ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE VERSUS DU SECONDAIRE : FAIRE DES MATHEMATIQUES ENSEMBLE

Pierre-Alain CHERIX*, François CONNE*, Audrey DAINA*,
Jean-Luc DORIER*, Annick FLUCKIGER*

Résumé – Ce texte présente une recherche qui vise à analyser le rapport que des enseignants ou futurs enseignants ont à l'égard des mathématiques. Le dispositif élaboré a permis la confrontation, à propos de questions mathématiques, entre des enseignants généralistes de l'enseignement primaire et des enseignants du secondaire spécialistes des mathématiques du Canton de Genève. Deux types d'analyses ont été faites ; relativement aux thèmes mathématiques traités puis en termes de postures. La conclusion met en évidence les apports et les limites d'un tel dispositif relativement aux connaissances mathématiques et didactiques des enseignants.

Mots-clefs : rapport aux mathématiques, pratiques enseignantes, postures, enseignement primaire, enseignement secondaire

Abstract – This text presents a research work that aims at analysing the relation that teachers or future teachers have towards mathematics. The device elaborated allowed the confrontation, through mathematical questions, between generalist teacher from primary school and specialised teachers from secondary education, in Geneva. A first type of analyses was made relatively to the mathematical subjects at stake in the questionnaire. We give afterwards an analysis in terms of postures. The conclusion allows to put forward the benefits and limitations of such a device relatively to mathematical and didactical knowledge of teachers.

Keywords: relation to mathematics, teachers' practices, postures, primary school, secondary school

I. ORIGINE ET CONTEXTE DE LA RECHERCHE

La recherche présentée ici est une recherche exploratoire amorcée en 2006. À l'origine, un projet soutenu par la région Rhône Alpes[1] dans lequel l'équipe de didactique des mathématiques de Genève (DiMaGe) s'est intéressé à la question de la désaffection des élèves pour les sciences. Une première étude faite sur la base de questionnaires relatifs au savoir savant mathématique et à son enseignement/apprentissage a été exposée lors du colloque EMF 2009 (Cherix et al. 2009). L'absence de résultats significatifs dans le traitement statistique de ces questionnaires nous a conduits à nous intéresser au rapport au savoir que les enseignants entretiennent avec les mathématiques. Une autre visée concernait l'expérimentation de dispositifs susceptibles d'intéresser la formation des enseignants, formation regroupant enseignants du primaire et du secondaire. C'est donc avec cette double perspective que nous avons élaboré le dispositif de questionnaire / entretien décrit ci-après.

Dans ce texte nous exposons successivement les références théoriques qui sont les nôtres, puis le dispositif mis en place et les analyses faites. Celles-ci sont doubles ; après avoir analysé ce qui émerge de chacun des thèmes mathématiques en jeu dans l'entretien il nous a semblé indispensable de faire une deuxième lecture longitudinale de nos données, ce que nous avons fait en termes de « postures ». La conclusion permet de voir l'intérêt et les limites d'un tel dispositif.

* Université de Genève, équipe DiMaGe – Suisse – Pierre-Alain.Cherix@unige.ch, Francois.Conne@unige.ch, audrey.daina@unige.ch, Jean-Luc.Dorier@unige.ch, annick.fluckiger@gmail.com

[1] Cluster 14 « Enjeux et représentations de la science, de la technologie et de leurs usages », axe 4 « Formation scientifique et didactique des sciences », Projet sur « la désaffection des jeunes pour les études scientifiques ».

© Cherix P.A, Conne F., Daina A., Dorier J.-L., Fluckiger A. (2012) Enseignants du primaire versus du secondaire : faire des mathématiques ensemble. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT1, pp. 160–171). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

1. *Cadrage théorique*

Nous travaillons ici la notion de rapport au savoir dans une perspective proche de celle de Chevallard (2003). La spécificité de notre travail consiste à faire faire des mathématiques à des enseignants en dehors de tout contexte scolaire, pour obtenir des informations sur les opinions et les représentations que les enseignants ont de la discipline mathématique qu'ils enseignent.

Différents travaux anglo-saxons ont travaillé, avec une autre approche, la question des connaissances des enseignants. Shulman (1986) a développé la notion de « pedagogical content knowledge[2] », Ma (1999) ainsi que Ball et al. (2008) se sont attachés à analyser finement la façon dont les connaissances interviennent dans la gestion de la classe de mathématique. En France, Pian (1999) a mis en évidence que les étudiants se destinant à l'enseignement secondaire donnent à voir des connaissances mathématiques atomisées, Grugeon (2008) a relevé la difficulté d'une adaptation pertinente des apports de la formation à la pratique de classe Les recherches conduites par Robert (2001, 2005) montrent la difficulté des enseignants à investir mathématiquement les activités proposées aux élèves.

