DÉVELOPPEMENT DES RÉFLEXIONS DE PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES AU SEIN DE COMMUNAUTÉS DE PRATIQUE

Sandra Evely PARADA RICO* – François PLUVINAGE *

Résumé – Les communautés de pratique constituent un cadre possible d'une formation permanente des enseignants de mathématiques, autre que la formation continue institutionnelle. Nous avons expérimenté un modèle théorique de réflexion dans deux communautés de pratique. Les thèmes retenus ont été choisis parmi ceux qui, traditionnellement, génèrent d'importantes difficultés dans l'enseignement secondaire : aires et périmètres, nombres négatifs. Les processus de réflexion organisés ont notamment permis aux professeurs de dépasser, pour la préparation de leurs classes, la simple anticipation de l'application des documents officiels (manuels et instructions pour enseignants). Et des forums de discussion ont servi pour une reconstruction *a posteriori* d'activités.

Mots-clefs : Enseignement mathématique, Formation continue des enseignants, Communauté de pratique, Processus de réflexion, Forums

Abstract – Communities of practice provide a possible framework for organizing a permanent training of teachers of mathematics, other than the training institutionally programmed. We had the opportunity to test, for teaching math topics, a theoretical model of thinking in two communities of practice. The topics were selected from those for which the teaching at secondary level traditionally faces significant challenges: Areas and perimeters, negative numbers. Thought processes organized in communities have enabled teachers to pass the mere anticipation of the implementation of official documents (manuals and instructions for teachers) for the preparation of their classes. And discussion forums were used for subsequent reconstruction activities.

Keywords: Mathematics teaching, In-service training, Community of practice, Thought processes, Forums

I. INTRODUCTION

Il est connu que, lorsque la pratique enseignante est le fait de professeurs isolés devant leurs classes, elle tend à devenir routinière, donc à affaiblir leur sens critique et à les amener à dispenser un programme scolaire sans se poser de question à son propos. Nous avons pour notre part souhaité conduire des recherches concernant la formation des professeurs de mathématiques dans un contexte différent : celui de communautés de pratique.

Il nous a semblé qu'un tel contexte était favorable à un renforcement des réflexions sur l'enseignement des mathématiques. Mais il nous a également semblé qu'un tel renforcement pourrait gagner à être guidé, notamment par la conduite méthodique de ces réflexions : avant, pendant et après une séquence de classe.

Il était normal, dans un tel contexte, de nous orienter vers la pratique d'une recherche-action telle que la précise par exemple l'ouvrage de Liu (1997), et plus précisément d'une recherche-action participative. Dans ce cadre, il s'agit pour le chercheur de se livrer à une recherche avec les participants de la communauté de pratique. Le chercheur se veut l'un des acteurs d'un groupe de travail, mais ne veut pas apparaître comme un membre permanent du groupe, souhaitant au contraire limiter dans le temps sa participation. Donc, pour apprécier l'activité que le chercheur contribuera à impulser dans ce groupe, les questions à se poser sont : Y a-t-il ou non transformation ? Y a-t-il ou non innovation ?, auxquelles nous ajouterons : La communauté des professeurs aura-t-elle acquis suffisamment de ressources propres pour perdurer sans besoin de la présence du chercheur ?

* Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav del I.P.N. – Mexique – saevpa@gmail.com, pluvin@math.unistra.fr

II. ASPECTS THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES DE LA RECHERCHE

Notre questionnement de recherche portant sur la réflexion en communauté de pratique de professeurs de mathématiques, nous nous rapportons d'une part, à la définition que Wenger (2001) donne des communautés de pratique : groupe de personnes partageant une préoccupation, un intérêt commun autour d'un thème et qui approfondissent leur connaissance et leur savoir-faire dans ce domaine, au sein d'une structure sociale fondée sur la construction collaborative d'un savoir (...) d'autre part, aux sept formes caractéristiques de l'activité professionnelle des enseignants signalées par Ponte et Serrazina (2004) : i) l'impulsion de l'activité mathématique dans la classe ; ii) le choix et la confection de matériel didactique ; iii) la communication dans la classe ; iv) la prise en compte des programmes d'enseignement ; v) l'évaluation ; vi) la collaboration avec la communauté éducative ; vii) l'actualisation professionnelle.

1. Notre modèle pour la réflexion des professeurs au sein d'une communauté

Par réflexion menée par les professeurs, nous entendrons, à la suite de Dewey (1989), un processus de résolution de conflits et de doutes, en même temps qu'une disposition à réviser leurs manières de faire. La réflexion gagne en efficacité lorsqu'elle bénéficie d'un certain suivi. Ainsi l'ingénierie didactique de Artigue (1989) s'appuie-t-elle sur la comparaison des observations avec une analyse *a priori*. Nous proposons, en conséquence, d'organiser la réflexion propre à une séquence d'enseignement selon les trois étapes suivantes, décrites dans le document pré-doctoral de Parada (2010).

