DÉMARCHE D'INVESTIGATION ET ASPECTS TEMPORELS DES PROCESSUS D'APPRENTISSAGE/ENSEIGNEMENT

Sylvie COPPE*

Resumé – Nous présentons les premiers résultats d'une recherche en cours dans le cadre du projet européen S-TEAM (Science Teacher Education Advanced Methods) qui vise à étudier l'évolution des pratiques des enseignants vers la mise en place des séances qui permettent aux élèves d'être plus actifs dans leurs apprentissages notamment en utilisant les démarches d'investigation ou des dispositifs proches. Nous souhaitons traiter de la question des liens entre démarche(s) d'investigation et aspects temporels des processus d'apprentissage, et donc d'enseignement. A travers l'analyse du cas d'une professeure filmée pendant les 18 premières séances de l'année en classe de 4e, nous voulons montrer comment des apprentissages peuvent se réaliser en articulant plusieurs activités liées comprenant des phases de dévolution et d'institutionnalisation.

Mots clefs : démarche d'investigation, résolution de problèmes, activités isolées/liées, algèbre, collège

Abstract – We are presenting the first results of an ongoing research which is part of the European project called S-TEAM (Science Teacher Education Advanced Methods). The aim of this research is to study the evolution of teaching practices through the use of the inquiry-based learning method or other similar devices. In order to show how effective learning processes could be, we would like to integrate the temporal aspects of both learning processes and teaching processes into the inquiry-based learning activities. Through an analysis made on the practice of a teacher whose first 18 lessons with third-year secondary school pupils were filmed, we're aiming to show how acquisition of knowledge can be carried out by working on several activities linked to each other and by having devolution phases alternate with institutionalization phases.

Key words : Inquiry based learning, problem solving, isolated/linked activities, algebra, secondary school

La démarche d'investigation a été introduite en France, dans les programmes officiels du collège de 2005 (BO HS n° 5 du 25 août 2005, p. 6), puis reprise dans les programmes de 2007 et 2008, pour toutes les disciplines scientifiques (y compris les mathématiques) dans « l'Introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques ». Celle–ci est présentée comme une démarche d'enseignement basée sur la mise en questionnement et en activité des élèves, avec cependant des différences épistémologiques suivant les disciplines : pour les mathématiques, on insiste sur la résolution de problèmes et la validation par la démonstration ; pour les sciences, sur la formulation d'hypothèses et la validation par l'expérimentation.

Pour les didacticien(ne)s des mathématiques, ce discours mettant en avant la résolution de problèmes, la mise en activité des élèves, les procédures de contrôle et de validation n'est pas nouveau. Depuis une trentaine d'année, les programmes de mathématiques français ont commencé à le développer. C'est ce que nous verrons dans la première partie où nous ferons un point sur l'évolution des programmes de mathématiques.

Mais nous savons aussi, par notre expérience en formation des maîtres, que les pratiques n'évoluent pas aussi vite que les injonctions institutionnelles le préconisent et que l'activité des élèves n'est pas toujours favorisée même si l'accent est mis sur ce point en formation. Ceci est certainement dû à la tradition française fortement ancrée sur les savoirs, au faible développement du travail collectif entre les enseignants, au manque de ressources sur le sujet et peut-être à l'organisation de l'enseignement français. Mais tout de même, des évolutions se dessinent dans les pratiques, c'est ce que nous verrons dans la deuxième partie.

* IUFM de Lyon, Université Lyon 1, UMR ICAR (Université Lyon 2, CNRS, ENS Lyon) – France – sylvie.coppe@univ-lyon2.fr

Enfin, dans la troisième partie, nous présenterons les premiers résultats d'une recherche en cours dans le cadre du projet européen S-TEAM (Science Teacher Education Advanced Methods) qui vise à étudier l'évolution des pratiques des enseignants en mettant en place des séances utilisant notamment les démarches d'investigation. Dans le cadre de ce projet pluridisciplinaire (mathématiques, sciences physiques et sciences de la vie et de la terre), visant à étudier des pratiques de classes ordinaires (les chercheurs n'interviennent à aucun moment sur les thèmes ou sujets, les progressions ou les situations de classe), nous avons filmé des séances successives de classe avec des professeurs volontaires qui ne sont pas débutants. Certains d'entre eux participent à un projet de recherche/action intitulé SESAMES (Situations d'Enseignement Scientifique : Activités de Modélisation, d'Evaluation, de Simulation). Ce groupe a pour but la production collaborative (par des enseignants et des chercheurs) de ressources pour les enseignants et les formateurs des disciplines concernées favorisant la mise en activité des élèves et leur prise de responsabilité vis-à-vis des savoirs enseignés, notamment par la mise en place de démarches d'investigation. Pour nous, en mathématiques, le thème est l'algèbre au collège. Les documents sont disponibles sur le site http://www.inrp.fr/pegame/.

