OBSTACLES A L'USAGE DU NOMBRE ET A L'ENQUETE SUR SES PROPRIETES DANS L'IMPLANTATION D'UNE INGENIERIE SUR LA SOUSTRACTION

Serge Quilio[*] – Mireille Morellato[**] – Anne Crumière[***]

Résumé – L'objectif de cette communication est de montrer quelques obstacles à la reprise et à l'implémentation d'une ingénierie didactique conçu par Brousseau. Pour cela, nous montrerons dans un premier temps les grandes étapes de l'ingénierie didactique sur la soustraction dans une classe de CE1 (élèves de 7 ans, seconde année du primaire), et ensuite nous analyserons une des leçons pour mettre en évidence quelques obstacles à cette implémentation.

Mots-clefs : ingénierie didactique ; théorie des situations didactiques ; soustraction ; obstacles

Abstract – The aim of this communication is to show some obstacles to resumption and in the realization of a didactic engineering conceived by Brousseau. For it, we shall show at first big stage of didactic engineering on subtraction in a class of CE1 (7-year-old pupils, second year of the primary), and then we shall analyze one of the lessons to put in an obvious place three obstacles in this realization.

Keywords: didactic engineering; theory of didactic situations; subtraction; obstacles

I. INTRODUCTION

Dans cette communication, nous présentons d'abord les grandes étapes d'une ingénierie didactique sur la soustraction à l'école primaire conçue par Guy Brousseau et mise en œuvre pendant quelques années dans l'école expérimentale du COREM (centre d'observation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques) à Bordeaux. Cette ingénierie est connue, parce qu'elle fonde le travail de remédiation engagé par Brousseau auprès de Gaël (Brousseau 1982). Nous présentons ensuite le contexte et les enjeux de notre expérimentation concernant cette ingénierie. Il s'agit de reprendre une ingénierie didactique existante et de s'intéresser aux conditions de diffusion et d'implémentation dans des classes ordinaires de l'enseignement actuel de telle ingénierie. Nous en observerons la mise en œuvre dans une classe de CE1 (élèves de 7 ans) et de montrerons quelques obstacles à la prise en main d'une phase de cette ingénierie didactique. Enfin, nous indiquerons quelques éléments de discussion et de débat, relatifs aux conditions sociales qui contraignent les décisions des professeurs.

II. PRESENTATION DE L'INGENIERIE DIDACTIQUE SUR LA SOUSTRACTION

L'ingénierie dont nous présentons des éléments de l'analyse en cours est un processus organisé en 16 leçons conçu et réalisé originellement au Centre pour l'Observation et la Recherche de l'Enseignement des mathématiques (COREM) de Talence par l'équipe de Brousseau (Bola 1992). Des éléments de cette ingénierie sont connus parce qu'elle fonde le travail de remédiation engagé par Brousseau auprès de Gaël (Brousseau 1998). La réplication actuelle de cet enseignement s'est déroulée sur 26 leçons menées durant l'année scolaire 2009-2010 dans une classe de CE1.

Au cœur de l'apprentissage envisagé se trouve l'usage d'*une boîte* dans laquelle on place un nombre connu de pièces en plastique venues d'un jeu de construction (des *briques*, que les élèves peuvent compter mais aussi assembler en barres de plusieurs briques) et l'étude

[*] ENS_Lyon/ IFÉ – France – serge.quilio@ens-lyon.fr
[**] Université de Provence – France
[***] IUFM Aix-Marseille – France – a.crumiere@aix-mrs.iufm.fr

© Quilio S., Morelato M., Crumière A. (2012) Obstacles à l'usage du nombre et à l'enquête sur ses propriétés dans l'implantation d'une ingénierie sur la soustraction. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT10, pp. 1444–1452). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

conduite par les élèves sous la direction du professeur consistera d'abord à résoudre l'ensemble des problèmes qui leur seront posés au moyen d'actions que cette boîte permet d'organiser. Par exemple, si on place dans la boîte un nombre connu de briques il est possible alors d'en sortir un certain nombre, de les compter, et de chercher combien sont restées cachées. On peut aussi chercher à connaître le nombre de briques qu'il faut ajouter à celles de la boîte afin d'atteindre un nombre donné. Dans les deux cas, la vérification se fera par comptage des briques contenues dans la boîte après la manipulation. Ces situations fondent l'ensemble des problèmes rencontrés.

