

# LA DÉMARCHE D'INVESTIGATION, LES MATHÉMATIQUES ET LES SVT : DES PROBLÈMES DE DÉMARCATIION AUX RAISONS D'UNE UNION

Magali HERSANT\* – Denise ORANGE-RAVACHOL\*

**Résumé** – En France, les programmes d'enseignements récents de mathématiques, de sciences et de technologie promeuvent l'engagement des élèves de l'école et du collège dans des démarches d'investigation contribuant à l'appropriation de compétences communes. Comment est-il possible qu'une même démarche réunisse à la fois les mathématiques et les sciences ? Notre communication montre que les différences entre les disciplines pointées par l'institution (l'expérimentation, les modalités de validation) font problème. Elle étudie la possibilité de réunir ces disciplines en considérant la construction des savoirs qu'elles opèrent comme des problématisations.

**Mots-clefs** : démarche d'investigation, mathématiques, problématisation, sciences de la vie et de la Terre

**Abstract** – In France, the recent curriculum for mathematics, sciences and technology have been promoting the commitment of the pupils of the school and the middle school in “démarche d'investigation” whose goal is to contribute to the appropriation of shared skills. How can a unique approach combine both Mathematics and sciences? In this contribution, we explain how differences brought into light by the institution (experiment, modalities of validation) raise problem. We study the way of combining these disciplines by considering the construction of the knowledge that they operate as “problématisations”.

**Keywords**: inquiry based learning, mathematics, problematisation, Earth and life science

## I. INTRODUCTION

Dans l'enseignement en France (primaire ou secondaire), on assiste actuellement à une volonté institutionnelle de rapprocher les mathématiques et les sciences (SVT, sciences physiques et chimie, technologie). Ce rapprochement se concrétise, en particulier, dans les récents programmes d'enseignement du collège (MEN 2008) dont l'introduction est commune à toutes ces disciplines, dans le socle commun de connaissances et de compétences (MENESR 2006) où la compétence 3<sup>1</sup> les réunit explicitement, enfin dans une modalité pédagogique commune, la démarche d'investigation, à partir de laquelle il s'agit d'élaborer des savoirs, de les mettre en texte et d'acquérir des compétences.

Pourtant, en raison des histoires différentes de ces disciplines et des problèmes qu'elles étudient, un tel rapprochement n'a rien d'évident, comme le soulignent de nombreux auteurs, en particulier Vandebrouck, de Hosson et Robert (2010). Il est donc essentiel de se demander de quel(s) point(s) de vue et à quelles conditions il est possible de penser une modalité pédagogique qui leur serait commune.

Dans cette communication, nous avons choisi de travailler ces questions en nous focalisant sur les mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre. Nous situons notre réflexion dans le cadre théorique de la problématisation (Fabre et Orange 1997). Après avoir rappelé les origines de la démarche d'investigation, nous mettons en question certains de ses éléments constitutifs qui semblent fortement distinguer les mathématiques et les sciences<sup>2</sup> : il s'agit de

---

\* IUFM des Pays de la Loire, CREN, Université de Nantes – France – [magali.hersant@univ-nantes.fr](mailto:magali.hersant@univ-nantes.fr), [denise.orange@univ-nantes.fr](mailto:denise.orange@univ-nantes.fr)

<sup>1</sup> Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique.

<sup>2</sup> Dans les programmes de l'école primaire (cycle des approfondissements), les sciences de la vie et de la Terre et les sciences physiques sont réunies sous la dénomination de sciences expérimentales (MENESR 2008). Elles

la question de l'expérience et de celle de la validation. Puis, nous interrogeons le rapport qu'entretiennent les mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre avec les logiques du possible et du nécessaire, du vrai et du faux et la question de la nécessité. Cela nous permet de donner à voir une façon de considérer autrement, voire de dépasser, certaines de leurs oppositions.

## II. DEMARCHE D'INVESTIGATION EN MATHÉMATIQUES ET EN SVT : DES POINTS CRITIQUES

La démarche d'investigation (DI) qui figure dans les actuels programmes français d'enseignement des mathématiques et des sciences, à l'école et au collège peut être mise en perspective de l'« Inquiry Based Learning » (IBL) qui s'est imposé dans les textes institutionnels de plusieurs pays anglo-saxons. Elle est introduite à l'école primaire en 2002 (MEN 2002) et en 2004 dans les programmes de collège (MEN 2004) et elle « *apparaît comme un nouveau sésame pour l'enseignement des sciences, en privilégiant la construction de savoir par l'élève, sans faire référence à un modèle pédagogique ou une théorie de l'apprentissage* » (Coquidé, Fortin et Rumelhard 2009, p. 55).

