DISPOSITIF DE FORMATION MATHEMATIQUE POUR LES FUTURS MAITRES

Adolphe ADIHOU* – Cathy ARSENAULT** – Patricia MARCHAND*

Résumé – Nous présentons le travail réalisé depuis une dizaine d'années au regard de la formation initiale des enseignants du primaire. Nous rappellerons les caractéristiques du dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques à l'UQAR[1] et reviendrons sur l'examen de compétences en posant un regard sur les conduites des futurs maîtres caractérisées par l'utilisation de certaines techniques. Nous nous questionnerons sur l'impact de ces conduites dans leur future pratique et décrirons un volet du dispositif de formation élaboré autour de celles-ci. Enfin, nous mènerons une réflexion sur l'impact et les pistes éventuelles de développement d'un tel dispositif de formation.

Mots-clefs : formation, dispositif, enseignement, mathématiques

Abstract – This article report upon ten years of research on a mathematic training device develop for pre-service teachers at UQAR[1]. We first explain the training device main characteristics and outcome for the future primary-level teachers. Next, we focus on the mathematics competency exam with a first-hand glance at a particular mathematical practice by future teachers. We then question ourselves on the impacts of this use of mathematics in their future exercise and describe a component of the training device put into force regarding this mathematical practice. Finally, we reflect on the impacts and the following research development for this training device.

Keywords: training device, teaching, mathematics

I. INTRODUCTION

La thématique de la formation mathématique des futurs maîtres est au cœur de plusieurs événements scientifiques depuis une dizaine d'années, entre autres, les colloques de l'Acfas[2] 1997, 2009 et de l'EMF[3] 2006, 2009. Des réflexions, questionnements, discussions ont amené les chercheurs en didactique des mathématiques à s'interroger sur la spécificité de la formation mathématique des futurs enseignants.

En tant que chercheurs en didactique des mathématiques, nous avons pris une position au regard de la formation initiale en participant à l'élaboration d'un imposant dispositif de formation à l'UQAR (Adihou et Arsenault 2012 ; Arsenault 2010 ; Marchand 2010 ; Adihou, Arsenault et Marchand 2006) composé de trois volets qui s'articulent les uns aux autres, soit le diagnostic des connaissances et compétences mathématiques, la formation mathématique et la formation didactique. Ainsi à travers le premier volet, il est mis en évidence des éléments qui nourrissent des problématiques abordées dans le volet de la formation didactique, telles que les erreurs, les procédures ou les raccourcis mathématiques aussi appelés trucs mathématiques. Ces trucs, moyens ou techniques sont des procédés astucieux, économiques et faciles, destinés à simplifier une opération a priori délicate (Loock 2006). Ils nous servent de porte d'entrée pour illustrer les

* Université de Sherbrooke – Canada – adolphe.adihou@usherbrooke.ca, patricia.marchand@usherbrooke.ca
** Université du Québec à Rimouski, Campus de Lévis – Canada –cathy_arsenault@uqar.ca
[1] UQAR : Université du Québec à Rimouski
[2] ACFAS : Association francophone pour le savoir
[3] EMF : Espace Mathématique Francophone

articulations plausibles entre les trois volets du dispositif de formation. Ils ne doivent donc pas être pris ici comme objet d'étude, mais davantage comme support servant à l'illustration des interactions pouvant générer d'une réflexion plus globale sur la formation des maîtres.

Nous rappellerons d'abord, les caractéristiques du dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques de l'UQAR, accompagnées de quelques résultats significatifs (II). La partie suivante (III) traitera des pratiques mathématiques des étudiants, en lien avec les trucs mathématiques qui ont pu être observées à travers les trois volets du dispositif. L'activité didactique ayant émergé de cette analyse des pratiques mathématiques des étudiants sera présentée par la suite (IV) et enfin, nous questionnerons cette dernière dans un esprit d'analyse et d'évaluation de son efficacité et de son apport au dispositif de formation existant. Ce découpage du texte a pour but de mettre en évidence les apports de l'articulation des trois volets dans la formation par le travail réalisé sur les trucs mathématiques.

II. CARACTERISTIQUES DU DISPOSITIF DE FORMATION A L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES A L'UQAR[4]

Dans le cadre du programme de baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement au primaire (BEPEP), l'UQAR propose une formation à l'enseignement des mathématiques organisée autour de trois volets mentionnés précédemment. Ceux-ci constituent le dispositif de formation et visent à former des maîtres compétents en enseignement des mathématiques.

1. L'examen de culture et de compétences en mathématiques[5]

Pour former des enseignants compétents, il est important d'évaluer les connaissances et les compétences mathématiques des futurs maîtres à leur première année universitaire. L'examen diagnostique auquel sont soumis ces derniers couvre les contenus des programmes de formation en mathématiques du primaire et du premier cycle du secondaire. Ceux qui ne réussissent pas l'examen doivent le reprendre et le réussir avant la fin de leur troisième année universitaire pour obtenir l'autorisation de s'inscrire à leur dernier stage de formation pratique, sinon ils sont suspendus du programme jusqu'à la réussite de l'examen.

Chacune des versions de l'examen comporte 40 questions, réparties en deux parties : la première, composée de 20 questions porte sur l'arithmétique et l'algèbre; la seconde, aussi de 20 questions porte sur la géométrie, la mesure, la statistique et la probabilité. Trois compétences mathématiques sont évaluées au regard de ce contenu. Ainsi, parmi les 40 questions, 20 concernent la maîtrise de la culture mathématique, 10 portent sur le raisonnement à l'aide de concepts et de processus mathématiques et les 10 autres sur la résolution de problèmes (Adihou et Arsenault 2012). La correction de l'examen renvoie un bilan diagnostique orientant l'étudiant dans sa démarche de développement de ces compétences. Par exemple, dans chacune des versions, la question 15 porte sur « *les opérations mathématiques sur les nombres rationnels* » et un message diagnostique lui est associé.

[4] Pour de plus amples informations sur le dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques de l'UQAR, nous vous référons aux textes présentés dans le cadre des colloques EMF 2006 (Adihou, Arsenault et Marchand 2006) et Formation mathématique des enseignants de mathématiques, en avril 2010 (Adihou et Arsenault 2012).

[5] Par compétence, nous référons à la définition du ministère de l'Éducation soit : *«Une compétence est la mobilisation de ressources pour faire face aux problèmes de la pratique professionnelle. » (Martinet et al. 2001, 218).*

2. La formation mathématique

La formation mathématique proposée aux futurs maîtres se présente sous différentes formules afin de répondre à leurs besoins. Que ce soit les cours thématiques (3 cours de 15 heures chacun) ou généraux (1 cours de 45 heures), non-obligatoires et hors programme, les étudiants y réapprivoisent les savoirs mathématiques de l'école primaire et secondaire dans le contexte d'une approche socioconstructiviste, afin de leur redonner du sens et de susciter leur intérêt à l'égard de la culture mathématique (Adihou et al. 2006, p.5). Des ateliers préparatoires à l'examen, en petits ou grands groupes, sont aussi offerts quelques semaines avant chaque passation. Enfin, avec le bilan diagnostique et la possibilité de consulter son examen lors d'une entrevue d'une heure pour mieux identifier ses erreurs et difficultés, un étudiant peut choisir de travailler de façon autodidacte avec le support d'une personne qu'il aura choisie ou encore avec le conseiller du CAR[6].

