

DIMENSIONS HISTORIQUE ET CULTURELLE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Compte-rendu du Groupe de Travail n°4 – EMF2012

Renaud D'ENFERT* – Ahmed DJEBBAR** – Luis RADFORD***

I. INTRODUCTION

Le but de ce groupe de travail était de se pencher sur la question des dimensions historique et culturelle de l'enseignement des mathématiques en résonance avec le thème central du colloque EMF 2012 « Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le XXI^e siècle ». Ceci a conduit notre groupe à mettre un accent particulier sur la place et le rôle de l'histoire des mathématiques et de leur enseignement dans la formation des enseignants et plus généralement dans les cursus universitaires, en proposant de décliner la réflexion autour des trois grandes questions suivantes :

- 1) Quels sont les fondements épistémologiques et didactiques qui sous-tendent l'introduction des dimensions historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques ?
- 2) Quelles approches didactiques sont pertinentes pour introduire des dimensions historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques ?
- 3) Comment la formation des enseignants peut-elle prendre en compte la question des dimensions historique et culturelle ?

Alors que la première question cherche à motiver une discussion autour des fondements conceptuels qui sous-tendent la prise en compte des dimensions historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques, la deuxième porte plutôt sur la nature des approches didactiques qui peuvent permettre d'arriver à introduire ces dimensions d'une manière effective dans l'enseignement. Enfin, la troisième est centrée sur une problématique un peu différente, sans pour autant être indépendante de la problématique définie par les autres questions : elle soulève en effet le problème des caractéristiques d'une formation des enseignants soucieuse de prendre en compte les dimensions historique et culturelle à l'étude.

Selon l'esprit des rencontres EMF, et afin de maximiser le temps des rencontres du groupe de travail, les participants ont été invités à lire, avant le colloque, les 13 contributions retenues et dont la liste figure à la fin de ce texte. Lors des rencontres du groupe, les auteurs ont fait un court rappel des points saillants de leur texte, pour initier les débats.

Le but de cette introduction n'est pas de faire un résumé de chacun de ces articles. Nous pensons qu'il est plus profitable de présenter une courte réflexion sur la problématique générale à la base du groupe de travail. Cette réflexion sera complétée par des références aux discussions qui ont eu lieu au sein du groupe. Nous ne ferons donc qu'une allusion plutôt oblique aux travaux présentés, espérant que cette introduction permettra d'aider le lecteur à mieux comprendre ces travaux.

* École normale supérieure de Lyon, Institut français de l'éducation – France – renaud.denfert@ens-lyon.fr

** Université des Sciences et Technologies de Lille – France – ahmed.djebbar@wanadoo.fr

*** Université Laurentienne – Canada – Lradford@laurentian.ca

II. LA DIMENSION HISTORIQUE ET CULTURELLE

Bien qu'il semble y avoir consensus sur l'importance des dimensions historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques, le groupe de travail voulait offrir un espace de discussion et d'échange autour des « raisons » d'une telle importance. Ces « raisons » sont en fait elles-mêmes historiques et sociétales. Il s'agissait, pour nous, d'une occasion de mettre en lumière leur historicité et les enjeux sociaux dans lesquels ces « raisons » se trouvent encadrées. Ce n'est qu'après une telle prise de conscience que, d'après nous, peut se poser la question, plus pratique mais tout aussi importante, des manières d'incorporation des dimensions historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques, dans la didactique et dans la formation des enseignants.

La nature historique et sociétale des raisons qui justifient le recours aux dimensions historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques a été mise en évidence dans plusieurs travaux présentés dans nos séances de travail. Barbin, par exemple, nous rappelle l'esprit qui animait la commission inter-IREM à la fin des années 1970 : il s'agissait d'offrir une sorte de thérapeutique contre une conception qui voit les mathématiques comme un langage. La prise en compte de la dimension historique et culturelle permet de nuancer cette vue et de présenter les mathématiques comme une activité intellectuelle ; comme un processus et non comme un objet achevé, a-historique.