Le processus d'enseignement comprend trois phases distinctes. Dans la première phase qui comprend trois leçons, la boîte est utilisée individuellement par les élèves, pour *simuler les situations proposées* (changement d'état, partitionnement). Les élèves procèdent par comptage ou surcomptage des briques sorties ou rentrées pour à résoudre les problèmes que le professeur pose. La boîte joue ainsi le rôle d'un *substitut matériel de la situation* évoquée.

Nous observerons ici le passage à la deuxième phase de l'enseignement (à partir de la quatrième leçon) dans laquelle le professeur va proposer de parier (au sens de s'engager pour gagner), sur la réponse avant d'effectuer la manipulation des briques (matériel substitutif) et leur comptage effectif dans la boîte. Dans cette phase c'est le nombre qui est sollicité comme moyen intellectuel pour produire une réponse et ce sera progressivement l'addition qu'ils mobilisent pour vérifier leurs résultats. Durant ces leçons, les élèvent doivent progressivement passer de la manipulation matérielle à l'usage du nombre et de l'addition pour vérifier.

A partir de la huitième leçon les élèves aborderont des situations où seront mêlés des problèmes d'addition et de soustraction. Le signe « – » est introduit comme signe de l'opération. Dans cette phase les calculs sont faciles et reposent sur les techniques de calcul mental et l'usage du répertoire additif.

Nous cherchons à connaître les conditions nécessaires au professeur afin qu'il dévolue le problème aux élèves pour qu'ils s'engagent dans l'identification du problème que soulève *le pari*, dont ils ont une référence culturelle leur permettant d'entrer dans la situation ? Comment s'y prend-il pour placer les élèves sur la question du *pari* que permet l'usage du nombre et de l'addition pour vérifier et que devient alors le statut de la boîte ?

III. LE CADRE THEORIQUE

Nous convoquons dans le travail d'analyse la notion de jeu telle qu'elle est envisagée dans le cadre théorique de l'Action Conjointe en Didactique (TACD) et mise en œuvre dans l'étude de l'action effective en mathématiques (Quilio 2008). Sous cette description, le jeu est un modèle sous lequel est vu l'action effective du professeur et des élèves permettant de produire, au moyen de l'analyse des interactions langagières, une description de l'action conjointe permettant d'analyser ensemble le contrat didactique (en tant que systèmes de normes ou d'habitudes ou attentes du professeur et des élèves) et le milieu (en tant que ressources matérielles ou cognitives de la situation) qui caractérise une situation d 'enseignement / apprentissage. Le réseau des descripteurs fourni par la notion de jeu en Théorie de l'action conjointe (Sensevy et Mercier 2007), la mésogenèse (comment quoi), la topogenèse (comment qui) et la chronogenèse (comment quand) décrit la forme de vie (Wittgenstein 2005), le milieu et le contrat didactique de la situation, construite par le professeur pour le jeu de langage du pari.

IV. CONTEXTE DE NOTRE EXPERIMENTATION

La leçon observée introduit donc la deuxième phase de l'ingénierie. Cette leçon a été réalisée en 2009-2010 dans une classe de CE1 de l'école primaire Saint Charles de Marseille (en ZEP). La mise en œuvre de cette ingénierie est conduite dans le cadre d'une recherche conduite par l'IFE. Nous présentons tout d'abord le déroulement de la leçon 4 tel qu'il est proposé dans le texte édité de l'ingénierie ainsi que des éléments de son analyse a priori (en italique).

L'objectif de la séquence est de faire passer les enfants de la vérification anticipée collective par action sur les cubes sortis, à une vérification individuelle sans les cubes à l'aide du nombre. Chaque élève va devoir éprouver sa réponse depuis sa place, sans toucher les cube et en explicitant les moyens qu'il a trouvés.