a) *Réflexion pour l'action* (avant). Nous proposons de nous inspirer de certaines idées de Dewey (1989), reliant processus éducatif et pensée réflexive. Dans l'étape de préparation de séquences d'enseignement, on schématise l'articulation des contenus et objets mathématiques, on sélectionne les instruments à mettre en œuvre pour atteindre les objectifs d'apprentissage, on prévoit les difficultés et de possibles alternatives.

b) *Réflexion dans l'action (pendant)*. Nous retenons certaines idées de Schön (1992), selon lesquelles la réflexion pendant le déroulement de l'enseignement se manifeste notamment dans l'interaction entre le professeur et sa classe, lors de situations inattendues susceptibles de mettre à l'épreuve son savoir sur le sujet.

c) *Réflexion sur l'action (après)*. Dans cette étape, le rôle incitatif de la communauté est évident, car il y a besoin d'échanges avec des interlocuteurs pour que s'exerce pleinement une réflexion critique. Par la compréhension de situations problématiques rencontrées dans les classes, cette réflexion permettra de restructurer les stratégies d'action.

Pour Treffers (1987), un des fondateurs du mouvement « Realistic Mathematics Education » (RME), l'activité mathématique implique l'organisation et la structuration de l'information qui apparaît dans un problème, l'identification des aspects mathématiques pertinents, la découverte de régularités, de relations et de structures. Ce sont tous ces processus qu'il englobe dans le mot « mathématisation », et que le professeur doit amener ses élèves à pratiquer dans leur production mathématique. Nous avons souhaité centrer la réflexion plus particulièrement sur quatre aspects, qui constituent des détonateurs de l'activité mathématique dans une classe :

i) Les connaissances mathématiques que demandent l'enseignement du programme et la réalisation des objectifs d'apprentissage *ii)* Les connaissances pédagogiques et didactiques relatives à la mathématique enseignée, notamment celles qui concernent les représentations de ses objets et leurs conversions

iii) La sélection et l'usage d'outils, tant immatériels que concrets, au service de la communication et l'expression

iv) L'évaluation formative de l'activité mathématique attendue, impliquant le choix et l'élaboration d'instruments qui stimulent le recours à la métacognition, au service de la résolution de problèmes et de la communication mathématique.

2. *La forme de travail mise en place dans deux communautés de pratique*

L'expérimentation en cours, que nous présentons ici, concerne deux communautés de pratique regroupant des professeurs de mathématiques enseignant au niveau secondaire.

La communauté de pratique « Alianzas Educativas » de Ciudad Juárez (Chihuahua) s'est constituée en 2007 à l'initiative d'un groupe de professeurs, pour se mettre à jour sur l'usage des technologies. Une entreprise informatique leur avait accordé son appui pour l'équipement de laboratoires de mathématiques, mais ils ne disposaient pas des ressources didactiques leur permettant d'en faire bon usage.

Nous avons nous-mêmes été les instigateurs de la création, dans l'État de Mexico (figure 1) qui entoure la ville de Mexico, d'une seconde communauté de pratique, à laquelle furent conviés des professeurs du système mexicain de télé-enseignement, qui s'intitule « telesecundaria ». Ce système s'adresse notamment à de petites communautés rurales et fonctionne sur un modèle d'enseignement à distance grâce à la télévision. Les professeurs se trouvent ainsi assez isolés géographiquement.

Figure 1 *– Carte de l'État de Mexico*

Nous avons mis en place les ressources nécessaires aux réflexions des communautés de pratique : moyens matériels, à savoir organisation de séances de travail et création d'un site Internet, et moyens humains, sous forme de participation ponctuelle de chercheurs et d'étudiants-chercheurs du Département de Mathématique Educative du Cinvestav, qui présentent des conférences et encadrent des ateliers lors des séances de travail, et d'un accompagnement théorique et méthodologique par des enseignants d'universités locales, pour répondre aux questions et inquiétudes des professeurs. Ci-après, nous précisons le fonctionnement de toutes ces ressources.

Pour chacune des deux communautés de pratique, les séances de travail sont organisées mensuellement. Elles durent trois heures et comportent : conférences de spécialistes, échanges sur les processus de réflexion des professeurs, ateliers par niveaux scolaires et mises en commun des expériences conduites en classe. Pour ces dernières, est proposé le plan de réflexion qui aborde les quatre aspects contenus dans notre modèle (voir 2.1 ci-dessus), à mener durant douze séances adaptées au rythme de travail de chaque communauté. Pour les activités organisées dans les classes, la méthodologie suivie est celle du travail collaboratif proposée par Hitt (2007) sous le nom d'ACODESA (pour : Apprentissage en COllaboration, DÉbat Scientifique et Autoréflexion).

Le site Internet <http://imat.cinvestav.mx/> met à disposition de chaque communauté de pratique des outils de développement professionnel tels que banques de ressources, réserve d'activités, présentations puis compte-rendu de séances de travail, lien vers d'autres sites Web de mathématique éducative et d'autres communautés, adresses pour des téléchargements de logiciels, etc., et enfin des outils de communication (forums de discussion et blogs).

