INSCRIRE LES PROBLEMES DE MATHEMATIQUES DANS DES RECITS EMPRUNTES A LA LITTERATURE DE JEUNESSE

Marianne MOULIN[*] – Virginie DELOUSTAL-JORRAND[*]
Eric TRIQUET[*] – Catherine BRUGUIERE[*]

Résumé – Nous étudions la question de la modélisation par le récit des situations et objets dans les problèmes de mathématiques. Notre expérimentation met en évidence les apports d'une telle approche en amenant notamment les élèves à acquérir un regard critique sur les récits et les problèmes de mathématiques qui y sont inscrits. Ils travaillent ainsi sur la détermination des données mathématiques à l'intérieur du champ de la fiction. Nous ouvrons ainsi plusieurs pistes pour la construction d'ingénieries dans lesquelles nous proposons d'inscrire des problèmes de mathématiques dans des récits empruntés (ou non) à des ouvrages destinés à la jeunesse.

Mots-clefs : problèmes de mathématiques, résolution de problème, récits de fiction, manuel scolaire, ingénierie didactique

Abstract – We study the question of modeling situations and object with stories in mathematic word problems. Our experiment shows the benefits of this approach. Indeed it leads students to build an expert eye on stories and problems written in theses stories. They make a difference between what belongs to mathematics in the field of fiction. This way, we present different experiment proposal in which we put down word problem in stories that came from children's storybooks.

Keywords: Mathematic word problems, problem solving, fictional stories, textbooks, experiment.

Le travail que nous proposons s'inscrit dans une recherche menée par une équipe du laboratoire S2HEP (Sciences et Société : Historicité, Education et Pratiques) de l'Université Claude Bernard Lyon 1. Cette recherche porte sur les interactions entre sciences et récits dans différents supports de médiation et sur l'étude des fonctions du récit dans les apprentissages scientifiques (problématisation, explication, représentation et modélisation). Au sein de ce groupe, nous développons depuis deux ans, grâce à un premier mémoire de recherche[1] en 2010 (niveau master) qui se poursuit actuellement en thèse[2], un travail de recherche plus spécifique en didactique des mathématiques. Dans ce texte, nous présentons cette recherche dont l'objectif est de déterminer les spécificités, les avantages et les limites de la médiation par le récit de l'activité de résolution de problèmes.

Ce travail est motivé par différentes recherches en didactique des mathématiques qui mettent en évidence, que confrontés à des énoncés stéréotypés ou *énoncés canoniques* (Descaves 1992) les élèves ont recours à des « procédures automatiques » (Bulten et Pezard 1992). Comme par exemple celle qui consiste à résoudre les problèmes en se contentant d'appliquer la dernière opération apprise aux deux uniques nombres présents dans l'énoncé. Dans ce cas largement étudié dès 1979 par l'IREM de Grenoble (1979) dans *L'âge du capitaine*, les élèves ne développent pas les connaissances espérées par la pratique de la résolution de problèmes. *Résoudre un problème* se limite, pour les élèves confrontés très souvent à ce genre d'énoncés, à *faire un calcul*, ce qui met de côté les dimensions liées à la compréhension et au raisonnement. Ce mode de traitement des problèmes s'explique par le fait que les énoncés des problèmes proposés par les manuels sont trop épurés et pas assez

[*] S2HEP (Sciences et Société : Historicité, Epistémologie et Pratiques) – France – marianne.moulin@univ-lyon1.fr, virginie.deloustal-jorrand@univ-lyon1.fr, eric.triquet@ujf-grenoble.fr, catherine.bruguière@univ-lyon1.fr

[1] Moulin M. (2010a) *Des textes de fiction pour lire les énoncés de problèmes de mathématiques en classe de CM2 : explicitation des contrats en jeu*. Sous la direction de Catherine Bruguière et Virginie Deloustal-Jorrand dans le cadre d'un master recherche Histoire Philosophie et Didactique des sciences.

[2] Thèse de Marianne Moulin sous la direction de Eric Triquet et Virginie Deloustal-Jorrand.

© Moulin M, Deloustal-Jorrand V., Triquet E., Bruguiere C. (2012) Inscrire les problèmes de mathématiques dans des récits empruntés à la littérature de jeunesse. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT5, pp. 730–741). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

résistants pour placer les élèves dans des situations de recherche du sens mathématique. C'est la raison pour laquelle nous faisons l'hypothèse que l'inscription des énoncés dans des récits de fiction place les élèves dans des situations qui suscitent chez eux nécessairement un effort de compréhension et d'interprétation.

Dans cette présentation, nous interrogeons plus spécifiquement la modélisation par le récit des situations et objets mathématiques dans les problèmes de mathématiques. D'un point de vue scolaire, la mise en récit des énoncés de problèmes met en jeu une interaction entre les disciplines des mathématiques et du français. Le genre textuel des énoncés de problèmes, les procédures de mise en récit et leurs conséquences sur la structure de ces énoncés, l'interaction des dimensions langagières et mathématiques au niveau de la résolution de problèmes sont différents niveaux de cette interaction sur lesquelles nous reviendrons. Pour cela, nous développons cette présentation dans trois directions :

Dans la première, nous poserons quelques limites du fonctionnement des énoncés narratifs issus des manuels scolaires dans la résolution de problèmes mathématiques. Nous montrerons ainsi dans une deuxième étape comment certains récits de littérature de jeunesse en jouant sur le contrat de lecture peuvent susciter chez les élèves la nécessité de l'expliciter et par là-même les amènent à reconsidérer leur lecture des énoncés[3]. Dans le but d'exploiter plus en avant cette potentialité des récits littéraires nous envisagerons, dans une troisième étape, l'étude via des outils d'analyse du récit des énoncés de problèmes afin de mettre en place les bases d'une ingénierie didactique qui repose sur la construction d'énoncés porteurs d'intrigue par les élèves eux-mêmes.