Plusieurs moyens personnels peuvent apparaître et sans doute l'addition, moyen plus élaboré que le surcomptage.

Exemples :

<u>Moyens proches de l'action de surcomptage</u> :

- *dessiner des briques comptés un à un ou par barres de 10 à partir de la réponse ;*
- *utilisation des doigts (autant que de briques sorties ;*
- *suite des nombres écrits avec autant de nombres que de briques sorties : 21, 22, 23.*

<u>Moyens proches de l'addition</u> :

Exemple : il faut faire 51 – 2 (le signe - n'est pas encore vu).

On teste 28 *28 et 10 font 38, 38 et 10 font 48 et 3 font 49, 50 et 51 c'est juste.*

On teste 30 *Non car 30 et 23 cela fait 53.*

Le matériel prévu pour la leçon est le suivant :

- un Premier problème sur une feuille polycopiée (d'autres problèmes seront joués ensuite par le professeur) ;
- des briques organisées en paquets de 10 et unités ;
- des grandes feuilles de papier blanc, des feutres pour écrire ou dessiner.

La leçon est organisée en trois étapes :

Etape 1 : Cette étape est un rappel de la situation précédente. Il s'agit de remettre en scène collectivement le surcomptage pour vérifier un résultat sans ouvrir la boîte.

Cette phase est une révision de la leçon précédente pour assurer l'homogénéité de pratiques de la classe. Tout le monde doit écrire une réponse, tout le monde doit savoir vérifier au bureau devant les autres sans ouvrir la boîte.

L'enseignant distribue le texte du premier problème - Lecture individuelle des élèves :

Dans la boîte il y a 70 cubes. J'en prends 23. Combien y a-t-il maintenant de cubes dans la boîte ?

Quand tous ont écrit leur réponse, le professeur fait rappeler combien il y avait de cubes dans la boîte : 70, combien sont sortis ? Il les sort puis il écrit les deux nombres au tableau dans des colonnes et il collecte les réponses.

70 cubes dans la boîte	23 cubes enlevés	réponse :
		solution : ......

Il fait passer un premier élève ayant une réponse fausse qui vérifie par surcomptage. Pari ? Non

Il fait passer un deuxième élève ayant une réponse juste qui vérifie de même. Pari ? Oui ! On ouvre la boîte pour s’en assurer. On écrit solution encadrée au tableau

$\boxed{\textbf{47}}$

Etape 2 : Sans ouvrir la boîte, vérification individuelle et orale pour quelques-uns.

L‘enseignant propose le texte du deuxième problème en le jouant :

J’ai 42 cubes dans la boîte, j’en sors 17, Combien y en a - t - il dans la boîte ?

Le professeur rappelle en écrivant les nombres au tableau : il y en avait 42 au départ et il y en a 17 sur le plateau. Tous les enfants doivent proposer une réponse. Qui veut parier avec moi ?

Le professeur fait venir un élève avec une réponse fausse. Au moment où l’élève s’approche de la boîte le professeur l’arrête : « Tu dis combien dans la boîte : 22, et dans le plateau combien y en a t- il ? 17 Bon je voudrais que tu vérifies ta réponse sans toucher les briques, c’est à dire mettre les 22 avec les 17 en parlant seulement ». L’élève essaie. « Quelqu’un d’autre peut vérifier de sa place toujours la réponse 22 ? Pari ? Non. »

L’enseignant propose à un autre élève de vérifier sa réponse (fausse) de sa place oralement. Un autre peut essayer aussi la vérification de cette réponse.

L’enseignant propose à un troisième élève qui a une réponse juste. Pari ? Oui

Vérification en ouvrant la boîte. C’est gagné et l’enseignant écrit la solution

$\boxed{\textbf{27}}$

Etape 3 : Vérification individuelle écrite

Le professeur distribue les grandes feuilles et les feutres en disant : « vous allez vous en servir pour vérifier ». Voici le problème (mimé)

J’ai 41 cubes dans la boîte. J’en prends 23 que je pose sur le plateau. Combien y a-t-il de cubes maintenant dans la boîte ?