Les activités virtuelles sont programmées de telle sorte qu'au cours du mois qui sépare deux séances de travail consécutives, se poursuive la réflexion sur les pratiques enseignantes et s'engagent des discussions centrées sur l'étude de thèmes mathématiques particuliers. Deux types d'activités méritent d'être distingués : la résolution de problèmes qui conduisent à approfondir l'analyse d'un thème, la réflexion pour l'élaboration d'une séquence d'enseignement qui doit être ultérieurement appliquée et doit provoquer la mise en commun d'expérience, de doutes, de commentaires.

Les forums de discussion sont bien alimentés à partir de la mise en ligne de fichiers de géométrie dynamique et de feuilles de calcul. De tels fichiers permettent de montrer la diversité des approches possibles de contenus mathématiques et conduisent à s'interroger sur les forces et les faiblesses des ressources mises à disposition dans les classes. De plus, les enseignants sont d'autant plus intéressés qu'ils doivent eux-mêmes réfléchir pour leurs classes à l'élaboration de situations dans lesquelles s'utilisent les technologies digitales.

III. RÉFLEXIONS DE PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES

Nous présentons dans ce qui suit des exemples significatifs des réflexions conduites dans chacune des deux communautés sur certains contenus mathématiques. Ces contenus ont spontanément surgi dès les premières séances, comme étant difficiles à enseigner. La communauté de pratique de Ciudad Juárez a arrêté son choix sur « aires et périmètres des figures planes » et celle de l'État de Mexico sur « nombres avec signe » (nombres positifs et négatifs). Les exemples présentés sont destinés à illustrer les trois étapes de la réflexion proposée et la manière dont les professeurs ont réagi aux différentes activités, tant lors des séances que sur le site Internet.

1. Réflexions à propos du thème des aires et périmètres

Ce thème a donné lieu à une feuille de travail proposée au groupe sur le thème (la figure 2 est réduite et traduite en français de la feuille originale en espagnol), suivie d'adaptations, d'élaboration de sa mise en œuvre pédagogique et d'échanges de commentaires sur le site Internet. Nous présenterons son application, faite pour deux classes distinctes.

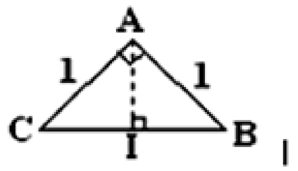
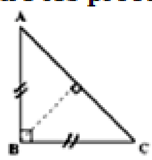
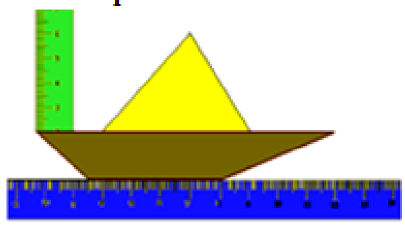
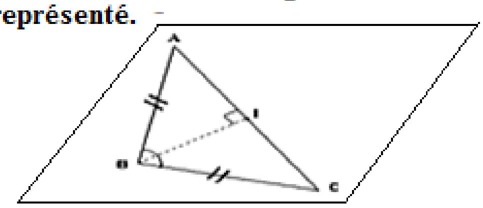
Activités **1. Exercice individuel** **Explique la procédure à suivre pour obtenir l'aire du triangle ci-dessous**  	**4. Exercice en équipes** **a. Télécharger et explorer le fichier AIRES** (triangles ABC ayant des longueurs données de côtés AB et AC). **Répondre aux questions** **- Quand l'aire est-elle maximale ?** **- Quand le périmètre est-il maximal ?** **b. Aligner les trois sommets de chaque triangle,** **- que se passe-t-il pour les aires ?** **- que se passe-t-il pour les périmètres ?**
2. Exercice en équipes **a. Partage avec tes coéquipiers les réponses à l'exercice 1.** **b. Discute dans l'équipe sur l'expression algébrique du calcul d'aire du triangle ci-dessous. Décrire les procédures utilisées.**  	**5. Exercice individuel** **En utilisant les techniques précédemment élaborées, indique** **- quelle est l'aire de la figure du bateau ;** **- quel est son périmètre.** 
3. Exercice en groupe au complet **a. Faire la synthèse des procédures employées dans les exercices 1 et 2.** **b. Discuter sur la procédure à suivre pour obtenir l'aire d'un triangle comme celui représenté.**  	**6. Exercice en groupe au complet et conclusions individuelles** **Echanger sur ce qui a été appris lors du déroulement de l'atelier.** **Rédiger individuellement des conclusions.**

***Figure 2** – La feuille de travail sur aires et périmètres*

Processus de réflexion pour l'action

Deux enseignantes travaillèrent ensemble, à partir de la feuille de travail que nous avons reproduite en figure 2, sur les adaptations de l'activité selon le niveau auquel chacune enseignait : Isabel en première année du second degré (élèves de 12 ans) et Nancy en troisième année (élèves de 14 ans). Elles signalèrent qu'elles désiraient présenter par la suite une comparaison de l'adaptation d'une même activité à des niveaux scolaires différents. C'est pourquoi, dirent-elles, nous nous sommes d'emblée confrontées à l'insertion des activités dans nos programmes respectifs. Pour la troisième année, elles s'inséraient bien, mais nous avons dû beaucoup batailler pour la première année.