I. LIMITES DU FONCTIONNEMENT DES ENONCES NARRATIFS ISSUS DES MANUELS SCOLAIRES

Dans l'enseignement, un problème de mathématiques peut se concevoir comme la donnée d'une situation et d'une (ou plusieurs) question(s) à laquelle (auxquelles) l'élève ne peut répondre qu'après élaboration d'un raisonnement (basé sur sa compréhension de l'énoncé et une sélection pertinente des données). A l'école primaire, la majorité des problèmes de mathématiques sont proposées sous forme narrative, et de fait, sont « toujours assortis d'une histoire » (IREM de Rennes 1998, p. 96). Les récits proposés par les énoncés sont le support de la modélisation des situations et objets mathématiques en jeu dans le problème. En plaçant les élèves dans une situation qui leur est familière, ou du moins accessible, le récit fournit une mise en perspective des objets mathématiques qui doit permettre aux élèves de s'approprier les notions et les procédures au cœur du problème. Ces énoncés ont par conséquent des caractéristiques (forme narrative et présence de personnages par exemple) qui mettent en jeu des dimensions langagières. Nous présentons les rôles et conséquences de deux de ces caractéristiques dans les deux premiers points avant de nous attarder sur quelques extraits de manuels scolaires et sur les possibilités de pluridisciplinarité entre mathématiques et littérature dans les deux derniers points.

1. Interaction entre langage naturel et langage mathématique

Les énoncés de problèmes font interagir trois codes de langage très différents : la langue naturelle, le langage mathématique et le symbolisme (Boule et Vasserer 1998). En effet les énoncés que les élèves rencontrent à l'école primaire et dans la suite de leur scolarité sont principalement rédigés en langue naturelle. Ils contiennent de plus, des termes spécifiques au

[3] Séquence mise en place lors de l'expérimentation du mémoire de Master (Moulin 2010a)

langage mathématique ainsi que différents symboles (des nombres, des lettres et des signes). C'est dans cette interaction que se construit le sens du problème.

Ce mélange de trois codes pose des difficultés de compréhension : l'élève doit être capable de jongler entre ces trois codes afin de saisir toutes les informations présentes dans l'énoncé du problème. En effet certains des termes spécifiques au langage mathématique, comme par exemple le mot division, ont également un sens en langue naturelle. Si le choix des mots utilisés en langage mathématique est généralement fait pour illustrer au mieux le concept en jeu, l'usage de ces mêmes mots dans le langage courant peut faire obstacle à la compréhension du sens mathématique. Par conséquent, les élèves auront le plus souvent tendance à exploiter uniquement les éléments qu'ils utilisent le plus en cours de mathématiques : les nombres.

2. *Construction d'un scénario autour de données numériques*

Peroz (2000) présente l'énoncé de problèmes comme la donne de données numériques et d'un « scénario ». Il met lui même le terme de « scénario » entre guillemets afin de lui accorder un statut particulier. En effet, la mise en récit d'un problème de mathématiques ne peut pas être neutre. Son premier rôle est avant tout mathématique. Il s'agit d'inscrire l'objet étudié dans une situation qui lui confère du sens, situation basée sur une modélisation simplifiée de l'objet dans un de ses contextes d'utilisation. La situation proposée permet de créer des relations entre les différentes valeurs numériques fournies par l'énoncé, ce sont ces relations entre grandeurs qui permettent de construire les problèmes (Vergnaud 1981).

Le philosophe Ricœur (1984) nous dit que la mise en intrigue permet de rendre cohérent un ensemble disparate. Si on le suit, on peut donc postuler que le récit peut contribuer à la résolution de problèmes. Ainsi, tout en articulant les données, la mise en récit permet de créer une situation qui se rapproche de celles connues des élèves et ainsi leur facilite l'accès au problème. Cependant, il convient d'être attentif au fait que le scénario peut aussi être une « source de malentendus absente des données initiales » (Peroz 2000, p. 55). Nous tiendrons donc compte dans notre travail de cet obstacle potentiel.

3. *Regard sur les énoncés de problèmes dans les manuels scolaires*

Descaves (1992), dans *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*, s'intéresse aux récits contenus dans les énoncés de problèmes de mathématiques et s'interroge sur la complexité de leur construction. Il met en évidence certaines caractéristiques représentatives d'un type d'énoncé qu'il qualifie de *canonique* :

> Lexique réduit utilisant des termes inducteurs d'opérations mathématiques ; données numériques en nombre nécessaire et suffisant ; questions à la fin du texte ; progression fortement liée à la procédure de résolution que l'on attend des élèves ; l'ordre d'apparition des nombres étant au moins partiellement ou totalement celui de leur utilisation. (Decaves 1992, p. 20)

Tous les manuels scolaires ne proposent pas uniquement des énoncés de ce type. Cependant, certaines approches mettent en évidence des énoncés canoniques. Le plus flagrant se retrouve dans la comparaison problème additif / problème soustractif. Certains manuels proposent des séries de problèmes que l'élève doit résoudre avec une addition ou une soustraction. Activité intéressante mais le choix de l'opération peut se faire uniquement en regardant l'ordre dans lequel sont proposés les nombres : lorsqu'il faut faire une soustraction, le plus grand est placé avant le plus petit ; pour une addition, le plus petit est placé avant le plus grand.