Préparer la feuille :

Nom : Date :

51 cubes dans la boîte	23 cubes enlevés	réponse
		solution .....

Vous écrivez votre réponse et vous avez toute la place dans la partie vide de la feuille pour vérifier comme vous voulez si votre réponse est juste ou non.

Après un moment de recherche l'enseignant demandera s'il y a des élèves qui n'ont pas pu vérifier.

L'enseignant interroge les volontaires qui pensent avoir une méthode pour vérifier et affiche leurs feuilles si leur méthode s'y voit clairement :

- soustraction par raturage des cubes sur un dessin ;
- dessin des cubes de la réponse et à côté des cubes sortis et comptage ;
- suite de nombres à partir de la réponse ;
- addition.

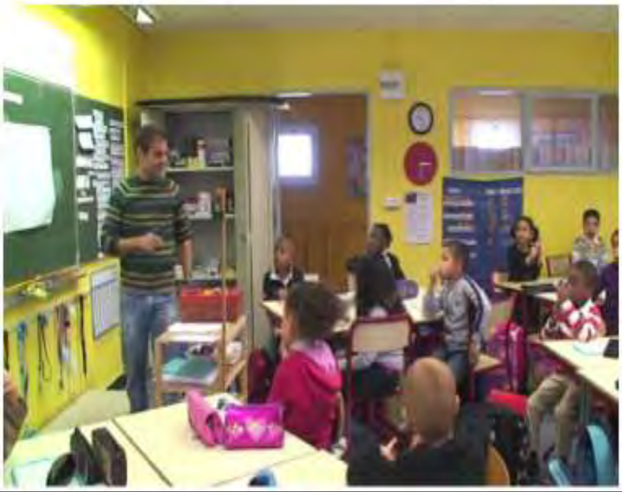
Étape 4 :

L'enseignant résume les stratégies : sans se servir de la boîte, les moyens les plus rapides consistent à mettre ensemble le nombre de cubes qu'on pense être dans la boîte et le nombre de cubes sortis pour savoir si on retrouve ou non le nombre de cubes qu'on avait au départ.

« Maintenant on vérifiera toujours sa réponse. On n'a plus besoin d'ouvrir la boîte. »

L'analyse de cette réalisation effective

Dans cette partie, nous allons analyser la mise en œuvre de cette séance en montrant certains obstacles à une implémentation idoine dans une classe ordinaire.



L'énoncé de chaque problème est affiché au tableau. Il y a un pupitre disposé devant le tableau de la classe où une boîte est déposée. Les problèmes joués avec la boîte peuvent ainsi être collectivement observés et commentés par le professeur et les élèves.

Photogramme du déroulement de la classe

Le synopsis de la leçon est le suivant :

Temps	Problème	Commentaires
7min	« Dans la boîte, il y a 70 briques. J'en prends 23. Combien y a-t-il maintenant de briques dans la boîte ? »	Jusqu'à la 7ème minute les élèves copient l'énoncé du problème sur leur cahier. Les élèves doivent écrire une hypothèse sur leur ardoise ; ensuite l'enseignant agit avec la boîte (en mettant 70 briques et en enlevant 23) ; l'enseignant invalide l'hypothèse 49 et valide ensuite l'hypothèse 47, en ajoutant 23 ; puis il vérifie en comptant les briques restant dans la boîte ; fin de cette partie avec la conclusion de l'enseignant : « ceux qui en ont besoin/ de jouer avec la boîte maintenant sur le problème suivant ils vont aller au fond et ils vont jouer avec la boîte ».
33min	« J'ai quarante-deux cubes dans la boîte. J'en sors dix-sept. Combien y en a-t-il dans la boîte ? »	La classe est divisée en deux groupes : ceux qui doivent résoudre le problème sans manipulation, et ceux qui manipulent la boîte.
58min	Recréation	
59 min	Reprise de ce qui a été fait avant	
1h 05min	« Dans la boîte je mets quarante-et-une briques et j'en sors vingt-trois. Combien de briques restera-t-il dans la boîte ? »	La classe est divisée à nouveau en deux groupes : ceux qui manipulent la boîte et ceux qui ne manipulent pas.
1h 35min(?)	Fin de la leçon	

Cette leçon dure 1 h 35 min avec une pause pour la recréation à la 58ème minute. Les élèves résolvent trois problèmes du même type.