Dans les pays anglo-saxons et le nord de l'Europe, l'Inquiry-Based Science Education (IBSE) représente une modalité d'enseignement considérée comme motivante pour les élèves :

As faculty, we engage ourselves in inquiry throughout our academic careers when we explore questions and try to make sense out of what is going on in our fields. My guess is that most of us chose our field of study because one question, somewhere along the way, peeked our curiosity and motivated us to find an answer. A common question asked by faculty is, "How can I motivate my students' interest and get them excited about the subject they are studying?" One way to do this is to give your students inquiry-based assignments and activities that are relevant to their lives and future careers and give them the opportunity to engage in course concepts and tasks. After reading the next few pages, you will learn more about inquiry-based learning (IBL) and along with some tips on effectively integrating IBL into your course. (Lane 2007, <http://www.schreyerinsitute.psu.edu/pdf/ibl.pdf>)

Au niveau européen, le rapport Rocard (Rocard et al. 2007), qui fournit des recommandations pour ranimer l'enseignement des sciences en Europe, reprend l'idée d'investigation. L'*Inquiry Based Science Education* (IBSE) est alors présentée comme un rempart contre la désaffection des études scientifiques et mathématiques par les jeunes dans la mesure où elle permet un enseignement basé sur une approche inductive, moins abstraite et plus attrayante que l'approche déductive jusqu'alors utilisée (ibid p. 9) :

[Dans l'approche déductive] le professeur présente les concepts, leurs implications logiques (déductives) et donne des exemples d'applications. Cette méthode est aussi désignée sous le nom de « transmission descendant ». Pour fonctionner, les enfants doivent être capables de manipuler des notions abstraites, d'où la difficulté à commencer l'enseignement des sciences avant l'enseignement secondaire. Par opposition, la seconde approche a longtemps été désignée en tant qu'approche « inductive ». Cette approche laisse plus de place à l'observation, à l'expérimentation et à la construction par l'enfant de ses propres connaissances sous la conduite du professeur. Cette approche est aussi qualifiée d'« approche ascendante ».

Au fil des années, la terminologie a évolué et les concepts se sont affinés. À l'heure actuelle, l'approche inductive est le plus souvent désignée en tant qu'enseignement des sciences basé sur la démarche d'investigation (IBSE) *et porte essentiellement sur l'enseignement des sciences de la nature et de la technologie.*

Par définition, une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critique des expériences réalisées, de distinction entre les alternatives possibles, de planification des recherches,

---

sont parties prenantes des disciplines scientifiques et technologiques dans la présentation de la démarche d'investigation de l'introduction commune des programmes du collège (MEN 2008).

de recherche d'hypothèses, de recherche d'informations, de construction de modèles, de débat avec des pairs et de formulation d'arguments cohérents (Linn, Davis et Bell 2004)

Au regard des préconisations institutionnelles (françaises, anglo-saxonnes) et des rapports internationaux, force est de constater que démarche d'investigation et *Inquiry-based Science Education* ne sont pas totalement équivalentes. Pour Coquidé et al. (2009, p. 57), la démarche d'investigation promue par les programmes français ne se limite pas à une démarche inductiviste. Elle est « *plus centrée sur la démarche expérimentale et le recours à la situation - problème avec développement d'un raisonnement hypothético-déductif* » et semble donc plus restrictive que l'ISBE. Cette focalisation de la démarche d'investigation sur l'expérimental nous intéresse. Nous y trouvons une entrée pour questionner la pertinence d'en faire une démarche commune dans l'enseignement des mathématiques et des sciences, les sciences de la vie et de la Terre en particulier.

### 1. L'expérience comme démarcation entre les mathématiques et les sciences ?

La première démarcation, et la principale, concerne la place attribuée à l'expérience et à l'expérimentation en mathématiques et en sciences.

Dans le rapport Rocard (2007, p. 9), il est en effet précisé d'emblée que l'enseignement des sciences basé sur la DI, prise comme synonyme d'IBSE, concerne essentiellement les sciences de la nature et la technologie. Voici l'opposition qui est alors faite entre d'une part, le fonctionnement des sciences et de la technologie et, d'autre part, celui des mathématiques.

Sciences et technologie (DI ou IBSE)	Mathématiques (PLB)
<p>« Par définition, une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critique des <b>expériences</b><sup>3</sup> réalisées, de distinction entre les alternatives possibles, de planification des recherches, de recherche d'hypothèses, de recherche d'informations, de construction de modèles, de débat avec des pairs et de formulation d'arguments cohérents (Linn, Davis, et Bell, 2004). (...) L'enseignement des sciences basé sur l'investigation constitue une approche basée sur les problèmes, mais avec une dimension supplémentaire étant donné l'importance accordée à <b>l'approche expérimentale</b>. »</p> <p>(Rapport Rocard, p. 9)</p>	<p>« En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, la communauté éducative préfère parler «d'apprentissage basé sur les problèmes» (PBL) plutôt que d'IBSE. En réalité, l'enseignement des mathématiques peut facilement utiliser une approche basée sur les problèmes alors que, dans de nombreux cas, <b>l'approche expérimentale</b> s'avère plus difficile. »</p> <p>(Rapport Rocard, p. 9)</p>

Dans l'introduction de la démarche d'investigation des programmes du collège, c'est une démarcation par l'expérimentation qui place d'un côté les mathématiques et les sciences expérimentales de l'autre.

Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'hypothèses explicatives et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation, par **l'expérimentation**<sup>4</sup> d'un côté, par la démonstration de l'autre.

L'expérience, l'expérimental, l'expérimentation n'auraient donc de sens que pour les disciplines scientifiques. Cela appelle des clarifications et des discussions.

<sup>3</sup> Surligné par nous.

<sup>4</sup> Surligné par nous.

Considérons d'abord les choses du point de vue des mathématiques. La conception des mathématiques qui sous-tend cette remarque correspond-elle à une conception pythagoricienne que Russel caractérise bien (cité dans Chouhan 1999, p. 20) ?