Notre recherche s'attache à apporter un nouveau type de point de vue sur ces questions. Après avoir présenté le dispositif expérimental nous préciserons lors des analyses par thème mathématique notre ancrage théorique. Les analyses en termes de *posture*, donneront à voir, l'aspect très exploratoire de cette recherche.

2. *Dispositif*

Pour analyser le rapport au savoir mathématique des enseignants, nous avons choisi de nous intéresser à leurs pratiques mathématiciennes, en faisant l'hypothèse que la confrontation entre des enseignants du primaire et du secondaire autour de questions mathématiques traitées par eux hors champ scolaire est susceptible de rendre visibles certaines dimensions du rapport au savoir entretenu par ces enseignants. De plus, il nous semblait intéressant de tester un dispositif susceptible d'être réinvesti dans la formation des enseignants.

Notre dispositif repose sur la confrontation de deux sujets[3], un de la culture de l'enseignement primaire et l'autre du secondaire (les deux sur la base du volontariat), pour une expérimentation en deux temps sur le même lieu. Les deux sujets de l'expérimentation, présents dans la même salle, doivent tout d'abord répondre par écrit à une série de questions (environ 1h) ; les productions sont alors photocopiées pour servir de base à l'entretien qui suit immédiatement (1h à 2h). Au cours de l'entretien, l'expérimentateur suscite des échanges directs entre les deux protagonistes à propos de leurs réponses au questionnaire et pose éventuellement de nouvelles questions susceptibles de relancer les discussions. Notons que chacun des sujets de l'entretien est informé du statut de ses partenaires.

Nous avons réalisé 14 entretiens: 6 confrontant deux étudiants, 8 deux enseignants plus ou moins expérimentés.

Dans ce texte nous utilisons S pour secondaire, P pour primaire ; Sa et Pa sont des apprenants (étudiants) destinés à enseigner respectivement au secondaire et au primaire; Se et Pe sont des enseignants en poste. Chaque entretien réunit donc trois protagonistes, un expérimentateur (chercheur de l'équipe, Exp) et deux sujets (un S et un P).

---

[2] Ce terme désigne des connaissances disciplinaires spécifiques à l'enseignement

[3] Nous choisissons à dessein le terme de « *sujets* » pour signifier que l'entretien n'est pas focalisé a priori sur la dimension enseignante.

A Genève, la formation des enseignants du primaire se fait à l'université (en sciences de l'éducation) et dure 4 ans ; les étudiants dont il est question ici étaient à la fin de leur 3^{e} année universitaire. Au moment de notre expérimentation, la formation des enseignants destinés au secondaire consistait, après un master de mathématique, en un suivi au cours de la première année d'enseignement par des pairs formateurs sans formation didactique spécifique. Les étudiants Sa de notre expérimentation étaient alors en fin de master de mathématiques. Notons qu'il est fréquent pour de tels étudiants de faire des remplacements et/ou des cours particuliers, ils ont donc tous un peu d'expérience en enseignement.

Le questionnaire écrit (donné en annexe) porte sur quatre thèmes mathématiques : nombres décimaux et réels, constructions géométriques, algorithmes de calculs écrits, et π.

3. Analyses

Le corpus d'analyse est constitué à la fois des questionnaires écrits et des enregistrements vidéo des entretiens. Malgré le nombre important de données, il n'y a que peu de cas (14), ce qui fait de notre recherche une étude plutôt de type clinique.

Les premières analyses faites l'ont été relativement aux thèmes mathématiques abordés. Le dispositif mis en place a permis un double croisement : confrontation primaire versus secondaire, comparaison étudiant versus professionnel. Nous détaillons ci-dessous les analyses a priori et les résultats obtenus.

À la suite de ces analyses et du fait des limites relevées est apparue la nécessité d'un nouveau point de vue en termes de « postures ». Cette nouvelle approche permet une prise en compte de la situation d'entretien en tant que trilogue (incluant l'expérimentateur), de son déroulement temporel, et de l'évolution des positionnements dans la durée.

Nous donnons à voir ci-dessous succinctement et successivement les deux sortes d'analyses faites ; dans la réalité de cette recherche de longue durée (2007-2010) elles se sont bien évidemment enrichies mutuellement.

II. ANALYSES PAR THEME MATHEMATIQUE

1. Questions sur les nombres

La première série de questions concerne les nombres décimaux et réels et les écritures décimales illimitées. Ce sujet a été traité dans de nombreux travaux de didactique. Nous nous sommes appuyés notamment sur les travaux de Bronner (1997), Brousseau (1987), Izorche (1977), Le Thai Baô (2007), Margolinas (1985, 1988) et Neyret (1995) à la fois pour élaborer les questions les plus pertinentes et analyser les réponses recueillies.