3. Au cours de deux sorties noctures, le lapin a rapporté 57 carottes. Lors de sa deuxième sortie, il en rapporté 31. **Combien de carottes a-t-il rapportées lors de sa première sortie ?**	**4.** Pour aider son ami, l'écureil a pris 17 noisettes dans sa réserve. « Il m'en reste encore 41 »,dit-il. **Combien de noisettes avait-il dans sa réserve ?**

***Image 1** – Extrait Maths + CP (2009), p. 125*

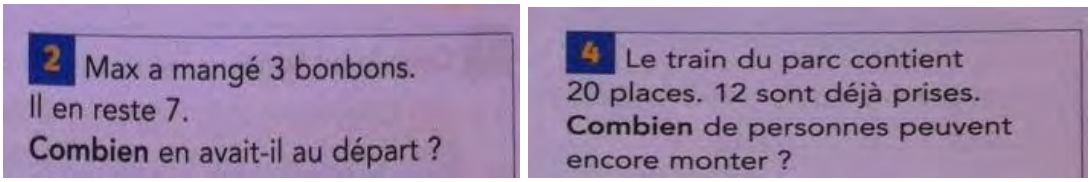

***Image 2** – Extrait Place aux maths CP (2008), p. 85*

D'une autre manière, certains manuels semblent proposer un apprentissage qui se construit autour d'une succession d'énoncés ayant une structure similaire. Par exemple pour les situations multiplicatives :

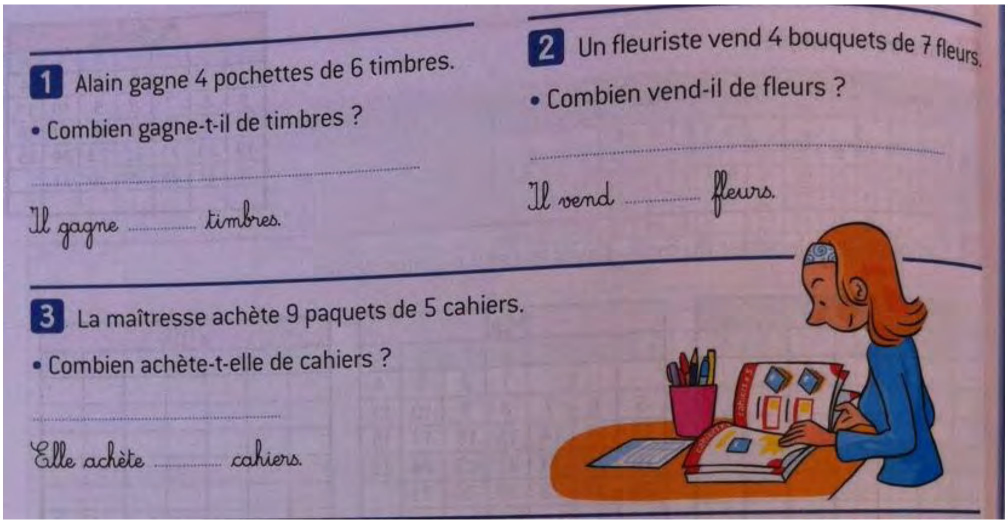

***Image 3** – Extrait La clé des maths CE1 (2008), p. 85*

La structure est toujours identique : nombre – objet – « *de* » – nombre – objet. Cette répétition n'est sans doute pas sans conséquences, l'élève peut associer cette structure à la multiplication et de fait résoudre les problèmes de cette forme de manière automatique avec une multiplication même si ceux-ci n'en nécessitent pas.

Tous les énoncés présentés dans ces exemples proposent une histoire simplifié à l'extrême (un personnage – un évènement). Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction de cette présentation, la simplification des énoncés est selon nous une cause importante dans l'apparition de procédures automatiques. En effet, la systématisation des procédures de résolution liée à des énoncés similaires peut amener les élèves à s'appuyer sur un contrat didactique erroné dans lequel la résolution d'un problème passe obligatoirement par l'application de la dernière opération apprise aux deux uniques nombres de l'énoncé.