Loin des passions humaines, loin même des faits pitoyables de la nature, les générations ont progressivement créé un cosmos ordonné, où la pensée pure peut habiter comme sa demeure naturelle, et où l'une, au moins, de nos plus nobles aspirations peut échapper au sombre exil du monde réel. [...] Les mathématiques nous entraînent [...] loin de l'humain, dans le domaine de la nécessité absolue, à laquelle obéissent non seulement le monde réel, mais tous les mondes possibles.

On peut en douter, même si dans les programmes de mathématiques l'idée de rigueur et de raisonnement est plus présente que celle de réalité lorsqu'il est question de résolution de problème. Ainsi, dans les programmes du cycle 3 on peut lire :

L'apprentissage des mathématiques développe l'imagination, la rigueur et la précision ainsi que le goût du raisonnement.

Est-on alors en présence d'une conception étroite de l'idée d'expérience ? Ne peut-on parler d'expérience en mathématiques qu'à partir du moment où l'on utilise un ordinateur pour calculer ou faire de la géométrie dynamique ? Que lorsqu'on réalise effectivement un découpage comme dans la situation du puzzle de Brousseau (1998) ? Faire des calculs à la main avec l'objectif de dégager une conjecture n'est-ce pas aussi réaliser une expérience ? Les propos de mathématiciens autorisent une conception plus large de l'expérience, associée systématiquement à la résolution de problèmes. Ainsi, D. Perrin écrit : « la méthode expérimentale est universelle en mathématiques, qu'elles soient appliquées ou non » (Perrin 2007, p. 4) et précise que l'expérience est le premier pas de cette méthode (id., p. 8). J.-P. Allouche (2007) considère, quant à lui, que l'expérience, qui peut être de différents types, n'est pas suffisamment reconnue en mathématiques, même si les choses changent :

Dans leurs articles les mathématiciens cachent le plus souvent leurs démarches expérimentales, comme s'il s'agissait de quelque chose d'inavouable. La tendance « bourbakisante » (du nom de cet auteur collectif de traités mathématiques quasi-définitifs) consiste, lors de la rédaction d'un article de recherche pour une revue spécialisée, à taire les pistes qui n'ont pas abouti, les hésitations ou les expérimentations fécondes ou cruciales. La « bonne » manière de rédiger consiste à enchaîner linéairement les lemmes, propositions, théorèmes et corollaires. Même les intuitions sont le plus souvent tuées, voire soigneusement dissimulées. Au mieux donnera-t-on un exemple pour ses qualités pédagogiques supposées, avec la peur d'écrire ainsi des choses trop « faciles ».

Les ressources pour les classes de 6<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> du collège « raisonnement et démonstration » (MEN 2009) adoptent d'ailleurs un point de vue moins étriqué (ou plus ambitieux ?). Il y est effet question d'expérimentation dans le cadre de la DI, et, dans les exemples donnés, les expérimentations sont de différents types.

Prenons maintenant le point de vue des sciences de la nature. Dans leur tentative d'expliquer le monde et de se démarquer des mythes, elles accordent, selon Jacob, une large place à l'imagination tout en la mettant sous le contrôle de la critique et de l'empirie (observation, expérimentation). Voici ce qu'il écrit (Jacob 1981, p. 30).

Pour la pensée scientifique, au contraire<sup>5</sup>, l'imagination n'est qu'un élément du jeu. A chaque étape, il lui faut s'exposer à la critique et à l'expérience pour limiter la part du rêve dans l'image du monde qu'elle élabore.

Cette façon de penser le contrôle par l'expérience du fonctionnement des sciences de la nature prête cependant à discussion dès lors que nous considérons les sciences de la vie et de la Terre. Ces sciences, en effet, conjuguent une dimension fonctionnaliste et une dimension historique (Mayr 1989 ; Gould 1991/1989) La biologie étudie le fonctionnement des êtres

---

<sup>5</sup> Au contraire du mythe.

vivants et reconstitue leur histoire évolutive ; la géologie se préoccupe d'expliquer le fonctionnement actuel de la Terre et elle tente de reconstituer son passé. Au regard de la dimension historique de ces sciences, la mise en jeu de l'expérimentation, vue comme un processus dans lequel prennent place des expériences, trouve ses limites. Gould (1991, p. 308) est formel :

Dans de nombreux domaines – la cosmologie, la géologie, et l'évolution, entre autres -, les phénomènes naturels ne peuvent être élucidés qu'avec les outils de l'histoire. Les méthodes appropriées relèvent dans ce cas de la narration, et non pas de l'expérimentation.

Nous devons ajouter que même au regard de la dimension fonctionnaliste des sciences de la vie et de la Terre, il est difficile d'ancrer systématiquement et uniquement l'investigation sur des expériences, en écologie par exemple. Cela tient à leur objets d'étude (l'expérimentation sur l'homme pose des problèmes éthiques) et aux temporalités de certains phénomènes biologiques (certaines expériences auraient une durée très importante).

C'est dire au terme de cette brève étude épistémologique que l'expérimentation ne peut pas constituer une façon de caractériser les sciences de la vie et de la Terre. Elle ne peut pas non plus asseoir une distinction entre les mathématiques et ces sciences.

## 2. *Les modalités de validation comme démarcation entre les mathématiques et les sciences ?*

Dans la présentation de la démarche d'investigation dans les programmes du collège (MEN 2008), il est une deuxième démarcation entre les mathématiques et les sciences qui est pointée. Elle porte sur le mode de validation des hypothèses, qui serait sous le joug de la démonstration pour les premières, et sous celui de l'expérimentation pour les secondes.