La nature historique et sociétale des raisons de l'importance des dimensions historique et culturelle est aussi apparue lors des discussions portant sur la tendance contemporaine, de plus en plus prononcée, qui tend à réduire les mathématiques, dans la sphère de son enseignement, à son seul aspect utilitariste. Beaudoin, dans son texte sur le rapport à la culture mathématique, présente des données (recueillies auprès d'un groupe d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques au Québec) qui suggèrent une conception technique et instrumentaliste des mathématiques. Mais il y a aussi un élément aliénant dans le rapport aux mathématiques qui s'exprime à travers la question, souvent posée par nos élèves : « à quoi sert tout cela ? » (voir le texte de Moyon). Certains participants parlaient à ce sujet d'une « mercantilisation » des mathématiques. Comme dans le cas précédent, la prise en compte des dimensions historique et culturelle peut offrir des arguments pour contrer une telle tendance.

Comme on peut déjà le voir à la lumière de ces exemples, la question des « raisons » qui plaident en faveur d'une prise en compte des dimensions historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques s'articule autour de l'idée qu'une telle prise en compte permet de constater que les mathématiques sont autre chose que ce qu'on a l'habitude d'y voir : elles sont plus qu'un langage formel, plus qu'un moyen d'application ou de modélisation économique. En d'autres termes, une des raisons les plus puissantes pour prendre en compte les dimensions historique et culturelle est que cette prise en compte est susceptible d'apporter un éclairage sur la nature même des mathématiques. Mais peut-être vaudrait-il mieux ne pas voir la prise en compte desdites dimensions comme la « clé » pour *finalement* comprendre ce que sont les mathématiques. Car il se peut que cette nature ne soit pas susceptible d'être ramenée à une formulation du type : « Les mathématiques sont ... ». Cette impossibilité ne relèverait pas, notons-le bien, d'une insuffisance de la langue, laquelle serait incapable de loger les prédicats et les noms qui conviendraient à la définition cherchée. Ce que la prise en compte des dimensions historique et culturelle apporterait serait un *questionnement sans fin*, toujours en cours, toujours renouvelé et à renouveler, sur quelque chose toujours en mouvement : les mathématiques. C'est, formulé autrement, ce que certains de nos participants voulaient signifier quand ils faisaient allusion au fait que les mathématiques sont une *activité humaine*. Comme toute activité humaine, les mathématiques sont localisées temporellement et spatialement, c'est-à-dire géographiquement. Elles sont

toujours en évolution. Bien sûr, une telle conception apporte ses propres problèmes. Parmi les plus difficiles et les plus intéressants pour notre discussion ici, il y a celui de l'historicité du savoir.

III. QUELLE HISTOIRE ? QUELLE CULTURE ?

Dans un sens assez naïf, le savoir est évidemment historique. On peut imaginer une ligne de temps sur laquelle on positionne la série d'événements qui constituent l'histoire. Les événements deviennent par là ordonnés « naturellement ». Or, le savoir peut être aussi vu dans son historicité dans un sens beaucoup plus profond. Le temps n'est pas simplement un indice qui étiquette le savoir, comme le prix étiquette une marchandise dans un magasin. Le savoir est historique dans un sens *génétique*. En d'autres termes, il se produit dans des conditions sociales et culturelles qui le rendent qualitativement différent de ce qui était déjà là avant. Il y a un « avant » et un « après » (comme le notait déjà Aristote), mais on ne peut pas les réduire qualitativement. L'avant et l'après du savoir ne sont pas homogènes. C'est dans ce sens que Foucault (1966, 1969) parlait des *conditions de possibilité* du savoir. Une approche historique ne peut donc pas se limiter à une chronologie de faits ; il doit intégrer une réflexion en charge d'effectuer l'archéologie anthropologique des conditions épistémologiques, sociales, culturelles et politiques, qui rendent l'émergence et la diffusion d'un concept possibles à un moment donné. Un exemple très clair est celui fourni par Høyrup (1991, 2007) sur les mathématiques babyloniennes, qu'il place dans le contexte social, politique et religieux de l'administration des états dans l'ancienne Mésopotamie.

