DÉMARCHE D'INVESTIGATION ET MODÉLISATION EN MATHÉMATIQUES EN MATERNELLE L'EXEMPLE DU « JEU DES TRÉSORS »

Grace MORALES IBARRA* – Laetitia BUENO-RAVEL*

Résumé – L'article vise à identifier des éléments rendant compte d'une démarche d'investigation mise en œuvre par des élèves de maternelle au cours de jeux de création et d'utilisation d'un langage iconique. Les élèves sont amenés, par un processus de modélisation, à représenter une situation en fabricant des outils sémiotiques (listes et désignations) afin d'anticiper des réponses aux questions posées et d'assurer leur réussite. Nous prenons appui sur des données issues d'un historique de l'ingénierie bordelaise le « Jeu des trésors » (Brousseau 2004) et d'une récente mise en œuvre conduit à Rennes.

Mots-clefs : représentation, modélisation, codes, logique-mathématiques, maternelle

Abstract – The paper aims to identify elements reflecting a investigate work carried out by students in kindergarten. The "didactics games" lead to the creation and use of designations of objects. Students develop, produce and validate codes to solve problems related to the process of making and reading a "list" of objects hidden in a box. Our analysis is based on a historical study of COREM's work and a data collection from a recent implementation of the research the "game of treasures" (Brousseau 2004) which is carried out in Rennes.

Keywords: representation, modeling, codes, logical-mathematical, preschool

I. PROBLEMATIQUE

Si vous avez une image ou un tableau utilisez le menu insertion et mettez toujours une légende en numérotant vos figures et tableaux dans le style *Legende* comme ci-dessous.

Notre contribution explore l'engagement de jeunes élèves d'école primaire française dans des démarches d'investigation en mathématiques.

Si, en France, la démarche d'investigation (notée DI par la suite) est explicitement au programme des enseignements scientifiques et technologiques du collège, cela n'est pas encore le cas dans à l'école primaire (élèves âgés de 3 à 10 ans). Cependant, certains éléments des textes officiels vont dans le sens de l'introduction de cette démarche dès l'école primaire.

En effet, le préambule du bulletin officiel – n°3 du 19 juin 2008 – souhaite que les élèves puissent mobiliser « leurs connaissances et compétences dans des situations progressivement complexes pour questionner, rechercher et raisonner par eux-mêmes ». Le texte souligne, pour le CP et CE1, la nécessité de la construction d'une « culture commune faisant appel à une « première pratique scientifique » ». Dans le domaine des mathématiques et de la culture scientifique et technologique, il est souhaité que les élèves développent la compétence d'« observer et (de) décrire pour mener des investigations » ainsi que leur « goût du raisonnement ». Pour les niveaux allant du CE2 au CM2, le but est de « développer le goût de la recherche et du raisonnement ». Il est attendu que les élèves soient capables de « poser des questions, d'exprimer son point de vue », de « décrire, expliciter un raisonnement, présenter des arguments », d'« expliquer une démarche ».

Dans les programmes de maternelle (élèves de 3 à 5 ans), des éléments de DI sont présents mais ne sont pas inscrits dans le domaine des mathématiques[1]. Les programmes précisent que

* Université de Brest, UEB, EA 3875 CREAD, IUFM de Bretagne – France – grace_m_i@hotmail.com, laetitia.bueno-ravel@bretagne.iufm.fr

© Morales Ibarra G., Bueno-Ravel L. (2012) Démarche d'investigation et modélisation en mathématiques en maternelle : l'exemple du « Jeu des trésors ». In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT10, pp.1432–1443). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

l'école maternelle permet aux élèves « de vivre des situations de jeux, de recherches ». Elle laisse à chaque élève le temps « d'observer, d'imiter, d'exécuter, de chercher, d'essayer », « de poser de questions », « d'émettre des hypothèses », de « décrire, (d') expliquer après avoir terminé une activité ou un jeu », de « justifier un acte », de « faire des liens avec les questions qui se posaient ou/et avec ce qui a été découvert en classe ». Ces éléments nous semblent pertinents et susceptibles pour fonder la construction des DI dans des situations « de jeux et de recherches ».

Dans cet article, nous souhaitons montrer qu'il est possible, lors de la mise en œuvre de situations adidactiques (Brousseau 1998, 2004), d'identifier des éléments rendant compte d'une démarche d'investigation mise en œuvre par des élèves de grande section de maternelle (âgés de 5 ans).

L'étude que nous présentons prend appui sur l'ingénierie didactique appelée : « Jeu des trésors »[2] (notamment Pérès, 1984 ; Brousseau, 2004). Au cours de ce « Jeu des trésors », les élèves sont amenés à construire « des codes pour représenter des objets, des collections, des propriétés, des relations, etc. » (Brousseau 2004 p. 255). Les codes sont des désignations graphiques contenant des données sélectionnées « décrivant » les propriétés des objets ou leurs relations, etc. Brousseau (2004) les appelle « modèles ». Ils sont organisés en une liste qui est également à fabriquer et qui fournit une représentation d'une situation donnée au cours de la suite des jeux. La fabrication et l'usage de ces outils sémiotiques (liste et désignations) ne vont pas de soi. Cela nécessite la construction de connaissances nouvelles : notion de collection, structuration de groupes et de classes, correspondance terme à terme, dénombrement des collections, élaboration des techniques d'énumération, sélection d'information afin d'élaborer de désignations graphiques, etc.