La démarche d'investigation présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et à celui des mathématiques. La spécificité de chacun de ces domaines, liée à leurs objets d'étude respectifs et à leurs méthodes de preuve, conduit cependant à quelques différences dans la réalisation. Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'hypothèses explicatives et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la **validation**<sup>6</sup>, par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre. [...]

Cet extrait appelle deux remarques. D'abord, il serait abusif de dire qu'en sciences l'expérimentation valide, au sens qu'elle rendrait vraie telle hypothèse. Comme l'indique Popper (1973), tout au plus, elle réfute. Une hypothèse ne peut être vérifiée par une expérience ou un test. Si l'hypothèse passe avec succès l'expérience cela ne signifie pas qu'elle est vraie mais, simplement qu'elle est corroborée par l'expérience. Rien n'indique qu'un jour une autre expérience ne l'invalidera pas.

Ensuite, curieusement, en mathématiques, dans certains cas, l'expérience valide la conjecture. Supposons en effet que l'on cherche à placer le plus de points possibles sur les nœuds d'une grille de 5 lignes et 5 colonnes sans en aligner trois (problème « Pas trois points alignés », voir Hersant 2010) et qu'au bout d'un certain temps on est convaincue qu'on peut en placer 10. La conjecture est validée dès lors que, avec les essais, on réussit à placer 10 points. Exhiber un tel exemple constitue bien une démonstration mais elle est fondamentalement empirique et ne correspond pas au sens le plus souvent attribué à la démonstration au collège, le raisonnement hypothético-déductif mobilisant un théorème. Bien entendu, en mathématiques, pour montrer une proposition universelle, la corroboration par l'expérience ne suffit pas, il faut une preuve d'un autre type, comme l'indique Poincaré à propos de la preuve par récurrence :

<sup>6</sup> Surligné par nous.

[...] ce que l'expérience pourrait nous apprendre, c'est que la règle est vraie pour les dix, pour les cent premiers nombres par exemple, elle ne peut atteindre la suite indéfinie des nombres, mais seulement une proportion plus ou moins longue mais toujours limitée de cette suite. (Pointcarré 1968, p. 41)

Ainsi, l'opposition entre une validation par l'empirie expérimentale du côté des sciences et une validation par la démonstration du côté des mathématiques n'est pas satisfaisante. Elle donne à voir une approche étroite et discutable du fonctionnement des sciences. Elle ne constitue pas une démarcation étanche entre les mathématiques et les sciences. Devant de tels constats et de telles difficultés d'appréhender les spécificités des démarches d'investigation dans ces disciplines, nous faisons le choix d'étudier cette question en considérant le travail des problèmes mathématiques et scientifiques scolaires comme des problématisations.

### III. L'INVESTIGATION COMME UNE PROBLEMATISATION : UNE MANIERE DE REUNIR LES MATHÉMATIQUES ET LES SCIENCES

#### 1. *La problématisation et les espaces des contraintes en mathématiques et en sciences*

Le cadre théorique de la problématisation (Fabre et Orange 1997), développé à l'origine dans le champ de la SVT et fortement bachelardien, met au cœur de la construction des savoirs scientifiques la co-construction et l'articulation d'un registre empirique et d'un registre des nécessités. Dans le prolongement des remarques critiques que nous avons formulées précédemment, nous proposons ici, à partir de l'étude de deux cas, de montrer en quoi ce processus de problématisation, c'est-à-dire le processus à l'œuvre entre le problème perçu et la construction de nécessités contraignant les solutions de ce problème, peut constituer un point commun à une démarche de « recherche » de problèmes en mathématiques et en SVT.

Pour cela nous utiliserons des schémas synoptiques de type espaces de contraintes proposés par Orange (2001). Ces schémas représentent ce qui se joue dans le travail d'un problème en termes de construction et de mise en tension dynamique de contraintes empiriques et théoriques. Cela débouche sur la mise au jour de nécessités auxquelles les solutions du problème doivent se conformer. Dans un tel processus, où des explications possibles sont explorées, des impossibilités et/ou des nécessités fonctionnelles établies, les débats avec toute leur charge argumentative sont de grande importance. Pour Orange en effet, la construction d'un espace des contraintes :

c'est une mise en ordre des différents éléments problématisants qui sont apparus au cours de ce débat, d'une manière très implicite et même souvent inconsciente pour les élèves. Mais si ces éléments correspondent bien à des idées et des arguments produits par les élèves, il est clair qu'ils ont subi un filtre épistémologique, d'une part par la conduite du débat par le maître et, d'autre part, par l'interprétation que nous avons faite des propositions. Mais nous faisons l'hypothèse que cet espace a une valeur qui dépasse le cas étudié. D'une part car il gomme l'aspect chronologique de ce débat particulier au profit des relations logiques. D'autre part parce que, selon le principe de toute étude qualitative, nous pensons que ce cas fait sens. Et enfin parce que tout ou partie de cet espace se retrouve dans d'autres débats sur ce sujet, avec des élèves d'âge comparable. (Orange 2001, pp. 72-73)

Voyons sur deux exemples, le premier en mathématiques (cycle 3 de l'école), le second en sciences de la Terre (classe de quatrième du collège), comment se déploie ce processus de problématisation.

