UN COURS DE SAVOIRS DISCIPLINAIRES EN MATHEMATIQUES EN FORMATION DES MAITRES PRIMAIRES

Michel DERUAZ* – Stéphane CLIVAZ*

Résumé – Dans le cadre de la formation initiale des maîtres primaires vaudois, un cours de savoirs disciplinaires en mathématiques est proposé à un grand nombre d'étudiants. La mise en place de ce cours, tant du point de vue des contenus que de celui de l'organisation des exercices et de celle des examens a conduit à l'utilisation d'une plateforme d'enseignement à distance et à la mise en place d'un examen standardisé à l'aide de questions à choix multiples. Ces solutions sont décrites et soumises à une première analyse critique.

Mots-clefs : savoirs mathématiques, formation des enseignants primaires, évaluation des connaissances, algorithmes, théorie des ensembles

Abstract – As part of primary school teachers' initial training in the canton of Vaud, a course on mathematical knowledge is given to a large number of students. Because of content and organizational (exercises and examination) issues, the implementation of this course led to the use of an e-learning platform and to the elaboration of a standardized test composed of multiple-choice items. These solutions are described and submitted to a first critical analysis.

Keywords: mathematical knowledge, primary teacher training, knowledge's evaluation, algorithms, set theory

I. INTRODUCTION

1. La formation des maîtres de l'enseignement primaire dans le canton de Vaud

Dans le canton de Vaud, comme dans la majorité des cantons suisses, la formation des enseignants est confiée à une Haute Ecole Pédagogique (HEP). Pour l'enseignement secondaire, les HEP proposent des formations professionnelles à des titulaires d'un Bachelor ou d'un Master universitaires alors que, pour l'enseignement primaire, les futurs enseignants préparent un Bachelor en trois ans et doivent être titulaires d'une maturité fédérale (baccalauréat) ou d'un titre jugé équivalent pour être admis dans cette formation.

Jusque dans les années 2000, la formation des maîtres primaires était assurée par des écoles normales qui proposaient une formation de type secondaire. Les étudiants étaient regroupés en classes d'une vingtaine d'élèves. Ils suivaient des cours de mathématiques, donnés par des anciens instituteurs ou par des enseignants issus de l'école secondaire, dans lesquels les savoirs disciplinaires s'entremêlaient avec les contenus méthodologiques des moyens d'enseignement imposés par l'institution scolaire. Petit à petit, des contenus de didactique ont été introduits dans ces cours de mathématiques ainsi que dans des cours de didactique générale. La formation des maîtres secondaires ainsi que la recherche étaient confiées à d'autres institutions. Chaque canton avait ses propres établissements de formation et les titres délivrés par un canton, n'étaient pas reconnus par les autres cantons.

A l'heure de la mobilité et des reconnaissances des diplômes au niveau européen, une telle situation n'était plus tenable et la Conférence suisse des Directeurs cantonaux de l'Instruction Publique (CDIP) a décidé de promouvoir la création des Hautes Ecoles Pédagogiques, institutions de niveau tertiaire, responsables de la formation de tous les enseignants ainsi que de la recherche et du développement dans le domaine scolaire. Des critères ont été posés pour

* Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud – Suisse – michel.deruaz@hepl.ch, stephane.clivaz@hepl.ch

© Deruaz M., Clivaz S. (2012) Un cours de savoirs disciplinaires en mathématiques en formation des maîtres primaires. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT1, pp. 183–194). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

que la reconnaissance des titres se fasse au niveau suisse et européen en étant compatible avec les accords de Bologne.

2. L'historique de ce cours de savoirs disciplinaires en mathématiques ?

La Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud (HEP Vaud) a été ouverte en 2001 à Lausanne. La volonté politique de l'époque était de mettre en réseau cette nouvelle école avec l'Université de Lausanne (UNIL) et l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) pour profiter du rayonnement et de l'expertise académique de ces deux institutions[1]. C'est dans ce contexte que des cours de savoirs disciplinaires dans la formation des futurs maîtres primaires ont été décidés. Pour les mathématiques, l'EPFL a été chargée de donner, dans ses locaux et avec sa propre organisation, un cours de mathématiques. Ce type d'enseignement était nouveau tant pour les professeurs universitaires de l'EPFL qui ne connaissaient pas les enjeux de la formation des maîtres primaires que pour les étudiants qui, le plus souvent, venaient de filières littéraires de l'école secondaire et ne voyaient pas les liens entre les contenus proposés par l'EPFL et les mathématiques qu'ils allaient enseigner plus tard. Les étudiants suivaient, en parallèle, des séminaires de didactique des mathématiques à la HEP Vaud. Au gré des diverses réorganisations des plans d'études de la HEP Vaud et des nouveaux accords avec l'UNIL et l'EPFL, la plupart des cours de savoirs disciplinaires ont été rapatriés à la HEP Vaud, souvent en étant intégrés dans des cours de didactiques. En 2010, l'EPFL a décidé de renoncer à donner le cours de mathématiques et l'Unité d'Enseignement et de Recherche en didactique des Mathématiques et des Sciences de la nature (UER MS) a reçu de la direction de la HEP Vaud le mandat de donner ce cours dès la rentrée de l'année académique 2010-2011.

3. Une première question

Une première question s'est immédiatement posée au sein de l'UER MS : Faut-il maintenir un cours de savoirs disciplinaires en mathématiques ou faut-il intégrer ces savoirs dans les cours de didactique, comme cela se faisait à l'école normale ou comme cela se pratique dans d'autres HEP ?

