INTÉGRER LES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES ET DIDACTIQUES : LE CAS DE LA FORMATION EN ENSEIGNEMENT AU PRÉSCOLAIRE ET AU PRIMAIRE DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Marie-Pier MORIN* – Laurent THEIS* – Julien ROSA-FRANCOEUR*

Résumé – Il est reconnu que les futurs enseignants du primaire présentent des difficultés importantes dans la maîtrise des connaissances mathématiques qu'ils auront à enseigner aux élèves (Adihou et Arsenault 2012; Adihou, Arsenault et Marchand 2006; Arsenault et Voyer 2003; Morin 2008; Morin et Theis 2006). À l'Université de Sherbrooke, étant donné que la formation mathématique est intégrée à la formation didactique, nous devons amener nos étudiants à surmonter leurs difficultés conceptuelles en mathématiques dans le cadre de nos cours de didactique. Cette communication présente trois activités de formation élaborées à partir de la théorisation des connaissances mobilisées dans l'enseignement des mathématiques (Bednarz et Proulx 2009).

Mots-clefs : Didactique des mathématiques, futurs enseignants, difficultés en mathématiques, imbrication des connaissances mathématiques et didactique, activités d'apprentissage

Abstract – It is known that preservice teachers have difficulty understanding the mathematical concepts that they will need to teach their students (Adihou & Arsenault 2012; Adihou, Arsenault & Marchand 2006; Arsenault & Voyer 2003; Morin 2008; Morin & Theis 2006). At Université de Sherbrooke, because mathematical principles are integrated in didactic courses, we must encourage our students to surmount their conceptual difficulties in mathematics in our didactic classes. This document presents three educational activities based on the theorization of knowledge mobilized in mathematical teaching (Bednarz & Proulx 2009).

Keywords: Didactics, preservice teachers, mathematical difficulties, interconnection between mathematical and didactic knowledge, learning activities

I. INTRODUCTION

Les cours de didactique des mathématiques dans le cadre de la formation des futurs enseignants du préscolaire et du primaire de l'Université de Sherbrooke font ressortir de nombreuses difficultés sur le plan disciplinaire, lesquelles doivent être abordées à l'intérieur des cours de didactique.

II. DIFFICULTES DES FUTURS ENSEIGNANTS DANS L'APPRENTISSAGE DE LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

Dans le cadre d'une communication précédente (Morin et Theis 2006), nous avions fait ressortir que les futurs enseignants présentent des difficultés importantes en mathématiques. Nous nous étions alors appuyés sur les résultats à un test de mathématiques de niveau 6e année du primaire que nous avions fait passer aux futurs enseignants à leur entrée au baccalauréat (N=204). La moyenne obtenue était alors de 51,69 %, avec un écart-type de 16,4 %. En 2010, nous avons fait passer ce même test aux futurs enseignants qui arrivaient en formation. Rappelons que ce test est composé de 22 questions, réparties en cinq classes : connaissances, sens, propriétés des nombres, opérations et raisonnement. Les résultats à cette nouvelle passation sont encore plus alarmants. En effet, la moyenne est de 46 %, avec un écart-type de 17 %. La note la plus élevée est de 86 % alors que la moins élevée est de 11 %.

* Université de Sherbrooke – Canada – Marie-Pier.Morin@USherbrooke.ca – Laurent.Theis@USherbrooke.ca – Julien.Rosa-Francoeur@USherbrooke.ca

Ces résultats montrent que les étudiants ont des bagages de connaissances mathématiques très différents les uns des autres lorsqu'ils arrivent en formation des maîtres. Pour certains de ces étudiants, la dernière fois qu'ils ont fait des mathématiques remonte à la quatrième année du secondaire (15 ans) alors que d'autres ont fait des mathématiques tout au long de leur formation collégiale. Nous pourrions croire que les mathématiques faites à ce niveau n'ont pas d'incidence sur les mathématiques de la formation des enseignants, mais les résultats montrent le contraire. En effet, les étudiants qui n'ont pas eu de cours de mathématiques au collégial et pour qui, conséquemment, le dernier cours de mathématiques remonte au secondaire ont obtenu une moyenne de 35 %. À l'opposé, les étudiants qui ont fait des mathématiques au collégial ont obtenu une moyenne de 62 %. Nous faisons ainsi l'hypothèse que, même si ce ne sont pas les mêmes mathématiques que celles faites au primaire, il reste que les étudiants qui ont fait des mathématiques au collégial ont continué leur activité mathématique, ce qui fait qu'ils ont mieux performé à ce test.

Quoi qu'il en soit, dans nos cours de didactique des mathématiques, nous devons composer avec ces étudiants qui ont des niveaux de connaissances très variés en mathématiques. Même si nous offrons des cliniques d'aide ayant principalement pour but d'aider les étudiants à comprendre les erreurs commises dans le test mathématique, ces cliniques d'une durée de deux heures sont trop brèves et ne peuvent agir sur les conceptions erronées des futurs enseignants[1]. Ce travail est plutôt à réaliser dans le cadre des cours de didactique des mathématiques dans lesquels la formation mathématique est intégrée. Dans un texte portant sur les connaissances mathématiques et didactiques des futurs maîtres du primaire, Morin (2008) pose qu'un des aspects fondamentaux de la formation didactique serait d'amener les étudiants à intégrer leurs connaissances mathématiques et didactiques en enseignement. Dans le cadre de notre enseignement à la formation des maîtres, les nombreuses difficultés de nos étudiants sur le plan mathématique font en sorte que nous nous questionnons constamment à savoir comment intégrer ces connaissances mathématiques et didactiques en enseignement.

