'identification du gnomon comme direction du rayon de la sphère, dans le cadre d'un *jeu de formulation* qu'il *définit*. Cela permet l'interaction sur la question:« le rayon est perpendiculaire à la tangente comme le gnomon est perpendiculaire à l'horizon au point d'observation ». Dans ce but l'enseignant *définit* un jeu nouveau, un débat parmi élèves *jeu de validation* sur la formulation produite, et il en *régule* le développement.

On y observe comme l'enseignant réussit à amener les élèves à élaborer des stratégies d'action gagnantes qui conservent une part du sens d'expérience scientifique qui est l'enjeu de cet enseignement. Nous observons donc le réaménagement du milieu de leur action lorsqu'il intervient dans un travail de groupes pour inciter à la production d'une stratégie gagnante en évoquant un moment du passé didactique de la classe (en le *référant* à la mesure, par exemple), toutes actions que nous avons classées comme relevant de l'*analyse de l'action des élèves*. Et lorsqu'il intervient pour faire identifier aux élèves les traits pertinents de leur action passée il ramène le travail dans le monde de la représentation à la situation de mesure qui en fait le sens, par l'identification et la reconstruction des traits pertinents de l'action qu'ils ont effectués dans l'expérience directe d'observation.

La figure 4 donne le résultat du travail d'un groupe d'élèves, qui montre la construction de la situation objective de représentation et de sa logique interne, géométrique.

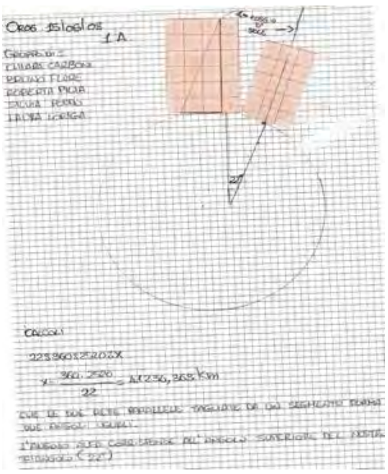


Figure 4 – *Bruno, Giuliano, G.Paolo, Manuel, Lorena e Romina*

Pour tous les élèves, l'activité a constituée une entrée dans la démarche scientifique.

V. DISCUSSION DES RESULTATS ET CONCLUSION

Nous affirmons, en tant que résultat de notre travail, la nécessité et la pertinence du maintien, parmi les savoirs enseignables, d'un savoir *usé* du point de vue de la légitimité épistémologique dont la maîtrise est fondamentale pour la formation du citoyen ; dans le cas de l'astronomie classique ce maintien, non seulement fait appel aux mathématiques mais fournit de plus un scénario donnant du sens à ces mêmes savoirs.

Par les deux expériences présentées nous avons montré comme la mise en place de la démarche expérimentale nécessite un engagement de l'enseignant et de l'élève en rupture avec les pratiques habituelles.

Dans le cas de l'enquête sociale c'est le mouvement conduisant à la situation d'usage routinier du modèle dans l'action qui est le plus concernée (moment de la *vérification efficace* du modèle). En fait, dans cette activité, contrairement à celle d'astronomie, le problème à résoudre était en quelque sorte endogène et établi en autonomie par les étudiantes. Les savoirs mathématiques nécessaires à la construction du modèle étaient à la disposition des étudiantes, et c'est l'utilisation routinière de ces savoirs qui rompt par rapport à l'activité d'entrainement de savoirs mathématiques connus. Celle-ci se configure aussi, dans le cas de notre contexte, comme une rupture avec les pratiques habituelles de l'enseignante qui n'était pas institutionnellement concerné par un travail en salle informatique.

Dans le cas de l'astronomie, les parties du modèle théorique qui doivent être reconstruites par les élèves sont celles qui sont nécessaires à la résolution de ce qui devient *le problème de la classe*, par une première rupture des pratiques habituelles. A l'aide de *représentations opératoires* construites en classe les élèves peuvent appliquer les règles de la géométrie et de sa modélisation algébrique, qui mènent à la solution du *problème initial de la classe*. Il y a, donc dans ce cas, un nouvel aspect, à aménager pour l'enseignant, qui vise à produire la mobilisation par l'élève des concepts mathématiques nécessaires à représenter et comprendre le phénomène, par la construction d'un modèle. Cela constitue une deuxième rupture par rapport à la mobilisation de savoirs mathématiques pouvant ne pas être partie du curriculum officiel du niveau scolaire des élèves. Le modèle considéré comme plausible, est, alors, sous la responsabilité des élèves et il faut qu'il passe par des *expériences de confirmation*. La démarche expérimentale, donc, prévoit nécessairement un dernier passage : la vérification de la correspondance du modèle à l'expérience de référence ou aux expériences de confirmation éventuelles, mais aussi la mise en pratique du modèle dans des nouvelles expériences. Cet aspect de nécessité épistémologique et didactique attribue à la tache de la confirmation le caractère de rupture des pratiques aménageant d'habitude le renforcement des connaissances supposées construites par les exercices ordinaires d'application ou d'entrainement. Ce processus de reconstruction cognitive qui fonctionne sous la responsabilité des élèves, de leur autonomie, est identifié dans notre travail du point de vue de la dimension[10] didactique.

Une étude comparée et croisée du point de vue de différents domaines de recherche (psychologie, pédagogie, sociologie, etc.) serait pertinente.

---

[10] Un point de vue différent d'analyse concernant le concept d'autonomie est proposé dans la contribution de Maia L., Vandebrouck L., Bona V. dans les travaux du GT9.

REFERENCES

Assude T., Mercier A., Sensevy G. (2007) L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 27(3/2), 221-252.

Brousseau G. (1998) *Thorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau G. (2004) Les représentations: étude en théorie des situations didactiques. *Revue des Sciences de l'Education* 30(2), 241-277.

Chevallard Y. (1985) *La Transposition Didactique*. Grenoble : la Pensée Sauvage.

Israel G. (1986) *Modelli Matematici*. Roma : Editori Riuniti.

Lai S. (2009) *La construction d'un curriculum d'Astronomie et d'Astrophysique, étude de son écologie mathématique dans le système scolaire italien*. Thèse de l'université Aix-Marseille I.

Lai S., Polo M. (2002) Un outil théorique d'analyse de la contingence: le concept de milieu a l'épreuve. In Dorier J.-L. et al. (Eds.) *Actes de la XIème Ecole d'Eté De Didactique de Mathématique* (Cédérom). Grenoble : la Pensée Sauvage.

Mercier A., Tonnelle J. (1992) Autour de l'enseignement de la géométrie au collège – 2e partie : Vers une étude rationnelle de l'espace et des objets de l'espace *Petit x* 29, 15-56.

Mercier A. (1995) La construction des phénomènes humains comme objets de science, Notes de cours *Méthodes de la recherche en éducation.* Université de Provence, 1995-2005.

Pinkola C. (1993) *Donne che corrono con i lupi*. Torino : Frassinelli.

Polo M. (2008) Processi decisionali dell'insegnante: analisi di vincoli specifici dell'insegnare matematica. *Notiziario dell'Unione Matematica Italiana* Gennaio/Febbraio 20-24.

Sensevy G., Mercier A., Schubauer-Leoni M. L. (2000) Vers un modèle de l'action didactique du professeur. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 20(3), 264-304.

Wittgenstein L. (1968) *Tractatus logico-philosophicus e Quaderni 1914-1916*. Torino : Einaudi Editore.