#### 2. *L'exemple de la recherche d'un problème d'optimisation au cycle 3 (mathématiques, élèves de 9 à 11 ans)*

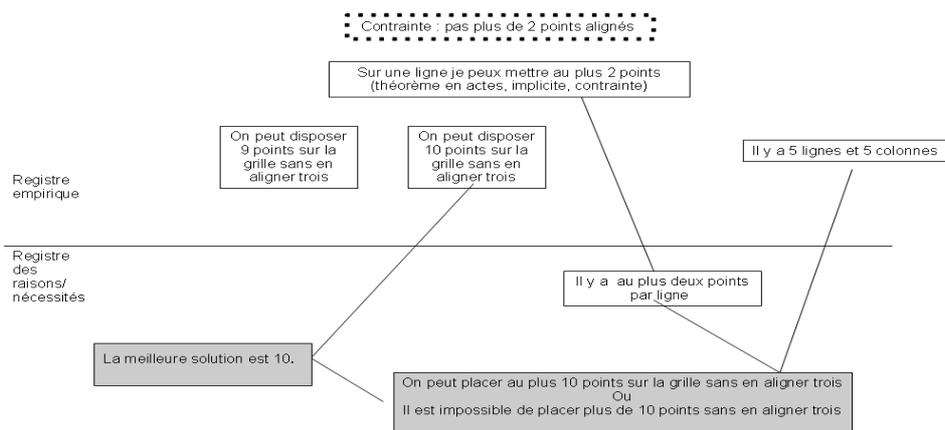
Dans le cadre d'une ingénierie didactique sur les problèmes pour chercher (MEN 2002) au cycle 3 de l'école élémentaire, nous avons proposé aux élèves de chercher, et si possible résoudre, des problèmes d'optimisation discrète (Hersant et Thomas 2009 ; Hersant 2010).

Notre objectif avec ces problèmes était de leur permettre de construire des savoirs sur la façon dont interviennent le registre empirique et le registre des nécessités dans la preuve du possible et de l'impossible en mathématiques. Une étude préalable concernant la résolution de problèmes d'impossible ayant montré la prégnance de l'empirisme à ce niveau de scolarité, nous avons en particulier travaillé sur cet aspect (Hersant 2010).

Au cours de cette recherche, nous avons montré que les problèmes d'optimisation discrète remplissent des conditions importantes pour construire ces savoirs en préservant une part d'adidacticité. Nous avons donc développé des situations didactiques dans ce champ. Le problème « Pas trois points alignés » énoncé précédemment (§ II 2) est l'un de ceux utilisés dans l'ingénierie. Dans le cas d'une grille de 5 lignes et 5 colonnes, le nombre maximum de points que l'on peut placer est 10. Pour le montrer, il faut utiliser des éléments qui relèvent du registre empirique et des éléments qui relèvent du registre des nécessités. Il faut en effet, d'une part, trouver une disposition de 10 points sur une grille 5x5 (il y en a plusieurs possibles) pour montrer qu'on peut placer 10 points sans en aligner 3 et, d'autre part, utiliser un raisonnement pour montrer qu'il est impossible de placer 11 points (ou plus) sans en aligner trois.

Nous avons proposé ce problème à plusieurs reprises à des classes de cycle 3 avec le déroulement suivant. D'abord, une feuille avec plusieurs grilles de 5 lignes et 5 colonnes est donnée à chaque élève, la consigne est la suivante : « place le plus possible de points sur les nœuds de la grille sans en avoir trois alignés ». Cette première phase, dite d'énumération, vise à permettre une recherche empirique individuelle. Puis, lorsque la recherche empirique s'épuise et que les élèves n'arrivent pas à faire mieux, l'enseignant demande aux groupes d'élèves de faire une affiche avec une des meilleures solutions du groupe. Une vérification collective permet de dégager les « meilleures » productions au niveau de la classe. Il s'agit alors de faire basculer les élèves vers la recherche d'arguments qui permettent d'être sûr qu'il s'agit effectivement du mieux qu'on puisse faire (avec l'idée qu'on est sûr que jamais personne ne fera plus) ou de savoir qu'une valeur (par exemple 26 ou 11 pour une grille 5 x 5) est impossible. Dans ce dernier cas, on cherche, bien entendu, à réduire autant que possible l'intervalle d'indétermination.

La représentation sous la forme d'espace de contraintes des raisonnements des élèves au cours de la recherche/résolution de ce problème (figure 1) met bien en évidence que, dans ces problèmes, la preuve et les nécessités mathématiques se dégagent d'une tension entre le registre empirique et le registre des raisons.



**Figure 1** – Espace de contraintes pour le problème « Pas trois points alignés » au cycle 3

3. *L'exemple de la formation d'une chaîne de montagnes en 4<sup>ème</sup> (sciences de la Terre, élèves de 13-14 ans)*

Le problème historique de la formation d'une chaîne de montagne de collision (la chaîne alpine, la chaîne himalayenne) est travaillé en classe de quatrième (élèves de 13-14 ans) et en classe de terminale scientifique. C'est au niveau quatrième que nous le prenons ici en compte, avec 25 élèves ayant en charge d'expliquer comment s'est formée une chaîne de montagnes telle que l'Himalaya, devant fournir, individuellement puis en groupe, une réponse sous la forme d'un texte et de schémas qu'ils confronteront ensuite à celles des autres de la classe.