Le « Jeu des trésors » est constitué de quatre phases et dure d'environ six mois. L'enjeu pour les élèves est de <u>trouver un moyen</u> pour <u>anticiper</u> une réponse à la question suivante, posée par l'enseignant : « qu'est-ce qu'il y a dans ma boîte ? ». Pour gagner, les élèves doivent se rendre capables d'énumérer le contenu exact de la boîte opaque, <u>à coup sûr</u>, afin de les faire sortir de la boîte par l'enseignant (les objets sont cachés la veille dans la boîte par l'enseignant, en présence des élèves). Ces objets appartiennent à un référentiel ou collection finie d'une trentaine d'objets choisis par catégories. Ils sont désignés oralement par les élèves durant la phase 1 (phase de familiarisation avec le jeu). La phase 2, en individuel, amène un changement de stratégie : la création d'une liste. Alors que la mémoire permet de se souvenir de relativement peu d'objets, la liste permet de se souvenir d'un grand nombre (dix) d'objets cachés. Ces désignations graphiques, personnelles, sont mises en conflit pendant la phase 3, jeu en binôme. En effet, le besoin de communiquer le contenu exact de la boîte à autrui, au seul moyen de la liste, amène les élèves à éprouver la nécessité de se concerter pour la création d'un code commun. C'est pourquoi l'enseignant organise parallèlement des débats (phase 4). Le but est de fournir un temps collectif d'étude et d'analyse des désignations ou « modèles » créés, afin de choisir et d'afficher un code iconique commun.

Du point de vue de la recherche, il s'agit d'une suite de jeux d'initiation à la création et à l'usage d'un langage iconique et/ou code commun institué par un collectif. L'ingénierie favorise le développement d'une culture sémiologique en vue de préparer les élèves à son usage à de fins mathématiques dans leur scolarité comme le souligne Brousseau (2004) :

---

[1] Certains de ces éléments sont issus de la progression concernant le langage et considérés comme des « activités interdisciplinaires et transversales ». L'une des caractéristiques commune des progressions, allant de la grande section au CM2, est l'usage de la langue française dans toutes les disciplines.
[2] Cette situation a été élaborée fin des années 70 et reproduite par des instituteurs de l'école maternelle Jules Michelet à Talence jusqu'en 1990. Elle a été étudiée par des membres de l'équipe du COREM et de l'IREM de Bordeaux sous la direction de Guy Brousseau (Brousseau 2004).

> « La nécessité d'effectuer ces représentations met en évidence les objets (éléments, propriétés et relations) et prépare leur reconnaissance, leur emploi dans d'autres situations, leur connaissance explicite » (Brousseau 2004 p. 263).

Il s'agit dans cet article, d'apporter des éléments de réponse aux questions suivantes : Peut-on établir un lien entre DI et la suite de situations proposées aux jeunes élèves par cette ingénierie ? Cette ingénierie favorise-t-elle le développement d'une démarche scientifique chez les élèves ? Dans quelle mesure peut-on considérer qu'il y a un processus de modélisation au cours du « Jeu des trésors » ?

Nous allons maintenant présenter brièvement le cadre théorique et de la méthodologie adoptés pour aborder ces questions. Nous analyserons ensuite certains « moments » des ingénieries mises en œuvre à Bordeaux ou à Rennes afin d'exemplifier notre propos. Nous terminerons ensuite en mettant en évidence des éléments des contraintes pratiques, matérielles ou théoriques, inhérentes au travail d'investigation du « réel » en classe de grande section de maternelle.

II. CADRE THEORIQUE ET METHODOLOGIE

1. La démarche d'investigation, ses étapes et la théorie des situations didactiques (TSD)

Comme cela est souligné dans la présentation du groupe de travail 10 « La démarche d'investigation dans la classe de mathématiques : fondements et pratiques. », « l'explicitation des diverses étapes par lesquelles on souhaite faire passer les élèves au cours d'une démarche d'investigation rencontre bien des points mis antérieurement en valeur (…) par les ingénieries didactiques qui ont été proposées (...) au sein de divers cadres théoriques (...) ».

Le « Jeu des trésors » a été construit à Bordeaux parallèlement au développement des concepts de situations adidactiques (notées SA par la suite) d'action, de formulation et de validation dans le cadre de la TSD (Brousseau 1998).

Ainsi, les phases 2, 3 et 4 de l'ingénierie sont fondées respectivement sur les caractéristiques des SA d'action, de formulation et de validation (Brousseau, 2004 ; Digneau, 1980 ; Pérès, 1984). Au cours de chaque SA les élèves sont amenés à construire des connaissances pour résoudre des problèmes posés dans le cadre de « jeux mathématiques » (Brousseau, 2004). Lorsque nous examinons de près ces caractéristiques des SA, nous trouvons différentes étapes constitutive d'une DI.

Durant une SA d'action, l'élève, confronté à une situation qui lui pose problème, se rend capable « d'anticiper sur les résultats ». Pour ce faire :

> Il construit une représentation de la situation qui lui sert de *modèle* et de guide pour prendre des décisions. Ce *modèle* est un exemple de relation entre certains objets qu'il a perçus comme pertinents dans la situation. (Brousseau 1998, p. 33)

La mise à l'épreuve de ces modèles peut aboutir dans une « réussite locale, imparfaite, fragile », à la création de concepts transitoires (Pérès, 1984), et à la construction « de modèles d'action souvent inconscients ou implicites » (Brousseau 1998 p. 128). Probablement, la création de ces modèles est fondée sur des hypothèses implicites afin de donner réponse aux questions posées au cours des jeux. Les modèles seront modifiés en fonction des rétroactions du milieu.