Le projet a pour but de montrer d'une part, des régularités chez un même professeur ; nous cherchons notamment à déterminer comment celui-ci organise son enseignement afin de permettre cette prise de responsabilité des élèves vis-à-vis de la construction des connaissances. D'autre part, nous étudions la variabilité des pratiques en fonction des épistémologies des différentes disciplines et des représentations des professeurs sur les apprentissages ou le métier.

Dans cette communication, nous présenterons des éléments d'analyse du cas d'une professeure de mathématiques (qui participe au projet SESAMES) que nous avons filmée pendant les 18 premières séances dans une classe de 4e[1] (soit deux chapitres : l'un sur le raisonnement déductif en géométrie et l'autre sur la multiplication des relatifs) depuis le début de l'année scolaire 2010 jusqu'en novembre. Nous avons également recueilli ses préparations, les évaluations, des copies de cahiers d'élève, un questionnaire portant sur les effets déclarés de la participation au groupe de recherche.

Nous analyserons particulièrement une série de quatre activités liées[2] (nous les désignons par ce terme en opposition à des activités isolées) qui aboutissent à celle proposée à la séance 18 qui se situe au tout début du troisième chapitre intitulé « Calcul littéral ». Nous pensons qu'elles relèvent de la mise en œuvre d'une démarche d'investigation visant à introduire la lettre en algèbre. Nous cherchons à déterminer comment la professeure favorise d'une part l'activité et la responsabilité des élèves par la gestion didactique de ses séances et, d'autre part, l'avancée du savoir par un jeu entre dévolution et institutionnalisation.

Au delà de cette étude, nous souhaitons aborder la question du lien entre démarche d'investigation et apprentissage sous l'angle de la gestion du temps didactique. Nous souhaitons également montrer comment la participation au groupe d'élaboration collaborative de ressources et la connaissance fine de la situation proposée permet au professeur de gérer les séances en favorisant l'activité des élèves mais aussi en orientant fortement son action et celle des élèves. Nous nous situons donc dans le deuxième axe de travail « Mise en œuvre de la démarche d'investigation ».

[1] Elèves de 13-14 ans
[2] présentées en annexe 1

I. EN MATHÉMATIQUES : RÉSOLUTION DE PROBLÈMES/DÉMARCHE D'INVESTIGATION

La démarche d'investigation se présente comme un outil pédagogique visant à développer l'autonomie des élèves, le goût pour la recherche, la motivation pour les sciences. Cette méthode a été développée dans les autres pays européens et elle est connue sous le nom de Inquiry Based Learning. Le rapport Rocard (2007) préconise cette nouvelle méthode d'enseignement pour lutter contre la désaffection des élèves pour les études scientifiques. « Inquiry » est défini en référence à Linn et al. (2004) :

> By definition, inquiry is the intentional process of diagnosing problems, critiquing experiments, and distinguishing alternatives, planning investigations, researching conjectures, searching for information, constructing models, debating with peers, and forming coherent arguments. (cité par Rocard et al. 2007, p. 9)

Le rapport explique qu'il y a une volonté de changer les pratiques d'enseignement ainsi que les places respectives du professeur et de l'élève : d'une approche « top down transmission » dans laquelle le professeur présente les savoirs et leurs applications à l'élève qui doit les appliquer vers une approche « bottom up » où le professeur laisse l'élève faire des essais, se tromper, revenir en arrière, etc.

Dans deux études sur les programmes de mathématiques français de l'école primaire (Coppé et Houdement 2010) et du collège (Coppé et Tiberghien 2010), nous avons montré que depuis une trentaine d'années, les programmes officiels de mathématiques préconisent un enseignement basé sur la résolution de problèmes, c'est–à-dire faisant l'hypothèse que l'on apprend en trouvant des solutions à des problèmes bien choisis, pour lesquels la connaissance visée est une solution optimale. Ainsi, nous pensons que s'est dessinée une évolution de la place et de la fonction des problèmes dans l'enseignement qui devrait aller de pair avec une évolution des pratiques des professeurs même si on peut constater que celle-ci est bien lente. Plus précisément on peut noter que dès 1981, dans le programme de la classe de 2nd, apparaît le terme « activité de l'élève » qui sera toujours repris dans les programmes suivants.