Les programmes de SVT de ce niveau (2008, p. 25) demandent que les élèves s'inscrivent dans le cadre de la théorie de la tectonique des plaques et apprennent que « la collision des continents engendre des déformations et aboutit à la formation de chaînes de montagnes ». Les ressources pour la mise en œuvre des programmes font référence aux méthodes du géologue, dont l'usage de l'actualisme réduit à ses aspects analogiques, c'est-à-dire à son niveau peu élaboré (Orange-Ravachol 2003).

En référence aux travaux des géologues, aux intentions de l'enseignant et aux documents qu'il prévoit d'utiliser, l'espace des contraintes dont les élèves pourraient s'emparer devrait s'apparenter à celui que nous présentons dans la figure 2 (Orange-Ravachol 2010). Il s'agit de construire la nécessité de plusieurs phénomènes (la formation de roches magmatiques dans un contexte océanique de divergence de plaques, la compression de formations rocheuses et la surrection de reliefs dans un contexte de convergence de plaques) et celle d'un changement de régime des mouvements des plaques.

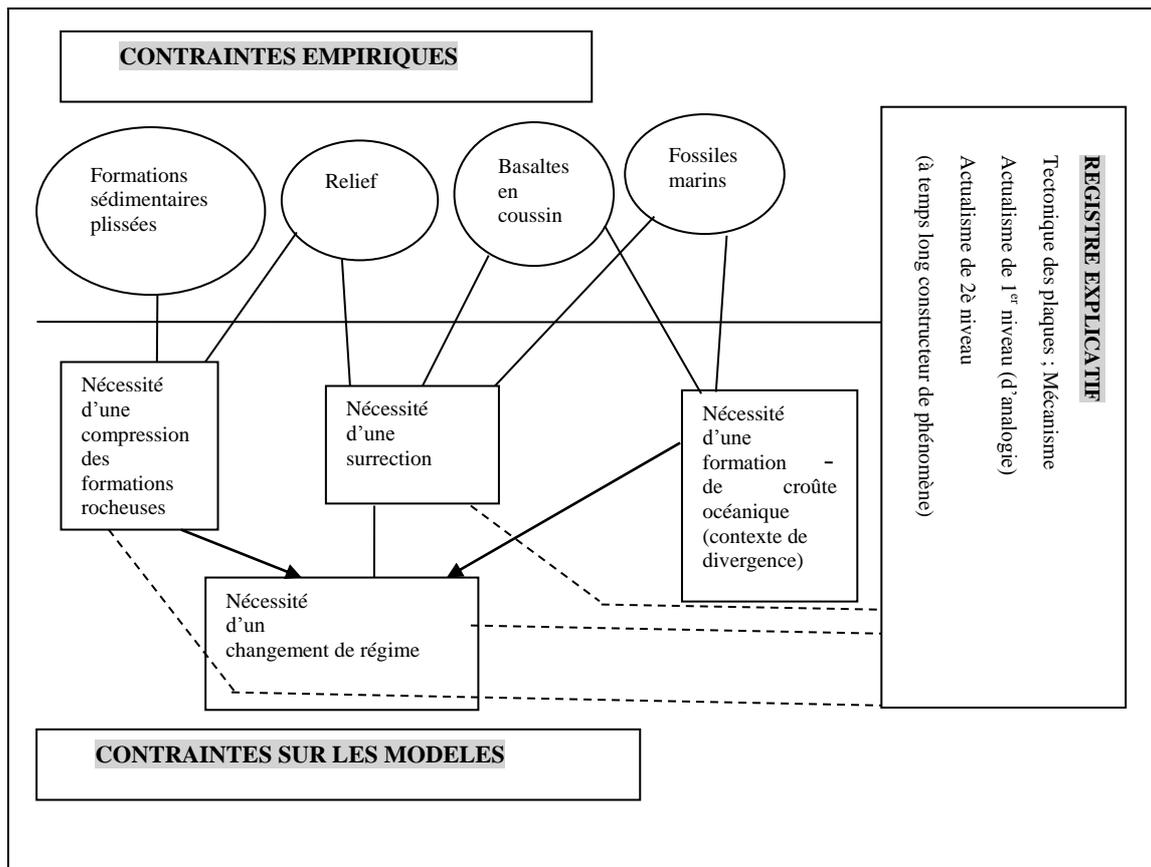


Figure 2 – Espace des contraintes envisageable au niveau quatrième (13-14 ans) pour le problème de la formation d'une chaîne de montagnes intracontinentale

Cette problématisation est complexe parce qu'elle construit la nécessité de phénomènes dont les temporalités dépassent largement le temps humain et qu'il paraît difficile de l'adosser à de l'expérimentation. Le risque est alors grand chez les élèves (et chez les enseignants) de cantonner l'explication à une petite histoire faite d'épisodes contingents (ils pourraient être autres) et s'enchaînant dans un syncrétisme de temps et de causalité. La mobilisation du principe de l'actualisme est déterminante pour le contrer. Ce principe repose sur l'idée « *que les causes qui ont agi au long de l'histoire de la Terre ne diffère point essentiellement des causes géologiques actuelles*<sup>7</sup> (érosion, transport, sédimentation, métamorphisme, volcanisme, plissement et soulèvement des montagnes) » (Gohau 1997, p. 140). Il assure un rôle structurant (Orange Ravachol et Beorchia 2007, 2011) dans la co-construction des contraintes et permet ainsi la construction d'un savoir scientifique raisonné.