Les SA de formulation favorisent la conceptualisation et la prise de conscience des moyens utilisés grâce à une explication ou une description des modèles implicites. Cela se produit au cours d'échanges d'informations fondés sur un langage partagé entre utilisateurs, leur permettant d'agir ensemble dans un même but.

> L'émetteur veut obtenir un résultat, (donc) il utilise un langage qui doit permettre au récepteur de maîtriser la situation (des symboles, une écriture formalisée ou non, le langage naturel etc.). (Pérès 1984, p. 15)

La création et la construction conjointe de ce langage nécessite, selon nous, de tester son efficacité, de se poser des questions sur l'origine des erreurs (ou des réussites), de le modifier selon de nouvelles hypothèses, de le mettre à l'épreuve afin de l'affiner.

> [Ce] langage construit serait éprouvé du point de vue de l'intelligibilité, de la facilité de construction »), donc il devient objet d'analyse. [Il s'agit de] mettre au point progressivement un langage que tout le monde comprend et qui prend en compte les objets et les relations pertinentes de la situation de façon adéquate ». (Brousseau 1998, p. 36)

Dans les « SA de validation », l'élève utilise les mathématiques « en tant que raisons d'accepter ou de rejeter une proposition (un théorème), une stratégie, un modèle, ce qui exige une attitude de preuve » (Brousseau 1998, p. 39).

L'élève se rend capable de prouver et de justifier l'efficacité de son modèle vis-à-vis des camarades au sein de débats. Le débat ne prend pas d'emblée un caractère « scientifique » car prouver, argumenter, rejeter, accepter des modèles ne sont pas des attitudes spontanées. Les stratégies du maître sont donc déterminantes (introduire des contraintes, exiger que l'on prouve, renvoyer au problème posé) pour amener le débat entre élèves vers un débat scientifique. Dans la SA de validation du « Jeu des trésors », les élèves suggèrent des désignations dessinés sur des étiquettes, les comparent et identifient les incohérences. Il se peut qu'ils arrivent à la formulation de l'hypothèse : « prendre un signe le plus simple possible sur le plan graphique pour qu'il soit facile à reconnaître et à reproduire » (Comiti 1974, p. 31) créant ainsi un critère pour choisir un modèle commun. L'efficacité de la désignation choisie serait à tester au cours des jeux suivants.

2. *La modélisation, les modèles et la représentation*

Nous présentons maintenant les concepts de « modélisation » et « modèle » sur lesquels nous prenons appui pour fournir des éléments de réponse à notre question : Dans quelle mesure peut-on considérer qu'il y a un processus de modélisation au cours du « Jeu des trésors » ?

Différents chercheurs en mathématiques associent ces concepts à l'activité de « décrire » ou de « représenter » le « réel ». Certains considèrent que « l'homme a inventé les mathématiques pour s'en servir utilement quand il doit décrire des phénomènes qui se produisent autour de lui » (Barrow 2003, p. 13).

> D'un côté, nous avons une image du monde réel constitué de choses concrètes, de l'autre, celle du monde des idées mathématiques. Il existe des liens entre les deux mondes, au sens où des phénomènes et des objets du monde *réel* peuvent être représentés par une abstraction mathématique. A l'inverse, le monde mathématique regroupe des notions abstraites de quantité et d'espace qui trouvent une matérialisation dans le monde *réel*. (Ibid p. 20)

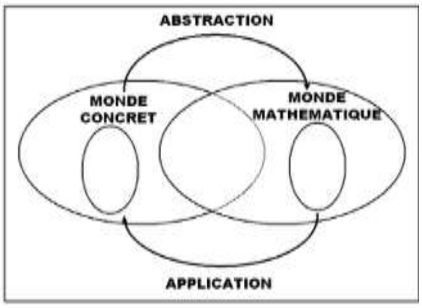

Figure 1 – Barrow 2004

Cette description ou représentation du monde réel dans le monde mathématique peut être appelée modélisation. Modéliser c'est : « *représenter* une situation d'une certaine réalité dans un modèle (mathématique pour nous), *re-présenter* étant pris au sens de présenter cette situation avec une nouvelle description liée au modèle choisi » (Duperret 2007, p. 19). « L'une des finalités des mathématiques est de modéliser le monde qui nous entoure, et pour cela d'en donner des représentations ». (Ibid p. 25-26). Duperret (2007, p. 19) attache au processus de représentation trois spécificités :

> 1 Représentation « fonctionnelle » des objets d'une certaine « réalité » par des objets « abstraits » ou « schématisés » dans un modèle où peut s'exercer un traitement théorique.
>
> 2 Représentation « analogique » ou « métaphorique » : les processus naturels sont imités dans des conditions qui favorisent l'observation et l'étude.
>
> 3 Représentation « sélective » : un travail de modélisation nécessite de retenir certaines caractéristiques de la situation et d'en ignorer d'autres.