La démarche de développement de connaissances et de compétences en mathématiques proposée à l'étudiant vise à susciter une prise de conscience de ses difficultés et la nécessité d'amorcer une démarche personnelle pour améliorer sa compréhension des mathématiques. Cette responsabilisation justifie une liberté de choix qui se manifeste dans la variabilité des activités et du nombre d'heures consacrées à la formation mathématique. Les retombées de ce dispositif sont nombreuses, entre autres, une modification du rapport aux savoirs mathématiques (attitude plus positive quant aux mathématiques et leur enseignement), une plus grande maîtrise des connaissances et compétences en mathématiques, et par conséquent, une meilleure disposition aux aspects didactiques abordés dans la formation (Adihou et Arsenault 2012).

3. La formation didactique

La formation didactique à l'UQAR se compose de quatre cours obligatoires de 45 heures chacun. Axés sur le développement des compétences professionnelles à l'enseignement, les trois premiers cours reposent sur des analyses épistémologiques, mathématiques et didactiques des concepts mathématiques visés par une situation d'enseignement-apprentissage, et ce, pour les trois cycles du primaire[7]. Le quatrième repose sur une approche par projets et intègre des savoirs mathématiques, scientifiques et technologiques.

La description des trois volets de ce dispositif de formation met en lumière l'importance de l'articulation des formations mathématique et didactique. En effet, le travail mathématique que les futurs maîtres réalisent soulève une réflexion sur l'apprentissage des concepts et des processus, tandis que le travail didactique favorise, entre autres, la poursuite de cette réflexion vers l'enseignement de ceux-ci. (Adihou et Arsenault 2012).

Selon Marchand (2010, p.25), ce dispositif global semble être le plus bénéfique pour remédier aux difficultés que présentent les futurs maîtres puisqu'il leur permet d'échelonner leur démarche de développement des compétences en mathématiques sur au moins trois ans, et ce, en parallèle à leur formation didactique. Ainsi, les impacts de ce dispositif sont visibles. Nous avons quelques résultats qui témoignent de la progression des étudiants.

---

[6] CAR : Le Centre d'aide à la réussite est un lieu à l'université où l'on retrouve des ressources diverses pour favoriser la réussite des études universitaires. Il y a une personne ressource en mathématiques et en français.

[7] Au Québec, l'enseignement primaire est organisé sur six années, subdivisées en trois cycles de deux ans. Les élèves sont âgés de 6 à 12 ans.

4. Quelques résultats

Ce dispositif de formation fonctionne depuis l'automne 2004. Le suivi de chacune des cohortes d'étudiants de 2004 à 2010 met en lumière une lente progression des compétences. En effet, il faut plusieurs passations de l'examen pour que les étudiants atteignent le taux de réussite. Le tableau 1 montre cette progression, mais révèle d'autres informations qu'il faut souligner.

Cohortes→ Passations↓	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Passation 1	3,1%	24,4%	36,4%	35,2%	32,3%	24,0%	26,6%
Passation 2	52,5%	54,0%	51,8%	57,6%	44,1%	43,2%	--
Passation 3	69,6%	67,6%	65,1%	68,5%	58,1%	47,2%	--
Passation 4	79,4%	76,1%	73,5%	74,6%	62,5%	--	--
Passation 5	86,1%	82,4%	79,1%	77,6%	64,7%	--	--
Passation 6	89,8%	84,1%	79,1%	79,4%	--	--	--
Passation 7	90,4%	84,1%	79,8%	80,0%	--	--	--
Passation 8	**91,0%**	**84,1%**	**79,8%**	**80,0%**	--	--	--

Tableau 1 *– Progression du taux de réussite à l'examen de culture et de compétences en mathématiques pour les cohortes 2004-2010*

Pour les cohortes 2004 à 2007, variant entre 143 et 176 étudiants, six passations de l'examen leur ont été proposées au cours des trois premières années du programme. Ainsi, à la fin de leur troisième année, en moyenne, 83 % des étudiants ont atteint le seuil de réussite. Après une suspension du programme, ce taux n'augmente que très peu (83,7 %).

Pour les cohortes 2008 à 2010, cinq passations de l'examen ont été proposées au cours des trois premières années du programme, une seule passation étant permise à présent en première année comparativement à deux pour les cohortes précédentes. On peut observer une baisse du taux de réussite pour chacune des années et des cohortes. Cette diminution correspond également à la mise en place des nouvelles mesures sur les compétences en français en 2008. En effet, les étudiants doivent réussir l'examen de français (TECFÉE[8]) pour effectuer leur troisième stage de formation pratique se déroulant à la troisième année du programme. Ainsi, plusieurs étudiants favorisent d'abord un travail sur les compétences en français[9]. Pour la cohorte 2008, ces nouvelles mesures ont eu un impact important sur la progression du taux de réussite. Mais globalement, comment expliquer la lente progression vers le seuil de réussite? Quels moyens les étudiants mettent-ils en œuvre pour favoriser cette progression? Y aurait-il des moyens d'aide plus efficaces?

Premièrement, chez les étudiants de première année, 34,8 % en moyenne ont une note inférieure à 50 % à l'examen. D'une cohorte à l'autre, les notes les plus basses varient entre 5,7 % et 22,9 %, tandis que les notes les plus élevées varient entre 88,6 % et 100 %. La moyenne

[8] TECFÉE : Test de certification en français écrit pour l'enseignement.
[9] Notons que plusieurs des étudiants qui échouent l'examen de mathématiques échouent également celui en français.

des groupes fluctue entre 46,2 % et 64,7 %. Ainsi, pour certains, il faut plusieurs reprises de l'examen pour atteindre la note de passage fixée à 75 %. Deuxièmement, les difficultés mathématiques qu'éprouvent les étudiants ne sont pas de simples oublis ou erreurs superficielles, mais elles pourraient provenir de lacunes conceptuelles importantes comme le prétend Marchand (2010, p.15). Dans un tel contexte, ils ont besoin de temps pour revisiter, approfondir et surtout, reconstruire leur compréhension des divers concepts mathématiques tirés du programme de formation du primaire et du premier cycle du secondaire. Troisièmement, environ 30 % des étudiants constituant les cohortes 2004 à 2009 recourent aux mesures d'aide pour améliorer leurs compétences. Les ateliers préparatoires à l'examen et la consultation de leur examen sont les mesures les plus populaires. Ainsi, la majorité des étudiants semble travailler de façon autodidacte. Pourrions-nous intervenir autrement pour favoriser une progression plus rapide? Pour répondre à cette question, nous avons décidé de porter une attention particulière aux pratiques mathématiques des étudiants dans les examens et les activités des cours. Certaines d'entre elles nous ont interpellées davantage : celles liées à l'utilisation de trucs mathématiques. Nous avons analysé ces pratiques pour mieux les comprendre et mettre en place une activité de formation s'intégrant au volet didactique du dispositif que nous présentons dans les pages qui suivent.

III. LES PRATIQUES MATHEMATIQUES DES FUTURS MAÎTRES

Les pratiques mathématiques des futurs maîtres révèlent des rapports particuliers aux savoirs, entre autres, celles qui impliquent l'utilisation de trucs mathématiques (Adihou et Marchand 2010, p. 37). Les pratiques mathématiques des étudiants ne se limitent pas uniquement à l'utilisation de trucs mathématiques, mais nous avons choisi de traiter ceux-ci, puisque leur usage semble répandu chez nos étudiants et qu'ils possèdent un potentiel didactique. Nous illustrerons ces pratiques à l'aide d'exemples tirés des trois volets du dispositif de formation et mènerons, par la suite, une réflexion liée aux retombées éventuelles de celles-ci dans leur pratique enseignante.