> A la base de tout bon apprentissage, il y a le contact avec une pratique sensorielle et concrète, la stimulation de l'activité personnelle de l'élève, l'élaboration de moyens d'investigation aussitôt applicables au monde qui l'entoure. (BO du 5 mars 1981, p. 1)
>
> L'activité mathématique ne s'identifie pas au déroulement d'une suite bien ordonnée de théorèmes. Il importe que toute introduction d'une notion ou d'un théorème soit précédée de l'étude d'une situation assez riche pour en attester l'intérêt et qu'elle soit suivie immédiatement d'applications substantielles. (op.cit., p. 1)

Ces programmes pointent également une certaine tension entre ce qui est appelé un « exposé artificiel de logique mathématique » et les activités et problèmes, qui devraient être nombreux et qui, à ce moment là, interviennent surtout en entraînement ou en réinvestissement.

En 1985 se dessine une évolution de la place et de l'importance de la résolution de problèmes comme participant à la construction des concepts, et donc pouvant être donnés en introduction des notions. A partir de 1985, on retrouve ce même paragraphe dans tous les programmes de collège :

> L'activité de chaque élève doit être privilégiée, sans délaisser l'objectif d'acquisitions communes. Dès lors, seront choisies des situations créant un problème dont la solution fera intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci auront été bien maîtrisées, elles fourniront à leur tour de nouveaux « outils », qui permettront un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente.
>
> Les activités choisies doivent :

- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que les connaissances solidement acquises par tous ;
- créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures ;
- rendre possible la mise en jeu des outils prévus ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

> Elles nécessitent une synthèse, brève, qui porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu. (BO n° 44 du 12 décembre 1985 p. 20)

Les injonctions à changer les pratiques deviennent plus explicites et plus précises afin de passer d'un enseignement basé sur des exposés magistraux des notions mathématiques dans un ordre logique à la mise en activité des élèves par la résolution de problèmes. On insiste sur la dynamique d'apprentissage : outil/objet/nouvel outil. On peut voir là des influences des recherches en didactique des mathématiques comme la théorie des situations de Brousseau (1986) et la dialectique outil/objet (Douady 1986) ; ces recherches étant basées sur une hypothèse constructiviste dans laquelle la notion de problème est fondamentale, ainsi que les processus d'assimilation et d'accommodation. Brousseau indique que le professeur doit permettre à l'élève de rencontrer la connaissance visée en résolvant un (des) problème(s) dans lesquels cette connaissance constitue un moyen optimal de résolution sans que le professeur montre à l'élève comment il faut faire.

> Dans la didactique moderne, l'enseignement est la dévolution à l'élève d'une situation adidactique, correcte, l'apprentissage est une adaptation à cette situation. […]
>
> Le maître doit effectuer, non la communication d'une connaissance, mais la dévolution d'un bon problème. (Brousseau 1998).

Depuis 2004, les nouvelles épreuves du baccalauréat (BO n° 19 du 8 mai 2003) donnent comme un objectif d'évaluation parmi d'autres « prendre des initiatives » et préconisent aussi, à côté des situations plus classiques « l'étude d'une situation conduisant à choisir un modèle simple, à émettre une conjecture, à expérimenter, … ». Enfin, les récents programmes du lycée (depuis 2009 en classe de 2^{nde}) citent, pour chaque thème, les problèmes qui sont à résoudre. En voici un exemple, en 2^{nde} pour le thème « Fonctions » :

- un problème se ramenant à une équation du type f(x)   k et de le résoudre dans le cas où la fonction est donnée (définie par une courbe, un tableau de données, une formule) et aussi lorsque toute autonomie est laissée pour associer au problème divers aspects d'une fonction ;
- un problème d'optimisation ou un problème du type f (x)   k et de le résoudre, selon les cas, en exploitant les potentialités de logiciels, graphiquement ou algébriquement, toute autonomie pouvant être laissée pour associer au problème une fonction. (BO n°30 du 23 juillet 2009)

Nous constatons que le discours institutionnel évolue et qu'il incite à une évolution des pratiques des professeurs visant à rendre l'enseignement des sciences plus vivant et plus motivant et faire évoluer les responsabilités des professeurs et des élèves face aux savoirs. Voyons maintenant ce qu'il en est dans les pratiques de classes.