4. Des manuels aux ouvrages de littérature jeunesse

Dans un ouvrage de littérature de jeunesse, la forme et le rôle du récit sont plus riches et plus complexes que dans un énoncé de problème de mathématique scolaire. Nous pensons que l'étude de récits de fiction peut permettre aux élèves d'acquérir les automatismes nécessaires à leur pratique des mathématiques tout en incitant les élèves à produire un raisonnement. Nous avons mis en place une première expérimentation construite autour de deux ouvrages de littérature de jeunesse. Cette approche sans doute un peu surprenante s'inscrit pourtant totalement dans les programmes scolaires français qui indiquent qu'il est indispensable :

> […] que tous les élèves soient invités à réfléchir sur des textes et des documents, à interpréter, à construire une argumentation, non seulement en français mais dans toutes les disciplines, qu'ils soient entraînés à mobiliser leurs connaissances et compétences dans des situations progressivement complexes pour questionner, rechercher et raisonner par eux-mêmes. Ils doivent pouvoir partager le sens des mots, s'exprimer à l'oral comme par écrit pour communiquer dans un cercle élargi. (Bulletin officiel, hors-série n°3 du 19 juin 2008, p. 10)

En effet, comme l'a souligné Rubliani (2002) l'interdisciplinarité par les ouvrages de littérature permet d'augmenter la curiosité et l'intérêt des élèves (en particulier pour ceux qui sont en difficulté) et appellent une réflexion en exerçant le jugement et l'esprit critique. Plus récemment Triquet (2007) et Triquet et Bruguière (2010) ont mis en avant le rôle de levier de l'intrigue pour développer un questionnement scientifique et l'apport de la projection dans l'univers de la fiction pour se représenter le monde.

II. INFLUENCE DE DEUX RECIT DE LITTERATURE DE JEUNESSE DANS LA LECTURE DES ENONCES DE PROBLEMES

L'approche par le récit via littérature de jeunesse est une pratique qui se développe en sciences expérimentales et qui repose sur le « caractère heuristique » des récits de fiction (Bruner 2005). Différentes recherches sur le thème *Sciences et Récit* ont en effet mis en évidence les potentialités des ouvrages de littérature de jeunesse dans le questionnement et la remise en cause de conceptions initiales (Bruguière et al. 2007). Les écrits de Bruner (1996, 2000) à propos des caractéristiques du récit et de ces potentialités éducatives et ceux de Tauveron (2004) qui nous indiquent que la compréhension des implicites d'une histoire repose sur l'engagement du lecteur dans un travail cognitif et culturel nous amène à l'idée que si les informations manquantes d'une histoire sont liées aux mathématiques, le lecteur doit engager un travail mathématique pour les comprendre.

En nous appuyant sur ces potentialités, nous avons proposé à une classe de CM2 (10-11 ans), d'étudier deux ouvrages de littérature de jeunesse afin de travailler sur leur lecture des énoncés de problèmes de mathématiques (Moulin 2010a, 2010b). Pour les élèves, l'objectif était en effet de travailler sur leur lecture des énoncés de problèmes grâce à l'étude de ces deux récits qui mettent en jeu certains contrats inhérents à la résolution de problème. Notre intention était de voir en quoi ces ouvrages pouvaient amener les élèves à se questionner sur les problèmes de mathématiques et à remettre en cause leurs pratiques habituelles de résolution.

1. Mise en place d'un contrat de lecture des énoncés de problèmes

Nous nous sommes tout d'abord interrogés sur l'existence (implicite ou explicite) d'un contrat spécifique (conséquence directe ou non du contrat *didactique* de Brousseau, 1998) en lecture et compréhension des énoncés de problèmes de mathématiques. En effet, face à un texte quelqu'il soit, le lecteur suit un ensemble de règles qui peuvent orienter sa lecture. Par exemple nous pouvons accepter (et apprécier) la présence d'un monstre imaginaire ou même un anachronisme, indulgence que nous ne pouvons pas avoir face à un article scientifique ou un texte historique. Notre attention portera sur des éléments différents selon que nous lisons un texte pour nous détendre ou pour le travail. Eco (1996) défini un ensemble de règles qu'il appelle contrat de lecture[4] régissant les règles entre auteur et lecteur. En nous appuyant sur ce contrat et sur les instructions officielles pour l'école primaire de 2008, nous avons défini un contrat *de lecture des énoncés de problèmes* avec deux règles principales :

- Faire la distinction entre le monde réel et le monde mathématique créé par l'énoncé du problème, plus précisément comprendre comment le monde réel est modélisé dans l'énoncé ;
- Séparer les mots de l'énoncé en deux catégories : ceux qui relèvent des données et ceux qui relèvent de l'habillage.

Notre hypothèse dans la construction d'une séquence autour de ce contrat de lecture est que le travail sur les ouvrages de littérature va permettre aux élèves d'expliciter ces règles. En effet, en proposant

> […] des mondes alternatifs, en offrant des « expériences de pensées » et donc de nouvelles occasions d'imaginer des possibles, la fiction nous entraîne dans un processus de questionnement à propos du réel et d'interrogation de notre relation au monde et aux objets. Elle pose la question de la vérité via la confrontation croyance / savoirs universels mais surtout suspend momentanément la question du vrai et du faux pour celle du possible et de l'impossible ; et celle du vraisemblable ce qui nous place dès lors dans le registre épistémologique de la problématisation scientifique. (Triquet et Bruguière 2010, p. 3)

2. Présentation des ouvrages : des ruptures de contrat à la construction de la séquence

Les ouvrages que nous avons retenus pour cette expérimentation s'intitulent tous deux *Le problème*[5]. Le premier, de Marcel Aymé (1939) est extrait des contes du chat perché. Le second est une pièce de théâtre de Christian Lamblin (2000) à destination des enfants. Ces deux ouvrages ont la particularité d'être construits autour d'énoncés de problèmes de mathématiques. Les personnages qui doivent les résoudre assimilent le monde mathématique proposé dans l'énoncé au monde qui les entoure. De fait, du point de vue mathématique, ils n'entrent pas dans une activité de résolution conforme à celle attendue dans le cadre scolaire en rompant les règles que nous avons définies précédemment.