Dans le cadre de l'examen de culture et de compétences en mathématiques, nous avons observé dans les conduites des étudiants, des manifestations de l'exploitation de ces trucs mathématiques. Deux exemples permettront de les illustrer[10]. Premièrement, nous demandons aux étudiants d'effectuer une multiplication de nombres décimaux (ex. : 8,06 x 5,09 ou 10,01 x 1,10). Trois conduites liées à cette tâche sont présentées à la figure 1.

[10] D'autres conduites d'étudiants pour l'algorithme de division sont présentées en annexe 1.

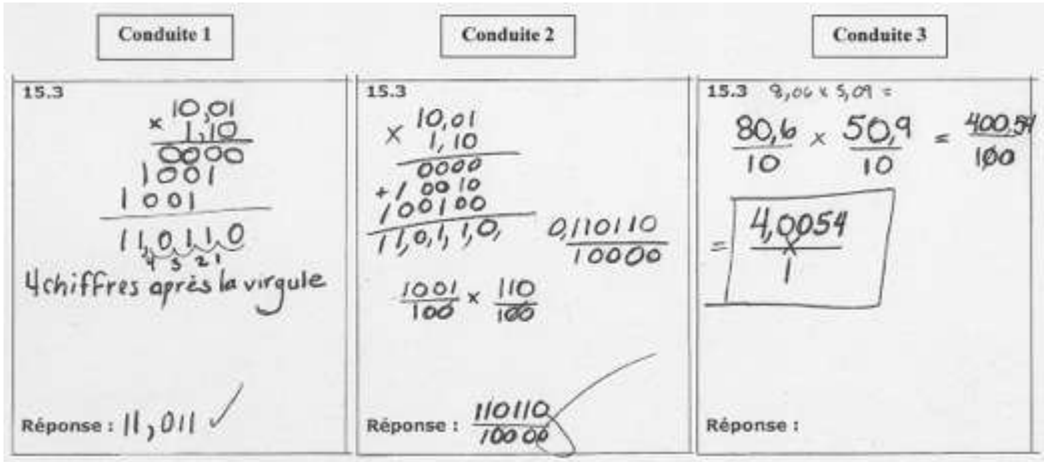


Figure 1 *– Trois conduites d'étudiants liées à la multiplication de nombres décimaux lors de la passation de l'examen de culture et de compétences en mathématiques*

Dans la première conduite, nous observons les traces écrites laissées par un étudiant qui mobilise un truc mathématique pour replacer la virgule dans sa réponse (truc 2, annexe 2). Ce truc semble bien fonctionner pour ce calcul, par contre, les deux autres conduites démontrent qu'il ne semble pas être maîtrisé par tous. À la conduite 2, l'étudiant fait son calcul sans virgule, mais il ne semble pas en mesure d'identifier l'emplacement de celle-ci dans sa réponse. Ses nombreuses tentatives peuvent révéler une absence de contrôle mathématique. Il exprime ensuite son calcul sous forme fractionnaire, mais cette étape ne semble pas l'aider, ne sachant toujours pas où mettre la virgule dans sa réponse. La troisième conduite démontre également un manque de contrôle dans la gestion de la virgule, mais d'autres difficultés conceptuelles surgissent[11].

Ces conduites sont typiques des réponses recueillies à une question de l'examen très peu réussie par les étudiants. Quatre calculs sont présentés : une soustraction et division de fractions ainsi qu'une multiplication et division de décimaux. Sur les 163 étudiants de la cohorte 2004, aucun étudiant n'a réussi plus d'un calcul et seulement 55,8 % ont réussi un des calculs demandés. Ce taux a augmenté légèrement avec les cohortes subséquentes, mais pour la cohorte 2010, seulement 12,6 % des étudiants ont réussi les quatre opérations et encore 20,7 % ne réussissent qu'un des quatre calculs. Le taux de réussite pour cette question demeure faible et nous pouvons émettre l'hypothèse que les étudiants appliquent des trucs mathématiques non maîtrisés.

Des traces de ce type de trucs mathématiques ne se manifestent pas seulement dans les tâches techniques, mais également en résolution de problèmes. Nous reprenons ici un problème mettant en jeu des pourcentages où plusieurs étudiants ont recours à un autre truc mathématique pour le résoudre, soit la règle de trois[12]. Voici ce problème :

---

[11] L'étudiant semble concevoir le nombre décimal comme deux nombres juxtaposés, conception fréquemment observée chez les élèves du primaire, puisqu'il fait la multiplication des parties entières des deux nombres soit *80 x 50 = 400* (ici, il fait une erreur de calcul) et des parties décimales, soit 6 x 9 = 54. Ainsi, le produit des nombres *80,6 et 50,9 égale 400,54*. Enfin, il ne semble pas maîtriser l'écriture fractionnaire.

[12] La règle de trois est aussi appelée le produit croisé. Elle permet de résoudre les problèmes de quatrième proportionnelle. Dans le contexte québécois, cette règle est trop souvent présentée comme une technique à appliquer sans en questionner le sens ou sans proposer d'alternatives (ex. : retour à l'unité) ; ce qui peut faire émerger diverses interprétations de la règle et surtout des difficultés de compréhension.

> Un homme boit 20 % d'une bouteille de vin qui contient 12 % d'alcool. S'il y avait 30 ml d'alcool dans le vin qu'il a bu, combien de ml de vin y a-t-il dans sa bouteille?

La figure 2 présente trois exemples de conduites pour ce problème :

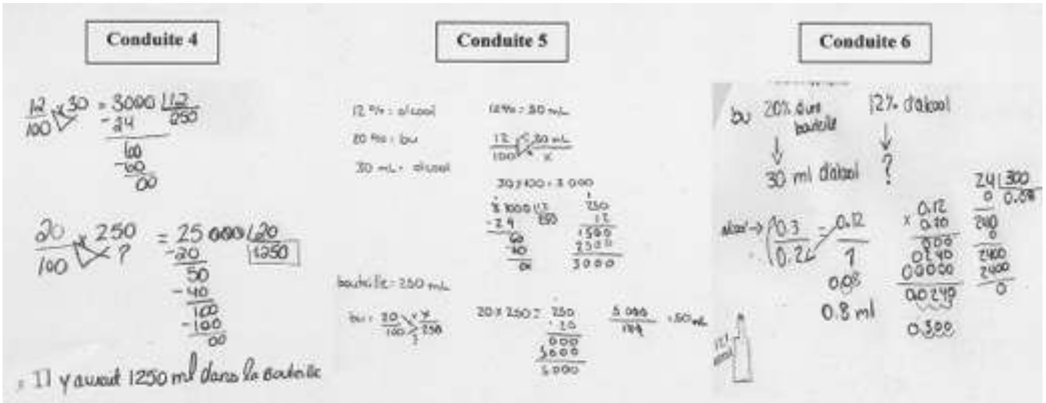


Figure 2 *– Trois conduites d'étudiants liées à la résolution d'un problème de pourcentage lors de la passation de l'examen de culture et de compétences en mathématiques*

Le signe en *forme de petit poisson* (□‹), présent dans la conduite 4 de la figure 2, est une manifestation de ce truc mathématique. Il est bien appliqué dans ce cas, mais nous ne pouvons pas en dire autant dans les autres cas. Dans la conduite 5, nous retrouvons la schématisation du truc sous forme d'un symbole, accompagné des opérations à faire pour chacune des étapes, soit la multiplication suivie de la division. Par contre, la deuxième égalité n'est pas bien établie. L'étudiant n'a pas placé son résultat au bon endroit dans son égalité. En effet, 250 ml représente 20 % et non 100 %. La réponse obtenue est par conséquent erronée, mais il ne semble avoir aucun moyen de contrôle sur ces manipulations opératoires. La réponse obtenue n'est pas remise en cause. Dans la dernière conduite, l'étudiant met en relation les trois données du problème, mais l'égalité formée n'a pas de sens. Il obtient 0,08 ml comme réponse à ses calculs et il répond 0,8 ml. Encore une fois, il semble y avoir une absence de contrôle des actions mathématiques posées pour résoudre ce problème.