II. LES PROBLÈMES DANS LES PRATIQUES DE CLASSE

Depuis une vingtaine d'années, dans les manuels, sont apparues, suivant ainsi l'évolution des programmes, les célèbres « activités d'introduction » (on peut d'ailleurs noter le glissement sémantique de « l'activité de l'élève » aux « activités d'introduction ») qui, telles qu'elles sont conçues le plus souvent, ne permettent pas à l'élève d'entrer dans une réelle activité mathématique, comme nous l'avons déjà écrit (Betton et al. 2005) :

> Souvent, les activités proposées ne sont pas de véritables problèmes, elles se résument à des questions fermées, demandant peu de réflexion et sans véritable enjeu. De plus, le problème peut souvent être résolu par des méthodes que les élèves connaissent déjà ce qui implique le recours à des injonctions fortes de la part des auteurs (par exemple, « appelle x ce nombre » dans le cas de l'introduction des équations). Dans les stages de formation continue que nous avons animés, nous avons pu constater que les professeurs sont bien conscients de cela, qu'ils le déplorent et que cela les conduit souvent à rejeter l'idée même d'activité préparatoire tant elle leur semble peu pertinente et sans enjeu. (Betton et Coppé, op. cit.)

De plus, comme Robert et al. (2004), nous soulignions le fait que ces tâches étaient le plus souvent isolées :

> Les contraintes de temps, rendues encore plus lourdes par les restrictions d'horaires actuelles, sont toujours évoquées pour justifier le fait de privilégier en classe un travail sur « le nouveau » mais sans beaucoup d'exploration, peu d'entretien de l'ancien, pas ou peu de réorganisation entre ancien et nouveau. En termes d'activités, cela correspond à des tâches isolées (qui portent sur le chapitre en cours) sans beaucoup d'adaptation des connaissances à utiliser. (Robert et Rogalski, op.cit.)

Nous montrions comment il était possible, à partir de certains énoncés de problèmes pris dans les manuels de collèges, de changer les questions pour en faire, non pas des problèmes ouverts au sens défini par Arsac et al. (1998) mais des problèmes qui permettent d'avoir une activité mathématique tout en se situant dans le cadre de la progression thématique de la classe. Nous commencions également à développer l'idée d'un même problème avec des énoncés différents en jouant sur les variables didactiques et les cadres au sens de Douady (1986).

Enfin il nous semble que si l'on veut rendre les activités d'introduction intéressantes non seulement du point du vue du problème résolu mais également du point de vue de la progression des apprentissages, il est important de montrer les liens entre le problème proposé et les connaissances mathématiques que l'on institutionnalise. Autrement dit, c'est dans l'articulation et la dynamique contextualisation/décontextualisation que les connaissances antérieures et le problème résolu vont pouvoir se réorganiser pour devenir des connaissances nouvelles (ceci est également souligné par Robert et al., ibid.).

Chevallard (2007) a développé les notions d'AER (Activités d'Etude et de Recherche) et de PER (Programme d'Etude et de Recherche), dont on peut trouver quelques exemples dans Barachet et al. (2007) ou dans le travaux de l'équipe AMPERES (2007). Comme Chevallard (2009) le précise ces dispositifs doivent permettre de travailler à partir de programmes d'étude de questions mathématiques. Là, encore ce ne sont pas des problèmes isolés.

> Le premier principe consiste à ne pas chercher à réaliser des AER « isolées », visant chacune à « engendrer » un (et un seul) élément mathématique – tel théorème, telle définition, telle notion, etc. Il convient au contraire de s'autoriser à concevoir et à réaliser des AER à visée mathématique large, bien que se donnant pour cible certains thèmes ou sujets du programme de l'année. Cela ne signifie pas que l'on s'interdise de proposer des AER de « petite taille » ; mais cela signifie que l'on ne s'imposera pas une « découpe millimétrique » du mathématiquement nouveau qu'une AER donnée est censée faire découvrir. Dans cette perspective, le programme de l'année peut être étudié à travers un nombre fini de quelques « grandes AER » qu'on peut appeler des parcours d'étude et de recherche (PER), et qui se laisseront scinder en AER au sens plus usuel du terme : un PER apparaît alors comme un véritable « parcours de découverte », à l'instar des IDD[3] de 5e et 4e. Dans un langage plus proche de celui des chercheurs professionnels, on pourra entendre aussi bien, par PER, un « programme d'étude et de recherche ». (Chevallard 2009)

On peut donc retenir de cette étude que les pratiques ont du mal à évoluer pour diverses raisons d'origine institutionnelle (injonctions très vagues, manque de formation, contraintes

[3] Itinéraires de découverte, innovation pédagogique pour le collège.

d'organisation des classes, etc) mais également parce qu'il est difficile de trouver de bons problèmes et de les mettre en place dans les classes avec des modalités de travail adaptées (en laissant des temps de recherche, du travail de groupe, etc).

Nous allons maintenant passer à l'étude du cas de Clara filmée pendant 18 séances.