Ce thème situé à la charnière primaire - secondaire, nous semblait pouvoir permettre l'émergence d'un rapport aux mathématiques dépassant le cadre strict des enseignements scolaires sans en être déconnecté.

Une première constatation concerne l'opposition nombre comme objet mathématique versus nombre comme écriture. L'appréhension du nombre en tant qu'écriture permet de résoudre de nombreuses questions, mais l'approche du nombre comme objet est une connaissance plus théorique et cette opposition recouvre celle des cultures mathématiques de nos sujets. Dans l'organisation des cursus d'enseignement la conceptualisation des nombres (entiers, décimaux, réels) commence par des actions sur des objets matériels (par exemple, des jetons) puis des écritures chiffrées. Piaget (1977) modélise ces processus en terme d'abstraction réfléchissante qui, portant sur les activités cognitives, transpose et reconstruit à un niveau supérieur (en les réorganisant) les acquis d'un niveau inférieur. Dubinsky (1991) et Sfard (1991), mettent eux aussi en évidence l'appui sur l'action, la répétition de certaines actions et la réflexion permettant l'intériorisation en des processus. C'est bien ce type de phénomène qui peut être identifié dans ce thème ; comprendre que 0,999… est 1 nécessite ce dépassement et ne peut être compris en restant au niveau d'un jeu sur les écritures. Cette dialectique processus–objet est centrale et pertinente pour discriminer les sujets S des sujets P.

Par exemple à la question du prédécesseur de 4, Sa2[4] répond « il n'existe pas ». L'étudiante Pa2 répond $3,\overline{9}$: pour cette étudiante centrée sur le processus d'écriture $3,\overline{9}$ ne peut qu'être différent de 4 puisque les écritures sont différentes

Pa2 : il peut pas y avoir de chiffre… vraiment qui précède 4, vu que c'est infini…

Nous trouvons dans cette réponse l'habituelle confusion faite entre « chiffre » et « nombre ». Dans la conception qui émerge ici, le processus d'écriture n'est pas encore encapsulé - pour reprendre le terme de Dubinsky (1991)- pour créer un objet cognitivement plus complexe.

Ce genre d'opposition est apparu sous une forme ou une autre dans presque tous les binômes entre les sujets P et S. Concernant l'existence d'une infinité de nombres entre deux décimaux, tous les sujets P donnent une explication liée à l'écriture. Les sujets S affirment tous à un moment donné qu'entre deux nombres il y a toujours un autre nombre; les arguments donnés alors portent sur le processus d'intercalage à l'infini des nombres qui sont ainsi traités comme des objets indépendants de leur écriture.

Une deuxième distinction est à faire entre enseignants en formation et enseignants confirmés. Les enseignants confirmés font avant tout référence à leur pratique de classe et moins souvent à une culture mathématique générale. Ils semblent s'être forgés un univers mathématique délimité par ce qu'ils abordent habituellement en classe. Ainsi, il apparaît que la pratique d'enseignement agit comme un filtre important dans le rapport aux mathématiques; ce phénomène non spécifique à la question numérique est identifiable dans de nombreux échanges au cours de l'entretien.

2. Questions sur les constructions géométriques

La deuxième série de questions porte sur des constructions géométriques (voir annexe). Notons qu'à Genève l'enseignement de la géométrie a été pendant longtemps très minoré à l'école primaire. Les sujets P de notre expérience peuvent donc avoir une formation plus que sommaire dans ce domaine. Les constructions géométriques à la règle et au compas dont il est question ici sont des objets classiques d'enseignement de l'école secondaire, elles engagent également des expériences spatiales. Les sujets P et S ne sont pas dans la même position *a priori* relativement à ces questions.

Comme précédemment, il s'agit de « faire» des mathématiques, de produire une réponse mais pour cette question, une fois la construction achevée, son auteur sait s'il a ou non réussi : la possibilité d'un feedback immédiat caractérise cette série de questions. Au cours même de l'élaboration de la réponse (la construction) des ajustements perceptifs sont possibles pour obtenir la réponse attendue. Au delà des constructions à réaliser à partir du rappel de la construction de la bissectrice, une question engage la réflexion sur les liens qui peuvent être

[4] Rappelons que Sa correspond à un étudiant (apprenant) en master de mathématique, le 2 correspond au 2ème entretien.

faits entre les différents éléments évoqués (bissectrice, perpendiculaire à une droite passant pas un point dont la position n'est pas précisée) ou une autre construction non mentionnée.