Dans le cadre de la formation mathématique et didactique, Marchand (2010, p.14) a repéré chez les mêmes étudiants des difficultés découlant de l'exploitation technique des trucs mathématiques. Nous en présenterons deux exemples. Le premier fait référence à l'algorithme de division. Nous avons demandé à un groupe d'étudiants de réaliser par écrit le calcul suivant : 6315 ÷ 3. Plusieurs ont répondu 215. Dans ce calcul, les étudiants traitent chacun des chiffres qui composent le dividende comme des éléments isolés (perte de la valeur de position) :

> Combien de fois 3 entre dans 6 ? 2 ; combien de fois 3 entre dans 3 ? 1 fois ; combien de fois 3 entre dans 1 ? Je ne peux pas le faire donc je n'écris rien à la réponse et j'abaisse le prochain chiffre ; combien de fois 3 entre dans 15 ? 5 fois ; donc ma réponse est 215.

Il s'agit d'un truc qui fonctionne pourvu que les chiffres du dividende soient plus grands que le diviseur. Ainsi, nous pouvons indiquer au moins un groupement à chacune des positions du quotient[13]. Une fois de plus, nous observons que le truc mathématique fait partie des pratiques

[13] La consigne était de faire ce calcul par écrit, mais la réponse aurait probablement été tout autre si la consigne avait été de faire le calcul mentalement. Le truc qu'ils ont appris s'applique principalement pour le calcul écrit.

mathématiques de ces futurs enseignants, mais que la compréhension mathématique sous-jacente est absente[14].

Le deuxième exemple, tiré d'une expérience de classe universitaire en formation mathématique fait référence à l'addition de fractions : un calcul est fait au tableau par le professeur, mais ses actions sont dictées par les étudiants. La classe lui indique de mettre au même dénominateur les deux fractions pour ensuite les additionner. Lorsque le professeur écrit la réponse, un étudiant lui fait remarquer qu'il a oublié d'additionner les dénominateurs ensemble et il insiste à deux reprises pour que le professeur applique cette addition. Ainsi, nous observons que cet étudiant connaît bien le truc mathématique pour effectuer une addition de fraction, soit de trouver un dénominateur commun, mais il semble le confondre avec le truc mathématique sur la multiplication des fractions, en demandant d'opérer sur les dénominateurs. Le fait qu'il insiste indique une certaine assurance dans l'application de ce truc et une absence de réflexion mathématique sur l'opération réalisée au tableau. Ce dernier exemple révèle ainsi les interférences entre différents trucs mathématiques utilisés par cet étudiant et le peu de sens accordé à leur exploitation.

Ces divers exemples nous mènent à un questionnement plus global sur la formation mathématique de ces futurs enseignants: comment réinvestiront-ils ces trucs mathématiques dans leur pratique d'enseignement ? Valoriseront-ils le truc mathématique dans leur enseignement au détriment du raisonnement mathématique sous-jacent ? Certains ont montré une incompréhension dans l'exploitation technique de ces trucs, est-ce le cas pour la majorité des étudiants ou est-ce des cas isolés ?

IV. ACTIVITE DIDACTIQUE ÉLABOREE AUTOUR DES TRUCS MATHÉMATIQUES

1. Origine

Notre réflexion autour de cette pratique de l'exploitation technique des trucs mathématiques, plus ou moins contrôlée par les étudiants, nous a conduits à identifier certains trucs auxquels ils référaient lors des activités du cours de didactique. Ces trucs sont devenus, pour l'équipe de formateurs, une source de stimulation pour remettre à l'avant-plan les raisonnements sous-jacents à ces derniers. Une pré-expérimentation de l'exploitation de ces trucs en formation initiale a été réalisée lors d'un atelier au colloque en enseignement au Québec[15]. Nous avons sélectionné une vingtaine de trucs mathématiques et avons demandé aux étudiants, venant de diverses universités québécoises, de donner du sens à ceux-ci. Par le biais de cette activité, nous avons validé la reconnaissance de ces trucs dans les pratiques mathématiques des étudiants présents, leur difficulté à les expliquer en ayant recourt aux concepts mathématiques et, par conséquent, nous avons mis en évidence la non-spécificité de ces difficultés aux étudiants de notre université ; il s'agit d'une problématique plus globale de la formation mathématique des futurs maîtres du primaire.

[14] Les exemples décrits en annexe 1 illustrent également ce manque de contrôle mathématique en lien avec la division lors de la passation de l'examen de culture et de compétences en mathématiques.

[15] Le colloque en enseignement au Québec est une activité organisée par les étudiants inscrits au baccalauréat en éducation dans les universités du Québec.

2. Contexte d'expérimentation

Nous avons proposé, aux étudiants de troisième année du BEBEP, une activité didactique en lien avec ces trucs mathématiques. Ils devaient fournir des explications mathématiques à ceux-ci. Nous avons choisi ce groupe d'étudiants parce qu'ils étaient à leur troisième cours de didactique des mathématiques. Ainsi, ils avaient fait des analyses d'activités mathématiques et travaillé les concepts et les processus mathématiques des trois cycles du primaire dans leurs cours de didactique. Afin de faire travailler les étudiants sur divers trucs mathématiques, chaque sous-groupe a travaillé sur quatre trucs différents (voir l'annexe 2 pour des exemples de trucs exploités ici).

Nous avons ainsi réalisé cette activité auprès de six groupes d'étudiants sur une période de deux ans. Les consignes données étaient les suivantes :

> Voici quelques trucs mathématiques véhiculés en classe.
> 1) Faites ressortir les contenus mathématiques qui sous-tendent ces trucs mathématiques.
> 2) Identifiez les contenus mathématiques en vous référant à des propriétés mathématiques connues.
> 3) Quels sens donnez-vous à ces trucs ?
> 4) Quelles sont leur (s) utilité (s) ?
> 5) Sont-ils bénéfiques pour votre enseignement et pour l'apprentissage des élèves ? Justifiez vos réponses.

Ce travail a mené à la création de situations pour les élèves du primaire dans le cadre du cours de didactique, mais dans cet article nous nous centrons sur le volet mathématique de cette tâche.

3. Description et analyse des explications des étudiants en formation des maîtres

Dans cette partie, nous ne prendrons qu'un seul des groupes pour illustrer le type d'explications produites par les étudiants. Par conséquent, des exemples d'explications seront exposés pour les trucs mathématiques 1, 6, 11 et 16 dans le tableau 2[16].

[16] Les explications présentées dans ce tableau sont celles formulées par les étudiants à l'écrit. Les propos sont rapportés tels quels. Il en est de même pour les figures présentées dans les pages suivantes.