Dans le conte de Marcel Aymé, les deux héroïnes doivent résoudre un problème qui commence par « Les bois de la commune ont … ». Elles imaginent que les « bois de la commune » dont parle le problème sont effectivement les bois de *leur* commune et vont compter directement les arbres dans la forêt pour résoudre leur problème. Dans la pièce de théâtre de Christian Lamblin ce sont les mots « mon papa » qui vont être l'origine de la confusion. Pensant que l'énoncé se réfère effectivement à *leur* papa, les personnages vont modifier l'énoncé pour le rendre conforme à leur réalité. Dans les deux ouvrages, les auteurs jouent sur la double signification des mots de l'énoncé. Les mots de l'énoncé peuvent s'interpréter selon différentes références. « Les bois de la commune » sont tout d'abord, détachés de toute réalité pour les fillettes au début de l'histoire, puis réels et enfin imaginaires pour la maîtresse. « Mon papa » est tour à tour, le papa du problème, le papa du maître, le papa d'un élève et de tous les élèves.

Il y a donc un décalage qui se crée entre « mon papa » et « les bois de la commune » vus comme des éléments génériques (un élément de l'ensemble des papas et des bois) et des

[4] « Auteur et lecteur modèle sont deux images qui (…) se construisent réciproquement », la voix de l'auteur modèle « se manifeste comme une stratégie narrative, comme ensemble d'instructions nous étant imparties auxquelles on doit obéir lorsqu'on décide de se comporter en lecteur modèle ». Le lecteur doit adhérer à un « principe de confiance », il doit accepter le monde créé par l'auteur comme vraisemblable. Réciproquement, l'auteur se doit de respecter une certaine cohérence, « même le monde le plus impossible doit avoir un fond réel » (Eco,1996, p. 25)

[5] Aymé M. (1998) (Texte de 1939) *Le problème* (illustré par Roland et Claudine Sabatier). France : Folio Cadet
Lamblin C. (2000) *Le problème* (suivi de *Le discours*). France : Broché

éléments instanciés. Cette caractéristique permet un travail sur les jeux de langage dont le rôle dans la construction de savoir est présenté dans *Jeux et enjeux de langage* (Durand-Guerrier et al. 2006). Les auteurs y montrent sur :

> […] des exemples de séquences en classe, comment les jeux de langage produits par l'étude de situations problématiques peuvent être guidées, utilisées par le maître pour favoriser l'élaboration de connaissances. (Durand-Guerrier et al. 2006, 4ème de couverture).

Nous avons donc construit la séquence autour de ces jeux de langage en proposant aux élèves :

- d'étudier les liens entre l'idée des personnages qui est d'aller compter les arbres dans la forêt et la construction de l'intrigue du conte (*Séance 1*). Les élèves devaient notamment commenter l'idée des personnages en expliquant pourquoi ils pensaient que la solution trouvée était juste ou fausse ;
- d'étudier les liens entre l'idée des personnages et l'énoncé du problème proposé par l'auteur dans l'histoire (*Séance 2*). Les élèves ont du à nouveau commenter l'idée des personnages après avoir effectué un travail plus poussé sur l'énoncé du problème ;
- de résoudre eux même le problème de Marcel Aymé (*Séance 3*). L'objectif de cette séance, construite en dehors de la référence au récit, étant pour eux de sélectionner les données utiles à la résolution du problème ;
- de réinvestir les connaissances sur le contrat de lecture des énoncés acquises lors de l'étude du conte de Marcel Aymé dans l'étude du livre de Christian Lamblin (*Séance 4*).

3. *Quelques résultats*

L'étude de ces deux ouvrages a permis aux élèves d'améliorer leurs connaissances en résolution de problèmes sur différents points. Nous ne donnons ici que les résultats de l'expérimentation (pour plus de détails sur les réponses des élèves se référer à l'article *Mathématiques et récits : des textes de fiction pour « bien lire » les énoncés de problèmes en classe de CM2* (Moulin 2010b)).

Leurs réponses mettent en évidence que le questionnement de l'intrigue de ces deux ouvrages leur a permis de comprendre comment le monde réel peut être modélisé dans les énoncés de problèmes. Ils se sont en effet positionnés en observateurs critiques de la modélisation du monde réel dans les énoncés de problèmes, témoignant ainsi d'une lecture approfondie et critique. Ils ont discuté entre eux et avec leur professeur et ont défini différents types de problèmes : les problèmes réels (basés sur une situation qui leur arrive effectivement et dont les objets sont à leur portée physique), les problèmes réalistes (sur des situations qui pourraient exister avec des données plausibles mais pas forcément réelles) et les problèmes fictifs (sur des situations qui ne peuvent pas réellement se produire, qui sont uniquement fabriquées pour faire des mathématiques). Ils mettent ainsi en évidence leur réflexion sur la nature des objets en jeu dans les problèmes de mathématiques.