Les résultats différenciant les sujets P et S sont en cohérence avec d'autres observations faites en Suisse Romande ou en France (Celi et Bessot 2008 ; Offre, Perrin-Glorian et Verbaere 2006). Notamment, nous retrouvons chez les sujets P des procédures « à l'œil », telles qu'observées chez des élèves du primaire ou du secondaire inférieur. Les sujets P identifient ces questions comme faisant partie de leur formation scolaire mathématique. Ils reconnaissent (sauf 1) le rappel de construction proposé, mais l'absence de pratique a, chez certains, fortement émoussé le souvenir de ces pratiques de construction.

Le regard porté sur ces questions est différent. Les sujets P ne se sentent pas vraiment concernés, ni dans leur pratique personnelle, ni dans leur enseignement. Ces constructions enseignées par les sujets S sont en général dépréciées parce que considérées comme obsolètes. Ni la question de la difficulté de cet enseignement/apprentissage, ni la question de la place culturelle de ces constructions dans l'édifice mathématique ne sont abordées ; tous savent que cette pratique remonte à Euclide, cela suffit pour en faire un enseignement traditionnel à enseigner. L'enjeu de cet enseignement est rapporté à une technique de dessin nécessitant la maitrise d'instruments particuliers.

L'entretien a permis de questionner l'usage fait des instruments, les liens entre différentes constructions et le rapport à la démonstration. Dans cet échange à trois, certains sujets se sont sentis « retournés à l'école » voire « mal à l'aise » de se sentir observés « en train de faire ». Une sorte de relation didactique s'est souvent développée donnant lieu à des phénomènes de l'ordre d'un contrat didactique alors noué, l'un des protagonistes étant amené à «enseigner» une construction, un concept ; nous retrouverons cet aspect dans les analyses en termes de posture.

Dans ce thème qui a été considéré comme le moins intéressant du questionnaire, on observe que les sujet S, familiers de ces constructions, appliquent les procédures routinières connues; ce n'est pas le cas pour les sujets P moins familiers de ces questions qui traitent ces questions comme des questions ouvertes en engageant des procédures de résolution originales.

Lorsque l'expérimentateur engage la discussion sur le terrain de la démonstration, le clivage est net entre les deux populations ; les sujets S se sentent interpellés et répondent à la demande tandis que les sujets P se mettent alors en retrait.

3. Questions sur les erreurs dans les algorithmes écrits des opérations

Une spécificité de cette question réside dans son ancrage dans la pratique professionnelle des enseignants puisqu'il s'agit de commenter des erreurs attribuées à des élèves. Une autre particularité vient de ce que dans cette question les sujets de l'expérience ne produisent pas eux-mêmes une réponse à une question mathématique comme c'est le cas dans les autres groupes de questions. Enfin, cette question est davantage en lien avec l'univers professionnel des sujets P ; cela constitue donc pour les sujets P, une respiration bien venue dans l'entretien. La lecture d'erreurs est un savoir didactique travaillé dans la formation. Il s'agit pour nous dans cette question de discriminer les commentaires faits en termes de connaissances numériques de ceux relatifs aux diagrammes de l'algorithme, distinction faite dans les travaux de Brun, Conne et Flückiger (2003) ou Conne (1988). Nous ne voulions pas que les erreurs de livret (tables d'addition ou multiplication) soient un facteur explicatif de l'erreur d'où un choix de calculs élémentaires non problématiques ; c'est la question de la numération de position qui est centrale dans ces erreurs. L'erreur d'addition a été reprise d'observations faites à l'origine par Kamii et Dominick (1998).

Les analyses des questionnaires et entretiens donnent à voir deux profils différenciés. Ma (1999) différencie ce qu'elle appelle la « compréhension procédurale » centrée sur les questions d'exécution d'algorithme de la « compréhension conceptuelle », faisant appel à un réseau plus étendu de connaissances mathématiques en lien avec la question traitée. Nous retrouvons cette distinction en y adjoignant quelques remarques complémentaires.

Comme prévu, identification et localisation des erreurs ne posent aucun problème. On observe que les sujets Sa ont d'entrée de jeu une approche généralisante des deux erreurs proposées, approche centrée sur les concepts mathématiques, les sujets Pa ont une approche factuelle s'attachant à décrire la production de l'erreur et sa localisation ce qui conduit à différencier les deux calculs.

Le rapport au vocabulaire mathématique est différent. Pour les sujets S, les connaissances mathématiques liées aux algorithmes de calcul sont organisées en réseau et sont formulables aisément: elles agissent comme modèle pour penser les erreurs proposées. Pour les enseignants Pe et les étudiants Pa, ces connaissances existent mais elles n'émergent que sur sollicitation de l'expérimentateur et se manifeste alors un déficit important de vocabulaire[5].