Ailleurs au Québec, Adihou et Arsenault (2012), Adihou, Arsenault et Marchand (2006) de même qu'Arsenault et Voyer (2003) ont également observé une maîtrise inadéquate des connaissances mathématiques chez les futurs maîtres du primaire. Depuis 2004, ce groupe d'auteurs fait passer un examen de culture et de compétences en mathématiques portant sur des notions du primaire et du premier cycle du secondaire à tous les étudiants de leur université inscrits à la formation des maîtres. En 2010, les résultats montrent que seulement 25 % des étudiants ont atteint le seuil de passage, fixé à 75 %. Malgré ces résultats, il est tout de même encourageant de constater que cette évaluation permet une prise de conscience chez les futurs enseignants du travail à réaliser pour avoir une bonne maîtrise des contenus qu'ils auront à enseigner. En effet, les mesures d'aide et les dispositifs de formation mis en place par l'Université du Québec à Rimouski ont permis à 93,3 % des 163 étudiants inscrits au baccalauréat en 2004 de réussir cette épreuve avant la fin de leur formation. Notons cependant que, pour certains, six passations ont été nécessaires.

D'autres auteurs ont également constaté des lacunes chez les futurs enseignants au regard de leur compréhension des concepts mathématiques (Matthews et Seaman 2007; Pickreign 2007; Stacey, Helme, Steinle, Baturo, Irwin et Bana 2001). Par exemple, Pickreign (2007), qui a étudié la compréhension des propriétés géométriques des parallélogrammes chez 40 futurs enseignants, a constaté que seulement neuf d'entre eux sont arrivés à articuler une

[1] Dans Morin et Theis (2006), nous avions exposé le fait que, dans un premier temps, nous avons offert un dispositif d'aide plus complet à nos étudiants. Toutefois, étant donné que les étudiants qui présentent des difficultés en mathématiques présentent aussi des difficultés en français et qu'une sanction est rattachée à cette dernière discipline, ils la privilégient au détriment des mathématiques. Nous avons ainsi opté pour des cliniques d'aide plus courtes, qui s'insèrent mieux dans l'horaire chargé des étudiants.

définition adéquate de ce qu'est un rectangle, tandis qu'un seul est parvenu à le faire dans le cas d'un losange. Des difficultés à raisonner à l'aide de concepts et de processus en géométrie ont également été observées par Adihou et Arsenault (2012) chez les futurs enseignants qu'ils ont évalués.

III. CONNAISSANCES MATHEMATIQUES NECESSAIRES POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES

Ball, Thames et Phelps (2008) et Hill et Ball (2009) distinguent différents types de connaissances mathématiques. Dans le modèle développé par ces auteurs, les connaissances mathématiques sont regroupées en deux catégories principales : les connaissances du contenu (*subject matter knowledge*) et les connaissances didactiques (*pedagogical content knowledge*).

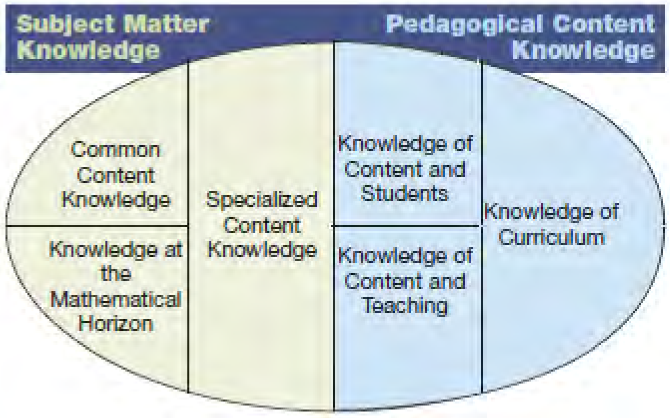

Figure 1 *– Les types de connaissances mathématiques, selon Hill et Ball (2009, p.70)*

Dans la première catégorie se retrouvent trois types de connaissances. La première concerne les connaissances générales du contenu (*common content knowledge*). Cette catégorie est définie comme les connaissances et habiletés mathématiques utilisées dans d'autres domaines que l'enseignement. Elles font référence à la résolution correcte d'un problème et sont nécessaires parce que l'enseignant doit être en mesure de réaliser les tâches qu'il demande à ses élèves. Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement *(specialized content knowledge)* constituent une deuxième catégorie et font référence aux connaissances qui sont spécifiques à l'enseignant et qui ne se retrouvent pas dans le travail du mathématicien. Elles interviennent par exemple lorsqu'un enseignant doit déterminer si une stratégie de résolution inhabituelle proposée par un élève est valide ou non ou lorsque l'enseignant essaie de retrouver des régularités dans les erreurs d'un élève. Finalement, un troisième type de connaissances dans cette catégorie implique une connaissance de l'horizon mathématique (*horizon content knowledge*), qui demande à l'enseignant de connecter les mathématiques enseignées à un niveau précis aux mathématiques enseignées à d'autres moments.