Ils ont également pu questionner la nature des différents mots de l'énoncé et ainsi faire la distinction entre données et habillage. Par exemple, les mots « les bois de la commune » ont pour les personnages le rôle de donnée ce qui n'a pas été le cas pour les élèves lors de la résolution du problème en séance 3. Grâce à la mise en scène de Christian Lamblin qui repose sur la création d'une succession d'énoncés intermédiaires produits par les personnages qui modifient l'énoncé (les données et/ou l'habillage), les élèves ont pu observer la manière dont la modification des mots de l'énoncé peut influer (ou non lorsque la modification porte uniquement sur l'habillage) sur le travail à réaliser pour la résolution d'un problème. En observant directement ce rôle lors de leur travail de résolution, ils ont acquis « en acte » les concepts de données et d'habillage. Ils ont pu réinvestir ces connaissances directement sur le problème de Marcel Aymé en sélectionnant correctement les données utiles pour résoudre le problème, ce qu'ils n'avaient pas réussi même en ayant résolu le problème en séance 3.

Cette activité a permis aux élèves d'acquérir un regard critique sur la formulation des énoncés de problèmes en les invitant à faire la part des choses entre fiction narrative et données mathématiques. Ils arrivent ainsi à déterminer les données pertinentes pour répondre à la question mathématique posée par le problème dans un champ plus large de données. Par ce travail nous avons pu traiter de la question de la lecture / analyse d'un énoncé de mathématiques produit par un auteur de littérature extérieur à la classe. Nous souhaiterions a présent aborder les questions de production / analyse de résolution d'un problème à l'intérieur d'un récit produit (ou non) par les élèves eux mêmes. Nous pourrions ainsi aborder la question de la résolution de problèmes numériques dans son ensemble en allant au delà d'un simple travail sur la lecture / compréhension.

III. APPORTS DU SCHEMA NARRATIF DE LARIVAILLE DANS L'ETUDE DES ENONCES DE PROBLEMES DE MATHEMATIQUES

Dans cette partie, nous présentons une étude, basée sur un outil d'analyse des textes littéraire – le schéma quinaire de Larivaille (1974) – qui nous permettra de déterminer les bases d'une ingénierie croisant problèmes de mathématiques et récits. Nous montrerons notamment que les énoncés de problèmes classiques se basent sur des schémas narratifs simples (voire même simplistes). De fait, ces énoncés manquent de « résistance » (Tauveron 1999) ce qui ne permet pas la mise en œuvre d'un travail porteur de sens pour les élèves. En effet pour engager un travail de compréhension et d'interprétation, il est important que les élèves soient confrontés à des textes suffisament riches et complexes.

Triquet (2007) a mis en évidence les points communs entre la construction d'une intrigue et d'un problème scientifique. Il note notamment l'analogie entre la pratique scientifique – en particulier avec le problème empirique de Laudan (1977) – et les histoires de fiction dans la manière dont le questionnement scientifique et l'intrigue se créent (Bruner 2005).

> La fiction […] a le pouvoir de bousculer nos habitudes à l'égard de ce que nous considérons comme la norme. […] C'est là une (autre) similitude avec le problème scientifique qui émerge bien souvent à l'occasion d'une mise en défaut de conceptions initiales. (Triquet 2007, p. 109).

Ces parentés entre mise en récit et mise en problème ainsi que la forme narrative des énoncés de problèmes proposés par l'école primaire nous invitent à considérer les énoncés de problèmes de mathématiques comme des histoires inachevées que l'élève doit terminer en répondant à la question posée.

Nous proposons donc de nous appuyer sur un outil d'analyse des textes littéraires – le schéma quinaire de Larivaille (1974) – pour analyser des énoncés de problèmes de mathématiques. Ce schéma est un outil qui permet de rendre compte de la structure d'un récit. Dans ce modèle, un récit est vu comme la transformation d'un état (initial) en un autre état (final). Cette transformation est constituée :

- d'un élément (complication) qui permet d'enclencher l'histoire et de sortir de l'état initial (qui pourrait durer éternellement sans la complication),
- de l'enchainement des actions (la dynamique),
- d'un autre élément (résolution) qui conclut le processus des actions en instaurant un nouvel état qui perdurera jusqu'à l'intervention d'une nouvelle complication.

Une histoire se présente donc, selon ce schéma, comme la succession de cinq étapes : Etat initial – Complication – Dynamique – Résolution – Etat final[6] (la complication, dynamique et résolution étant les trois étapes de la transformation). Ces cinq étapes peuvent être répétées au sein de l'histoire et donner ainsi lieu à différents assemblages (schéma narratifs).

Dans le tableau (tableau 1) ci après, nous présentons un récit découpé selon les étapes du schéma quinaire. Ce récit est constitué d'un état initial « Pierre part à l'école avec 5 billes bleues et vertes » (qui est composé de deux sous-situations initiales), d'une dynamique « Pierre a gagné 6 billes dans la journée », d'une situation finale « A la fin de la journée Pierre a 11 billes » et également d'un état complémentaire « Marc a 15 billes ». Il faut noter que ce récit ne comporte pas d'étape de complication et de résolution.