Notons enfin que c'est toujours l'enseignement qui a été à l'origine du questionnement sur les algorithmes, l'objet mathématique « algorithme » n'est jamais questionné pour lui-même.

4. *Questions sur π*

Cette question se place nettement au niveau culturel. L'idée est de voir si cette notion, abordée par tous au cours de leur propre scolarité, entre dans ce qu'on peut appeler le patrimoine culturel des enseignants. π nous semble un bon candidat pour rester dans la conscience collective (Delahaye 1997).

La nécessité d'une définition ne s'impose manifestement pas, qu'il s'agisse des sujets P mais également de certains enseignants du secondaire Se ou des étudiants en master Sa. Lorsqu'elle est sollicitée, la définition donnée par les sujets S est en général le rapport entre le périmètre d'un cercle et de son rayon, très rarement celui de l'aire d'un disque au carré de son rayon. Le terme de « rapport » pose problème aux sujets P qui entendent « lien vague entre » et non rapport mathématique entre deux grandeurs ; ils rapportent donc plutôt π à son approximation 3,14. Si tous refusent de définir formellement π comme 3,14, c'est de fait cette définition qui émerge dans l'action chez certains sujets. Ce n'est pas le cas chez les étudiants Sa mais c'est quasi systématique chez les sujets P ; certains sujets Se ne sont pas loin de cette position, par exemple ce raccourci significatif d'une identification dans l'action entre π à 3,14 : « Sa : 3,14 est un nombre infini », pour mentionner le développement décimal de π. C'est bien 3,14 qui reste comme le plus significatif de ce qu'est π.

Comme pour les autres questions, pour les enseignants du secondaire c'est bien l'objet enseigné qui est au cœur des propos et non l'objet mathématique dans l'édifice culturel. Ils disent comment il leur a été enseigné et comment eux en parleraient à leurs élèves et quels moyens didactiques ils mettraient en œuvre pour l'aborder en classe.

Les étudiants parlent de la nature mathématique de π, les enseignants de l'objet enseigné : la différence se fait donc plus nettement entre les enseignants et les étudiants qu'entre les sujets S et P. Discuter de la nature arithmétique de π est resté l'apanage des étudiants Se.

[5] Selon Vergnaud (1991), l'absence de signifiant signe un déficit de conceptualisation.

Ainsi, π ne semble pas être une notion mathématique aussi emblématique que nous l'avions imaginée et si les échanges entre les sujets S et l'expérimentateur ont été fournis, les sujets P ont souvent été en retrait dans cette partie de l'entretien.

5. Conclusion

Les thèmes mathématiques du questionnaire ont leurs spécificités propres, les analyses portent les traces de ces spécificités et des travaux didactiques s'y rapportant: il ne peut donc y avoir de réelle synthèse. Comme prévu nous avons retrouvé des différences significatives entre les sujets P et S compte tenu de la différence de la formation mathématique. Un résultat peut-être plus frappant est la différence entre les étudiants et les enseignants expérimentés qui semblent ne faire plus référence qu'aux mathématiques qu'ils enseignent. S'ils sortent de cette référence, ils rentrent dans le souvenir de leur vie d'élève. Ceci montre que la culture mathématique des enseignants n'évolue qu'à l'aune du contexte scolaire qu'ils fréquentent dans une rupture avec leur formation universitaire (qu'elle soit disciplinaire ou didactique). Ce point montre l'intérêt de dispositifs de formations initiale et continue permettant un développement professionnel qui inclut une dimension sur la culture disciplinaire.

A l'issue de ces analyses il nous semble indispensable, pour tester le potentiel de ce type de dispositif en termes d'évolution du rapport aux mathématiques, de relire les entretiens avec une grille d'analyse prenant en compte la dynamique de ces entretiens dans la durée ainsi que le rôle non négligeable de l'expérimentateur.

III. ANALYSES EN TERMES DE POSTURES

La notion de *posture,* issue de la sociologie est utilisée ici dans ce qu'elle sous-entend de prise en compte des interactions et de la dynamique de l'entretien. Elle nous semble permettre des analyses nouvelles, non segmentées par les thèmes mathématiques, analyses dont nous donnons les résultats les plus saillants ci-dessous. De plus nous espérons dans un deuxième temps identifier sur la base de ces analyses des ressorts pertinents pour la formation.

De par le dispositif, les sujets volontaires, interrogés hors contexte scolaire, donnent à voir leurs pratiques mathématiques sur différents sujets, mais ils font également référence à leur pratique professionnelle ainsi qu'à leur passé d'élève et d'étudiant. Nous avons pu identifier deux grandes catégories de postures significatives relevées au cours de ces quatorze entretiens : des postures symétriques d'échange d'une part, des postures dissymétriques d'autre part.