TRUC MATHÉMATIQUE 1	
Explication A	Dans la multiplication des nombres naturels, lorsque nous sommes rendus à multiplier au niveau des dizaines du multiplicateur, on indiquera d'un zéro ou d'un tiret le changement de classe d'unités (diz. = 1 zéro, cent.= 2 zéros, mil. = 3 zéros, etc.)
Explication B	Dans une multiplication de nombres naturels, nous indiquons un zéro ou un tiret lorsque nous changeons de lignes, car dans la première ligne nous commençons par multiplier les unités du multiplicateur. Il est donc normal d'écrit le produit sous les unités. Lorsque nous changeons de ligne, on se trouve à multiplier les dizaines de ce même nombre. On doit donc indiquer le premier produit de cette opération sous la colonne des dizaines. Le zéro agit ici comme élément neutre dans la somme des deux produits. C'est en fait un moyen de ne pas confondre les dizaines et les unités dans le produit. Exemple, (378 x45) : on commence par multiplier 5 du multiplicateur avec chaque chiffre du multipliant, puis on change de ligne pour refaire les mêmes opérations, mais cette fois si avec le 4 qui représente 40 unités.
Explication C	Dans une multiplication de nombres naturels, lorsque l'on passe d'un unité à un autre, par exemple de l'unité à la dizaine, on indique un zéro à la position de l'unité et on commence à calculer à la position des dizaines. Il faut décaler, car si on multiplie des dizaines avec des unités, ça donne des dizaines et non des unités. Ex. 1 2 3 → unités x 12 dizaine ↑ dizaine x unité = dizaine 10 1 = 10
TRUC MATHÉMATIQUE 6	
Explication D	Un moins fois un moins donne un plus, car le fait de multiplier par un négatif à comme effet de faire passer un nombre à son opposé. Donc si le premier nombre est négatif, son opposé est donc un positif. Il est donc normal que le résultat de la multiplication soit positif.
Explication E	Afin de fournir une explication claire du fait que la multiplication d'un nombre négatif avec un autre nombre négatif donne comme résultat un positif, on peut utiliser le modèle du postier. On leur explique que le postier viendra chercher x fois le courrier, ce qui correspond à –x. De plus, s'il vient chercher y compte (-y) à chaque fois, on verra la formule (-x)*(-y) apparaître. On peut alors expliquer le résultat positif en leur disant qu'étant donné que le facteur est venu chercher des comptes nous aurons plus d'argent et alors, le résultat sera positif.
Explication F	Pour multiplier deux nombres, on multiplie les distances à partir de zéro et on applique la règle des signes : -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 Le produit de deux nombres de signes négatif est toujours positif : Ex. : (-3)*(-4) = 12
TRUC MATHÉMATIQUE 11	
Explication G	Je ne sais pas du tout comment verbaliser ce problème.
TRUC MATHÉMATIQUE 16	
Explication H	Pour calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône, on doit multiplier l'aire de sa base par le tiers de sa hauteur, donc la formule est : $\frac{\text{Aire de la base* hauteur}}{3}$
Explication I	Lorsque l'on veut trouvé le volume d'une pyramide ou d'un cône, on commence par trouver l'aire de la base et on multiplie par la hauteur de celui-ci. La particularité de la pyramide et du cône est que par la suite l'on doit divisé le tout par trois. On fait cela car dans le cas de la pyramide, l'aire de la base fois la hauteur, nous obtenons le volume d'une cube et que dans ce cube on peut entrer trois fois cette même pyramide. Celle-ci représente donc le 1/3 du cube. Le cas du cône est semblable mais cette fois si l'aire de la base fois la hauteur nous donne un cylindre qui est trois fois plus grand que le cône lui-même. Cette explication ce démontre très bien à l'aide de matériel.

***Tableau 2** – Exemples d'explications données par les étudiants pour les trucs 1, 6, 11, et 16.*

Ces neuf exemples d'explications fournies par les étudiants démontrent la variété du traitement de ces trucs. D'ailleurs, en observant l'ensemble des productions, nous avons remarqué qu'il y avait des similarités dans la manière dont ils abordaient ces explications. Des regroupements ont ainsi émergé, caractérisant la nature des explications fournies par les futurs enseignants. Cette liste n'est pas exhaustive, mais elle donne un portrait de ces similarités. Nous y retrouvons huit catégories :

1. Aucune explication ou reprise de la formulation du truc mathématique
2. Cercle vicieux
3. Explication incomplète
4. Explication par analogie ou par contextualisation (sans logique mathématique)
5. Explication à l'aide d'un ou quelques exemples

6. Explication par illustration (correcte ou non)
7. Explication mathématiquement adéquate sans lien avec le truc
8. Explication par une autre propriété

Afin de bien comprendre cette catégorisation, nous donnons dans ce qui suit, des exemples de productions illustrant chacune d'elles. Il faut noter qu'une explication peut reprendre des éléments de différentes catégories, ainsi cette catégorisation n'est pas exclusive.

Dans leur explication, plusieurs étudiants n'apportent aucun éclaircissement ou encore reprennent la verbalisation employée pour l'énonciation du truc mathématique. Les explications A, G et H du tableau 2 sont de bons exemples de cette première catégorie. En effet, ces étudiants semblent être devant un obstacle et ne savent pas comment interpréter le truc ou encore, ils ne font qu'une reformulation du truc sans y apporter d'explication mathématique.

D'autres étudiants tombent dans un cercle vicieux. Ils expliquent le truc mathématique en rappelant le même ou un autre truc, ce qui caractérise la deuxième catégorie d'explications. La figure 3 présente un exemple de ce type d'explication pour traiter du truc 4 (annexe 2).

> Prenons par exemple l'opération suivante ($\frac{2}{5} \text{ x } \frac{12}{8}$). On peut représenter la fraction $\frac{12}{8}$ comme étant en fait (12 x $\frac{1}{8}$). De ce fait, on peut donc dire que l'on a comme opération : ($\frac{2}{5}$ x12 x $\frac{1}{8}$) donc ($\frac{2 \text{ x } 12}{5}$ x $\frac{1}{8}$). On peut donc bien voir que les numérateurs sont ainsi multipliés ensemble dans
>
> l'opération de la multiplication de fractions. Dans la dernière équation, on remarque la fraction $\frac{1}{8}$ qui doit être multipliée. On sait que multiplier par $\frac{1}{x}$ revient à dire que l'on divise par x (ici, on divise donc par 8). On peut donc ainsi dire que l'on doit multiplier le dénominateur 5 avec le
>
> dénominateur 8 ($\frac{2 \text{ x } 12}{5 \text{ x } 8}$) car on doit diviser par 5 et ensuite diviser par 8 dans l'équation. Voilà pourquoi nous disons simplement qu'il faut multiplier
>
> les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble ($\frac{a \text{ x } c}{b \text{ x } d}$).

***Figure 3** – Exemple d'explication représentant un cercle vicieux*

Un autre groupe d'étudiants fournissent des explications mathématiques incomplètes. Les explications C et I du tableau 2 illustrent bien cette troisième catégorie. Les étudiants amorcent une explication qui donne du sens au truc mathématique, mais celle-ci n'est pas complétée ou n'est pas approfondie. Par exemple, dans l'explication I, nous observons un début d'explication justifiant la division par trois dans la formule du volume de la pyramide, mais celle-ci n'est pas menée à terme ; plusieurs éléments y demeurent implicites.

D'autres étudiants ont également recours à l'analogie ou à la mise en contexte des trucs mathématiques. Leur raisonnement ne repose pas sur les concepts mathématiques sous-jacents au truc, mais davantage sur une comparaison référant à des concepts externes aux mathématiques. L'explication E du tableau 2, avec le modèle du postier[17] pour illustrer la règle des signes, s'avère un bon exemple de cette quatrième catégorie.

Un autre type d'explication très répandu chez les étudiants, soit la cinquième catégorie, est le recours à un ou des exemples spécifiques de l'application du truc comme support à son explication. Nous retrouvons cette pratique dans les explications B, C et F du tableau 2.