Isabel réduisit la feuille de travail pour ses élèves de première année aux deux premiers exercices. Nancy changea (figure 3) l'en-tête de la feuille de travail en insérant l'intitulé et l'emplacement dans son programme, en conformité avec les documents officiels de la troisième année, tout en la limitant aux activités 1 à 4 pour raison de durée.

Cours : Mathématiques III Paragraphe : 4.2 Axes thématiques : F, E y M
Connaissances et savoir-faire : Appliquer le théorème de Pythagore à la résolution de problèmes
Intentions didactiques : Il s'agit pour les élèves d'utiliser et d'accroître leurs connaissances sur la justification de formules d'aires et de périmètres de triangles en appliquant le théorème de Pythagore

Figure 3 *– Adaptations de la feuille de travail réalisée par Nancy*

Processus de réflexion dans l'action

Les enseignantes mirent chacune en œuvre sa version de feuille de travail et rendirent compte du déroulement de leur classe. De plus, Nancy transmit l'enregistrement vidéo de sa classe. S'en dégagent quelques constats sur ses réflexions durant la classe.

Isabel a appliqué l'activité à ses trois groupes de première année et, sur les réponses données aux deux premiers exercices, elle a pu observer que ses élèves :

1º- n'ont vu dans le triangle que la forme dessinée et ont eu beaucoup de mal à reconnaître la base et la hauteur ; j'ai alors pensé à dessiner un autre triangle, dit Isabel, que j'ai découpé et leur ai donné ;

2º- ont déclaré, à propos de la figure du problème 2, qu'ils ne savaient pas ce que signifient les deux petits traits barrant les côtés, pas plus que le petit carré dans le coin ni les lettres. Ils ne sont pas familiarisés avec l'interprétation des symboles.

La conduite de classe par Nancy apparaît sur l'enregistrement vidéo. Dans les deux premiers exercices, elle incite ses élèves à explorer et à mettre en pratique leurs connaissances sur les triangles, comme la formule de l'aire et l'importance du symbole représentant un angle droit. Elle met en avant la similitude entre les deux exercices. Dans le troisième exercice, elle insiste sur le fait qu'il s'agit d'une situation différente puisque le triangle n'est pas rectangle comme dans les deux premiers exercices ; elle propose de diviser le triangle de cet exercice en deux triangles rectangles, de manière à utiliser le théorème de Pythagore. Au total, l'enseignante a enrichi l'application de l'activité par sa façon de mener l'activité de ses élèves à travers un jeu de questions.

Processus de réflexion sur l'action

Isabel indique qu'elle a ramassé les feuilles de travail des élèves pour les analyser. Cette pratique n'est pas habituelle pour elle, mais elle était curieuse de connaître les réponses des élèves. Elle a pu remarquer dans cette expérience que les élèves ont eu tendance à résoudre les exercices en quadrillant les intérieurs des triangles, stratégie de résolution courante pour des élèves du primaire. De même, elle remarqua qu'une majorité d'élèves a tendance à écrire la formule, puis à la relier avec le problème posé. Pour notre part, nous pensons que la façon dont les programmes insistent sur les formules peut aussi jouer en faveur d'une telle tendance.

Dans la phase d'échanges, Nancy fit les commentaires suivants :

- Mes élèves ont répondu seuls sur la feuille de travail que je leur ai distribuée, car je les ai en cours depuis la première année de secondaire et ils sont habitués à l'usage du langage mathématique.
- Je trouve très important qu'ils arrivent eux-mêmes à construire le concept visé.

- Il me semble indispensable que le professeur maîtrise bien le concept, parce qu'il faut pouvoir donner des explications en réponse aux préoccupations des élèves et adapter les activités au groupe.

A la suite des réactions rapportées d'Isabel et Nancy, nous reproduisons également les opinions formulées par d'autres participants à la communauté :

- Les différences entre la première et la troisième année sont nombreuses. En première année, les élèves continuent à fonctionner sur les bases du primaire. Ils se jettent toujours sur les résultats, ils veulent toujours trouver des nombres et utiliser des formules.
- Cela m'a beaucoup plu de voir comment la maîtresse les interrogeait et qu'eux-mêmes allaient jusqu'où ils étaient capables de résoudre les exercices en exploitant l'information donnée.
- Ce n'est pas la fiche de travail qui fait la méthodologie de la classe, mais la manière dont l'enseignant conduit sa classe.
- On aurait pu s'appuyer sur les nouvelles technologies pour observer certaines choses qui sont difficiles sur le papier. Par exemple, le fait qu'on parle de la base et la hauteur comme d'une seule chose.

Quelques commentaires

La réflexion proposée et les échanges, notamment sur le forum, montrent une certaine prise de conscience, par exemple du recours des élèves à des stratégies de résolution (comme le quadrillage de triangles) autres que celles prévues. L'idée, au départ assez répandue, d'élaborer pour l'enseignement de nouveaux matériels, a évolué vers celle de l'utilisation ou l'adaptation de l'existant en fonction des caractéristiques des élèves et des objectifs d'apprentissage. Un accroissement de la prise de conscience des enseignants sur leurs propres conceptions a également été observé. Mais des progrès d'enseignement restent encore à faire, sur lesquels nous reviendrons en conclusion.