Les sujets P et S confrontés dans l'entretien peuvent par moments se mettre en « posture d'échange », l'expérimentateur ne jouant alors que peu de rôle dans les interactions. Par exemple on voit dans la question sur les algorithmes, l'enseignant Pe faire appel à l'enseignement conjoint de la lecture et du calcul écrit pour expliquer l'erreur relevée dans l'addition ; l'enseignant Se découvrant cet argument, il s'ensuit un échange entre deux professionnels qui apprennent l'un de l'autre. Cette posture a été également relevée ponctuellement entre deux étudiants ou entre deux experts lorsque l'expérimentateur a engagé un débat avec le sujet S sur des questions mathématiques excluant de fait le sujet P.

Ce type de postures n'est pas fréquent. Bien plus souvent les postures relatives sont dissymétriques, nous évoquons ci-dessous les plus fréquentes.

Deux types de postures sont fréquentes compte tenu de la situation, celles « d'élève » et celle « d'enseignant ». Elles sont prises à l'initiative d'un des protagonistes ou provoquées en réaction à une prise de position ou une question. Par exemple un des sujets peut contraindre l'autre ou l'expérimentateur à lui enseigner une réponse, l'autre le faisant de plus ou moins bon gré. Certains enseignants du secondaire ont pu refuser cette posture en ramenant systématiquement l'échange dans une forme collaborative. Un seul cas a été relevé de posture ostentatoire d'expert en mathématique prise par un étudiant Sa. Un autre cas particulier de sujet Se a conduit ce dernier à se placer trop systématiquement dans l'entretien en posture de formateur de son alter ego ; ceci a conduit à un rejet de plus en plus net de la part de l'enseignant Pe. Ces cas limites seraient à prendre en compte dans l'optique de la mise en place d'une formation fondée sur ce dispositif.

En tant qu'enseignant, les références peuvent être en lien avec les élèves, mais aussi en lien avec la communauté professionnelle : « nous on travaille jamais avec deux chiffres ». La référence à la communauté apparaît souvent comme un moyen de défense des sujets P lorsqu'ils se sentent en difficulté mathématique, c'est aussi un moyen de justifier un savoir procédural.

Un autre aspect concerne la référence aux tâches familières dans sa pratique professionnelle : « J'ai commencé par 4,01 parce que j'ai l'habitude d'encadrement non strict d'un côté » ou en géométrie « l'énoncé est clair parce que je connais l'exercice ».

Ceci apparaît souvent chez les sujets S pour justifier leur aisance aux yeux de leur collègue P. Pour les sujets P, elle apparaît davantage en lien avec les activités manipulatoires pratiquées en classe.

Cette posture « d'enseignant » est fréquente, y compris chez les étudiants. En contrepoint la deuxième posture massivement relevée est celle « d'élève » :

> Je ne suis pas sûre car je ne me souviens plus trop si au bout d'un moment cela devient 4
>
> Vieux souvenir de démonstration du collège où on devait faire un truc avec les continus et au bout d'un moment ben ça devient…

A la suite de quoi cet enseignant Pe se tourne vers son partenaire pour demander « pourquoi ça vaut 4 ? », mettant ainsi Se en posture d'enseignement et de ce fait adoptant dans l'entretien une posture d'élève qui apprend ici et maintenant. Elève qui se souvient, élève qui apprend ont été des postures fréquemment prises. De fait de nombreux sujets de l'expérience ont fait et appris des mathématiques pendant l'entretien.

Si le dispositif génère souvent une dissymétrie des postures, sauf exception, ceci n'a pas posé de problème d'ascendance mal vécue. Au contraire la confrontation a souvent générée un travail collaboratif portant sur les mathématiques ou sur la pratique professionnelle, ce qui potentiellement peut produire des effets positifs sur l'évolution des rapports aux mathématiques. De plus, dans ce type d'analyse le rôle de l'expérimentateur apparaît de façon évidente et le thème traité génère des postures différentes.

IV. CONCLUSION

Les échanges ont été nombreux, les sujets ont dit avoir été intéressés par cette expérience même si dans un premier temps ils se sentaient un peu déstabilisés. Si notre dispositif laisse entrevoir une piste pour la formation initiale ou continue, la question se pose bien sûr de reproduire ce dispositif avec des populations moins motivées *a priori*[6]. Se pose également la question des contenus à aborder et de la forme des questions. Les contenus proposés ici sont proches de l'enseignement et donc susceptibles de focaliser les réponses sur la pratique professionnelle.

[6] Rappelons que les sujets de notre expérience étaient volontaires.