Par ailleurs, il distingue deux types de modèles, descriptifs et prédictifs, comme le montre la citation ci-dessous :

> Du réel vers le modèle : modèles descriptifs (« transformer » et « interpréter » des « informations ») ; ce sens correspond à une fonction heuristique.
>
> Du modèle vers le réel : modèles prédictifs (« anticiper » une « action ») ; ce sens correspond à une fonction justificative. (Ibid p. 19)

Henry (1997) décrit le processus de modélisation en deux étapes. Premièrement, au niveau de la situation concrète : l'observation d'une situation réelle et sa description en termes courants.

> Cette description est déjà une sorte d'abstraction et de simplification de la réalité, dans la mesure où certains choix sont faits, pour ce qui semble pertinent de cette situation vis-à-vis du problème étudié. (Ibid. p. 20)

Deuxièmement, l'étape de mathématisation ou formalisation du modèle. Les élèves doivent se rendre capable de :

> représenter le modèle dans la symbolique propre aux mathématiques, d'interpréter la question posée en un problème purement mathématique (…) et (d') savoir faire appel aux outils mathématiques adaptés pour résoudre le problème abstrait. (Ibid p. 21)

Quant au modèle, il contient dans sa structure une part de connaissances théoriques, permettant d'évaluer, d'interpréter et de généraliser la réalité.

> Un modèle est une interprétation abstraite, simplifiée et idéalisée d'un objet du monde réel, ou d'un système de relations, ou d'un processus évolutif issu d'une description de la réalité. (Ibid p. 19)

Différents systèmes de signes peuvent représenter le modèle (images, schémas, langage ou symbolismes). Un modèle par analogie peut être exprimé dans un vocabulaire courant et ses objets sont dotés de propriétés caractéristiques idéales. Henry l'appelle « modèle pseudo-concret ». Coulange (1997, p. 6) définit le modèle « pseudo-concret » comme étant :

> une interprétation du système étudié en termes de langage naturel mais où la structure mathématique qui va être utilisée dans le modèle mathématique associé est plus au moins sous-jacente. Le passage du modèle pseudo-concret obtenu au modèle purement mathématique devient alors une traduction dans la *symbolisation propre aux mathématiques*.

Les travaux de ces différents auteurs nous interrogent sur la question d'une « description » ou « interprétation » reliant deux mondes, l'un représentant, l'autre le représenté, et sur l'utilisation de la représentation pour « anticiper » la solution d'un problème étudié. Nous mettons ces travaux en parallèle avec la définition de « représentation » donnée par Brousseau (2004, p. 243) :

> En fait, une représentation met en présence deux univers : l'un contient la chose représentée, l'autre contient la chose représentante. Représentant et représenté ont des relations avec leur univers respectifs. (...) f(R(a,b)) = fR ((f(a), f(b)) qui signifie que l'on peut indifféremment considérer d'abord dans l'univers représenté, puis les traduire dans l'univers représentant ou commencer par traduire les objets et les relations et considérer les relations images dans le représentant. Cette condition ignorée du sens général, joue pourtant un rôle fondamental dans toutes les études de représentations. C'est elle qui permet de réimporter une signification ou un résultat obtenu de l'univers représentant dans l'univers du représenté, donc d'utiliser la représentation.

Nous essaierons de montrer dans la suite de ce texte, comment, lors du « Jeu des trésors », des élèves de grande section de maternelle sont amenés vers un travail de modélisation en essayant de résoudre les problèmes de désignation qui se posent à eux lorsqu'ils doivent élaborer des codes communs pour se remémorer les objets du trésor.

3. *Méthodologie*

Notre étude prend appui sur deux types de données. D'une part, des données tirées d'une étude historique[3] de l'ingénierie bordelaise du « Jeu des trésors » (Digneau 1980 ; Jousson, Pérès, Remy 1980 ; Pérès 1984 ; Jousson, Loubet, Naura, Pérès, Remy 1985 ; Pérès 1988 ; Loubet et Salin 2000 ; Brousseau 2004 ; Briand, Loubet et Salin 2004). L'étude historique a permis l'élaboration d'une description détaillée de l'ingénierie : sa construction, ses fondements théoriques ancrés dans la TSD (Brousseau 1998), les contenus d'apprentissage développés par les élèves, la description de chaque phase et la construction des tableaux décrivant l'essentiel de la mise en œuvre du « Jeu des trésors » prenant appui sur des éléments théoriques du modèle proposé par la Théorie d'action conjointe en didactique (notamment Sensevy et Mercier 2007 ; Schubauer-Leoni, Leutenegger et Forget 2007 ; Ligozat 2008 ; Amade-Escot et Venturini 2009).

D'autre part, des données tirées de l'une des nouvelles mises en œuvre[4] de l'ingénierie au sein de l'un des Groupe de Recherche de l'IUFM de Bretagne. Ce groupe est constitué de et maîtres-formateurs et d'enseignants-chercheurs, d'étudiants de master et de doctorat du laboratoire CREAD. Les données (transcriptions, photogrammes, productions des élèves) s'inscrivent dans un corpus de 52 séances enregistrées entre novembre 2008 et juin 2009.

III. ÉLEMENTS D'ANALYSE

L'analyse des données tirées du travail historique et de la mise en œuvre rennaise, nous permet d'apporter des premiers éléments de réponse à nos questions : Dans quelle mesure on peut considérer qu'il y a un processus de modélisation au cours du « Jeu des trésors » ? Dans quelle mesure le modèle proposé par Henry peut nous aider à comprendre les travaux des élèves au cours du « Jeu des trésors » ? Dans quelle mesure la construction des DI sont favorisées au cours du jeu ?