2. Réflexions sur les nombres négatifs

Les besoins exprimés par les professeurs de la communauté de l'État de Mexico et les résultats auxquels donnèrent lieu le test national nommé « Enlace » ont amené des demandes pressantes d'élaboration de ressources. Nous présentons ici les processus de réflexion des maîtres issus des forums de discussion sur les nombres négatifs.

Ces forums ont été engagés suite à un premier processus de réflexion résultant :

- d'échanges consécutifs à la vision de l'enregistrement vidéo d'une classe qui avait été préalablement planifiée par le groupe sur le thème des nombres négatifs à partir des documents de la « telesecundaria »,
- de conférences imparties par des chercheurs du Département de Mathématique Éducative, sur l'apparition des négatifs dans les mathématiques et dans leur enseignement.

L'analyse proposée pour un premier forum de discussion suggérait de distinguer les trois dimensions des connaissances sur les nombres suggérées par Bruno (2001) : 1º- la dimension abstraite, 2º- la dimension de la droite graduée, 3º- le contexte. Deux autres forums furent ensuite organisés autour de questions touchant à l'analyse et à la rédaction de situations problèmes en accord avec la classification exposée par Bruno et Martinón (1997). En effet Bruno (2001), citant Rudnitsky et al. (1995), relève que la rédaction d'un énoncé favorise la résolution du problème. Une discussion du forum présentait quelques données, la tâche étant alors de rédiger un énoncé de problème incluant ces données ; des outils, notamment des Applets, étaient mis à disposition pour l'élaboration de matériel et la rédaction d'énoncés.

L’énoncé initialement présenté au forum était celui de l’ascenseur, un type de questions que Regina Flemming Damm avait représenté et analysé dans sa thèse (Damm, 1992). *Analyser et résoudre le problème : Un immeuble a 15 niveaux, dont 5 sont en sous-sol. Un ascenseur va du huitième étage de l’immeuble jusqu’au troisième sous-sol. Quel est le déplacement de l’ascenseur ? Envisager plusieurs méthodes de résolution.*

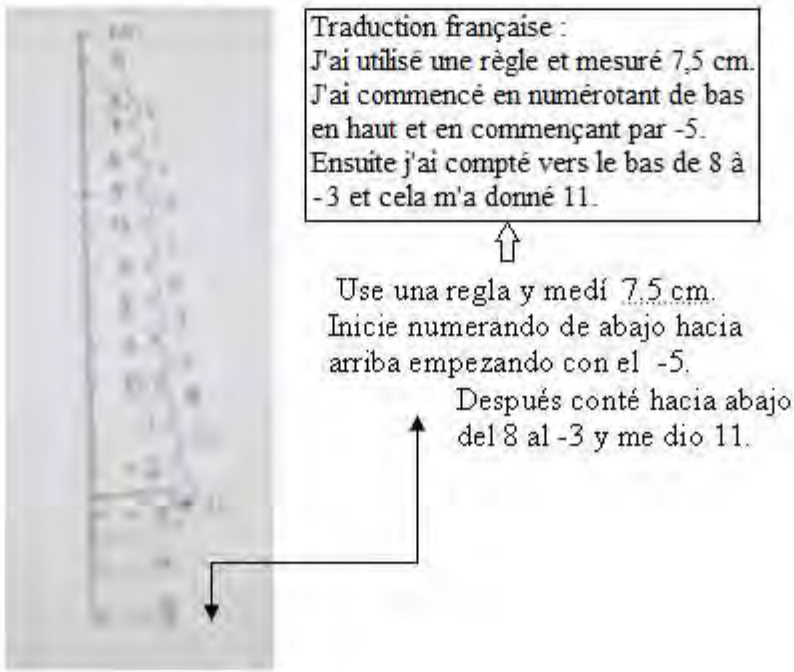


***Figure 4** – Réponse de Maria à la première session de forum*

La figure 4 montre une réponse typique, celle de l’enseignante Maria. Elle a tracé un segment vertical, dont elle a fixé la longueur à 7,5 cm. A propos de la représentation par une droite graduée, Bruno (2001) dit qu’elle est plus tributaire du contexte concret que de la structure ou de la position de l’inconnue, ce qui explique qu’une majorité des enseignants y a eu recours pour la compréhension des situations additives. La procédure algébrique a également été employée ainsi que nous l’attendions : 8 - (-3) = 11 provient de 8 + 3 = 11 par inversion de l’addition et recours au symétrique de -3. Notons qu’il serait préférable dans ce cas d’écrire : (-3) – 8 = -11, mais que deux obstacles compliquent cette dernière écriture : la non congruence avec l’écoulement du temps indiqué par l’énoncé, où 8 vient en premier, et la présence d’un nombre négatif isolé.