Dans les connaissances didactiques, on retrouve d'abord les connaissances sur le contenu en lien avec les élèves (*knowledge of content and students*). Ces connaissances interviennent par exemple pour anticiper les raisonnements des élèves ou le degré de difficulté d'une tâche qui leur est proposée. Les enseignants doivent également être en mesure de reconnaître et d'interpréter les raisonnements émergents des élèves. Pour accomplir ces tâches, les enseignants doivent alors faire interagir leur compréhension mathématique avec leur connaissance des élèves et les raisonnements mathématiques de ces derniers. Ensuite, les connaissances sur le contenu en lien avec l'enseignement (*knowledge of content and teaching*) se situent à l'intersection entre les mathématiques et l'enseignement. Ces connaissances sont nécessaires par exemple lors de la planification du déroulement d'une séquence d'enseignement, du choix des exemples utilisés pour enseigner un concept donné et de l'évaluation des avantages et inconvénients d'une représentation donnée d'un concept. Finalement, les connaissances des programmes constituent une dernière catégorie des connaissances didactiques[2].

Ce cadre nous semble intéressant parce qu'il tient compte de toutes les dimensions de l'enseignement et peut donc nous donner des indications quant aux connaissances mathématiques nécessaires pour l'enseignement. Or, dans notre travail de formateurs d'enseignants, nous concevons que ces composantes sont davantage imbriquées les unes aux autres. C'est pourquoi nous avons aussi choisi de présenter le travail de Bednarz et Proulx (2009) qui, partant du mouvement de recherche sur les connaissances mathématiques pour l'enseignement qui prend sa source dans les travaux de D. Ball et de H. Bass, ont proposé une théorisation de ce que sont les connaissances mobilisées dans l'enseignement des mathématiques. Cette théorisation a été réalisée à partir de recherches collaboratives conduites auprès d'enseignants qui leur ont permis de « mieux comprendre les connaissances [que les enseignants] mettent à contribution dans l'élaboration et la réalisation de situations d'enseignement/apprentissage en mathématiques » (Op. cité, p.1). De même, une réflexion portant sur les interventions réalisées dans le cadre de la formation des futurs enseignants du secondaire de l'Université du Québec à Montréal depuis 1970 est également à la base de cette théorisation.

À travers des exemples tirés de la pratique d'un enseignant du secondaire, Bednarz et Proulx (2009) font ressortir quatre dimensions imbriquées qui sont à la base du travail de l'enseignant de mathématiques :

> une dimension institutionnelle (en référence au programme), une dimension didactique (dans l'analyse de l'activité et de son intérêt, de ce qu'elle force chez les élèves, de ce qu'elle va chercher), une dimension mathématique (à travers les raisonnements et propriétés clés qu'elle travaille, les registres de représentation), une dimension pédagogique (dans la visée « apprendre à fonctionner », à coopérer avec les autres, à travailler ensemble). (Op. cité, p. 2)

Ces dimensions sont à la base des connaissances mathématiques que mobilise l'enseignant dans le cadre de sa pratique : les connaissances institutionnelles, les connaissances didactiques, les connaissances mathématiques et les connaissances pédagogiques. Ces connaissances, toutes imbriquées les unes aux autres, forment le bagage dans lequel l'enseignant puise pour préparer ses interventions, soutenir son action et analyser les diverses situations auxquelles il est confronté. En rappelant le caractère situé des connaissances mathématiques mobilisées par l'enseignant, Bednarz et Proulx (2009) mettent de l'avant que, pour eux, ces connaissances sont toujours ancrées dans un contexte, « dans une situation d'enseignement/apprentissage des mathématiques donnée, en lien avec les tâches effectives de l'enseignant » (Op. cité, p. 6). C'est précisément ce dont nous essayons de nous rapprocher lorsque nous préparons nos futurs enseignants à enseigner les mathématiques aux élèves. En effet, faute de pouvoir amener les élèves à l'université, nous tentons dans nos approches de nous rapprocher le plus possible des tâches effectives de l'enseignant. Aussi, nous adoptons cette façon de faire parce qu'il arrive souvent qu'il y ait un décalage au plan des contenus

[2] Dans Ball et al. (2008), cette catégorie de connaissances est la seule à ne pas être définie de manière explicite. Les auteurs se réfèrent cependant, dans la première partie de l'article, à Shulman (1986) qui considère que cette catégorie de connaissances est "représentée par les programmes construits pour l'enseignement d'un sujet particulier à un moment donné, à la variété des matériels didactiques disponibles en relation avec ces programmes et les caractéristiques qui servent d'indicateurs et de contre-indicateurs pour l'utilisation de certain matériels reliés au programmes dans des circonstances particulières". (p. 391, traduction libre)

entre ce qui est vu en classe et ce qui est fait en stage. Ce décalage est présent malgré le fait que les stages de formation soient pensés en fonction d'une approche-programme, dans laquelle les cours et les stages d'une même année réfèrent tous aux mêmes niveaux scolaires. Par exemple, en 2e année de formation, tous les cours réfèrent au préscolaire et au 1er cycle du primaire et les stages sont également réalisés au préscolaire ou au 1er cycle du primaire. Ce faisant, il y a plus de chance que ce qui est vu en classe s'applique aux élèves de stage. Pour ainsi pallier au fait qu'il peut y avoir un décalage entre les contenus vus en classe et ceux vus en stage, nous tentons en quelque sorte d'amener le milieu scolaire dans nos cours de didactique afin que les étudiants travaillent avec des travaux de « vrais » élèves.