Une réorganisation de la formation des maîtres primaires annoncée pour la rentrée académique 2012 a incité les formateurs concernés à ne pas modifier pour le moment la répartition entre cours et séminaires. D'autre part, certaines recherches actuellement menées par l'UER MS se font sur le thème des liens entre les connaissances mathématiques des enseignants et leur enseignement (voir par exemple Clivaz 2011). Il a été décidé de tenter de mettre en relation ces recherches avec ce cours de savoirs disciplinaires. Une équipe a ainsi été créée autour du formateur, et premier auteur de cet article, pour construire ce nouveau cours et pour analyser les résultats obtenus dans le but de les intégrer dans la conception du nouveau plan d'études et dans les recherches de l'UER MS.

4. Quelques mots sur ces recherches

Un des objectifs essentiels de ce cours est, pour ses concepteurs, de permettre aux étudiants de percevoir l'impact des savoirs mathématiques appris durant le cours pour leur enseignement futur. Cet objectif, indissociable de l'apprentissage de ces savoirs, s'appuie sur la veine des recherches développées à la suite de l'impulsion de Shulman (1986), en particulier par Ball et son équipe (voir par exemple Ball, Thames et Phelps 2008). La

[1] Historiquement, l'UNIL, puis dans une moindre mesure l'EPFL, avaient le monopole de la formation académique des maîtres de l'école secondaire dans le canton de Vaud.

connaissance pédagogique du contenu (en anglais *Pedagogical Content Knowledge*, PCK) est bien, pour Shulman, d'abord une connaissance du contenu :

> Je parle encore de connaissance du contenu ici, mais de cette forme particulière de connaissance du contenu qui intègre les aspects du contenu les plus liés à son enseignabilité[2]. (Shulman 1986/ 2007, p. 9)

L'adaptation et la catégorisation de ce PCK ont permis à Ball et ses collègues de définir et de catégoriser des *Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement* (figure 1).

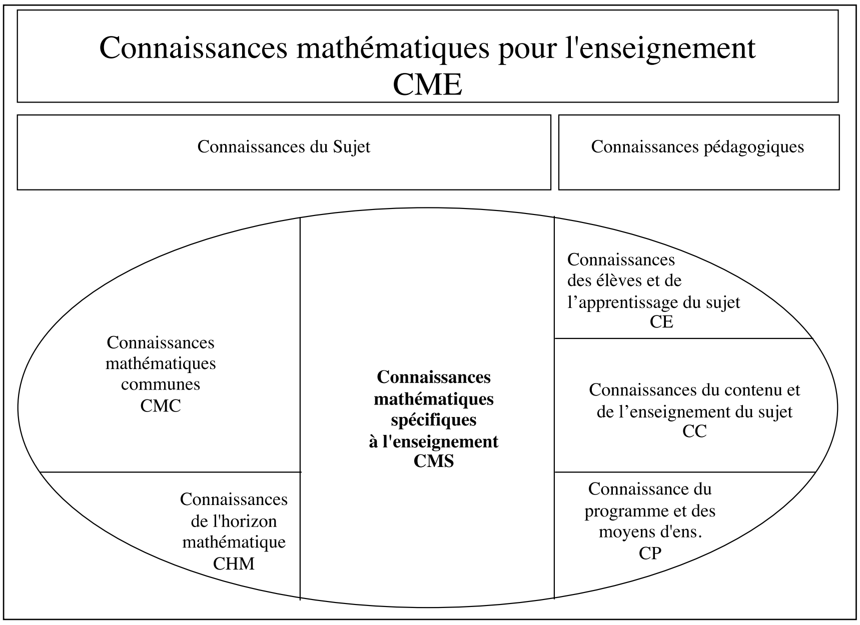

***Figure 1** – Connaissances mathématiques pour l'enseignement (Ball et al. 2008, p. 403)*[3]

La figure 1 a été présentée aux étudiants au début du cours en indiquant que le contenu du cours portait bien sur des connaissances mathématiques *pour l'enseignement*, et plus précisément sur les connaissances considérées comme influençant l'enseignement et l'apprentissage des élèves, les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement.

5. *Quelques autres interrogations apparues pendant la conception du cours*

Le cours donné par l'EPFL durait un semestre à raison de 1h30 par semaine. Une séance sur trois était consacrée à des exercices sous la responsabilité d'assistants qui s'occupaient chacun d'une vingtaine d'étudiants. Un examen écrit, corrigé par ces assistants, permettait de certifier ce cours. La réussite était obligatoire pour poursuivre sa formation à la HEP Vaud. Au niveau des contenus mathématiques, L'EPFL avait jugé opportun de travailler essentiellement les méthodes de démonstration appliquées à des résultats élémentaires de théorie des nombres comme la congruence.

L'UER MS n'a pas la possibilité d'engager des assistants et n'a pas le personnel permettant d'animer simultanément huit à dix séances d'exercices. Par ailleurs, le nombre d'étudiants qui suivent ce cours ne cesse d'augmenter, il y avait environ 120 étudiants lors des premières volées et 270 étudiants sont annoncés pour le cours de l'automne 2012 sans que les moyens mis à la disposition de la HEP Vaud et de l'UER MS ne soient augmentés pour autant.

[2] « I still speak of content knowledge here, but of the particular form of content knowledge that embodies the aspects of content most germane to its teachability » (Shulman 1986, p. 9).