Il paraît donc possible de réunir les mathématiques, ou tout au moins une partie des mathématiques<sup>8</sup>, et les sciences de la Terre en assimilant leurs démarches à des problématizations lors desquelles se co-construisent des contraintes et des nécessités contraignant la ou les solutions des problèmes. L'investigation contribue non seulement à la production d'une réponse, elle permet de dégager ce qui fait que cette réponse est telle et pas autre. Le savoir mathématique comme le savoir scientifique gagnent en apodicticité.

<sup>7</sup> « actuelle » est ici pris dans sa signification française.

<sup>8</sup> Par exemple, un des aspects de l'enseignement des mathématiques concerne l'apprentissage de conventions et apparaît plus éloigné des questions de problématization.

#### 4. *Un autre point de convergence, masqué : la relativité de la vérité*

Revenons sur les deux exemples proposés pour tenter d'aller plus avant dans notre réflexion. Concevoir les démarches d'investigation comme des problématisations positionne sur le possible, l'impossible et le nécessaire. Qu'en est-il alors de ce qui relève de la validité du résultat obtenu ?

Dans le cas du problème de mathématiques, deux propriétés sont indispensables pour conclure : trois points appartenant à une même droite sont alignés, deux points sont toujours alignés. La première est une forme de tautologie, la seconde renvoie à l'axiome des « deux points » de la géométrie euclidienne (par deux points distincts il passe une et une seule droite). Ces éléments restent, le plus souvent, implicites dans la conclusion du problème dans les classes : il y a un accord tacite sur des conventions partagées au sein de la classe. La plupart des élèves considèrent ces conventions comme des vérités inébranlables dans la mesure où elles sont cohérentes avec leur expérience, même si, vraisemblablement, certains élèves questionnent ces aspects. C'est le cas, par exemple, de cet élève de CM2 qui s'étonne à voix haute à la fin de la séquence : « alors, ça veut dire que deux points sont toujours alignés, même s'il y a en un sur la Terre et un sur la Lune ! ». Pourtant, comme l'indique Bourbaki (1969, p. 27) à propos des géométries non euclidienne, il s'agit (seulement) de « vérités mathématiques »<sup>9</sup> et en ce sens elles ont une sorte de relativité et dépendent de la théorie dans laquelle on se place.

En SVT, nous étudions depuis déjà quelques temps les relations qu'entretient la problématisation, qu'elle soit fonctionnaliste ou historique, avec le faux et le vrai (Orange Ravachol 2008). A première vue, pour le problème de la formation d'une chaîne de montagnes par exemple, le vrai et le rendre vrai (la vérification) n'y prennent pas de sens, le fonctionnement du monde naturel reposant avant tout sur un monde explicatif possible situé théoriquement (dans l'exemple étudié, il s'agit de la tectonique des plaques). Mais à y regarder de plus près, ils reviennent d'une autre manière. Le vrai porterait fondamentalement sur les principes qui structurent la construction de nécessités auxquelles sont assujetties les solutions (les modèles explicatifs) recherchées, ce que nous appelons des principes structurants (Orange Ravachol et Beorchia 2007, 2011). Une fois les nécessités construites, elles sont, elles aussi, tenues pour vraies. Les solutions sont donc doublement soumises : elles sont sous le joug des nécessités mais aussi sous celui de l'empirie. Si elles n'y répondent pas, elles sont réfutées. A ce jour, le modèle de la collision continentale expliquant l'édification d'une chaîne montagneuse tient encore.

A travers ces deux exemples, nous avons cherché à mettre en évidence que le terme « vérité » ne prend pas tout à fait la même signification en mathématiques et en SVT. Cependant, dans les deux disciplines, une certaine relativité est associée à la vérité. La démarche d'investigation telle qu'elle est présentée dans les différents documents institutionnels ne tient nullement compte de cet aspect.

#### IV. CONCLUSION

Les textes institutionnels actuellement en vigueur en France pour l'enseignement à l'école primaire et au collège pointent des démarcations entre la démarche d'investigation (DI) en mathématiques et en sciences. Dans cette contribution, nous avons engagé une étude critique de ces démarcations. L'expérience et les modalités de validation ne peuvent constituer, à nos

---

<sup>9</sup> « aucun des auteurs précédents ne semble mettre en doute que, même si une « géométrie » ne correspond pas à la réalité expérimentale, ses théorèmes n'en continuent pas moins à être des « vérités mathématiques » ».

yeux, des points d'appui pour distinguer la DI en mathématiques et en sciences de la vie et de la Terre (SVT) dans la mesure où il existe des similitudes à ce niveau entre ces disciplines. En revanche, une étude en termes de problématisation (avec exploration des possibles, construction de nécessités dans une tension entre des registres empirique et théorique, rapport au « vrai ») apparaît plus fructueuse pour établir des distinctions (fondement du vrai et critères de validité). Reste, bien entendu, à étudier de manière plus approfondie ces possibilités, notamment dans les différents champs des mathématiques et des SVT, à l'école élémentaire comme dans le secondaire.