Nous avons également proposé de réfléchir au travail avec un tableur tel Excel et avons fourni, en point de départ, la description très détaillée qui suit, en pensant à ceux des enseignants qui n’avaient que très peu de pratique du tableur.

III. Réalisons le processus suivant avec Excel.
Ouvre un nouveau document.
Dans la cellule A1, écris 10, nombre qui représente les 10 étages de l’immeuble.
Dans la cellule A2, qui représente l’étage inférieur, introduis « = A1 – 1 ».
Place le curseur en A2, sélectionne le petit carré noir et glisse le jusqu’en A16.
Colorie en gris le nombre de niveaux que l’ascenseur a descendu.
Sélectionne les cellules grisées et copie leur format en colonne B.
Jusqu’à quelle ligne est grisée la colonne B ?
Décris tes observations.

***Figure5** – Énoncé III de l’activité du premier forum*

La réponse attendue est illustrée en figure 6a. Mais nous avons également obtenu la représentation de la figure 6b, où tout le contenu des cellules a été copié en B3 et où apparaît le classique problème du point de départ qu'il ne faudrait pas compter, ce qui n'empêche pas par ailleurs une réponse numérique correcte.

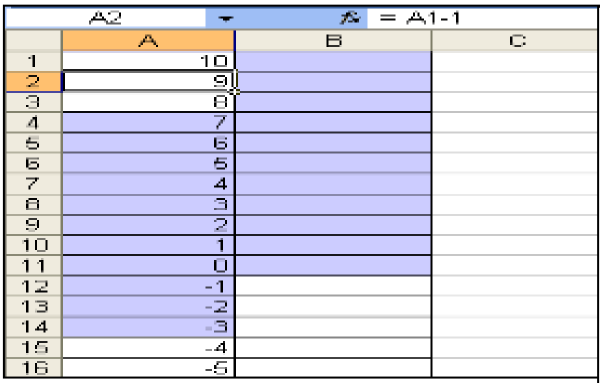


***Figure 6a** – Réponse attendue*

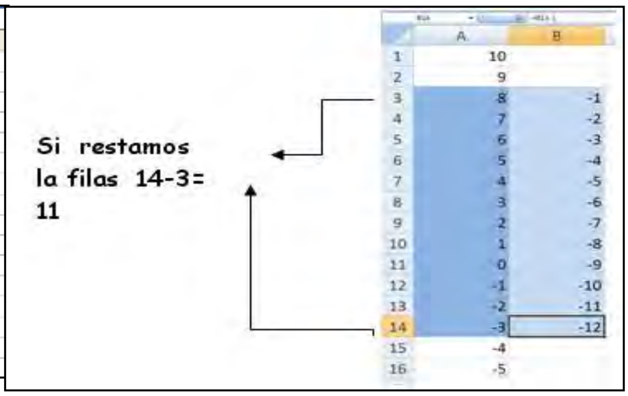


***Figure 6b** – Réponse d'un professeur*

« Si nous retranchons les lignes 14 – 3 = 11 »

La réflexion sur ce problème a aussi été proposée à l'aide d'un Applet Cabri (figure 7). Dans la discussion autour de la description de ce qui apparaît, Marisela a répondu : « J'observe que l'on attribue des valeurs négatives aux niveaux du sous-sol. Quand le niveau d'arrivée glisse, le calcul s'effectue ainsi e + v = état initial + variation = état final. ». Cette réponse manifeste une identification du type de problème, qui est due à la présentation au groupe de la classification citée plus haut de Bruno et Martinon (1997).

Pour ce qui est de la question b de l'énoncé accompagnant l'Applet de l'ascenseur, les réponses montrent, en confirmation de notre hypothèse, que la ressource la plus utilisée pour les problèmes amenant l'usage de nombres négatifs est la droite graduée. Les professeurs disent que c'est à la fois ce qui est le plus utilisé par les élèves et ce qu'ils emploient eux-mêmes pour résoudre ce type de problèmes :

- *Je n'ai vu que le traitement numérique et l'emploi de la droite.*
- *L'usage de la droite graduée est la manière la plus utilisée par les élèves pour comprendre les positions entre les positifs et les négatifs.*
- *La droite graduée et ensuite l'opération 8 – (-3), parce que c'était un ascenseur et je l'ai simulé en haut et en bas en utilisant le zéro comme référence.*

De plus, l'enseignante qui donna cette ultime réponse expliqua que la droite graduée a un avantage visuel.

Explore l'Applet Cabri intitulé "L'ascenseur".

a. Décris ce que tu vois.

b. Réponds aux questions suivantes :

- Selon toi, quelle est la manière la plus utilisée par les élèves pour répondre ? Pourquoi ?
- Laquelle as-tu toi-même utilisée pour comprendre et résoudre le problème ?
- Considères-tu une manière comme la meilleure ? Si tu réponds oui, indique laquelle et pourquoi ?