[3] Notre traduction des termes de la figure : Mathematical Knowledge for Teaching / Subject Matter Knowledge / Pedagogical Content Knowledge / Common Content Knowledge / Horizon Knowledge / Specialized Content Knowledge / Knowledge of Content and Teaching / Knowledge of Content and Students / Knowledge of Content and Curriculum.

D'autre part, les locaux de l'EPFL sont conçus pour l'enseignement des mathématiques en grands effectifs. Ils sont en particulier pourvus de grandes surfaces de tableaux noirs qui n'existent pas dans les locaux de la HEP.

A la fin de chaque semestre, les étudiants de la HEP doivent remplir des questionnaires pour mesurer la qualité et la pertinence de l'enseignement. Leurs réponses ont permis de relever que la quasi-totalité des étudiants concernés n'ont pas réussi à mettre en évidence des liens entre le cours de l'EPFL et ceux de didactique des mathématiques ou avec leur métier.

Un certain nombre de questions se sont donc posées à l'UER MS :

- Quelles sont les mathématiques utiles aux enseignants de l'école primaire ?
- Peut-on enseigner ces mathématiques dans un cours en grand effectif à ce type d'étudiants ?
- Les infrastructures mises à disposition par la HEP permettent-elles de donner un cours de mathématiques ?
- Comment donner un cours de mathématiques à 200 étudiants sans séances d'exercices en groupes restreints ?
- Comment organiser la certification de ce cours sans une équipe d'assistant ou de formateurs pour corriger les copies ?

Les sections qui suivent nous permettront de décrire quelques-unes des pistes que nous avons explorées lors du premier semestre de l'année 2010-2011 pour essayer de répondre à ces questions. Lors de ce semestre, 163 étudiants étaient inscrits et 154 se sont présentés à la première session d'examens.

II. LE COURS

Notre objectif étant de proposer des outils qui permettent aux futurs enseignants primaires de voir avec un peu de relief les notions qu'ils seront amenés à introduire dans leurs classes, nous avons délibérément choisi de partir des mathématiques de l'école primaire pour proposer à nos étudiants des contenus qui leur offre la possibilité de faire par eux-mêmes des liens, en particulier lors d'analyses *a priori* de tâches mathématiques, entre les mathématiques travaillées dans ce cours et les cours de didactique.

Le programme des quatre premières années de l'école primaire (élèves de 6 à 10 ans) est découpé en six chapitres : *la logique et le raisonnement, le nombre et la numération, les opérations et leurs propriétés mathématiques, les outils de calcul, l'espace et la géométrie, la mesure et le mesurage* (Danalet, Dumas, Studer et Villars-Kneubühler, 1998,1999 ; Ging E., Sauthier M.-H. et Stierli E, 1996, 1997). Nous avons décidé de traiter les quatre premiers chapitres pendant le cours. La géométrie et la mesure n'ont été abordées que par des exemples liés à ces quatre chapitres. En particulier les quadrilatères ont été utilisés pour illustrer les propriétés d'inclusion des ensembles et des exemples de mesurage pour décrire les propriétés de certaines opérations.

Nous observons aussi depuis plusieurs années que nos étudiants ont complètement échappé, dans leur cursus scolaire, aux mathématiques modernes et au vocabulaire spécifique (propriétés des opérations) alors que cette terminologie est beaucoup utilisée dans les livres du maître des manuels officiels romands COROME (Danalet, Dumas, Studer et Villars-Kneubühler, 1998, 1999 ; Ging E., Sauthier M.-H. et Stierli E, 1996, 1997). Il nous a donc paru important d'introduire ce vocabulaire dans le cours.

Afin d'illustrer à la fois les modalités du cours et les sujets abordés, deux exemples sont décrits dans ce qui suit.

1. Une théorie des ensembles à visages humains

Ce chapitre est le premier qui a été traité. Outre les contenus, il doit permettre au formateur de mettre en place les contrats didactiques et pédagogiques pour l'entier du semestre. Il doit aussi convaincre les étudiants que ce cours est intéressant et que la réussite de l'examen ne dépend nullement d'éventuels mauvais résultats en mathématiques à l'école secondaire.

Il a donc été décidé de travailler avec l'ensemble des étudiants du cours comme *univers* et de définir les ensembles A, B et C, comme étant l'ensemble des étudiants qui ont au moins un "a", respectivement un "b" et un "c", dans leur nom ou leur prénom. Cela a permis au formateur de remplir des diagrammes de Venn ou de Carroll animés à partir du trombinoscope des étudiants comme dans la figure 2:

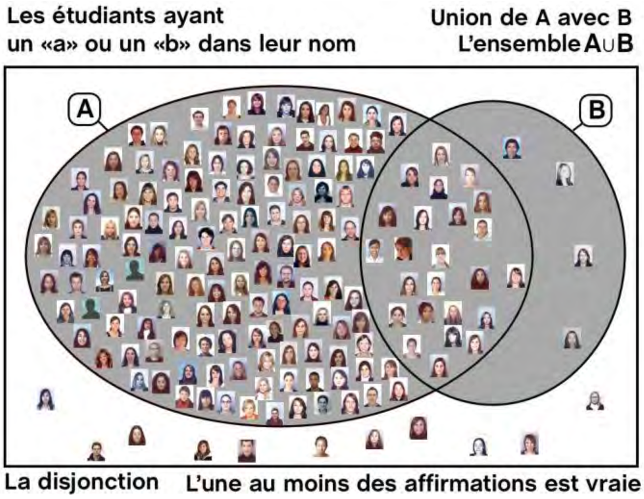

Figure 2–*La disjonction*

En ayant préalablement demandé aux étudiants de venir au cours muni d'un couvre-chef, le travail dans cet *univers*, a permis d'utiliser les étudiants présents au cours pour illustrer quelques démonstrations. Par exemple, pour démontrer que la réunion de deux ensembles est distributive par rapport à l'intersection, les consignes ci-dessous ont été données :