Dans le cadre de cette communication, nous présenterons trois tâches développées dans nos cours de didactique des mathématiques, lesquelles ont pour but d'articuler les formations mathématique et didactique. Dans la présentation de ces tâches, nous ferons ressortir de quelle façon nous essayons d'enraciner ces tâches dans la pratique de l'enseignant. D'autre part, nous argumenterons de quelle façon nous tentons d'arrimer ces tâches aux dimensions qui sont à la base des connaissances mathématiques que mobilise l'enseignant dans le cadre de sa pratique (institutionnelles, didactiques, mathématiques et pédagogiques).

Nous mettrons d'abord de l'avant une activité dans laquelle nous abordons l'évaluation en mathématiques. Nous verrons ensuite une activité que nous présentons aux étudiants dans le but de leur exposer la démarche de résolution de situation-problème. Enfin, nous présenterons une dernière activité dans laquelle les étudiants sont invités à se positionner sur la compréhension d'élèves lors de la résolution d'un problème mathématique.

IV. SITUATION 1 :ÉVALUATION

Dans le but d'ancrer les cours de didactique dans la pratique, lorsque nous donnons un cours, nous associons le groupe d'étudiants[3] à la classe d'un enseignant du primaire. Pour l'exercice, nous prendrons l'exemple de l'automne 2010 où nous avons donné un cours de didactique de l'arithmétique qui portait sur des notions abordées aux 2e et 3e cycles du primaire. Nous nous sommes alors associés à un enseignant qui avait une classe d'élèves de 4e année (9−10 ans) et de 6e année (11−12 ans), des élèves de chacun de ces niveaux formant le groupe. Voulant mieux connaître le niveau des élèves de sa nouvelle classe concernant la maîtrise de l'algorithme de multiplication, l'enseignant a demandé aux étudiants de bâtir une évaluation qui lui permettrait d'avoir un portrait juste de sa classe. Cette tâche semblait bien facile pour ces étudiants, qui pensaient ne devoir faire qu'un simple test de multiplications. Toutefois, des questions, tant de notre part que de la part des étudiants, sont rapidement apparues. Comment réaliser ce test ? Sur quelles bases ? Quel est le niveau des élèves ? Tant de questions auxquelles ils ont dû trouver des informations pertinentes pour y répondre.

Au plan mathématique, nous avons amené les étudiants à faire l'analyse conceptuelle de l'algorithme de multiplication en revisitant le sens de la multiplication, la relation avec la numération positionnelle, le nombre de chiffres au multiplicateur, la retenue et le rôle du zéro dans l'algorithme. Cette analyse a amené les étudiants à re-conceptualiser leurs connaissances par rapport à l'algorithme de la multiplication. En effet, à l'instar de Proulx (2010), qui a remarqué que les futurs enseignants du secondaire ont souvent à la fois une « compréhension compressée » des mathématiques ainsi qu'une « compréhension instrumentale » des mathématiques, nous pensons que les futurs enseignants du primaire peuvent avoir une compréhension instrumentale des mathématiques. Une telle compréhension implique que le futur enseignant maîtrise surtout le « comment faire », sans comprendre le « pourquoi le faire

[3] Généralement formé de 40 à 45 étudiants.

ainsi ». Lorsque de tels cas se présentent, Proulx (2010) plaide en faveur d'une re-conceptualisation des mathématiques, travail qui est certainement aussi pertinent pour les enseignants du primaire que pour ceux du secondaire. Différence notable, cependant, le point de départ diffère largement. Si les enseignants au secondaire peuvent s'appuyer sur une formation solide en mathématiques, la re-conceptualisation revêt souvent également le caractère de reconstruction de savoirs mathématiques de base pour les futurs enseignants du primaire.

Sur le plan didactique, cette analyse a permis aux étudiants d'anticiper les difficultés pouvant survenir dans la résolution d'une multiplication et de confronter ces erreurs à celles vues dans la littérature. Ensuite, les étudiants ont eu à se questionner sur le niveau de difficulté des tests. Où devraient être rendus des élèves de 4^{e} et de 6^{e} années en multiplication ? Pour répondre à cette question, les étudiants ont dû mobiliser une ressource institutionnelle en s'appropriant la *Progression des apprentissages* du *Programme de formation de l'école québécoise* (PFEQ) pour cibler ce que devraient savoir ces élèves.