Notons également que la formation professionnelle, les connaissances didactiques théoriques, sont singulièrement absentes du discours, les sujets ne font référence qu'à leurs savoirs professionnels, les pratiques de classe et leurs souvenirs en tant qu'élèves. Il est clair que la pratique d'enseignement agit comme un filtre important dans le rapport aux mathématiques. Les enseignants avec beaucoup de pratique semblent ainsi s'être forgés un univers mathématique délimité par ce qu'ils ont l'habitude d'aborder en classe. Dans le traitement de l'ensemble des questions le constat peut être fait que l'univers mathématique des enseignants est limité par les sujets abordés en classe et les savoirs qui relèveraient du champ de la didactique des mathématiques acquis en formation semblent inexistants.

REFERENCES

Ball D., Thames M., Phelps G. (2008) Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Bronner A. (1997), *Etude didactique des nombres réels*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble I.

Brousseau G., Brousseau N. (1987) *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. Document pour les enseignants et pour les formateurs, IREM de Bordeaux.

Brun J., Conne F., Flückiger A. (2003) Algorithmes de division et schèmes numériques, Compétences complexes dans l'éducation et le travail. Qu'est-ce que la pensée? In Vergnaud G. (Ed.) *Actes du colloque Qu'est-ce que la pensée ? 1-4 juillet Suresnes 1998* (CD Rom).

Celi V., Bessot A. (2008) Statut et rôle du dessin dans la formulation d'un programme de construction au collège. *Petit x* 77, 23-46.

Conne F. (1988) Calculs numériques : Quatrième épisode du feuilleton consacré aux activités numériques élémentaires. *Math Ecole* 135, 33-35.

Cherix P.-A., Conne F., Daina A., Dorier J.-L., Fluckiger A. (2010) Analyser le rapport aux mathématiques des enseignants peut-il aider à agir contre la désaffection des jeunes pour les études de mathématiques ? *Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone* (spécial n°1, pp. 55-75). http://fastef.ucad.sn/EMF2009/colloque.htm projet.

Chevallard Y. (2003) Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In Maury S., Caillot M. (Eds.) *Rapport au savoir et didactiques* (pp. 81-104). Paris : Editions Fabert.

Delahaye J.-L. (1997) *Le fascinant nombre π*. Paris : Belin.

Dubinsky E. (1991) Reflective Abstraction. In Tall D. (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 95-123). Dordrecht : Kluwer.

Grugeon B. (2008) Quelle évolution des pratiques d'un professeur stagiaire de mathématiques pendant son année de formation à l'IUFM. In Vanderbrook F. (Coord.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 383-419). Toulouse : Octarès éditions.

Izorche M.-L. (1977) *Les réels en classe de seconde*. Mémoire de DEA. Université de Bordeaux 1.

Kamii C., Dominick A. (1998) The harmful effects of algorithms in grades 1-4. In M. Lorna, K. Michael (Eds.) *The teaching and learning of algorithms in school mathematics: 1998 NCTM yearbook* (pp. 130-140). Reston - VA, National Council of Teachers of Mathematics.

Le Thai B. (2007) *Etude didactique des relations entre notions de limite et décimalisation des nombres réels dans un environnement « calculatrice ».* Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier – Grenoble 1 et Université Pédagogique de Ho Chi Minh Ville.

Ma L. (1999) *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental* Mathematics *in China and the United States*. London: Routldege.

Margolinas C. (1985) *Un bilan des connaissances sur les nombres après la classe de 4e, le nombre dans tous ses états*. Mémoire de DEA. Université de Bordeaux I.

Margolinas Claire (1988) Une étude sur les difficultés d'enseignement des nombres réels. *Petit x*, 16, 51-66.

Neyret R. (1995) *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les instituts Universitaire de Formation des Maîtres*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier – Grenoble I.

Offre B., Perrin-Glorian M.-J., Verbaere O. (2006) Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2. *Petit x*, 72, 6-39.

Piaget J. (1977) *Recherches sur l'abstraction réfléchissante*. Paris: PUF.

Pian J. (1999) Diagnostic des connaissances mathématiques des étudiants de CAPES, vers une interprétation cognitive des apprentissages individuels. *IREM de Paris7, Cahier DIDIREM* 34.

Robert A. (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 21(1/29), 57-80.

Robert A. (2005) Recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants du second degré en mathématiques – L'exemple d'une formation de formateur. In Castela C., Houdement C. (Eds.) *Actes du Séminaire National de Didactique des* Mathématiques (pp. 137-176). Paris : ARDM et IREM de Paris 7.

Sfard A. (1991) On the dual nature of mathematical conception: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics* 22(1), 1-36.