D'autres étudiants exploitent l'illustration pour expliquer les trucs mathématiques. L'explication F du tableau 2 est un exemple de cette sixième catégorie. Elle réfère à la droite numérique pour expliquer la règle des signes. Dans ce cas, l'illustration est juste, mais dans d'autres cas, l'illustration choisie peut mener à une explication erronée, ne pas convenir mathématiquement à l'explication recherchée ou encore revenir à l'illustration d'un exemple spécifique comme le montre l'exemple suivant à la figure 4.

> Pour démontrer pourquoi nous devons multiplier les dénominateurs ensemble et les numérateurs ensemble lors des multiplications de fractions, il est important d'utiliser du matériel concret. Il faut aussi mentionner que le $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ est la même chose que si on faisait $\frac{1}{4}$ fois $\frac{3}{4}$. Pour le démontrer à l'aide de matériel, on peut commencer par diviser une bande en 4 et colorer 3 des 4 carrés. Ensuite, on divise ces 4 carrés en 2, ce qui en fait 8 en tout et 6 colorés. Donc, la moitié de $\frac{3}{4}$ équivaut à $\frac{3}{8}$. Il faut aussi expliquer aux jeunes que lorsque nous avons une fraction multipliée par un nombre entier, nous devons mettre le nombre entier sur 1. Par exemple, si nous avons $\frac{3}{4}$ x 4, nous remplaçons cette opération par $\frac{3}{4}$ x $4/1$, ce qui est équivalent.

Figure 4 *– Exemple d'explication par illustration*

Il arrive aussi que des étudiants démontrent une certaine maîtrise des concepts mathématiques sous-jacents aux trucs mathématiques, mais ils ne réalisent pas, de manière explicite, le lien entre ces connaissances et le truc qu'ils doivent expliquer. Les deux exemples de la figure 5 illustrent bien la septième catégorie d'explications :

[17] Pour en savoir plus sur le modèle du postier de Robert B. Davis : Hatfield, M, Tanner Edwards N. et Bitter, G., G. (1997). *Mathematics methods for elementary and middle school teachers.* Allyn and Bacon: Boston.

Pour ce qui est de ce concept mathématique des fractions, il n'est pas de toute évidence de comprendre comment fonctionne une division. La division de nombres se fait toujours de la même façon avec les mêmes procédures à l'exception des nombres fractionnaires. C'est très différent les procédures qu'il faut savoir pour pouvoir parvenir à la réponse exacte. La division de nombres fractionnaires est très particulière à comprendre. « Pour diviser des fractions, nous multiplions la première par l'inverse de la deuxième. » Il suffit seulement d'inverser la deuxième fraction et d'en faire la multiplication des numérateurs ensemble et des dénominateurs ensemble également pour arriver à la bonne réponse. Une bonne façon de procéder est de faire la vérification des numérateurs et des dénominateurs s'ils ne sont pas divisibles par le même chiffre avant de procéder à la multiplication de l'inversion. Si les numérateurs et les dénominateurs sont divisibles entre eux, il suffira de les diviser sans passer par la multiplication.

Exemple : $\frac{75}{28} \div \frac{25}{7} = \frac{75 \div 25}{28 \div 7} = \frac{3}{4}$

C'est une situation qui est beaucoup moins fréquente, alors il est nécessaire de savoir la technique de multiplication de l'inverse pour effectuer la division des fractions. Enfin bien que complexes elles soient, ces règles sont importantes à savoir pour pouvoir réussir à diviser des fractions de la bonne façon.

Le produit croisé permet de trouver une égalité, de faire des fractions équivalentes, de trouver un rapport. Ainsi, en faisant le produit croisé de : $\frac{5}{6} = \frac{15}{x}$ $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$

Ainsi, on multiplie ensemble le dénominateur de la première fraction avec le numérateur de la deuxième et on divise le tout par le numérateur de la première. On trouve le résultat 18. Et si on vérifie l'équivalence :

$6 \times 15 = 90$ et $5 \times 18 = 90$, mais aussi $\frac{5}{6} = 0{,}8\bar{3}$ et $\frac{15}{18} = 0{,}8\bar{3}$.

Figure 5 *– Exemple d'explication mathématiquement adéquate sans lien avec le truc*

Enfin, la dernière catégorie regroupe les explications qui se basent sur des propriétés mathématiques connexes aux trucs mathématiques, mais qui n'expliquent en rien le truc en question. Parfois même, nous sommes dans un cercle vicieux (la deuxième catégorie) ou encore une impasse. La figure 6 en présente deux exemples.

Nous utilisons souvent l'égalité suivante : $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$. Pourquoi?

Pour mieux comprendre, remplaçons la variable par un nombre où a = 10 alors

$10^{-3} = 0{,}001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$

Comme a^{-3} peut aussi s'écrire sous forme d'un rapport : $\frac{a^{-3}}{1} = \frac{1}{a^3}$, on obtient une proportion.

Dans une proportion, le produit des extrêmes égale le produit des moyens.

$\frac{a^{-3}}{1} = \frac{1}{a^3}$ $\quad a^{-3} \times a^3 = 1 \times 1$

$a^0 = 1$ vrai

Un nombre multiplié par son inverse donne 1 (axiome de la multiplication).

Nous avons l'expression : $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$. Pourquoi cette égalité existe-t-elle?

Alors, nous savons que tout nombre a un inverse. Par exemple, l'inverse de 2 est ½. Avec les exposants, il est possible d'écrire l'inverse en utilisant le signe « - ». L'inverse de a^3 est donc a^{-3}. Par contre, nous savons qu'il existe une autre façon d'écrire l'inverse de a^3, soit $1/a^3$. Ces deux expressions sont donc équivalentes.

Figure 6 *– Exemples d'explication par une autre propriété*

Dans cette même catégorie, nous retrouvons des explications qui réfèrent de façon moins centrale à d'autres propriétés mathématiques plus ou moins cohérentes avec le truc à expliquer. Par exemple, nous retrouvons le concept d'élément neutre et de l'opposé d'un nombre dans les explications B et D du tableau 2.

4. *Résultats de l'analyse*

Nous avons ainsi caractérisé les explications fournies par les étudiants selon leur nature afin de mieux les comprendre, mais globalement nous remarquons que peu d'étudiants, même à leur troisième année de formation initiale, sont en mesure de fournir des explications mathématiquement appuyées pour des concepts qu'ils auront à traiter dans leur pratique future d'enseignement. Nous devons, par conséquent, alimenter nos interventions en ce sens en tant que formateurs des maîtres, afin d'élargir leur champ conceptuel et, par ricochet, leurs moyens d'intervention en classe de mathématiques au primaire.

Les analyses de l'ensemble des explications montrent bien la nécessité d'une coordination des informations ostensives et désignatives des nombres impliqués dans les trucs qui traitent des opérations en vue de donner du sens aux opérations et aux relations entre les nombres (Lemoyne, Conne et Brun 1993, p. 345). Les cercles vicieux observés dans certaines explications (catégorie 2) sont un exemple de la non-coordination de ces informations. Ces analyses montrent aussi chez l'étudiant, un rapport mathématique aux écritures plutôt limité, qu'il importe de développer pour qu'ils puissent à leur tour agir ainsi avec les élèves. L'économie et l'efficience en mathématiques dépendent d'un travail sur les nombres, propriétés des opérations, régularités, etc., du moins pour l'arithmétique et l'algèbre.