Après avoir répondu à ces questions, nous avons abordé en équipes le sujet des tests. Comment élaborer un test qui mesure bien ce qu'il prétend mesurer ? Cette question renvoie bien sûr à la dimension pédagogique, tout en étant fortement teintée de la dimension didactique, c'est-à-dire, comment construire un test qui tient compte des difficultés conceptuelles énoncées plus haut ? En équipes, les étudiants ont élaboré un test pour les élèves de 4^{e} année et un autre pour les élèves de 6^{e} année. Ensuite, en grand groupe, nous avons pris connaissance de chacun des tests et avons sélectionné les deux qui semblaient les plus intéressants sur le plan didactique. Les étudiants ont ainsi éliminé les épreuves qui présentaient par exemple une ou des multiplications non discriminantes, c'est-à-dire qui contenaient plus d'une difficulté et qui n'auraient pas permis de cerner une difficulté particulière. Sur ce point, nous aurions pu volontairement laisser des épreuves non discriminantes afin que les étudiants puissent constater les conséquences d'une question mal choisie. Toutefois, étant donné que ce test était le point de départ d'un travail d'analyse d'erreurs pour les étudiants, nous voulions qu'il permette une analyse fructueuse, analyse qui aurait peut-être été moins riche si le test avait eu des lacunes évidentes. Nous avons remis les tests choisis à l'enseignant, qui les a administrés aux élèves de sa classe. Par la suite, l'enseignant a redonné les tests aux étudiants qui les ont eux-mêmes corrigés et qui, dans le cadre d'un travail de session, ont fait l'analyse des erreurs des élèves. Pour ce faire, ils ont identifié chacune des erreurs, ont cherché les causes possibles reliées à ces erreurs, ont regroupé les erreurs en catégories et les ont compilées dans une grille de classification permettant de voir d'un coup d'œil les difficultés des élèves de la classe. Pour aller plus loin dans cette situation, nous avons demandé aux étudiants d'élaborer un plan d'interventions correctives pour les élèves de cette classe. Cette partie liée à la correction est selon nous très proche du travail de l'enseignant.

Dans le cadre de ce travail, il y a vraiment imbrication des connaissances mathématiques, didactiques et institutionnelles. Qui plus est, pour se rapprocher du travail de l'enseignant, ce travail de correction et d'analyse est réalisé dans un laps de temps relativement court, c'est-à-dire une période, afin d'aller chercher des connaissances que Bednarz et Proulx (2009) considèrent comme étant « produites sur-le-champ, adaptées et en réponse à la situation » (Op. cité, p.6). Ils pensent ici au savoir que l'enseignant ne peut construire ailleurs qu'en situation, en réaction à une situation donnée et à des élèves donnés. Il est évident toutefois qu'étant en situation d'évaluation nous pouvons difficilement parler de construction de connaissances. Nous pensons quand même qu'un certain type de connaissances en action peut s'élaborer ici. Tel un enseignant dans sa classe, on veut voir quelles connaissances le futur enseignant va mobiliser, dans l'action.

V. SITUATION 2 : UN EXEMPLE D'ACTIVITE COMPLEXE DE RESOLUTION DE PROBLEME

La résolution de situations-problèmes est au centre du PFEQ dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Or, l'élaboration de situations-problèmes signifiantes et leur intégration dans une approche interdisciplinaire ne sont pas toujours faciles à réaliser. Par le biais de l'activité suivante, qui a été vécue dans une classe de troisième cycle du primaire (10−12 ans), nous tentons de faire réfléchir les futurs enseignants sur les conditions de la mise en place de ce type d'activités dans une classe.

Le point de départ de l'activité mathématique[4] est un article paru en première page du journal *La Presse* le 10 novembre 2004, qui titrait qu'une recherche prévoit que l'Arctique allait se réchauffer plus vite que le reste de la planète. L'article contenait des images qui montraient l'étendue prévue de la calotte glaciaire de l'Arctique en 2010, en 2040 et en 2070, et ce sont ces images qui étaient à la base de notre activité mathématique. Les enfants devaient répondre à la question suivante : Quelle sera l'étendue de la calotte glaciaire en 2010, 2040 et 2070 par rapport à aujourd'hui ? Les élèves disposaient d'un agrandissement de la carte présentée à la figure 2 qui contient les prévisions de l'étendue de la calotte glaciaire pour 2010 ainsi que de deux cartes semblables qui contenaient les prévisions pour 2040 et 2070. Sur la figure 2, le trait bleu indique les limites de la calotte glaciaire en 2003 et la surface blanche correspond à l'étendue prévue de la calotte pour 2010.

Figure 2 *– L'étendue prévue de la calotte glaciaire en 2010*[5]

Derrière la question apparemment simple posée aux enfants se cache une activité mathématique fort complexe pour des élèves de troisième cycle : Quelle stratégie vont-ils déployer pour déterminer l'aire de chacune des surfaces irrégulières ? Quelles stratégies vont-ils mettre en place pour exprimer la différence sous forme de rapport, fraction ou pourcentage ?