Celles et ceux qui ont un "a" dans leur nom se lèvent.
Celles et ceux qui ont un "b" et un "c" dans leur nom se lèvent.
Celles et ceux qui sont debout mettent un chapeau.
Celles et ceux qui sont debout s'asseyent mais gardent leur chapeau.
Celles et ceux qui ont un "a" ou un "b" dans leur nom se lèvent.
Celles et ceux qui sont debout et qui ont un "a" ou un "c" dans leur nom lèvent la main.
Celles et ceux qui sont debout la main levée sont-ils celles et ceux qui ont un chapeau ?

Les diagrammes de Venn correspondant à chaque étape étaient projetés à l'écran. Ces animations étaient ensuite mises à disposition des étudiants en format papier et en format vidéo pour palier à l'impossibilité de prendre des notes tout en étant acteur dans la construction de la démonstration.

En plus de l'animation, bienvenue lors d'un cours en grand effectif, cette mise en scène était motivée par la constatation de la difficulté éprouvée par les étudiants à se représenter ce qu'est un ensemble[4]. L'utilisation d'un ensemble et de sous-ensembles concrets, tout en utilisant les notations générales habituelles, a permis de faire le lien entre l'ensemble concret des étudiants du cours et l'ensemble général A des éléments qui respectent la propriété "A".

[4] Contrairement à la précédente, la génération actuelle de futurs enseignants n'a pas été baignée dans les mathématiques modernes à l'école primaire.

On fait l'hypothèse que ce point de vue permet aux étudiants de faire le passage du cas particulier au cas général à leur propre rythme. C'est peut-être aussi un moyen de tenir un discours qui permet aux étudiants de le comprendre chacun à son niveau de conceptualisation. Ces hypothèses devront être vérifiées par la suite.

2. *Des algorithmes animés*

Comme nous l'avons déjà précisé plus haut, l'enseignement des algorithmes fait partie des programmes de l'école primaire. Il est donc naturel pour nous de consacrer une partie de ce cours à l'explication de la numération décimale et des algorithmes classiques en insistant sur les liens entre les propriétés des opérations et les justifications de ces algorithmes.

Pour cela, après avoir consacré plusieurs séances à décrire et comparer les systèmes de numération proposés par quelques grandes civilisations, nous avons rappelé le fonctionnement de notre numération décimale en le comparant avec d'autres bases. Cela nous a ensuite permis d'illustrer l'algorithme d'addition, par exemple en base six, à l'aide d'animations comme dans la figure 3, ou celui de la multiplication, par exemple en base cinq, comme dans la figure 4.