1. *Différents types de traits...*

Lors du « Jeu des trésors », les élèves sont confrontés à la problématique de différenciation des modèles pour pouvoir représenter des objets partageant des caractéristiques physiques proches (des objets ronds, longs, carrés, possédant des lettres, des images, etc.). Pour réussir, ils doivent prendre conscience des relations que ces objets entretiennent au sein d'un référentiel, ainsi que les relations qu'entretiennent leurs représentations. Ensuite, ils devront

[3] L'étude historique a été menée dans le cadre d'une thèse en cours d'élaboration.
[4] Cette ingénierie a été reprise également à Marseille, Genève et Tessin.

sélectionner des informations pertinentes sur les objets à représenter, des « ressemblances ou non-ressemblances » ou des « non-ressemblances sélectives » (dans le sens de Van Fraassen, 2010). Différents types des traits que permettent la création des modèles ont étaient repérés par l'équipe de Brousseau (Digneau 1980 ; Pérès 1984 ; Jousson, Loubet, Naura, Pérès et Remy 1985 ; Loubet et Salin 2000 ; Brousseau 2004), voici des exemples :

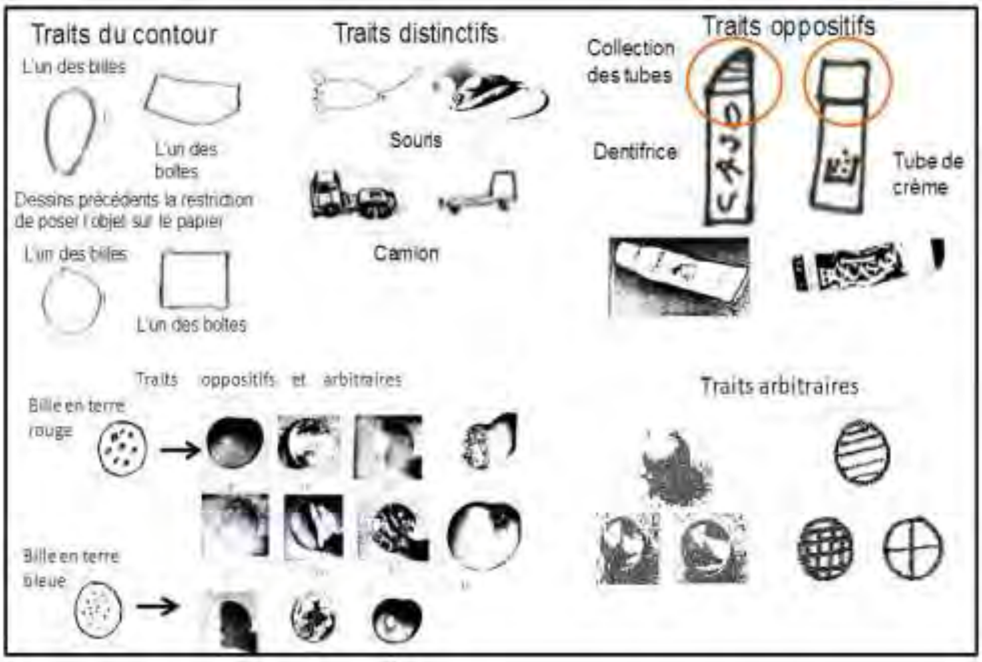

Figure 2 *– Des traits (Pérès 1984)*

Les traits de contour fournissent très peu d'information lorsque l'objet partage des caractéristiques communes avec plusieurs objets. Si l'objet est unique et très dissemblable d'autres objets (comme la souris ou le camion), quelques traits supplémentaires peuvent aider pour le décoder. Parfois, il faut tout simplement distinguer les modèles d'objets en les opposant (les bouchons du dentifrice et du tube de crème) ou il faut choisir et utiliser un signe arbitraire qui ne renvoie pas aux caractéristiques analogiques de l'objet (les billes). Ce cadre nous fournit des éléments génériques pour nos analyses.

2. *La liste et le processus de modélisation*

A la lumière des éléments théoriques, notamment Brousseau (2004), nous pensons que la liste et les désignations graphiques permettent à l'élève de représenter la situation (certains objets cachés dans une boîte opaque) en codant des informations choisies sélectivement à partir des objets (description qui permet retrouver un objet précis du référentiel), d'anticiper la solution et de la réimporter en décodant l'information (énumération des objets cachés à l'aide de la liste et du code oral associé à chaque objet), afin produire l'action souhaitée : faire sortir les objets de la boîte le lendemain ou surlendemain. La figure ci-dessous illustre notre propos. Nous remarquons le double mouvement permettant de traduire l'information d'un univers représenté à l'autre représentant (Brousseau 2004). Selon Duperret (2007) il s'agirait de *modèles, descriptif* et *prédictif.* Notons également que la liste montre des représentations que l'on peut considérer comme fonctionnelles (désignations que schématisent des informations), analogiques (le porte-monnaie, le bonhomme), et quelques-unes montrent des informations sélectives (les rues de deux camions, les lettres sur la boîte de cachous).