L'obstacle de l'appréhension du statut de la « boîte » :

Comme nous l'avons indiqué dans la présentation de l'ingénierie, la boîte a d'abord un statut du réel qui est celui indiqué par l'énoncé du problème. Le modèle mathématique – représenté par le nombre de briques restant dans la boîte – peut être confronté au réel. Ainsi, dans une première phase, la manipulation de la boîte est un moyen pour rentrer dans la compréhension du problème et un moyen pour valider le modèle mathématique indiqué par l'élève. Dans la deuxième phase, le statut de la boîte est celui d'un simulateur. Il s'agit en effet de simuler la vérification de l'hypothèse du problème comme si on manipulait la boîte. Ce statut de la boîte met l'accent sur la vérification et permet de faire évoluer les élèves d'une preuve empirique à une preuve intellectuelle (comptage ou calcul additif). Dans la troisième phase, la boîte n'est plus le réel mais elle est le modèle d'un type de problème. Par exemple, pour le problème « j'ai 45 voitures rouges et bleues. J'enlève les 17 voitures rouges. Combien restent-ils de voitures bleues dans la boîte ? », la boîte n'est plus le réel mais devient un modèle du type de problème.

L'appréhension des différents statuts de la boîte (réel, simulateur et modèle) suppose un travail mésogénétique (à quel moment l'introduire dans le milieu) lié à l'avancée du temps didactique provoquée par la nécessité d'annoncer une valeur dans pouvoir manipuler boîte et briques. Ce qui n'est visiblement pas fait ici. Cette appréhension est surtout associée à la manipulation (pour comprendre le problème ou pour vérifier la solution en manipulant). Le professeur l'indique plusieurs fois :

> La boîte avec laquelle on joue en classe c'est celle-ci [prends la caisse de briques et revient avec le tout] elle nous permet de faire certaines choses.

Et il précise plus loin :

> Cette solution on va essayer de l'écrire / de l'écrire sur nos ardoises / bien/ mais ensuite/on va pouvoir la jouer aussi / on va vraiment la jouer / ce qui se passe ici on va vraiment le jouer avec la boîte.

Et encore :

> On va parier /on va voir qui a gagné / qui a perdu / on vérifie avec la boîte.

Cette idée que la boîte c'est ce qui permet uniquement de « jouer vraiment » peut fonctionner comme un obstacle si l'enseignant ne repère aussi les autres statuts de la boîte comme simulateur comme nous allons le voir dans ce qui suit.

L'obstacle du milieu matériel et des « barres cassées »

Dans le travail sur le premier problème, la mésogenèse consiste en une manipulation des briques et de la boîte par le professeur selon les données du problème posé :

> P : On va manipuler avec la boîte / prêts [ouvre la boîte] combien on en met dans la boîte déjà ?
>
> EE : soixante-dix.

Le professeur met ainsi des barres de dix briques et les élèves comptent au même temps jusqu'à soixante-dix. Et le jeu continue :

> P. ensuite /on en enlève.
> E : vingt-trois.
> P : d'accord.

Le problème étant ici d'enlever les 23 briques. Il s'agit d'enlever deux barres de dix et trois unités. Or comme il n'a que des barres de dix, l'enseignant demande :

> P : attendez, attendez / est-ce que d'après vous j'ai des unités là [désigne la boîte] là qu(e) je peux prendre pour…
> EE : non.
> Lilian [lève le doigt : non il faut…
> P : alors je fais comment/je fais comment Walid ?
> Walid : tu prends un paquet un dix et tu fais attention [inaudible] donc tu en enlèves/tu enlèves des paquets et tu comptes si y en a bien vingt-trois.
> P : d'accord/bon alors je prends un paquet là/je casse un/je suis obligé de casser un paquet donc.
> EE : oui.