Etapes du schéma quinaire	**Etapes du récit**	**Codage**
Situation initiale (composée de deux sous-situations initiales)	**Pierre part à l'école avec ses 5 billes bleues et vertes.**	**INIT**
	Sous-situation : Pierre a 3 billes vertes.	**IN1**
	Sous-situation 2 : Pierre a 2 billes bleues	**IN2**
Dynamique principale (scindée en deux étapes)	**Pierre a gagné 6 billes dans la journée.**	**DY**
	Etape 1 : Le matin, Pierre gagne 2 billes.	**DY1**
	Etape 2 : L'après midi, Pierre gagne 4 billes.	**DY2**
Situation finale	**A la fin de la journée, Pierre a 11 billes.**	**FIN**
Etat complémentaire composée d'un état statique	**Marc a 15 billes.**	**FIM**
	Comparaison entre FIN et FIM : Marc a 4 billes de plus que Pierre.	**DIF**

Tableau 1 *– Détails du schéma narratif sur un récit*

A partir de ce récit, il est possible de reconsituer différents problèmes numériques « classiques » en combinant différentes étapes du récit, certaines étant données comme informations (données du problèmes) et d'autres étant transformées en questions (questions mathématiques du problème). Par exemple, si nous nous basons sur la typologie des problèmes additifs proposée par Vergnaud (1981), nous pouvons reconstruire tous les problèmes de transformation d'état en sélectionnant l'étape principale de la situation initiale (INIT), l'étape principale de la dynamique (DY) et l'étape finale (FIN) comme dans le tableau 2.

Etapes du schéma quinaire	**Etapes du récit**	**Codage**
Situation initiale	**Pierre part à l'école avec ses 5 billes bleues et vertes.**	**INIT**
Dynamique	**Pierre a gagné 6 billes dans la journée.**	**DY**
Situation finale	**A la fin de la journée, Pierre a 11 billes.**	**FIN**

Tableau 2 *– Schéma quinaire adapté aux problèmes de transformation d'état*

En faisant varier étapes données et étapes questionnées entre les trois étapes du tableau 2, il est possible de retrouver tous les types de problèmes de transformation d'état (Tableau 3).

[6] Reuter (2009) met en garde contre une utilisation systématique de ce schéma qui ne permet pas de rendre compte de la richesse des récits. Cependant, dans notre cas, les énoncés de problèmes proposés à l'école primaire sont des récits assez courts et sans grande complexité, le schéma quinaire est donc tout à fait adapté.

Type de problème (Vergnaud)	Etapes données	Etape questionnée	Problème obtenu
Recherche de l'état final	Etat initial (INIT) Dynamique (DY)	Etat final (FIN)	Pierre part à l'école avec ses 5 billes. Pierre a gagné 6 billes dans la journée. Combien Pierre a-t-il de billes à la fin de la journée ?
Recherche de la transformation	Etat initial (INIT) Etat final (FIN)	Dynamique (DY)	Pierre part à l'école avec ses 5 billes. A la fin de la journée, Pierre a 11 billes. Combien Pierre a-t-il gagné de billes en tout ?
Recherche de l'état initial	Dynamique (DY) Etat final (FIN)	Etat initial (INIT)	Pierre a gagné 6 billes dans la journée. A la fin de la journée, Pierre a 11 billes. Combien avait-il de billes au début de la journée ?

Tableau 3 *– Variations des étapes des problèmes de transformation d'état*

Nous laissons aux soins du lecteur la mise en relation du tableau 1 et des autres types de problèmes proposés par Vergnaud (1981). Ces combinaisons ne sont pas exhaustives mais permettent de rendre compte des liens qui peuvent exister entre schéma narratif et type de problème. La structure d'un récit peut être liée à celle d'un problème de mathématique. Elles permettent également de se rendre compte des différences de structure (liées au récit) entre les problèmes de mathématiques.

Le schéma narratif que nous avons mis en évidence pour chacun des exemples est caractéristique d'un type de problème dans le sens où les étapes qui le composent sont à la fois nécessaires et suffisantes. Nécessaires car, par exemple, il n'est pas possible de faire un problème de transformation s'il n'y a pas de transformation dans l'énoncé. Suffisantes car il n'y a pas besoin de plus d'étapes que celles cités pour faire un problème « qui marche ».

IV. CONLUSION : PISTES OUVERTES

Ce qu'il faut noter c'est que la complication au sens de Larivaille (1974) n'apparaît ni dans les exemples tirés des manuels que nous avons examinés en partie I, ni dans ceux que nous venons de présente. Les schémas narratifs proposés par les énoncés restent simples et ne mettent pas en jeu de réelles complications, résolutions, perturbations. De fait, le travail nécessaire à la compréhension du problème et à la construction du raisonnement est réduit et ne permet pas réellement aux élèves de développer les connaissances nécessaires en les orientant vers des procédures automatisées. Dans l'ingénierie que nous souhaitons mettre en place dans la suite de notre travail de thèse nous souhaitons renforcer la complexité du schéma narratif pour produire des énoncés plus « résistants » (Tauveron, 1999) et porteurs de sens.

Tauveron (1999) insiste sur la nécessité de travailler sur des textes résistants pour développer des capacités de compréhension et d'interprétation. Elle s'intéresse, dans cet article, uniquement à la compréhension des textes littéraires mais nous pouvons faire l'hypothèse qu'en travaillant la compréhension d'un récit (contenant un énoncé de problème), les élèves vont travailler leur compréhension du problème. Actuellement, notre objectif est de construire une ingénierie didactique de co-construction avec les élèves d'énoncés de problèmes de mathématiques inscrits dans des récits afin d'évaluer le potentiel effectif des récits dans la résolution de problèmes de mathématiques à l'école primaire.