Shulman L. (1986) Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

Vergnaud G. (1991) La théorie des champs conceptuels. *Recherche en didactique des mathématiques*, 10(2/3), 281-308.

ANNEXE : QUESTIONNAIRE (3 VERSIONS)[7]

Merci de bien vouloir répondre aux questions qui suivent. Notre but n'est pas de vous évaluer, mais de recueillir des informations qui vont nous servir pour une recherche.

Ne vous censurez pas, écrivez tout ce que vous voulez (si nécessaire utilisez le dos des feuilles), n'effacez pas, si vous devez tracer, faites-le de façon « lisible ».

Questions 1

A1) Existe-t-il un nombre compris entre 2,746 et 2,747 ? Si oui en donnez-en un, sinon justifiez

A1bis) Quels sont les nombres compris entre 2,13 et 2,23 ? (A partir de Ent5)

A2) Donnez le meilleur encadrement possible avec deux chiffres après la virgule :

…………..< 4,157 < …….....

A2bis) Donnez le meilleur encadrement possible avec deux chiffres après la virguleö

…………..< 0,007 < …….... (A partir de Ent5)

A3) Donnez le meilleur encadrement possible avec trois chiffres après la virgule :

…..... < 4,1 < ……

A3bis) Donnez le meilleur encadrement possible avec quatre chiffres après la virgule :

…..... < 4,01 < …… (A partir de Ent5)

B1) Quel est le nombre qui précède 4 (juste avant 4) ?

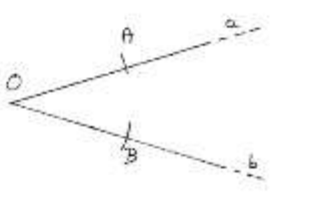
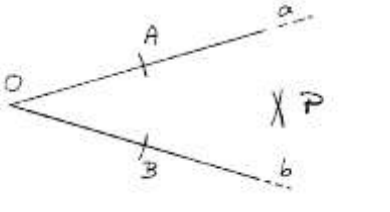
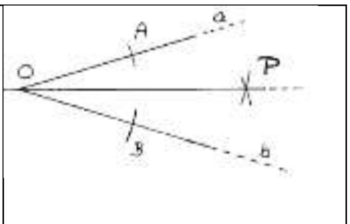
B2) Quel est le résultat de l'opération : $1,\overline{4} + 3,\overline{7}$??

= …….

N.B. la notation $1,\overline{4}$ signifie 1,444… , il y a une infinité de 4 après la virgule

Questions 2

Voici, en guise de rappel, une construction à la règle et au compas de la bissectrice d'un angle :

		
Etape 1	Etape 2	Etape 3

Cette construction aura sans doute ravivé en vous quelques souvenirs de géométrie élémentaire. Nous mettons maintenant à votre disposition du papier, un crayon, une règle et un compas pour effectuer deux constructions que nous vous demandons de faire.

1. Construisez s'il vous plaît la bissectrice d'un angle plat.

2. Construisez s'il vous plaît la perpendiculaire d'un point A à une droite d.

3. Ces rappels vous auront éventuellement suggéré une autre construction géométrique. Si oui, veuillez nous dire laquelle.

Commentaires éventuels :

7 Le questionnaire original est plus aéré, comprend des espaces pour répondre sur la feuille et est écrit plus gros ! Nous l'avons réduit ici pour gagner de la place. De plus, à partir de Ent7 (c'est-à-dire après les étudiants), le questionnaire était précédé d'une page demandant des renseignements sur le nombre d'années d'expérience, le type de classes et le rapport aux mathématiques.

Questions 3

Voici deux réponses d’élèves effectivement observées. Qu’en pensez-vous ?

1) 1bis) (A partir de Ent5) 2) (inchangé)

```
   12
 · 21
 ----
   12
   24
 ----
   36
```

```
   24
 · 53
 ----
   72
  120
 ----
  192
```

```
   117
 + 18
 + 2
 ----
   497
```

Notez ici vos commentaires sans vous contraindre à une rédaction soignée :

Questions 4

Version 1 (Ent1 à Ent6)

1. Si quelqu’un vous demande la valeur de π, que lui répondez-vous ?

2. Quelles sont pour vous les trois idées les plus importantes à savoir sur π ?

Version 2 (Ent7 à Ent14)

Voici trois énoncés :

a. π est un nombre qui vaut à peu près 3,14.
b. π est le rapport entre le périmètre d’un cercle et son diamètre.
c. π est l’aire du disque de rayon 1.

1. Donnez votre opinion sur ces trois énoncés (pertinence, validité, statut, accessibilité, pouvoir de questionnement, importance,…).

2. Quels liens voyez-vous entre ces trois énoncés ?