Il nous semble que cette notion d'historicité du savoir mérite d'être approfondie davantage. La recherche sur l'épistémologie des mathématiques et les approches historiques dans l'enseignement ont certainement fait des progrès remarquables dans les dernières décennies, comme en témoignent d'ailleurs maints articles soumis et présentés par les participants de notre groupe (voir, par exemple, les textes de Bkouche et de Djebbar). Un travail reste à approfondir : celui d'une articulation encore plus fine entre la dimension épistémologique et de la dimension sociétale. Donnons-en deux exemples. Dans son texte, Abdeljaouad explore le contexte social et politique du renouveau des mathématiques turques ottomanes du 18^e siècle et montre comment ce renouveau a lieu à l'intérieur d'un projet politique national bien défini. « C'est dans ce milieu extrêmement spécialisé, dit Abdeljaouad, que l'ouverture aux sciences exactes européennes se fait naturellement car il est non seulement encouragé par le sultan mais il permet aussi d'utiliser une astronomie plus fonctionnelle et aux résultats plus corrects ». Les mathématiques apparaissent ici comme consubstantielles aux dimensions sociale et politique qui lui correspondent. Cet exemple est similaire dans sa portée à celui de Høyrup mentionné ci-dessus. Les deux montrent le besoin d'aller au-delà du regard purement épistémologique afin de s'interroger sur les acteurs de l'époque : quel rôle la réflexion mathématique à une époque donnée joue dans la société qui l'a construite.

Le deuxième exemple que nous voudrions mentionner pour illustrer l'idée d'historicité du savoir esquissée ici provient d'une discussion suscitée par la réflexion sur la nature du texte historique amenée par plusieurs contributions, dont celles de Guillemette, de Plantade, de Front et de Bernard. Lors de la discussion, on a relevé que tout texte historique est produit dans un contexte social, d'échanges avec d'autres (même dans les cas où le texte fonctionne comme aide-mémoire de problèmes et de leur solution dans un contexte d'enseignement). Le texte s'adresse (implicitement ou explicitement) à quelqu'un. En s'adressant à quelqu'un, le texte puise ses ressources dans les normes discursives de la culture. Mais il puise aussi dans l'ontologie de la culture, en particulier dans ce qu'on peut considérer comme la manière culturelle correcte de poser un problème et les moyens qu'on considère légitimes pour le

résoudre. On sait très bien que Platon, par exemple, se montrait critique envers ceux qui, comme Eudoxe et Architas, utilisaient des instruments mécaniques dans leurs recherches mathématiques. Un tel acte, d'après Platon, ne pouvait que détruire la vertu de la géométrie par son accent sur la matérialité des choses au détriment de la pureté des concepts (Radford 2003). Pour lui, la règle et le compas incarnaient sans problème l'idéalité de la droite et du cercle et avaient alors une place dans la recherche mathématique. Ce que ces commentaires suggèrent donc par rapport au texte historique, c'est que le texte s'ordonne selon deux dimensions historiques reliées entre elles : celle du contenu et celle de la manière dont celui-ci s'exprime. Ce qui les relie est un arrière-plan tissé d'aspects sociétaux et culturels dont il faut prendre compte dans l'acte d'interprétation du texte lui-même.

On pourra donc retenir que le savoir est d'emblée historique dans un sens plus profond qu'il ne lui est normalement attribué. Ce sont les épistémologies positivistes qui peuvent nous faire penser que l'histoire est comme un accessoire qu'on peut ajouter ou enlever au bon gré du savoir. Mais le savoir n'est pas qu'historique. Il est consubstantiel de la culture où il trouve sa niche et se développe. On arrive par là à une conception anthropologique du savoir, une conception selon laquelle le savoir se trouve médiatisé par son historicité, laquelle renvoie à la culture, car ces dernières sont en relation dialectique : l'une est le mode d'existence de l'autre. Le temps du savoir ne peut donc pas être un temps abstrait sur lequel le savoir évoluerait poussé par une force interne. La force qui pousse le savoir est une force où se mêlent l'histoire et la culture.