Ainsi, dans notre pratique de formateur, l'activité didactique élaborée sur les trucs mathématiques nous apparaît pertinente, car elle provoque des questionnements et réflexions qui contribuent au développement des compétences mathématiques et didactiques chez les étudiants.

V. CONCLUSION

En guise de conclusion, nous synthétisons notre réflexion selon deux perspectives centrales à l'article soit l'importance de l'articulation entre les trois volets du dispositif de formation élaboré à l'UQAR et l'apport spécifique des trucs mathématiques comme porte d'entrée dans cet arrimage.

1. L'articulation du travail sur les trucs mathématiques en lien avec le dispositif de formation mathématique

Les diverses activités de ce dispositif visant la formation mathématique des étudiants ont mis en évidence une pratique courante, soit le recours aux trucs mathématiques. La formation didactique faisant partie intégrante du dit dispositif, le travail demandé aux étudiants sur les trucs mathématiques vient ainsi nourrir celui déjà en place, améliorant leurs compétences mathématiques et didactiques. Mais des questions demeurent entières: les étudiants auront-ils une progression plus rapide dans l'acquisition des connaissances et compétences mathématiques lors de leur formation ? Quels impacts cet ajout au dispositif aura-t-il sur les pratiques futures ? Le suivi des cohortes aux différentes activités du dispositif nous permettra d'en vérifier les impacts.

2. La réflexion de cette porte d'entrée pour la formation initiale[18]

En formation, certains étudiants se présentent avec la perception que nous allons leur transmettre des « recettes » qu'ils appliqueront en classe sans saisir la portée mathématique de ces dernières. L'activité sur les trucs mathématiques permet de faire un travail didactique et mathématique en vue de cerner leur pertinence mathématique et par conséquent, d'aller bien au-delà des recettes. Ce travail impose sans aucun doute une centration sur les contenus mathématiques et permet de leur donner plus de sens. En formation initiale, c'est l'occasion d'élargir la vision mathématique des étudiants et d'enrichir leur culture mathématique. Ainsi pour les formateurs, l'activité sur les trucs mathématiques peut être intégrée à des ateliers de jeux de rôles[19] et des situations de verbalisations en classe favorisant une confrontation des différentes postures épistémologiques du futur maître, en tant qu'apprenant des mathématiques, qu'enseignant des mathématiques et qu'étudiant universitaire (Squalli, 2012).

L'exploitation des trucs mathématiques dans la formation didactique favorise également chez le futur maître l'apprentissage d'interventions auprès des élèves qui développent, par eux-mêmes, divers trucs mathématiques adéquats ou non. Notre intention didactique en formation n'est pas de traiter tous les trucs qui existent, car nous pouvons en générer à l'infini, mais plutôt de

[18] Ici, nous nous centrons sur la formation initiale, mais nous croyons que cette discussion pourrait être également vraie pour la formation continue des enseignants.

[19] Voir Chamberland et Provost 1996, Lajoie et Pallascio, 2001 et Lajoie 2010.

développer les compétences des futurs enseignants à chercher et trouver le raisonnement sous-jacent au truc ainsi qu'à valoriser ce type d'approche en classe.[20]

Cet article n'avait pas comme visée d'éliminer les trucs mathématiques des pratiques mathématiques des futurs maîtres, mais plutôt de montrer comment le travail sur ces derniers peut être riche si l'accent est mis sur les raisonnements mathématiques sous-jacents et non à leur simple application comme technique. Le travail proposé aux futurs maîtres sur les trucs mathématiques se justifie donc aisément et vient soutenir chacun des volets du dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques. Ainsi, nous croyons que l'interaction entre tous les éléments du dispositif de formation contribue grandement au développement des compétences mathématiques et didactiques des étudiants. Toutefois, d'autres pistes de réflexion peuvent être soulevées. En effet, nous pouvons questionner le rôle d'une telle porte d'entrée dans la formation continue, dans une optique de développement professionnel ; la spécificité des trucs appartenant aux élèves et à l'enseignant (est-ce les mêmes ? ont-ils le même but ?...) ; enfin, nous pouvons également questionner la réflexion didactique sur les trucs en eux-mêmes, mais aussi sur la possibilité de nouvelles portes d'entrée valorisant un arrimage des trois volets du dispositif de formation.

RÉFÉRENCES

Adihou A., Arsenault C. (2012) Dispositif de formation mathématique pour les enseignants du primaire : choix, caractéristiques, résultats et impacts. In Corriveau C., Proulx J., Squalli H. (Eds.) (pp. 225-253) *Formation mathématique des enseignants de mathématiques: pratiques, orientation et recherches*. Québec : Presses de l'Université du Québec.

Adihou A., Marchand P. (2010) Trucs mathématiques. *Bulletin de l'association mathématique du Québec (AMQ)* 50(3), 37-51.

Adihou A., Arsenault C., Marchand P. (2006) Réflexion sur un dispositif de formation pour le développement de compétences en mathématiques chez les futurs maîtres. In Bednarz N., Mary C. (Eds.) (pp. 1-11) *Acte du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés ».* [Cédérom]. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Arsenault C. (2010) Le spectre de la maîtresse d'école : conceptions et résistances au développement des compétences professionnelles des enseignants en mathématiques, In Proulx J., Gattuso L. (Eds.) (pp. 121-124) *Formation des enseignants en mathématiques: tendances et perspectives actuelles*. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Chamberland G., Provost G. (1996) *Jeu, simulation et jeu de rôle*. Sainte-Foy : Les Presses de l'Université du Québec.

Kamii C. (2001) Une arithmétique à l'école primaire basée sur le constructivisme de Piaget. *Proceedings of the conference on constructivisms: Uses and perspectives in education*, 157-167. Genève : Service de la Recherche en Éducation, Département de l'Instruction Publique, République et Canton de Genève.

Lajoie C. (2010) Les jeux de rôles : une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. In Proulx J., Gattuso L. (Eds.) (pp. 101-113). *Formation des*

[20] En formation continue, nous pouvons nous appuyer sur les pratiques enseignantes, ainsi que sur des cas d'élèves qui utilisent des trucs mathématiques afin d'outiller les enseignants pour intervenir auprès de ces élèves.

enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles Sherbrooke : Éditions du CRP.

Lajoie C., Pallascio R. (2001) Le jeu de rôle : une situation-problème en didactique des mathématiques pour le développement de compétences professionnelles. In Portugais J. (Ed.) (pp. 120-132) *Actes du colloque des didacticiens et des didacticiennes des mathématiques (GDM)*. Montréal : Université de Montréal.

Lemoyne G., Conne F., Brun J. (1993) Du traitement des formes à celui des contenus d'écritures littérales: une perspective d'enseignement introductif de l'algèbre. *Recherches en didactique des mathématiques* 13(3), 333-384.

Loock M.-F. (2006) *L'encyclopédie des trucs - Des milliers d'astuces de A à Z.* Paris : Édition J'ai lu, Vie quotidienne.