La richesse de cette activité provient entre autres de la possibilité d'avoir recours à plusieurs stratégies différentes, qu'il est par ailleurs intéressant d'anticiper avec les futurs enseignants. En effet, lors de cette expérimentation avec les élèves du primaire, plusieurs équipes ont utilisé un quadrillage, qu'ils ont superposé sur l'image afin de déterminer le nombre de carrés nécessaire pour recouvrir chacune des aires. D'autres équipes ont eu recours à une stratégie similaire, mais ont entouré les surfaces à mesurer d'un rectangle dont ils ont calculé l'aire et en ont enlevé l'aire de la surface qui dépasse la calotte glaciaire. Enfin, une autre équipe a élaboré une toute autre stratégie très intéressante au plan didactique. Cette stratégie consistait à calculer l'aire de la calotte glaciaire à partir de son périmètre. Pour ce

[4] Nous avons présenté une première fois cette activité dans Theis L., Gagnon, N. (2005) Un exemple d'activité complexe de résolution de problèmes dans une classe de troisième cycle. *Vivre le primaire* 19(1), 22−24.

[5] Cette image est légèrement différente de celle parue dans *La Presse*, afin de faciliter le traitement mathématique de la tâche par les enfants. Source : Arctic Climate Impact Assessment, 2004.

faire, les enfants ont collé une corde sur le pourtour de la calotte glaciaire, en essayant d'être le plus exacts possible. Lorsqu'interrogés sur leur stratégie, ils ont proposé qu'une fois le tour de la surface complété, ils allaient détacher la corde et réaliser un carré à partir de celle-ci. Ils allaient ensuite mesurer la longueur d'un côté du carré et calculer son aire, qu'ils pensaient équivalente à celle de la figure de départ (la calotte glaciaire).

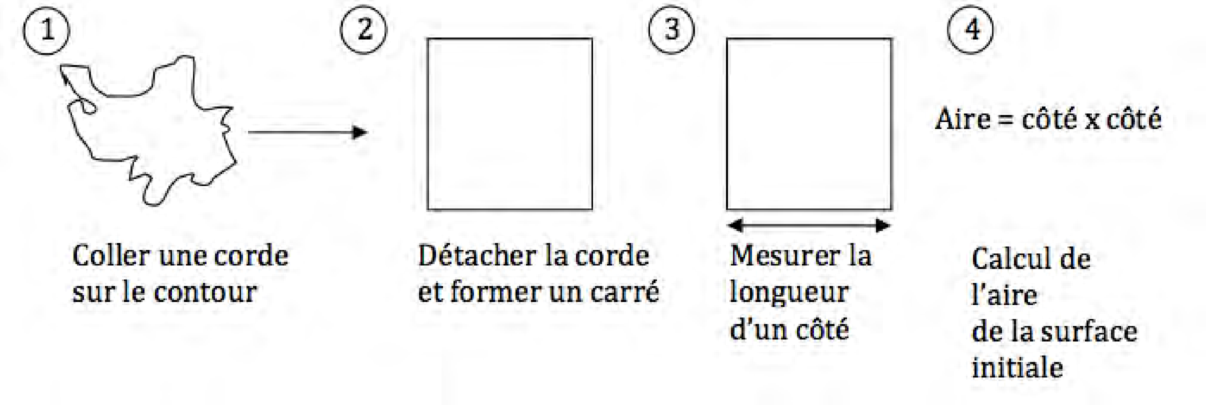

Figure 3 *– Stratégie utilisée pour déterminer l'étendue de la calotte glaciaire en 2010*

Bien sûr, même si elle est très élaborée, cette stratégie ne permet pas de déterminer l'évolution de la surface de la calotte glaciaire. Par contre, elle est un excellent point de départ pour démarrer une discussion mathématique sur le lien entre le périmètre et l'aire d'une figure géométrique.

Cette activité est très riche à exploiter avec nos étudiants, et ce, tant sur les plans institutionnel, mathématique et didactique que pédagogique. En effet, nous mettons d'abord en avant les dimensions institutionnelle et didactique lorsque nous situons la situation-problème par rapport à la définition ministérielle, que nous comparons à la définition que les didacticiens partagent par rapport à la situation-problème. Nous amenons les étudiants à réfléchir et se questionner quant à ces définitions qui vont dans des directions diamétralement opposées. Toujours sur le plan didactique, les étudiants sont amenés à envisager les questionnements des élèves. Ils sont aussi amenés à discuter la gestion didactique du groupe par l'enseignante, qu'ils voient dans le document vidéo. Cette gestion didactique concerne le questionnement de l'enseignante pour faire avancer la résolution dans les équipes, les questions pour relancer et les situations de décontextualisation. Sur le plan pédagogique, les étudiants sont amenés à réfléchir quant à la gestion du travail en sous-groupes et les types de questionnement dans les groupes. Bien que les étudiants ne vivent pas eux-mêmes cette expérimentation, ils voient l'enseignante comme un « modèle » qu'ils devront confronter en classe de stage. Enfin, en ce qui concerne la dimension mathématique, celle-ci est très présente à travers toute l'activité, ne serait-ce que par le questionnement suscité quant à la façon qu'eux-mêmes auraient d'aborder ce problème et tout le questionnement amené entre autres lors de la vérification du domaine de validité de la stratégie de la corde.

D'ailleurs, il est intéressant de constater que, lorsque nous explorons cette activité avec les futurs enseignants, ils se butent fréquemment aux mêmes difficultés que les élèves, notamment en ce qui concerne le lien entre l'aire et le périmètre. Ainsi, en plus de voir avec eux les caractéristiques à mettre en place pour faire vivre de véritables situations-problèmes aux élèves, nous avons l'occasion d'approfondir des contenus mathématiques tout en les étudiant sur le plan didactique.