IV. ENSEIGNEMENT ET FORMATION DES ENSEIGNANTS

La réflexion précédente nous amène à constater l'urgence que prend la tâche d'un enseignement qui prenne en compte la dimension historico-culturelle. Il ne s'agit pas d'un luxe qu'on pourrait se payer « si on a le temps ». En effet, plusieurs présentations ont souligné la tendance de l'école, au cours des dernières années, à se plier de plus en plus aux besoins et aux intérêts des formes de production néo-libérales (Radford 2012). Celle-ci deviendrait, par une « transposition économique », une sorte d'institution bancaire où l'on accorde des crédits pouvant être échangés à des fins d'utilisation pratique dans une société où chacun est poussé par son intérêt personnel (Baldino et Cabral 1998, Freire 2004). Le savoir mathématique y serait comme une marchandise que l'on acquiert et l'élève comme un « client » formé selon une grille qui le décortique en compétences utiles à la consommation (en fait, c'est comme client qu'on conçoit implicitement ou explicitement l'élève dans certains contextes éducatifs nord-américains). Si cette situation donne le sentiment que l'on est aujourd'hui aux antipodes du rôle social que l'école et l'enseignement des mathématiques ont joué précédemment, on n'oubliera pas cependant que, déjà dans les siècles précédents, le fait d'aller à l'école et d'y étudier les mathématiques relevait moins de la volonté désintéressée de se « cultiver » (sauf peut-être pour certaines élites sociales) que d'un investissement pour pouvoir ensuite embrasser un métier permettant, si possible, une certaine ascension sociale. On peut alors se demander si la situation actuelle n'est pas une forme exacerbée d'une tendance pluriséculaire.

Comment alors, dans le contexte actuel, repenser l'enseignement des mathématiques et la formation des enseignants ? Comme on le verra à la lecture des articles qui suivent, plusieurs contributions se penchent sur ce problème fort difficile (voir les textes de Bantaba, de Chellougui et Kouki et de Menez). Ces articles parlent du renouveau du rapport aux mathématiques dans un contexte où l'on a à former les citoyens du 21^e siècle. Ici les mathématiques ont beaucoup à apporter, en particulier à travers une rencontre avec l'histoire.

En fait, plusieurs essais ont déjà été faits à travers des expériences d'enseignement qui ont recours aux textes historiques (voir par exemple, les articles de Guillemette et de Barbin dans

ce volume ; voir aussi Barbin 2006, Fauvel et Maanen 2000). Cependant, il faudra rester vigilant pour ne pas s'enfermer dans l'optique utilitariste qui pourrait voir cet exercice comme un outil pour amener les élèves à mieux apprendre les mathématiques. Bien que la lecture de textes anciens peut servir à déclencher des réflexions conceptuelles profondes, et donc à arriver à des conceptualisations mathématiques fines, il s'agit d'aller au-delà du cognitif. Sans exclure celui-ci, il s'agirait de rapatrier la dimension historico-culturelle afin de porter un regard critique sur le rôle social des mathématiques, de mieux comprendre les mécanismes historico-culturels de sa production, de comprendre qu'il n'y a pas de savoir neutre, que tout savoir s'insère dans un système idéologique qu'il faut toujours examiner et critiquer. Cela exige, sans doute, qu'on élargisse le sens de ce qu'on entend par « enseigner les mathématiques ». Il nous faut une nouvelle conception de l'enseignement, plus généralement. Cette conception repose sur l'idée qu'enseigner (et enseigner les mathématiques en particulier) ne se limite pas simplement aux technicités de la discipline, à ses utilisations dans la vie de tous les jours. Il s'agit, au contraire, de mener une interrogation sur son rôle dans la société et dans la formation des élèves. Les enjeux sont évidemment grands. Tout d'abord, on doit s'interroger sur ce qu'il faut mettre en place dans la formation des enseignants pour favoriser l'introduction d'une telle perspective dans l'enseignement et plus généralement dans les cursus universitaires. On pense ici bien sûr à une formation en histoire des mathématiques, mais aussi – et surtout – au rôle que peut jouer l'histoire de l'enseignement des mathématiques dans la formation (initiale et continue) des enseignants. Il y a certainement beaucoup de choses à faire. Nous espérons pouvoir continuer ce travail dans les prochaines rencontres de l'Espace Mathématique Francophone.