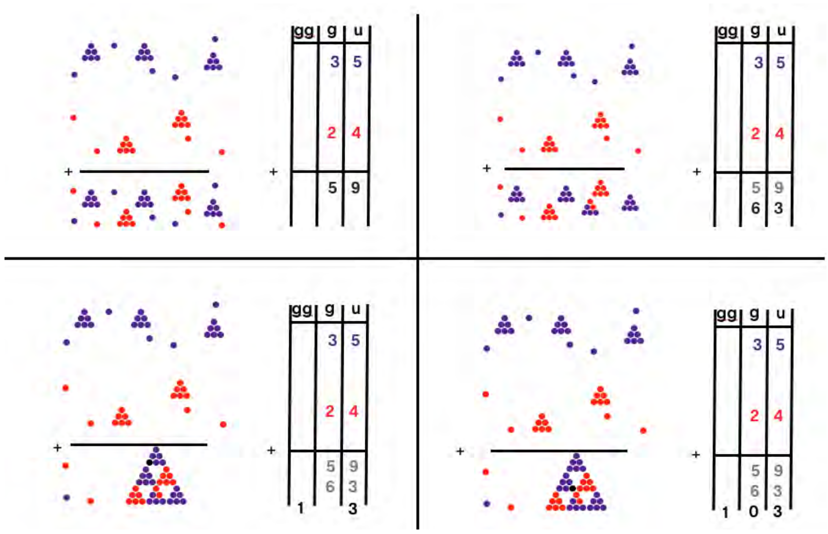

Figure 3*–addition en base six*

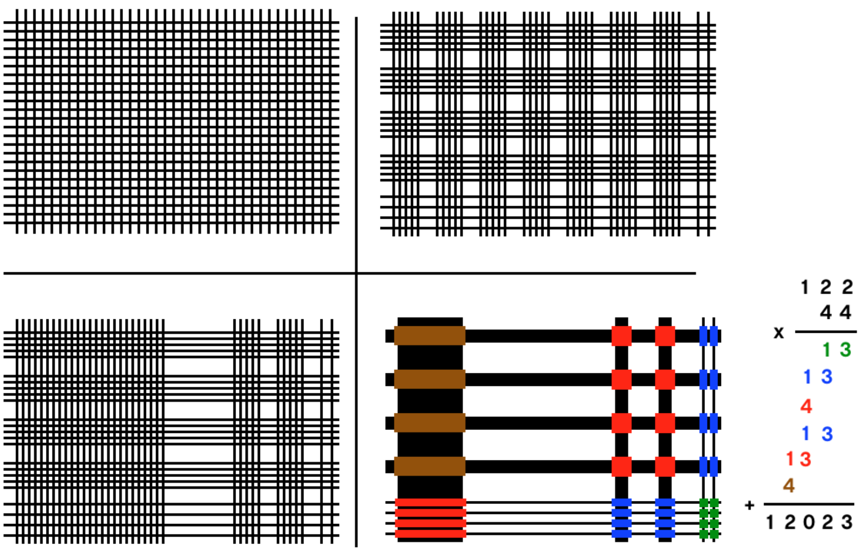

Figure 4*–multiplication en base cinq*

Lors d'observations faites en classe dans le cadre de sa thèse, Clivaz (2011) a pu constater que les enseignants ne font pas le lien entre le produit cartésien et l'algorithme de la multiplication et ont ainsi des difficultés à répondre aux questions de leurs élèves. Là aussi, nous faisons l'hypothèse, encore à vérifier, que le découpage proposé de l'algorithme de la multiplication à partir du produit cartésien permet aux étudiants de faire un pas de côté et de changer de point de vue. Cette représentation pourrait leur permettre de voir cet algorithme comme une conséquence des propriétés de la multiplication et non plus uniquement comme une *recette* efficace.

III. DES SEANCES D'EXERCICES VIRTUELLES

Depuis plusieurs années, la HEP Vaud met à la disposition des formateurs qui en font la demande une plateforme d'enseignement à distance (*Moodle*). Nous avons décidé d'essayer de palier à l'absence d'assistants pour animer des séances d'exercices en proposant des exercices en ligne. Plusieurs modalités ont été testées.

Des exercices complètement en ligne sous forme de *questions à choix multiples* (QCM), de *questions ouvertes à réponses courtes* (QROC), de *glisser-déposer* pour reconstituer des paires et d'un *wiki* permettant aux étudiants de proposer des réponses et de se positionner par rapport aux réponses des autres étudiants. Lors d'une évaluation qualité du module, réalisée la dernière semaine du cours 2010 (avant les examens), 87% des étudiants ont répondu qu'ils ont appris des choses grâce aux exercices en ligne. Quatre tests ont été proposés pendant le semestre pour 1158 passations.

Des exercices *sur feuilles* distribués pendant le cours et avec réponses disponibles sur *Moodle* ont aussi été donnés. Pour une partie de ces exercices nous proposions, soit spontanément, soit à la demande des étudiants, des corrections sous forme de vidéos réalisées à l'aide d'un logiciel d'enregistrement d'écran et d'une tablette graphique. 33 vidéos ont été mises à la disposition des étudiants : 14 comportaient des corrections d'exercices et les autres étaient composées d'exemples pour illustrer le cours ou d'extraits du cours. Il y a eu plus de 4000 consultations de ces vidéos et 85% des étudiants ont répondu qu'ils ont, selon la formulation du questionnaire qualité, appris des choses en visionnant les corrigés vidéo.

Un forum est également à la disposition des étudiants, pour poser des questions, mais aussi pour y répondre. 84 discussions ont été ouvertes pour 186 interventions et plus de 3800 consultations. Il n'y a pas de questions spécifiques sur le forum dans le questionnaire d'évaluation proposé aux étudiants. La quantité importante de données mise à disposition par *Moodle* peut en elle-même faire l'objet de recherches approfondies. Une première lecture permet déjà de relever que les étudiants qui sont intervenus sur ce forum sont les étudiants qui ont obtenu les meilleurs résultats à l'examen. Cela ne signifie pas que leur participation au forum est la cause de ces résultats, ni que ces étudiants sont conscients d'être de «bons étudiants». Une étude plus approfondie sera nécessaire pour voir dans quelle mesure la participation au forum a permis à des étudiants de s'améliorer ou d'augmenter leur confiance. La discussion ci-dessous nous semble bien refléter ce que nous avons pu observer sur ce forum :

> **Arlette (11h11)** : Bonjour tout le monde, pour pouvoir nous entraîner sur le sujet des nombres rationnels, Alice et moi avons inventé des exemples. Mais nous aimerions vous inviter à les faire aussi et à nous partager vos réponses, afin de les comparer.
> Ecrire les nombres ci-dessous en base dix
> a) 2,51 en base six Notre réponse: 103/36 en base dix ou 2,86111111...
> b)12,444444... en base cinq Notre réponse: 8 en base dix
> Qu'en pensez-vous? Et vous Monsieur Deruaz ?
> Merci d'avance de votre collaboration.