La première piste vient de la remarque faite dans le point précédent sur étapes nécessaires et suffisantes. La combinaison des étapes du schéma narratif étant liée à un type de problème, il est possible d'apporter des informations supplémentaires (données inutiles) dans un problème en ajoutant une étape non nécessaire au schéma narratif. Ainsi donc, il paraît envisageable d'inscrire un énoncé de problème dans un schéma narratif plus complexe comme un récit de fiction afin d'imposer aux élèves une lecture attentive de l'énoncé en vue de sélectionner les données utiles à la résolution du problème. Nous envisageons, dans ce cadre là, d'inviter les élèves à « décortiquer » un récit dans lequel problème de mathématique et intrigue seraient imbriqués[7].

Nous envisageons également un travail sur d'écriture et/ou de réécriture d'énoncés de problèmes mathématiques inscrits dans un récit. Notre hypothèse est qu'en plaçant les élèves dans une situation dans laquelle ils doivent construire une intrigue en interaction avec un problème mathématique, non seulement ils sont amenés à donner du sens aux objets mathématiques, mais au-delà, ils sont invités à envisager les notions et procédures de résolution qui sont en jeu. Mais comme la tâche est complexe, il pourrait leur être proposé de partir d'intrigues relativement simples qu'il conviendrait de complexifier progressivement, par l'ajout de nouvelles complications et données mathématiques. Parallèlement il serait intéressant de leur demander de rédiger les récits de résolution qui peuvent être associés à chaque problème. Ainsi, du côté de l'enseignant, une opportunité est offerte d'explorer les modes de raisonnement mis en œuvre par les élèves.

[7] Nous avons conscience que le recours à des énoncés plus complexes (c'est à dire mettant en jeu plus de personnages et/ou plus d'évènements) peut faire penser que l'on va vers d'autres difficultés liées à la compréhension du vocabulaire et du contexte. Cependant, la complexification d'un texte n'impose pas un vocabulaire plus compliqué et la compréhension du texte par les élèves n'est selon nous pas remise en cause si le niveau du texte et le vocabulaire sont adaptés à l'âge des élèves.

REFERENCES

Bulletin officiel, hors-série n°3 du 19 juin 2008.

Aymé M. (1998) (Texte de 1939) *Le problème*. Paris : Folio Cadet.

Boule F., Vasserer C. (1998) Lecture des énoncés mathématiques. *Grand N* 42, 11-19.

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : la Pensée Sauvage.

Bruguière C., Herault J.-L. (2007) Mondes possibles et compréhension du réel. *Aster* 44, 69-106.

Bruner J. (1996) *L'éducation entre dans la culture*. Paris : Retz.

Bruner J. (2005) *Pourquoi nous racontons nous des histoires ?* Paris : Pocket.

Bulten D., Pezard M. (1992) *Une expérience d'enseignement à des élèves en difficulté dans une ZEP.* Cahier de didirem 13. Université Paris VII.

Descaves A. (1992) *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes, Pédagogie pour demain*. Paris : Hachette éducation.

Durand-Guerrier V., Heraud J.-L., Tisseron C. (2006) *Jeux et enjeux de langage dans l'élaboration de savoirs en classe.* Lyon : PUL.

Eco U. (1996) *Six promenades dans les bois du roman et d'ailleurs*. Paris : Grasset.

Groupe IREM/INRP (1998) *Les énoncés de problème au collège*. IREM de Rennes.

IREM de Grenoble (1979) Quel est l'âge du capitaine ? *Grand N* 19, 64-70.

Lamblin C. (2000) *Le problème (*suivi de, *Le discours).* France : Broché.

Larivaille P. (1974) L'analyse morphologique du récit. *Poétique* 19, 368-388.

Laudan R. (1977) *Dynamique de la science*. Bruxelles : Mardaga.

Moulin M.(2010a) *Des textes de fiction pour lire les énoncés de problèmes en classe de CM2, explicitation des contrats en jeu*. Mémoire de Master HPDS. Université de Lyon.

Moulin M. (2010b) Mathématiques et récits : des textes de fiction pour « bien lire » des énoncés de problèmes de mathématiques en classe de CM2. *Grand N* 86.

Peroz P. (2000) Des problèmes dans les énoncés. *Grand N* 19, 55-70.

Reuter Y. (2009) *L'analyse du récit*. Paris : Colin.

Ricœur P. (1984) *La configuration dans le récit de fiction e mps et récit* . Paris : Le Seuil.

Rubiliani C. (2002) *Sciences et français l'interdisciplinarité par les albums*. Paris : éditions du CRDP.

Tauveron C. (1999) Comprendre et interpréter le littéraire à l'école : du texte réticent au texte proliférant. *Repères* 19, 9-38.

Tauveron C. (2004) *Lire la littérature à l'école* Paris : Hatier pédagogie.

Triquet E. (2007) Elaboration d'un récit de fiction et questionnement scientifique au musée. *Aster* 44, 107-134.

Vergnaud G. (1981) *L'enfant les mathématiques et la réalité*. Berne : Peter Lang.

Triquet E., Bruguière C. (2010) Etude comparée de deux albums de « fiction réaliste » : comment l'intrigue questionne les connaissances sur le réel. In *Actes du congrès de l'Actualité de la recherche en éducation et en formation (AREF)*. Université de Genève, septembre 2010.

Triquet E., Orange-Ravachol D. (2007) Sciences et récits, des rapports problématiques. *Aster* 44, 7-22.