RÉFÉRENCES

- Baldino R., Cabral T. (1998) Lacan and the school's credit system. In Olivier A., Newstead K. (Eds.) *Proceedings of 22nd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol.22, pp.56-63). Stellenbosch, South Africa. University of Stellenbosch: PME.
- Barbin E. (2006) *The different readings of original sources: An experience in pre-service teaching. Mini-Workshop on Studying Original Sources in Mathematics Education*. Oberwolfach, April 30th-May 6th, 2006. Report No. 22/2006, 17-19.
- Fauvel J., van Maanen J. (2000) *History in mathematics education: The ICMI study*. Dordrecht : Kluwer.
- Foucault M. (1966) *Les mots et les choses*. Paris : Gallimard.
- Foucault M. (1969) *L'archéologie du savoir*. Paris : Gallimard.
- Freire P. (2004) *Pedagogy of indignation*. Boulder, Colorado : Paradigm Publishers.
- Høyrup J. (1991) *Mathematics and early state formation, or, the janus face of early mesopotamian mathematics: Bureaucratic tool and expression of scribal professional autonomy*. Denmark : Roskilde University Centre, Department of Languages and Culture, Preprints og reprints, nr. 2.
- Høyrup J. (2007) The roles of mesopotamian bronze age mathematics tool for state formation and administration. *Educational Studies in Mathematics* 66(2), 257-271.
- Radford L. (2003) On culture and mind. A post-vygotskian semiotic perspective, with an example from Greek mathematical thought. In Anderson M., Sáenz-Ludlow A., Zellweger S., Cifarelli V. (Eds.) (pp. 49-79) *Educational perspectives on mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing*. Ottawa : Legas Publishing.
- Radford L. (2012) Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics* 80(1), 101-118.

CONTRIBUTIONS AU GT4

- ABDELJAOUAD M. – Le français : langue de médiation pour l'enseignement des sciences européennes en Turquie à la fin du 18^e siècle.
- BANTABA F. G. – Dimension sociale de l'enseignement des mathématiques. Le rôle des mathématiques dans la formation du citoyen en France entre la seconde moitié du 19^e siècle et la fin du 20^e siècle.
- BARBIN E. – L'histoire des mathématiques dans la formation : une perspective historique (1975-2010).
- BEAUDOIN M. – Le rapport à la culture mathématique : avenues pour la formation des enseignants.
- BERNARD A. – Sur les modalités de lecture de sources en histoire des mathématiques.
- BKOUCHE R. – Sur la dimension culturelle de l'enseignement. De la signification d'un pléonasme.
- CHELLOUGUI F., KOUKI R. – Enquêtes épistémologique et didactique du concept de la quantification.
- DJEBBAR A. – La phase arabe de l'algèbre (9^e–15^e s.).
- FRONT M. – Kepler, entre savoir et science. Quelques éléments épistémologiques autour d'une situation de recherche.
- GUILLEMETTE D. – Enseignement des mathématiques et histoire des mathématiques : quels apports pour l'apprentissage des élèves ?
- MENEZ M. – L'expérience mathématique.
- MOYON M. – Penser les mathématiques à travers leur épistémologie et leur histoire : un enjeu de/dans la formation des maîtres.
- PLANTADE F. – Jules Houël : un mathématicien pédagogue du 19^e siècle pour lequel une approche historique est indissociable d'un fondement rigoureux des mathématiques. Exemple des « quantités complexes ».