Nicole (11h34) : Je trouve la même chose pour le a). Par contre pour le b) j'obtiens 11/2 ou 5,5 en base 10...
Albertine (11h59) : Moi j'obtiens tout comme vous (8,861111[5] et 8) mais je ne suis pas sûre d'être une référence.
Nicole (12h26) : Comment un nombre à virgules en base 5 pourrait donner un nombre entier en base 10???? Si on le fait dans l'autre sens, 8 en base 10 donne 13 en base 5...
Janet (12h30) : Je trouve la même chose que vous.
Nicole (12h33) : Comment avez-vous obtenu 8 alors ????
Albertine (12h35) : Alors là c'est une bonne question...
Albertine (12h39) : Avec les formules A= 12, 444, 10 x A= 124,4
10 x A =124,4
1x A =12,4 ici faudrait faire moins
= 112 / 4 on est en base 5=> 112= 32 en base 10
32/4 = 8[6].
Janet (12h38) : C'est aussi ce que j'ai fait!
Nicole (12h46) : C'est moi qui me suis trompée... J'ai utilisé la bonne méthode mais je me suis trompé de base!!!! ^^ Donc oui j'obtiens bien 8!!!!!
Arlette (13h50) : Merci beaucoup pour vos réponse ! On vient de les voir...
Merci Albertine pour l'explication, c'est exactement ce qu'on a fait Alors Nicole, j'espère que ça t'a aidé!
On a toutes les mêmes réponses du coup, donc ce devrait être juste.. Est-ce que M. Deruaz nous confirme cela?....
En tout cas, bonne chance pour demain !
Léa (17h00) : J'vais passer pour une bobette mais quand tu fais 124.4444-12.4444 = 112, tu fais quoi après?
Parce que j'comprends pas ce que tu as écrit la: "= 112 / 4 on est en base 5=> 112= 32 en base 10
32/4 = 8". Merci de m'éclairer.
Léa (17h14) : Pas besoin, j'ai trouvé. Je me suis un peu mélangé les pinceaux !
M. Deruaz (17h42) : Désolé de vous avoir fait attendre mais j'étais en séance jusqu'à maintenant.
Le 103/36 est juste.
Pour le 12,444444... en base cinq, cela donne bien 8 en base dix et vos calculs sont ok.
L'explication du nombre à virgule qui devient un nombre entier est liée au fait qu'en base cinq,
12,444444....=13 comme en base dix, 6.9999....=7 ou plus simplement 0,99999....=1 (1/3=0,333333....
(1/3)*3=1 et 0,33333...*3=0,9999...)
Arlette (21h12) : Merci d'avoir pris du temps pour nous répondre et à demain!

On peut noter que Albertine et Léa introduisent dans leur première intervention une remarque pour préciser qu'elles ne sont pas sûres d'elles, alors que ces deux étudiantes ont obtenus de très bons résultats lors de l'examen qui a eu lieu le lendemain matin (respectivement les 14ème et 44ème résultats sur 154 étudiants qui se sont présentés à l'examen). On peut aussi relever que Léa répond elle-même à sa question quelques minutes après l'avoir posée. Une intervention plus prompte du formateur, soit sur le forum, soit pendant une séance classique d'exercices ne lui aurait peut-être pas permis de prendre conscience qu'elle peut elle-même répondre à sa question. Les interventions de Nicole nous semblent également intéressantes (elle a obtenu le 2ème résultat lors de l'examen). Elle a manifestement commis une erreur pour la question b), par contre sa remarque lors de sa seconde intervention pour remettre en cause la réponse correcte proposée par les autres, bien que judicieuse, n'a pas suscité de véritables réactions. Les interventions qui suivent la sienne se contentent d'expliquer le calcul réalisé en essayant de reproduire les exemples travaillés précédemment mais n'entrent pas dans la démarche critique proposée par Nicole. Une intervention judicieuse d'un modérateur du forum aurait peut-être permis aux autres intervenants de répondre à Nicole.

[5] Probable faute de frappe d'Albertine. Il faut lire 2,861111.
[6] Il est possible que les restrictions du moyen de communication (difficulté à écrire des maths dans le forum) aient incité Albertine à modifier son intervention.

IV. L'EXAMEN

La question de l'examen est assez rapidement apparue comme essentielle. Les forces à la disposition de l'UER MS ne permettaient pas de corriger de manière satisfaisante plus de 150 copies d'un examen écrit traditionnel dans les délais impartis. Nous n'avions en particulier pas la possibilité de faire corriger chaque épreuve par plusieurs correcteurs pour limiter les effets des biais liés à la correction. Pour y arriver, nous aurions dû nous contenter d'un nombre restreint de questions et n'aurions ainsi pas pu évaluer une partie importante de la matière traitée pendant le cours. Nous avons donc opté pour la réalisation d'un examen standardisé en utilisant des Questionnaires à Choix Multiples (QCM).

Pour pallier à une partie des faiblesses liées à l'utilisation des QCM classiques comme les réponses au hasard ou les biais introduits par des questions mal formulées, nous avons eu l'opportunité d'utiliser le Système Méthodologique d'Aide à la Réalisation de Tests (SMART) (Gilles 2010, pp. 57-98) par l'intermédiaire de la plateforme *Exams* (http://psyef-smart13.fapse.ulg.ac.be/examsweb/).

Dans la plateforme *Exams*, pour créer des questions, il faut préalablement construire une table de spécification qui croise les sujets qui feront l'objet de l'évaluation avec une taxonomie. Nous avons utilisé la taxonomie proposée par Bodin (2010).

L'un des reproches souvent faits aux QCM est la difficulté d'évaluer des niveaux taxonomiques élevés. Ce cours de savoirs disciplinaires fait partie d'un module qui comporte aussi des séminaires de didactique des mathématiques qui sont eux évalués par un examen écrit et les deux examens doivent être réussis pour que le module soit validé. Nous avions donc la possibilité d'évaluer la capacité à synthétiser ou à créer lors de cet autre examen. Par ailleurs l'équipe de l'Université de Liège propose l'introduction dans les QCM de Solutions Générales Implicites (SGI) et de Degrés de Certitude (DC). Ces améliorations, proposées entre autres à la suite de Leclercq (1993) et de Gilles (voir par exemple Gilles 2010, pp. 99-112) permettent de palier partiellement à ces faiblesses.