## REFERENCES

- Allouche J.-P. (2007) *La recherche expérimentale en mathématiques*. <http://www.lri.fr/~allouche/experimental.html>, consulté le 13 mai 2011.
- Bourbaki N. (1969) *Eléments d'histoire des mathématiques*. Paris : Hermann.
- Brousseau G. (1998) *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chouchan N. (1999) *Les mathématiques*. Paris : Corpus Flammarion.
- Coquidé M., Fortin C., Rumelhard G. (2009). L'investigation : fondements et démarches, intérêts et limites. *ASTER* 49, 51-78.
- Gould S. J. (1991/1989). *La vie est belle. Les surprises de l'évolution*. Paris : Seuil.
- Fabre M., Orange C. (1997). Construction des problèmes et franchissements d'obstacles. *ASTER* 24, 37-57. <http://documents.irevues.inist.fr/handle/2042/8550>, consulté le 13 mai 2011.
- Gohau G. (1997) Naissance de la méthode « actualiste » en géologie. In Gohau G. (Ed.) (pp. 139-149) *De la géologie à son histoire*. CTHS.
- Hersant M. (2010) *Empirisme et rationalité au cycle 3 : vers la preuve en mathématiques*. Mémoire d'Habilitation à diriger des recherches, Université de Nantes. <https://sites.google.com/site/magalihersant/publications/habilitation-a-diriger-des-recherches>, consulté le 13 mai 2011.
- Hersant M., Thomas Y. (2009) Quels savoirs. mathématiques dans les problèmes pour chercher à l'école élémentaire ? Le cas des problèmes d'optimisation au cycle 3. In *Actes du 35<sup>e</sup> colloque de la Copirelem*. Bordeaux : IREM de Bordeaux
- Jacob F. (1981) *Le jeu des possibles*. Paris: Librairie Fayard.
- Mayr E. (1989) *Histoire de la biologie*. Paris : Editions Fayard.
- Orange C. (2000) *Idées et raisons*. Mémoire d'Habilitation à diriger des recherches, Université de Nantes.
- Orange-Ravachol D. (2010) Efforts de problématisation et choix en situation : cas d'enseignants expérimentés et moins expérimentés. In Fabre M., Dias de Carvalho A., Lhoste Y. (Eds.) (pp. 135–155) *Expérience et problématisation en éducation*. Porto : Edições Afrontamento.
- Orange-Ravachol D. (2008) La problématisation et le vrai en classe de sciences. *Actes du 5<sup>e</sup> Colloque international du Réseau Problema*. Rhodes (Grèce), 12-14 juin 2008.
- Orange-Ravachol D. (2003) *Utilisations du temps et explications en Sciences de la Terre par les élèves de lycée : étude dans quelques problèmes géologiques*. Thèse de doctorat. Université de Nantes. [http://tel.archivesouvertes.fr/index.php?halsid=1ufqci48pj022jvraqf2jj6nd1&view\\_this\\_doc=tel-00480254&version=1](http://tel.archivesouvertes.fr/index.php?halsid=1ufqci48pj022jvraqf2jj6nd1&view_this_doc=tel-00480254&version=1), consulté le 13 mai 2011.
- Orange-Ravachol D., Beorchia F. (2011, à paraître) Principes structurants et construction de savoirs en sciences de la vie et de la Terre. *Education et Didactique*.

Orange-Ravachol D., Beorchia F. (2007) Principes structurants et savoirs en sciences de la vie et de la Terre. Actes du Congrès de l'AREF, Strasbourg, 29 août- 1<sup>er</sup> septembre 2007. disponible sur :

[http://www.congresintaref.org/actes\\_pdf/AREF2007\\_Denise\\_ORANGE\\_RAVACHOL\\_385.pdf](http://www.congresintaref.org/actes_pdf/AREF2007_Denise_ORANGE_RAVACHOL_385.pdf), consulté le 13 mai 2011

Poincaré H. (1968) *La science et l'hypothèse*. Paris : Champs, Flammarion.

Popper K. R. (1973) *La logique de la découverte scientifique*. Payot : Paris.

Rocard M., Csermely P., Jorde D., Lenzen D., Walberg-Henriksson H., Hemmo V. (2007) *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. [http://ec.europa.eu/research/science-society/document\\_library/pdf\\_06/report-rocard-on-science-education\\_fr.pdf](http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_fr.pdf), consulté le 13 mai 2011.

Vandebrouck F., de Hosson C., Robert, A. (2010) Experimental devices in mathematics and physics standard in lower and upper secondary school, and their consequences on teacher's practices. In *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Lyon. 2009. <http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/cerme6.pdf>, consulté le 13 mai 2011.

MEN (2002) Documents d'accompagnement des programmes de mathématiques de l'école primaire.

MEN (2004) Programmes des collèges, Sciences de la vie et de la Terre. BOEN, Hors série N°5, 9 sept. 2004.

MEN (2009) Ressources pour les classes de 6<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, et 3<sup>e</sup> du collège : raisonnement et démonstration.

[http://media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc\\_acc\\_clg\\_raisonnement&demonstration\\_109177.pdf](http://media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration_109177.pdf), consulté le 13 mai 2011.

MEN (2008) Programmes des enseignements de mathématiques, de physique-chimie, de sciences de la vie et de la Terre, de technologie pour les classes de sixième, de cinquième, de quatrième et de troisième du collège. Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008. <http://www.education.gouv.fr/cid22120/mene0817023a.html>, consulté le 13 mai 2011.

MENESR (2006) Le socle commun de connaissances et de compétences. <http://www.education.gouv.fr/cid2770/le-socle-commun-de-connaissances-et-de-competences.html>, consulté le 13 mai 2010.