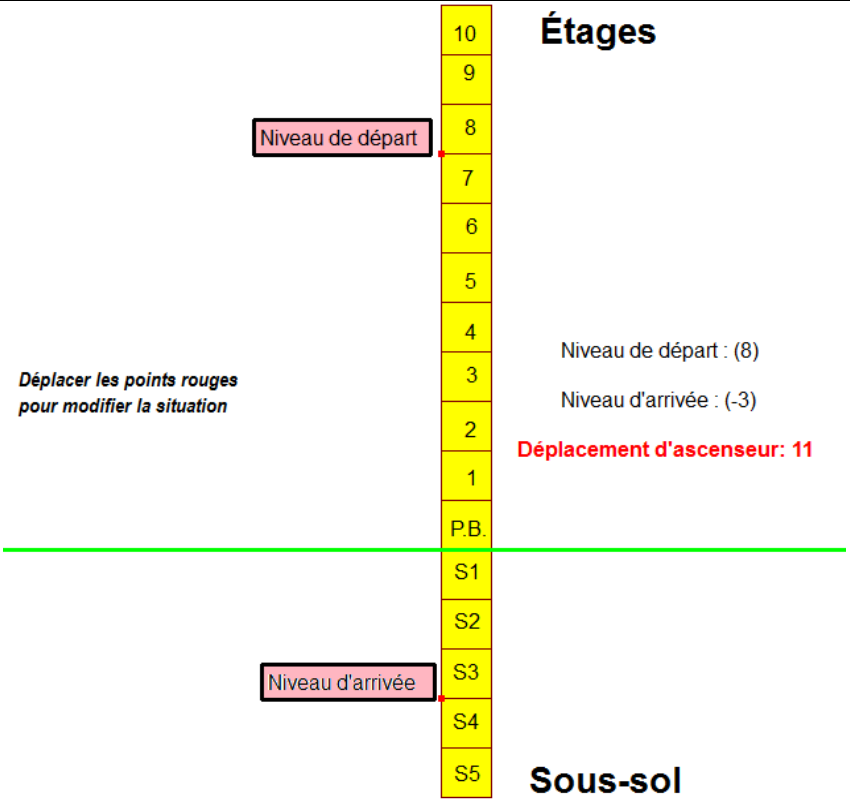


Figure 7 *– Applet de l'ascenseur*

Dans la discussion du forum 2, l'analyse des problèmes fut intéressante, car les professeurs résolurent les problèmes tout en pensant aux réponses possibles des élèves et à la forme de travail. Ils ne reprirent cependant pas les problèmes suggérés, mais en posèrent de chaque type. Ci-après, nous présentons un exemple : un problème élaboré par une enseignante, son énoncé étant suivi de ses observations.

Voici un énoncé du type (e + v = e). Dans le football américain, une faute se traduit par un recul de 5 yards. L'équipe de Dallas se trouvait au niveau des 55 yards quand elle lança le ballon en avant de 20 yards, mais les arbitres lui comptèrent deux fautes pour avoir retenu des adversaires par le maillot. Où doit alors être placé le ballon ?

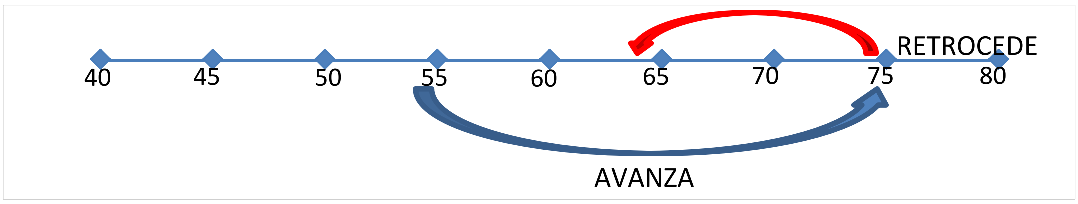


Figure 8 *– Illustration par l'enseignante du problème qu'elle a proposé*

Le ballon devra être aux 65 yards, puisque 55 + 20 = 75 et 75 + (-10) = 65. Certains élèves ou même la majorité ont l'habitude de faire pour un tel problème une représentation sur une droite (voir la figure 8). Il arrive qu'ils n'identifient pas bien de combien il y a avancée ou reculée, et cependant ils obtiennent le résultat. Il convient donc de profiter de ces situations pour mettre en avant l'usage de négatifs, ici pour écrire quand il y a recul, à côté des positifs qui représentent une avancée, pour ainsi pouvoir énoncer le problème sous forme arithmétique ou abstraite.

Cet exemple illustre que quand un problème est rédigé par un professeur pour être destiné à sa classe, celui-ci prévoit les comportements des élèves et pense à une manière d'orienter la classe. Il y a une différence avec l'exercice tiré du manuel, qu'il aura pu ne pas résoudre et dont l'étude en classe lui provoquera les mêmes difficultés qu'aux élèves.

IV. QUELQUES PISTES DE RÉFLEXION EN GUISE DE CONCLUSION

Nous avons pu nous rendre compte de résultats encourageants issus des réflexions guidées, tant celles menées lors des séances que celles poursuivies lors des échanges par Internet. Le tableau suivant récapitule les orientations et les points d'appui de telles réflexions.