Pour cette première expérience, nous n'avons utilisé qu'un seul type de SGI, *aucune des solutions proposées n'est correcte*. Les trois autres SGI proposées (Leclercq 1993) nous sont apparues comme trop complexes à introduire dans un si bref délai ou peu appropriées aux mathématiques.

« Ce n'est pas ce que nous ignorons qui nous cause des problèmes, mais ce que nous savons … et qui est faux. Reconnaître (…) ses degrés d'incompétence est une habileté fondamentale, une compétence cruciale pour tout apprenant. » (Gilles 2010, p. 101). A la suite des travaux de Gilles, nous estimons qu'il est important voir même essentiel pour un enseignant d'être capable d'estimer son degré de certitude par rapport à une affirmation qu'il peut être amené à faire, en particulier lorsqu'il répond à un élève ou lorsqu'il se positionne par rapport à une proposition d'un élève. *L'ignorance ignorée* est ainsi particulièrement dangereuse. Les DC permettent de tenir compte dans le barème de la certitude avec laquelle l'étudiant a choisi sa réponse parmi les solutions proposées. Nous avons donc utilisé les DC avec l'échelle donnée dans le tableau 1.

Si vous considérez que votre réponse a une probabilité d'être correcte comprise entre	DC N°	Vous obtiendrez les points suivants en cas de réponse	
		correcte	incorrecte
0 % et 25 %	0	+13	+4
25 % et 50 %	1	+16	+3
50 % et 70 %	2	+17	+2
70 % et 85 %	3	+18	+0
85 % et 95 %	4	+19	-6
95 % et 100 %	5	+20	-20

Tableau 1 *– Echelle DC classiques (Gilles 2010, p. 69)*

Le tableau 1 a été présenté lors de la troisième semaine du cours en même temps que les autres modalités de l'examen. Les étudiants ont ensuite eu la possibilité de se familiariser avec ce barème lors d'un examen blanc proposé en ligne quelques semaines avant la fin du cours. L'entraînement des étudiants à l'examen est d'ailleurs l'une des huit étapes du SMART (Gilles 2010, p. 33).

Une autre étape importante du SMART est l'analyse des résultats du test ; globalement en utilisant, par exemple, l'*alpha de Cronbach* mais aussi par question en utilisant des indicateurs comme le coefficient de corrélation bisériale de point classique (rpbis) (voir par exemple Gilles 2010, pp. 171-177). Ceux-ci permettent « de mesurer le pouvoir séparateur d'une question, c'est à dire la capacité à distinguer les étudiants qui réussissent la question des étudiants qui échouent » (Gilles 2010, p. 171). En d'autres termes, ce coefficient permet de déterminer si les étudiants qui ont choisi une solution donnée sont les étudiants qui ont obtenu un bon résultat sur l'ensemble du test. Cela permet éventuellement d'accepter comme correcte une réponse initialement prévue comme un distracteur ou d'annuler une question si ses résultats et une analyse *a posteriori* de cette question et des réponses proposées laissent supposer qu'il y a une ambigüité.

Le tableau 2 montre les résultats obtenus pour la question 20 de l'examen :

	Pas de réponse	Sol 1	Sol 2	Sol 3	**Sol 4**	Sol 5	Aucune
Nombre d'étudiants qui ont choisi cette solution	1 (0,65%)	5 (3,25%)	25 (16,23%)	29 (18,83%)	**38 (24,68%)**	6 (3,9%)	50 (32,47%)
RpBis	-0,45	-0,43	-0,58	-0,58	**0,55**	-0,52	-0,61

Tableau 2 *– Les RpBis de la question 20 de l'examen*

La solution correcte à cette question est la solution 4. Sans les rpbis, le fait qu'un nombre plus élevé d'étudiants aient choisi la SGI *aucune* peut remettre en question la pertinence des solutions proposées mais le rpbis de 0,55 pour la solution 4, largement supérieur au seuil de 0,18 pertinent pour un test de 32 questions $(1/\sqrt{n})$ (Gilles 2010, p. 176) et des rpbis négatifs pour toutes les autres solutions montrent que la majorité des bons étudiants sur l'ensemble de l'examen a répondu correctement à cette question. Elle peut donc être considérée comme pertinente.

La question 7, analysée dans le tableau 3 est nettement moins satisfaisante :

	Pas de réponse	Sol 1	Sol 2	**Sol 3**	Sol 4	Sol 5	Aucune
Nombre d'étudiants qui ont choisi cette solution	0	15 (9,74%)	16 (10,39%)	**54 (35,06%)**	65 (42,21%)	0	4 (2,6%)
RpBis		0,05	-0,18	**0,11**	-0,11		0,07

***Tableau 3** – Les RpBis de la question 7 de l'examen*

La réponse attendue est la solution 3. Comme pour la question 20 (tableau 2), une autre solution (solution 4) a été choisie par un nombre plus élevé d'étudiants. Par contre, dans le cas de cette question 7 (tableau 3), le rpbis de la solution attendue est inférieur au seuil de 0,18 et deux autres solutions (solution 1 et SGI *aucune*) obtiennent des rpbis positifs. Une relecture *a posteriori* de la question et des solutions proposées a montré qu'il y avait une ambigüité possible et cette question a fait l'objet d'un traitement spécifique dans le barème définitif de l'examen.