L'enseignant « casse un paquet » en enlevant trois briques d'une barre de 10 et laisse ainsi une barre de 7 briques à l'intérieur de la boîte. Cette manipulation n'est pas du même type que de « casser un paquet » en défaisant toutes les 10 briques sans laisser de barres incomplètes. Ce travail mésogénétique constitue un milieu matériel composé des barres de 10, de briques isolées et de « barres incomplètes » (le terme incomplet est relatif ici à la dizaine comme unité qu'on appelle « barre » ou « paquet »). Cette composition du milieu matériel n'est pas sans conséquence sur le travail de certains élèves comme nous allons le voir par la suite. Lorsque l'enseignant utilise la boîte pour vérifier le nombre de briques qui restent dans la boîte c'est encore lui qui manipule et c'est encore lui qui contrôle les barres incomplètes (topogenèse) :

> P : si on s'est pas trompé en complant /on vérifiant/on a fait semblant d(e) les remettre on doit être sûr de sa réponse / on peut être sûr de sa réponse/maint(e)nant on peut les vérifier / vraiment on peut les vérifier avec la boîte/bon d'être sûr de sa réponse [ouvre la boîte et en sort une barre de dix].

EE : dix.
P : regarde Walid/on est en train d(e) vé/on est en train d(e) compter c(e) qu'il y a vraiment à l'intérieur maint(e)nant ça va /dix [pose la barre sur le couvercle, sort une autre barre].
EE : vingt.
P : attendez.
Inès : non, on a cassé un p(e)tit /on a cassé celui-là.
P : eh oui.
E : voilà c'est c(e) que j'allais dire.
P : alors j(e) vais compter ceux qu(e) j'ai pas cassé [sort une barre et la pose à côté].

Le professeur rentre dans la logique du comptage de 10 en 10 sans faire attention au départ de la barre incomplète, et c'est en sortant cette barre incomplète qu'il se rend compte et dis « attendez », et Inès, en regardant cette manipulation, se rend compte que cette barre n'est pas une « vraie barre » mais un « petit paquet » : « non, a cassé un petit/on a cassé celui-là ». La maître reprend toutes les barres de 10 et à la fin la barre incomplète ou cassée :

EE: dix [sort une barre] vingt [pose la barre et en montre une autre] trente [pose la barre à côté]
P: trente [montre une barre] quarante [la pose à côté] j'ai pas d'autres paquets de dix/il me reste le paquet d(e) dix que j'avais cassé au début/à l'intérieur j'en avais dix et on en a enl(e)vé trois un deux trois quatre cinq six sept [compte les unités restant sur la barre cassée].

Il utilise encore l'expression « le paquet de dix que j'avais cassé au début » même si cette expression induit une ambiguïté à ce que représente la « barre »ou le « paquet » par rapport à la numération positionnelle. La barre est ici un modèle matériel d'un système d'écriture, et la « barre cassée » est une rupture de la conformité du modèle matériel au système d'écriture. Cette rupture nous semble induire un obstacle pour certains élèves comme nous pouvons l'observer lors de la résolution du deuxième et du troisième problème où un groupe d'élèves manipule la boîte. L'extrait suivant correspond au début de la manipulation correspondant au deuxième problème :