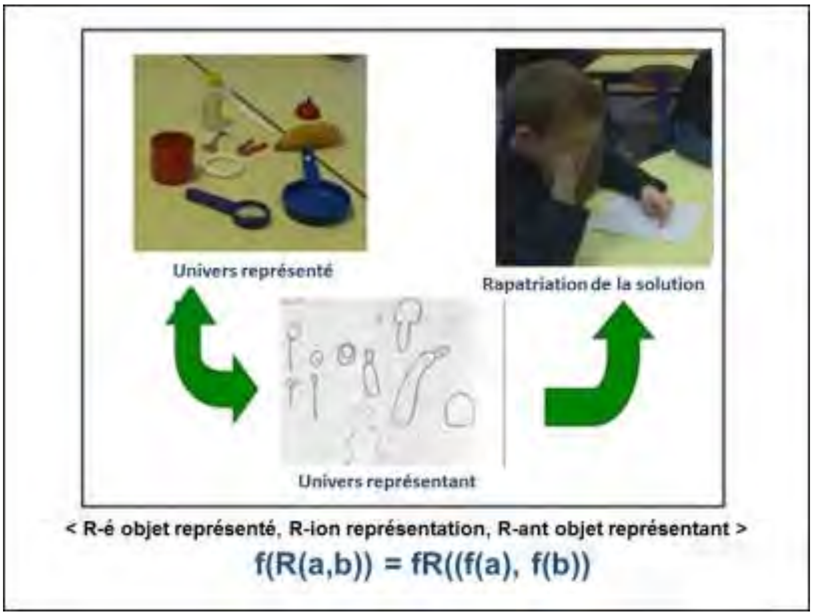

Figure 3 *– Jeu de listes, phase 2 (Rennes 2008)*

La problématique qui est au cœur des travaux de représentation est : la différenciation des modèles afin qu'un modèle (ou plusieurs) évoque <u>un seul</u> objet du référentiel. Ainsi, dans la liste (voir figure ci-dessus), le double rond évoque l'objet anneau blanc, le rond avec le point évoque le bout de tomate mais le troisième rond ne pourra pas renvoyer au verre parce que le référentiel est composé par plusieurs objets ronds. L'élève sera donc confronté à la question : que faut-il pour différencier et spécifier le modèle ?

Il semble donc que les activités développées durant cette ingénierie sont au cœur du processus de modélisation. Cela est évoqué par Brousseau:

> Dans la mesure où on admet que toutes les connaissances sont des représentations, au sens d'images d'une réalité, alors ces représentations sont les « objets même de l'enseignement ». A ce titre, elles sont aussi des « moyens de connaissances pour les élève », elles doivent donc être enseignées comme telles. Cette dualité est particulièrement évidente en mathématique, c'est-à-dire des triplets <représentant, représentation, représenté>. On y enseigne des modèles et aussi la modélisation, en tant que processus scientifique, avec parfois des justifications qui font de cet enseignement une véritable formation épistémologique. La représentation apparaît aussi comme un moyen de provoquer l'apprentissage et, par-là, elle peut être un moyen d'enseignement. Enfin, elle apparaît comme un moyen d'analyse et de connaissance de l'enseignement lui-même. (Brousseau 2004, p. 244)

3. Fabrication et usage de codes et démarche d'investigation

Les travaux de fabrication, d'usage, de codage, et de décodage supposent, selon nous, le développement d'une DI. Il faudra en effet formuler des hypothèses, implicites ou explicites sur la façon de faire la liste et les désignations, mettre à l'épreuve l'efficacité de l'outil créé, tester la gestion des données dans la liste, faire la correspondance objet-désignation, dénombrer, développer des techniques d'énumération, etc. afin d'affiner et disposer d'un outil performant (exemples ci-dessous).

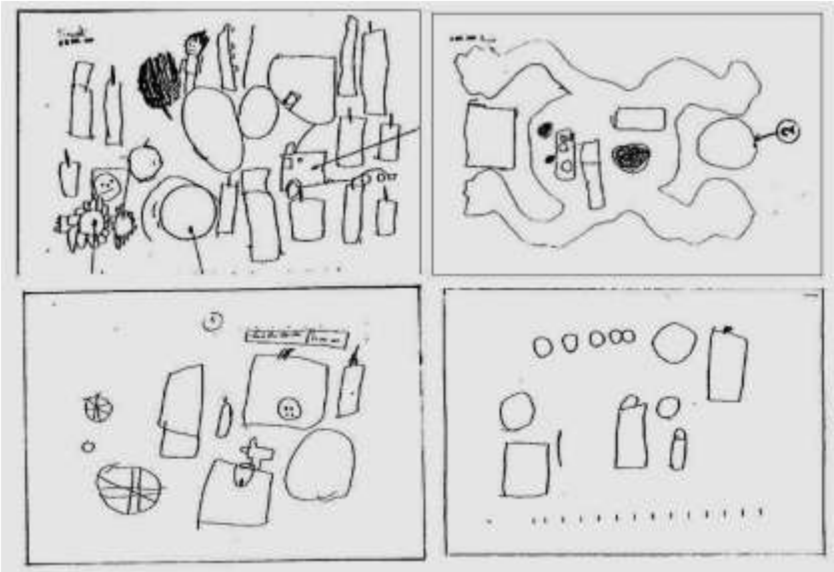

***Figure 4** – Listes, phase 2 (Pérès 1984)*

Ci-dessous, la figure 5 montre IM qui utilise le comptage (en 1 et 12) et une technique d'énumération sur la liste (« en ligne ») afin de vérifier si sa liste contient le même nombre éléments (dix) que la collection d'objets posés sur la table. Pour la recherche des objets encore non dessinés (désignations entourées sur les photos 10 et 14), nous constatons plusieurs allers-retours du regard d'IM (2 à 13). En effet, elle devra construire un moyen pour assurer la correspondance objet-dessin.