VI. SITUATION 3 : ANALYSE DE LA COMPREHENSION EN GEOMETRIE ET DE LA DEMARCHE DE RESOLUTION DE PROBLEMES D'UN ELEVE DE 2^E CYCLE DU PRIMAIRE

Dans le cadre du cours de didactique des mathématiques de 1^re année du baccalauréat, nous abordons la résolution de problème avec les étudiants. À cette fin, dans le but de permettre aux étudiants d'approfondir leur compréhension de ce qu'est un problème mathématique, de développer leur habileté à analyser un problème mathématique et d'approfondir leurs connaissances sur des notions de géométrie et de mesure vues au cours, nous présentons aux étudiants la vidéo d'un élève qui résout deux problèmes mathématiques. Dans l'exemple auquel nous référons, le premier porte sur le repérage d'objets dans l'espace et le second sur la mesure de surfaces. Les étudiants doivent analyser les problèmes, tant sur les plans mathématique, didactique qu'institutionnel (identification des savoirs essentiels, des préalables nécessaires et des difficultés anticipées). Dans un deuxième temps, après avoir visionné la vidéo, les étudiants doivent faire l'analyse de la compréhension de l'élève face aux notions mathématiques impliquées dans chacun des problèmes. Dans un troisième temps, ils doivent réaliser l'analyse de la démarche de l'élève dans une résolution de problème. Enfin, ils doivent effectuer un retour critique sur les problèmes en comparant les deux démarches de résolution de problème (plan didactique).

L'avantage de ce type de situation en formation des maîtres est que, en plus de travailler la démarche de résolution de problème, il permet à l'étudiant d'approfondir des contenus mathématiques tout en prévoyant, sur le plan didactique, quels sont les préalables et les difficultés à anticiper pour les élèves. Il est intéressant de constater que les difficultés anticipées sont rarement celles réellement vécues par les élèves. En effet, quand les étudiants savent résoudre un problème, ils ont souvent du mal à anticiper des stratégies erronées.

Prenons le problème de la mesure de surface. Dans ce problème, on présente le cas d'une famille qui hésite entre deux maisons, une étant située sur un terrain rectangulaire de 5 cm par 7 cm et l'autre sur un terrain carré de 6 cm par 6 cm. Finalement, la famille opte pour la maison située sur le terrain le plus grand. L'élève doit donc identifier quel est le terrain choisi. L'élève a devant lui les deux dessins représentant les deux situations. Il est à noter que, dans le problème initial, l'élève devait convertir les mesures en utilisant une échelle (1 cm = 10 m), ce qui n'a pas été demandé pour simplifier le problème.

La résolution de l'élève est très intéressante parce qu'il a commis des erreurs riches sur le plan didactique. Premièrement, l'élève s'est questionné parce que le bas du carré mesurait 5½ cm tandis que le haut du carré mesurait 6 cm. Se basant sur le fait qu'un carré a quatre côtés congrus, il a poussé plus loin son investigation pour se rendre compte que, dans le premier cas, il ne plaçait pas sa règle à 0 : « Je vais regarder pour l'autre *(bas du carré)*. Ce côté-là c'est … 6 cm. Celui-là *(côté droit du carré)* ça doit être 5½ cm également … 6 cm ? … Mais est-ce qu'il faut commencer à mesurer du 0 ou bien de là *(en pointant le bout de la règle)* ? ».

Après avoir mesuré les deux terrains, il en est venu à la réflexion suivante : « Alors moi je dirais que c'est aucun des deux terrains parce qu'ici c'est 6 cm des deux bords *(pointe le carré)* ça fait que si on fait 6 X 4 ça va nous donner 24. Alors 24. Ici *(pointe le rectangle)* si on fait 5 X 7 non, 5 X 7, ça va donner … 35. Alors finalement ce serait ce terrain-là qui serait le plus gros *(en pointant le terrain rectangulaire)* ». Un peu plus loin : « Oui mais, autrement j'aurais juré qu'ils sont de la même grandeur parce que ici *(en pointant le côté droit du rectangle)*, regarde 7 cm, c'est comme si on avait enlevé 1 cm et ajouté 1 cm au 5 ici *(le haut du rectangle)*, alors ça donnerait 6, 6, 6, 6 *(en pointant à tour de rôle les quatre côtés du rectangle)* ». Après avoir refait ses calculs, l'expérimentatrice lui a demandé s'il connaissait une autre façon qui pourrait l'aider, à quoi il a répondu : « Hum … non. Je ne vois pas vraiment. Non ». Après quelques hésitations, il a finalement pris une décision : « Ben moi je vais y aller avec la théorie du j'enlève … » et il a écrit :

Les deux terrains sont de la même grandeur car si on enlève 1 a 7 et qu'on l'ajoute a 5 cela donne 6x6 comme l'autre terrain.