La plateforme *Exams* propose aussi des résultats individualisés aux étudiants à l'aide de tableaux et de graphiques qui donnent des résultats par chapitre ou par niveau taxonomique et qui analysent la pertinence de l'utilisation des DC. Pour cette première expérience, nous n'avons pas utilisé ces possibilités car nous n'étions pas convaincus de savoir les exploiter correctement. Faute de temps pour les implémenter, nous n'avons pas fourni aux étudiants des feedback en ligne expliquant, après l'examen, pourquoi leur choix, question par question, sont bons ou non. Idéalement, des feedback doivent apparaître, au moins pour les tests formatifs, lors d'une prochaine occurrence de ce cours.

V. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Les aléas du calendrier font que cette contribution a été rédigée immédiatement après la première occurrence de ce cours sans que les auteurs n'aient pu exploiter l'ensemble des données récoltées, tant par la plateforme *Moodle* pour le cours et les exercices, que par la plateforme *Exams* pour les examens. Lors de l'évaluation du cours, à la fin de celui-ci, 60% des étudiants interrogés ont répondu qu'ils avaient trouvé ce cours utile à la pratique d'enseignant. Ce résultat est encourageant mais doit pouvoir être amélioré en mettant encore plus en évidence les liens entre certaines parties du cours et des exercices tirés des manuels officiels utilisés sur le terrain par les enseignants (Danalet, Dumas, Studer et Villars-Kneubühler 1998, 1999; Ging E., Sauthier M.-H. et Stierli E. 1996, 1997). Au niveau de l'utilisation des plateformes *Moodle* et *Exams* pendant le semestre, des pré-tests avant le début de chaque chapitre ainsi que des tests formatifs à la fin de ceux-ci doivent à l'avenir permettre aux étudiants et aux enseignants de mieux mesurer l'impact du cours sur les apprentissages des étudiants, tant au niveau de la réponse que du pourcentage de certitude associé à chaque réponse. On pourra ainsi mesurer un progrès en constatant que les pourcentages de réponses correctes augmentent, ou que les degrés de certitude affectés à des réponses correctes augmentent, ou encore que ceux affectés à des réponses incorrectes diminuent.

Nous allons aussi essayer de comparer les résultats obtenus à une question, en particulier le pourcentage de certitude moyen utilisé par les étudiants avec ceux d'une analyse *a priori* de la question. Pour cela, nous avons l'intention de travailler avec des analyses de tâches en testant l'hypothèse d'un lien entre le nombre d'adaptations de connaissances (Robert 2008, pp. 48-50) et le pourcentage de certitude moyen utilisé par les étudiants. Notre but est de mettre en place une typologie des exercices similaire à celle proposée par Vandebrouck et Cazes (2005).

Plus généralement, nous allons construire progressivement une base de données de questions à choix multiples dans le but de mesurer les connaissances mathématiques des enseignants en utilisant les DC. Base de données que nous pourrons utiliser comme outil de mesure dans de futurs projets de recherche.

REFERENCES

Ball D. L., Thames M. H., Phelps G. (2008) Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. Consulté le 18 juillet 2011, http://jte.sagepub.com/cgi/content/abstract/59/5/389.

Bodin A. (2010) *Proposition de nouvelle taxonomie pour les énoncés de mathématiques Classement par niveaux hiérarchisés de complexité cognitive*. Consulté le 18 juillet 2011, http://ebookbrowse.com/taxonomie-a-bodin-pdf-d99333161.

Clivaz S. (2011) *Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire.* Thèse de doctorat. Université de Genève. Consulté le 27 septembre 2011, http://archive-ouverte.unige.ch/unige:17047.

Gilles J.-L. (2010) *Qualité spectrale des tests standardisés universitaires*. Sarrebruck: Editions universitaires européennes.

Leclercq D. (1993) Validity, Reliability and Acuity of Self-Assessment in Educational Testing. In Leclercq D., Bruno J. (Eds) (pp. 113-131). *Item Banking: Interactive Testing and Self-Assessment* NATO ASI Series. Heidelberg: Springer Verlag.

Robert A. (2008) Une méthodologie pour analyse les activités (possibles) des élèves en classe. In Vandebrouck F. (Ed.) (pp. 45-57). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse: Octarès.

Shulman L. S. (1986) Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15(2), 4-14. Consulté le 18 juillet 2011, http://edr.sagepub.com/cgi/reprint/15/2/4.

Shulman L. S. (2007) Ceux qui comprennent. Le développement de la connaissance dans l'enseignement (G. Sensevy et C. Amade-Escot, trad.). *Éducation et didactique*, 1(1), 97-114. (Original publié 1986). Consulté le 18 juillet 2011, http://educationdidactique.revues.org/121.

Vandebrouck F., Cazes C. (2005) *Analyse de fichiers de traces d'étudiants : aspects didactiques*. Consulté le 18 juillet 2011, http://sticef.univ-lemans.fr/num/vol2005/vandebrouck-06/sticef_2005_vandebrouck_06p.pdf.

MANUELS SCOLAIRES

Danalet C., Dumas J.-P., Studer C., Villars-Kneubühler F. (1998) *Mathématiques 3ème année: Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel: COROME.

Danalet C., Dumas J.-P., Studer C., Villars-Kneubühler F. (1999) *Mathématiques 4ème année: Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel: COROME.

Ging E., Sauthier M.-H., Stierli E. (1996) *Mathématiques* 1ère *année: Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel: COROME.

Ging E., Sauthier M.-H., Stierli E. (1997) *Mathématiques* 2ème *année: Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel: COROME.