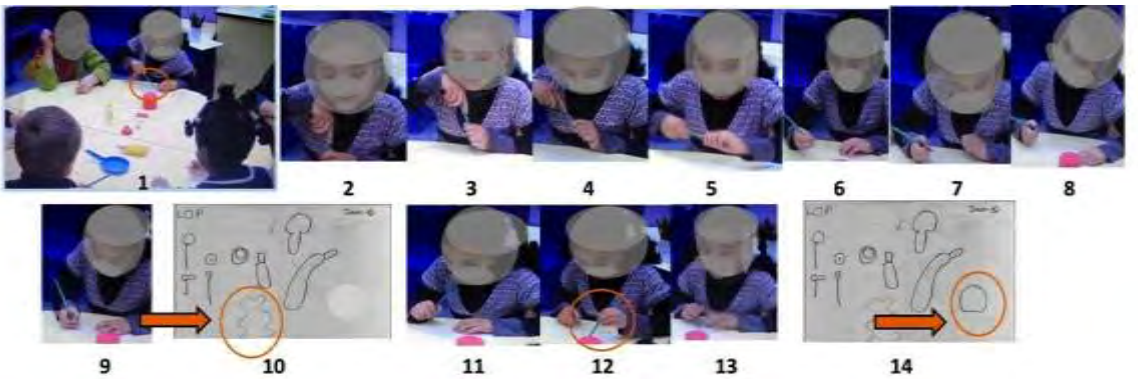

***Figure 5** – Fabrication d'une liste. (Rennes 2008)*

Nos analyses en cours semblent montrer que lors de la suite de jeux, les élèves paraissent mener une enquête sur le milieu. Ils feraient des allers-retours entre les objets cachés et leurs modèles prenant conscience de relations qu'ils entretiennent au sein du référentiel (phases 2 et 3), ou exclusivement entre les modèles et leurs relations (phase 4), permettant la création, le test et les modifications des modèles. Ces travaux seraient exécutés, d'abord, de manière non-consciente et implicite ; la prise de conscience se réalisant probablement au même temps que les élèves découvrent le jeu. C'est pourquoi nous ne jugeons pas d'emblée qu'il y a une DI, car il n'y a pas, par exemple, de protocole préétabli.

L'exemple ci-dessous est tiré de l'historique de l'ingénierie bordelaise. MATH, un élève, rencontre le rouge à lèvres au cours de six séances (phases 3 et 4). Il le représente mais il ne réussit pas à le faire décoder correctement jusqu'à la dernière partie. L'objet appartient à la classe des *objets longs.* Il doit soit l'opposer à d'autres sept objets par des traits oppositifs et/ou construire des traits arbitraires. La transcription (figure 6) montre l'évolution du modèle : en 1) il retient le contour et la pastille centrale, en 2) il prend en compte les suggestions des camarades et choisit faire le bouchon, en 3) il modifie le modèle et dessine l'étui, probablement avec l'hypothèse que son modèle sera reconnu cette fois-ci, en 4 et 5) il remet à l'épreuve son deuxième modèle. Finalement, les échecs l'amènent à évoquer ses problèmes au cours du débat ce qui débouche dans la proposition de noircir la pastille centrale, trait arbitraire, le code accepté par le groupe et affiché. En 6), il choisit le code qu'il avait suggéré et gagne.

Figure 6– *Modèle du rouge à lèvres (Pérès 1984)*

4. *Gestion du débat par l'enseignante : quelles caractéristiques des modèles mises en avant et démarche d'investigation*

L'exemple suivant, tiré de la mise rennaise, nous permet de repérer quelques éléments de DI. La figure 7 montre la liste de Roman qui a codé quatre objets dont deux crayons bleus. Ces pairs ont interprété ces deux dessins incorrectement en les prenant pour des représentations d'autres objets longs : deux des trois règles du trésor.

Ce qui a posé problème est que Roman a retenu l'information largueur et longueur des objets. En effet, au cours des échanges, il explique : « J'ai dessiné le plus gros et puis l'autre plus fin ». L'enseignante demande les élèves : « qu'est-ce que vous a posé un problème au début ? ». Un élève répond : « On voyait pas qu'est-ce que c'était ». Elle demande de préciser : « Vous avez cru que c'était quoi ? », et la réponse : « les règles » (plus tard, au sein du débat, elle demande de verbaliser ce qui s'est passé, en favorisant l'explicitation de ce qu'était à l'origine de l'erreur d'interprétation). L'enseignante demande à Roman et aux quatre autres élèves du même groupe de faire des propositions (numérotés de 1 à 5) puis d'expliquer pourquoi ils ont dessiné de cette manière. Roman (1) refait les mêmes modèles. Ces camarades choisissent de faire la mine (en triangle), l'un (4) rajoute l'effaceur du crayon (mais il n'y a pas d'effaceur dans le crayon), l'autre choisit les lignes du stylo (5). L'on peut constater également que l'idée de gros et de mince est retenu (2, 3, 4), mais cette idée pourrait être remise en question car elle ne peut fonctionner que lorsque les représentations des différents objets « gros » et « minces » sont présentes au même temps. Durant le débat, l'enseignant ajoute : « on s'est demandé comment les dessiner autrement », un élève demande s'ils ont fait le bouchon. Elle montre les propositions et les commente. Le jeu s'arrête lorsque l'enseignant demande quel était le problème de la veille (les verres) et celui de la journée (les crayons). Dans les deux cas, l'idée de représenter le gros et le mince est présente, mais ces problèmes ne seront pas repris.