P : [Le professeur circule entre les tables, puis se dirige vers le groupe du fond] alors pour l'instant vous a / qui a réussi à en mettre quarante-deux déjà dans sa boîte [un élève lève le doigt.] / quarante-deux / y en a pas quarante-deux là !
E : non.
P : non c'est pas bon / y en a pas quarante-deux / qui a mis quarante-deux dans sa boîte ?
Rayan : moi ?
P : montre / hop stop. tout l(e) monde vient voir ici s'il vous plait / tout l(e) monde vient voir / regardez/ arrête arrête / là y a des moments où il faut réfléchir / venez voir [les élèves du groupe du fond se rassemblent autour du professeur] le problème dit au départ il y a / quarante-deux / c'est la boîte de Rayan / ça va/euh lui il a choisi de faire des paquets de dix / il faudrait vérifier si tes paquets des dix ils sont bons/tu vois celui-ci je sais pas un deux trois quatre cinq six sept / y en a que sept [montre le paquet, sorti de la boîte de Rayan] / donc t'as pas fait quarante-deux d'accord/tu as essayé d(e) faire quatre paquets de dix / c'est ça / il faut vraiment vérifier si y en a bien quatre paquets de dix.

La manipulation des barres cassées ne pose pas problème dans le topos de l'enseignant car il contrôle le nombre de briques par barre mais ce contrôle n'est pas forcément dans le topos de l'élève pour lequel une barre c'est une barre complète de 10 briques. C'est une règle du contrat didactique.

V. CONCLUSION

L'analyse de l'implantation de cette ingénierie est actuellement en cours mais nous pouvons cependant envisager d'ores et déjà un certain nombre d'obstacles (qui ne sont pas forcément inhérents à cet enseignant). L'un de ces obstacles est celui de l'identification des différents statuts de la boîte. Le passage de l'un à l'autre de ces statuts indique des changements nécessaires dans le travail de l'élève et il apparaît comme fondamental ce repérage par l'enseignant pour qu'il puisse gérer la classe en fonction de tel ou tel statut.

Un deuxième obstacle est celui du choix du milieu matériel et des liens entre ce milieu et certaines règles du contrat didactique et des systèmes sémiotiques utilisés comme nous avons pu le voir dans le cas des « barres cassées ».

Un troisième obstacle nous apparaît alors et il nous semble décisif dans la mathématisation de la situation par les élèves. Il s'agit de l'enfermement dans la manipulation et du rapport au « concret ». L'enfermement à ce moment de l'ingénierie dans la manipulation de la boîte comme moyen de compréhension du problème semble être la conception principal du professeur car il insiste à plusieurs reprises et surtout avec les élèves qui sont en difficulté, sur le retour plusieurs fois à la manipulation, comme si le problème était là. Or il nous semble que le problème n'est pas tant l'incompréhension de la situation par les élèves que le passage de la preuve empirique à la preuve intellectuelle, que permettrait l'usage du nombre et des connaissances que les élèves possèdent pour expérimentalement envisager des solutions par tâtonnement. L'insistance sur la manipulation que nous observons dans le troisième problème va sans doute inhiber ce passage.

L'identification de ces différents obstacles est une étape importante que nous avons encore à approfondir car elle nous permettra de décrire et comprendre les contraintes de la diffusion de cette ingénierie dans les classes *ordinaires*.

RÉFÉRENCES

Bola A. (1992) *Le sens dans le contrat didactique ; institutionnalisation d'un algorithme : application à la soustraction*. Bordeaux 1.

Brousseau G. (1982) Les objets de la didactique des mathématiques – Ingénierie didactique.

In *Actes de la deuxième école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 10-60). Orléans : IREM d'Orléans.

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Dewey J. (1967) *Logique : la théorie de l'enquête*. Paris : Presses universitaires de France.

Fleck L. (2005) *Genèse et développement d'un fait scientifique*. Paris : Les Belles Lettres.

Fabre M. (2009) *Philosophie et pédagogie du problème*. Paris : Librairie philosophique J. Vrin.

Mercier A. (2002) Note de synthèse. La transposition didactique des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques. *Revue Française de Pédagogie* 141, 135-171.

Sensevy G. (2007) Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In Sensevy G., Mercier A. (Eds.) *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Presses Universitaires de Rennes,13-49.

Quilio S. (2008) *Contribution à la pragmatique didactique. Une étude de cas dans l'enseignement des nombres rationnels et décimaux à l'école élémentaire*. Thèse de l'Université de Provence

Wittgenstein L. (2005) *Recherches philosophiques*. Paris : Editions Gallimard.