TABLEAU D'AIDE À LA RÉFLEXION

Réflexion du prof.	Produits	Références théoriques	Rôles possibles du chercheur
pour l'action	Choix d'activités Adaptation d'activités Gestion et planification Ressources d'apprentissage	Mathématiques Epistémologie (*genetisch*) Socio-épistémologie (Cantoral) Théorie des situations (Brousseau) Analyse cognitive (Duval) *Exemplarisch* (Wagenschein) ACODESA (Hitt)	Transmission de savoirs math. et did. Perturbations Propositions d'enseignement Prototypes d'instruments
dans l'action	Conduite de classe Médiation Décision/incidents Enregistrements son et vidéo	Maïeutique socratique Développement proximal (Vygotski) ETG (Houdement et Kuzniak)	Observateur neutre de classe ou d'élèves
sur l'action	Compte-rendu et rapports Evaluation	Analyse cognitive (Duval) Communication (Habermas) Approche anthropologique (Chevallard) Analyse de données	Analyses et interprétations Diffusion

Toutefois, il nous apparaît que du chemin reste encore à parcourir pour passer d'observations de surface à des analyses plus approfondies. Par exemple si, pour des raisonnements sur des triangles, le rôle du registre des figures codées a été perçu, le rôle lui-même des triangles pour la mesure des aires, ainsi que le concept d'aire comme grandeur, restaient encore à approfondir tant du point de vue mathématique que didactique. La communauté de pratique elle-même peut-elle générer une dynamique en ce sens ?

Dans le cas des nombres relatifs, notre présentation s'en est tenue aux opérations additives, qui a constitué le premier sujet de réflexion du groupe. Bruno (2001), à la suite de Vergnaud (1982) distinguant état et transformation, utilise la représentation non conforme à l'emploi des lettres en algèbre : e + v = e (état initial + variation = état final). Nous avons vu cette écriture reprise par les professeurs. Mais pour des élèves, l'écriture e + v = e' lui serait préférable.

Une question plus délicate se pose pour la présentation du produit de nombres relatifs (la règle des signes). Les documents officiels de la « telesecundaria » présentent plusieurs défauts pour l'enseignement de ce sujet. On sait que c'est la distributivité du produit sur la somme : a (b + c) = ab + ac qui justifie la règle des signes pour le produit de nombres. Or, dans le manuel, cette distributivité est présentée à l'aide de blocs rectangulaires qui soulèvent un problème de grandeurs, les facteurs apparaissant comme des longueurs et les produits comme des aires. Ainsi le produit ne serait pas une opération interne, sans parler de la difficulté de considérer des signes dans cette optique. Si l'on veut exploiter la droite graduée dans la continuité de ce qui a été fait pour les traitements additifs, il convient de passer au plan cartésien et à la représentation de y = ax. En effet, le produit ab est dans ce contexte la valeur que prend y lorsque x = b. L'homogénéité en termes de grandeurs est assurée si a est interprété non pas comme un rapport, mais comme l'ordonnée à l'unité (la valeur que prend y lorsque x = 1). Le fait que y = ax représente une droite du plan cartésien est à relier au résultat de Thalès. Tous ces éléments (Thalès, représentation d'une droite dans le plan cartésien, distributivité) se trouvent dans le même manuel qui présente le produit des nombres relatifs, mais ils sont dispersés, sans qu'aucune relation entre eux ne soit établie. Nous avons déjà commencé à travailler la question avec la communauté de pratique de l'Etat de Mexico, mais il reste à voir comment cela se traduira dans ses futures réflexions.

REFERENCES

Artigue M. (1989) Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 9.3*, 281-308.

Bruno A. (2001) Algunas investigaciones sobre la enseñanza de los números negativos. In Contreras LC, Carrillo J., Climnet N., Sierra M. (Eds.) (pp. 119-130) *Actas del IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Universidad de Huelva, Huelva.

Bruno A., Martinón A. (1997a) Clasificación funcional y semántica de problemas aditivos. *Educación Matemática*, *9*(1), 33-46.

Damm R. (1992). *Apprentissage des problèmes additifs et compréhension de texte*. Thèse de l'Université Louis Pasteur. Strasbourg : IREM.

Dewey J. (1989) *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona: Paidós.

Hitt F. (2007) Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'autoréflexion. In Baron M., Guin D., Trouche L. (Eds.) *Environnements informatisés pour l'éducation et la formation scientifique et technique : modèles, dispositifs et pratiques*. Paris : Hermes.

Liu M. (1997) *Fondements et pratiques de la recherche action*. Paris: L'Harmattan.

Parada S. (2010) Conformación de comunidades de práctica de profesores de matemáticas para la reflexión sobre su práctica profesional. *Documento predoctoral no publicado*. Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del IPN, México.

Ponte J., Serrazina L. (2004) Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13 (2), 51-74.

Schön D (1992). *La formación de profesionales reflexivos*. Buenos Aires: Paidós.

Treffers A. (1987) *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics education: The Wiskobas project*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Vergnaud G. (1982) A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter T., Moser J., Romberg T. (Eds.) *Addition and subtraction: A cognitive perspective.* LEA. New Jersey.

Wenger E. (2001) *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.