Figure 7 *– Modèles du « crayon bleu » et du « crayon bic » (Rennes 2008.*

IV. ELEMENTS DE DEBATS

Nous venons de montrer que l'ingénierie du « Jeu des trésors » peut être vue comme une activité de modélisation et de création de modèles au travers d'une DI. En effet, le « Jeu des trésors » offre une « genèse didactique et même scolaire des premières représentations » (Brousseau 2004, p. 263). Brousseau précise par ailleurs que « l'organisation des situations et du processus présente un intérêt pour la présente étude [la sienne], car elles réalisent le paradigme de toutes les situations de représentations » (Ibid, p. 258). En ce sens, conclut Brousseau, le « Jeu des trésors » « est une situation fondamentale pour la représentation » (Ibid, p. 263).

Cependant, les analyses que nous sommes en train de mener sur la mise en œuvre rennaise de l'ingénierie semblent montrer que pour que les élèves puissent entrer dans une DI et une activité de modélisation grâce à cette ingénierie, il paraît absolument nécessaire que l'enseignant ait une compréhension fine de celle-ci afin d'en exploiter la richesse avec ces élèves.

REFERENCES

Amade-Escot C. (2009) *Analyse de situations didactiques : perspectives comparatistes.* Dossiers des Sciences de l’Education. Numéro Spécial 20.

Barrow J. (2003) *Pourquoi le monde est-il mathématique ?* Paris : Odile Jacob.

Briand J., Loubet M., Salin M-H (2004) *Apprentissages mathématiques en maternelle*. CD-Rom. Paris : Hatier.

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : la Pensée Sauvage.

Brousseau G. (2004) Les représentations : étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l’éducation* 30(2), 241-277.

Comiti C. (1974) Désignation, égalité, au cours préparatoire. *Grand N* 4, 27-57.

Coulange L. (1997) *Une étude sur la modélisation dans la classe de mathématiques en Seconde – Un double point de vue à partir de l’écologie et du contrat didactique*. Mémoire de DEA de l’université Joseph Fourier. Grenoble.

Digneau J.-M. (1980) *Création d’un code à l’école maternelle étude d’un saut informationnel*. Mémoire de DEA de l’Université Bordeaux I.

Duperret J.-C. (2007) De la modélisation du monde au monde des modèles. Quels enjeux pour l’enseignement des mathématiques. In *Actes du XXXIV^{ème} Colloque COPIRELEM « Expérimentation et modélisation dans l’enseignement scientifique : quelles mathématiques à l’école ? »*.

Henry M. (1997) Les premiers apprentissages en géométrie et en probabilités : des processus de modélisation comparables. In *Actes du Séminaire n°178, Didactique et technologies cognitives en mathématiques* (pp. 5-36). DidaTech.

Jousson G., Pérès J, Remy A. (1980) *Compte-rendu des recherches à l’école maternelle J. Michelet*. Etudes en didactique des mathématiques, IREM de Bordeaux

Jousson G., Loubet M., Naura M.-H., Pérès J, Remy A. (1985) *Construction et utilisation d’un code de désignation d’objets à l’école maternelle*. *Document pour les enseignants.* IREM de Bordeaux.

Loubet M., Salin M.-H. (2000) Elaboration et lecture de listes. *Grand N spécial maternelle Approche du nombre tome 1 IREM de Grenoble.* 71-92.

Pérès J. (1984) *Utilisation d’une théorie des situations en vue de l’identification des phénomènes didactiques au cours d’une activité d’apprentissage construction d’un code de désignation d’objets à l’école maternelle*. Thèse Université de Bordeaux-II

Pérès J. (1988) *Les activités logiques à l’école maternelle*. In *Actes de l’Université d’été « Didactique des mathématiques et formation des maîtres »* (pp. 164-179). IREM de Bordeaux.

Schubauer-Leoni M. L., Leutenegger F., Ligozat F., Flückiger A. (2007) Un modèle de l’action conjointe professeur-élèves : les phénomènes qu’il peut/doit traiter. In Sensevy G., Mercier A. (Eds.) (pp. 52-91) *Agir Ensemble. L’action didactique conjointe du professeur et des élèves dans la classe.* Rennes : PUR.

Sensevy G., Mercier A. (2007) *Agir ensemble.* L’action didactique conjointe du professeur et des élèves. Rennes : PUR.

Ligozat F. (2008) *Un point de vue de didactique comparée sur la classe de mathématiques. Etude de l’action conjointe du professeur et des élèves à propos de l’enseignement/apprentissage de la mesure des grandeurs dans des classes françaises et suisses romandes.* Thèse des universités de Genève et d’Aix Marseille.

Van Fraassen B. (2008) *Scientific representation*. Oxford University Press.