Cette situation est très riche sur les plans mathématique et didactique, et ce, à divers points de vue. D'une part, même si au final l'élève n'a pas fait d'erreur dans la mesure des côtés, une difficulté très fréquente de mesurage est survenue. Nous avons ici une belle occasion de creuser plus loin avec les étudiants en exploitant les difficultés liées à la mesure de longueur. Sur le plan de la mesure de l'aire, on peut voir que ce concept est en construction chez l'élève. Il sait la formule pour trouver l'aire d'une surface, mais se laisse berner par sa démarche de calcul. Enfin, on peut voir qu'il mélange l'aire et le périmètre. Voilà autant d'occasions pour approfondir ces concepts en classe avec les étudiants.

VII. CONCLUSION

Comme nous l'avons montré au début de ce texte, les étudiants au baccalauréat en enseignement au primaire arrivent en formation avec des niveaux très différents de compréhension en mathématiques. Étant donné que nous n'offrons pas de cours de mise à niveau en mathématiques, cette mise à niveau doit se faire à l'intérieur même des cours de didactique des mathématiques. Par les situations que nous avons présentées, nous avons tenté de montrer comment, à notre façon, nous essayons de former nos étudiants de la formation des enseignants à la didactique des mathématiques tout en approfondissant leur compréhension au plan mathématique. Nous croyons que cette façon de faire, en s'approchant le plus possible de la réalité de la classe et en articulant les dimensions mathématiques, didactiques, pédagogiques et institutionnelles, comme le proposent Bednarz et Proulx (2009), est susceptible d'aider les futurs enseignants. L'articulation d'une même activité autour de différents enjeux (mathématiques, didactiques, pédagogiques et institutionnels) nécessite cependant aussi une certaine vigilance. À vouloir exploiter trop d'enjeux de manière simultanée, il y a un certain risque de ne traiter tous les enjeux qu'en surface ou que les enjeux mathématiques, souvent plus difficiles pour les étudiants qui sont dans les programmes de formation à l'enseignement au primaire, ne prennent le dessus sur les réflexions aux autres niveaux.

Bien que nous considérions notre approche comme étant susceptible d'aider les futurs enseignants, elle ne permet pas de reconstruire entièrement les conditions en place dans une classe véritable. Pour cette raison, une présence des formateurs en didactique lors de la supervision des stages nous semble également essentielle. Lors des rétroactions sur les activités réalisées par les étudiants, il devient alors possible de susciter des réflexions didactiques et mathématiques, en partant de leur pratique effective en milieu de stage.

REFERENCES

Adihou A., Arsenault C. (2012) Dispositif de formation mathématique pour les enseignants du primaire : choix, caractéristiques, résultats et impacts. In Proulx J, Corriveau C, Squalli H. (Eds.) (pp. 225-253) *Formation mathématique des enseignants de mathématiques : pratiques, orientations et recherches*. Québec : Les Presses de l'Université du Québec.

Adihou A., Arsenault C., Marchand P. (2006) Réflexion sur un dispositif de formation pour le développement de compétences en mathématiques chez les futurs maîtres. In Bednarz N., Mary C. (Eds.) *Actes du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés »*. [Cédérom]. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Arsenault C., Voyer D. (2003) Une démarche d'auto-évaluation au service de l'actualisation des savoirs mathématiques dans le cadre de la formation à l'enseignement. Dans Association francophone internationale de recherche scientifique en éducation (AFIRSE) et Ministère de l'Éducation Nationale (Eds.) *Former les enseignants et les éducateurs – une priorité pour l'enseignement supérieur. Actes du Colloque de l'AFIRSE organisé par la Commission nationale française pour l'UNESCO*.

Ball D., Thames M., Phelps G. (2008) Content knowledge for teachers. What makes it special? *Journal of teacher education* 59, 389-407.

Bednarz N., Proulx J. (2009) Connaissance et utilisation des mathématiques dans l'enseignement : Clarifications conceptuelles et épistémologiques. *For the Learning of Mathematics* 29(3), 1-9.

Hill H., Ball D. (2009) The curious – and crucial – case of mathematical knowledge for teaching. *Phi delta kappan* 91(2), 68-71.

Matthews M., Seaman W. (2007) The effects of different undergraduate mathematics courses on the content knowledge and attitude towards mathematics of pre-service elementary teachers. *Issues in Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal* 1, 1-16.

Morin M.-P. (2008). Les connaissances mathématiques et didactiques chez les futurs maîtres du primaire : quatre études de cas. *Canadian Journal of Education* 31(3), 537-566.

Morin M.-P., Theis L. (2006) Mesures d'aide en mathématiques pour soutenir les étudiantes et étudiants de la formation initiale qui présentent des difficultés. In Bednarz N., Mary C. (Eds.) *Actes du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés »*. [Cédérom]. Sherbrooke: Éditions du CRP.

Pickreign J. (2007) Rectangles and rhombi: how well do pre-service teachers know them? *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal* 1, 1-7.

Proulx J. (2010). Reconnecter les futurs enseignants avec les mathématiques du secondaire: travailler autour de conceptualisations riches en « faisant » des mathématiques. In Proulx J., Gattuso L. (Eds.) (pp. 129-152) *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles.* Sherbrooke: Éditions du CRP.

Stacey K., Helme S., Steinle V., Baturo A., Irwin K., Bana J. (2001) Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. *Journal of Mathematics Teacher Education* 4(3), 205-225.