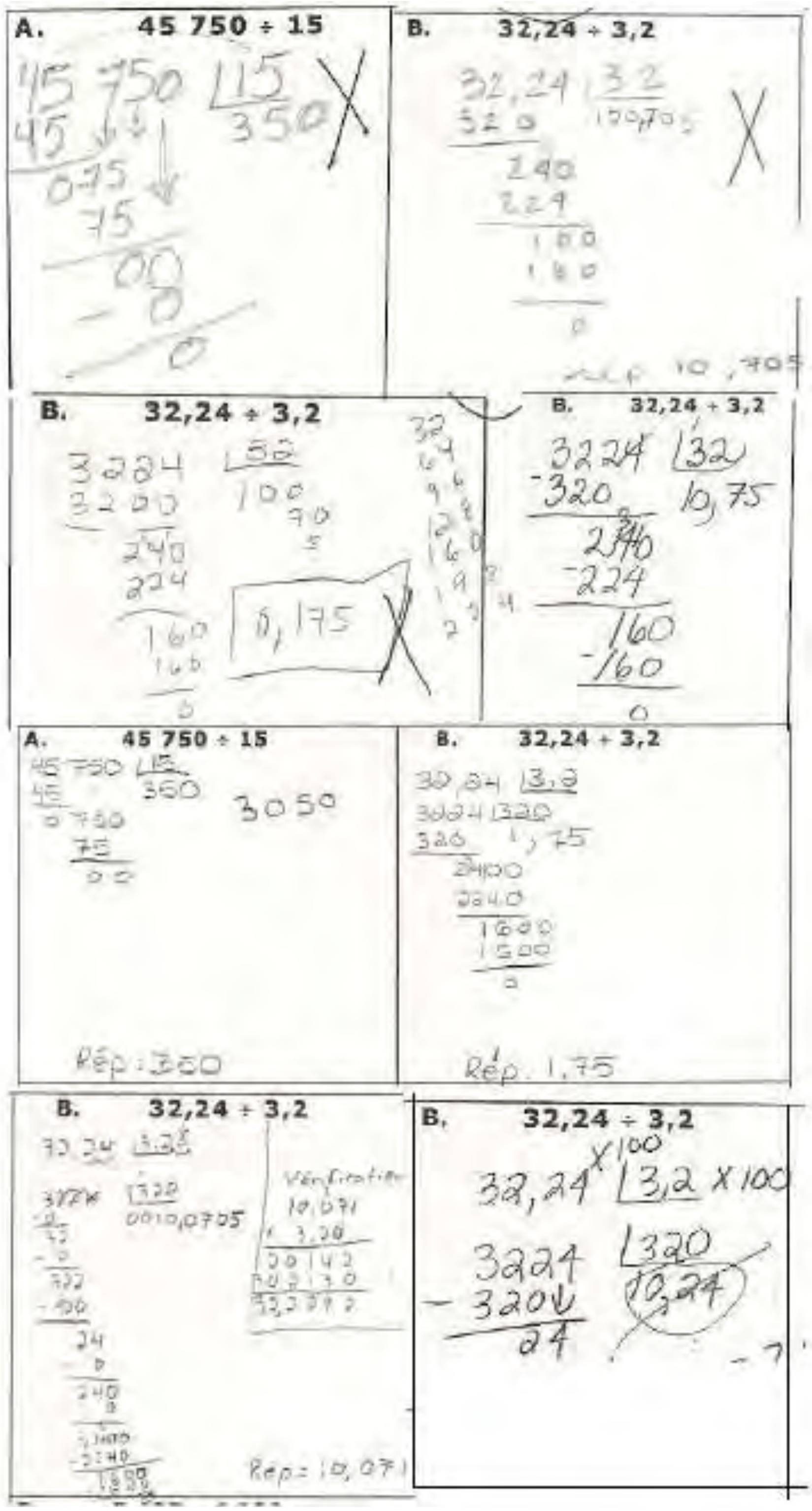
Marchand P. (2010) Quelle formation mathématique en formation des maîtres au primaire et en adaptation scolaire et sociale. In Proulx J., Gattuso L. (Eds.) (pp. 11-30) *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles*. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Martinet M. A., Raymond D., Gauthier C. (2001) *La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles.* Québec : Gouvernement du Québec, ministère de l'Éducation.

Squalli H. (2012) Quelle articulation entre formation mathématique et formation à l'enseignement des mathématiques? Essai d'analyse et point de vue d'un didacticien des mathématiques. In Corriveau C., Proulx J., Squalli H. (Eds.) (pp. 143-157) *Formation mathématique des enseignants de mathématiques : pratiques, orientation et recherches*. Québec : Presses de l'Université du Québec.

ANNEXE 1

Conduites d'étudiants manifestant l'exploitation de trucs mathématiques pour la division lors de l'examen de culture et de compétences en mathématiques



ANNEXE 2

Exemples trucs mathématiques présentés lors de l'atelier de formation

Truc mathématique 1
Dans une multiplication de nombres naturels, nous indiquons un zéro ou un tiret lorsque nous changeons de lignes :

Truc mathématique 2
Lorsque nous multiplions deux nombres décimaux ayant une partie entière et une partie fractionnaire, nous enlevons les virgules pour faire la multiplication et nous la replaçons dans la réponse en fonction du nombre de décimales total, par exemple si le premier nombre avait 2 décimales et le deuxième 3 décimales, nous n'avons qu'à « tasser » la virgule pour avoir 5 décimales.

Truc mathématique 3
Lorsque nous divisons deux nombres décimaux ayant une partie entière et une partie fractionnaire, nous enlevons la virgule au diviseur et nous décalons la virgule du dividende ou nous enlevons les virgules aux deux nombres et nous ajoutons des zéros au besoin au dividende. Par exemple : $2{,}3 \div 4{,}56 \Leftrightarrow 230 \div 456$. *Nous le faisons pour que le diviseur soit un nombre entier. Ensuite nous réalisons la division avec ces nombres.*

Truc mathématique 4
Pour multiplier deux fractions, nous multiplions les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble.

Truc mathématique 5
Pour diviser des fractions, nous multiplions la première par l'inverse de la deuxième.

Truc mathématique 6
Un moins (-) fois un moins (-) donne un plus (+)

Truc mathématique 7
Pour trouver x dans l'expression suivante, nous faisons un produit croisé ou la règle de trois : $\frac{5}{6} = \frac{15}{x}$ *(15 x 6 ÷ 5)*

Truc mathématique 8
Nous utilisons souvent l'égalité suivante : $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ *, pourquoi ?*

Truc mathématique 9
Un nombre est divisible par 3 ou par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 3. Par exemple, 24492 est divisible par 3, car 2+4+4+9+2 = 21 est divisible par 3 et 624492 est divisible par 9 et 3 car 6+2+4+4+9+2 = 27 est divisible par 9 et 3.

Truc mathématique 10
Un nombre est divisible par 4 si les deux derniers chiffres du nombre forment un nombre divisible par 4. Par exemple, 332449284 est divisible par 4, car 84 est divisible par 4

Truc mathématique 11
Un nombre est divisible par 11 si la différence entre la somme des chiffres des positions paires et la somme des chiffres des positions impaires est divisible par 11. Par exemple, 45981914 est divisible par 11, car (5+8+9+4) – (4+9+1+1) = 11 et 11 est divisible par 11.

Truc mathématique 12
Soit le trapèze suivant dont la petite base est b et la grande base B. Pourquoi la formule de l'aire du trapèze est

$$AIRE_{Trapèze} = (B+b) \times \frac{h}{2} = \frac{(B+b)}{2} \times h .$$

Truc mathématique 13
De m (mètre) à dm (décimètre) nous multiplions par 10, de m^2 *à* dm^2 *nous multiplions par 100, de* m^3 *à* dm^3 *nous multiplions par 1000.*

Truc mathématique 14
L'aire du losange = $\frac{Dxd}{2}$

Truc mathématique 15
La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone à n côté = $(n-2)x180^{o}$

Truc mathématique 16
Le volume d'une pyramide ou du cône = $\frac{Aire.de.la.base \times hauteur}{3}$

Truc mathématique 17
La circonférence du cercle = $2\Pi R$

Truc mathématique 18
L'aire du disque = ΠR^2