III. QUELQUES RESULTATS

Comme nous l'avons dit, cette recherche est en cours, nous indiquerons donc seulement quelques résultats. Nous analysons une séquence complète sur l'introduction de l'algèbre en classe de 4^{e} (élèves de 13-14 ans) composée de plusieurs activités liées entre elles proposées dans les séances précédant la séance 18 dans laquelle la professeure met en place une situation qui peut relever d'une démarche d'investigation qui vise à montrer la nécessité d'introduire une lettre dans un problème de généralisation en algèbre en produisant une formule ou une expression littérale.

1. Cadre théorique et méthodologie

Pour analyser ces données, un premier cadre utilisé est celui de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1998, 1999) qui permet de définir une organisation mathématique (avec des types de tâches, techniques et technologie/théorie associées) et une organisation didactique (en six moments didactiques) des séquences de classe. Ce découpage, en termes de praxéologies, permet de déterminer la variété et la progression des types de tâches, de décrire les techniques associées et de montrer l'existence (ou l'absence) d'éléments technologiques voire théoriques. L'organisation didactique permet de rendre compte de la dynamique créée par le professeur pour mettre en place les apprentissages. Nous obtenons donc un découpage de type macro de l'ensemble des séances de ces deux chapitres. Nous utiliserons ce cadre pour analyser les différentes activités proposées sous la désignation de « calculs rituels » pendant les séances 14 à 17 puis 18 et pour déterminer les types de liens entre ces activités.

Nous utilisons également la théorie de l'action conjointe (Sensevy et al. 2000 ; Assude et al. 2007) pour analyser l'action du professeur dans les structures définies par les auteurs (définir, réguler, dévoluer et instituer) et en fonction des techniques didactiques portant sur les notions de mésogenèse, topogenèse et chronogenèse. Nous analyserons, dans l'action du professeur et des élèves comment ces dimensions sont travaillées et s'articulent entre elles.

Du point de vue méthodologique, nous avons filmé l'ensemble des séances et, pour les traiter, nous utilisons le logiciel TRANSANA notamment en créant des séries de clips indexés par un ou des mots clefs qui permettent d'avoir des séries d'extraits facilement repérables pour un même professeur ou pour des professeurs différents suivant des critères définis a priori portant soit sur le savoir enseigné soit sur l'organisation didactique de la séance.

2. Quelques précisions sur la professeure

Clara est une professeure expérimentée qui a dix ans d'ancienneté (cinq dans un collège ZEP[4] et cinq dans le collège de centre ville où nous l'avons filmée). Elle a suivi la formation à l'IUFM de Lyon. Elle participe aux travaux du groupe SESAMES depuis trois ans. Elle a intégré le groupe parce qu'elle travaillait, dans son collège, avec une autre professeure du groupe. Pour elle, cet aspect collaboratif du travail enseignant semble très important.

[4] Zone d'Education prioritaire : établissements comportant une forte proportion d'élèves de milieux défavorisés

Clara et sa collègue ont adopté un fonctionnement particulier pour l'organisation de leurs séances d'enseignement : elles travaillent sur deux chapitres en même temps. En début de séance, elles proposent aux élèves des activités qu'elles nomment « calculs rituels » (notons que ce terme ne rend pas compte de ce qui est fait) qui sont composées d'exercices ou de problèmes qui, selon elles, préparent le chapitre à venir. En fait, c'est la gestion de classe qui est rituelle : le texte du problème est écrit au tableau ou distribué quand les élèves entrent et ils se mettent aussitôt au travail. Il s'agit de problèmes liés entre eux (soit par le contexte, le support, les types de questions) proposant une progression dans les notions abordées. Des éléments d'institutionnalisation partielle peuvent être construits par la professeure et les élèves à la suite de la correction.

Le deuxième temps de la séance est consacré à la correction des exercices donnés à la séance précédente et le troisième au chapitre en cours (institutionnalisation ou exercices de réinvestissement). Les durées accordées à ces trois phases sont variables ; quelquefois les trois phases ne sont pas présentes. Cette pratique (ainsi que le terme « calcul rituel ») vient d'une pratique ancienne, institutionnellement préconisée, qui était de proposer systématiquement du calcul mental aux élèves en début des séances, mais Clara indique qu'elle n'était pas satisfaite car « c'était trop lourd et fait à partir de fiches communes peu souples ». Elle précise que la participation au groupe SESAMES et le travail commun des deux professeures ont amené ce changement car elle souhaitait à la fois préparer le chapitre suivant et avoir des activités liées :

> je pense qu'alors la nécessité de diversifier l'« exercice rituel » s'est fait sentir pour être plus progressif dans le chemin vers les nouvelles notions.

Notons que depuis deux ans, une partie du travail du groupe SESAMES a consisté à élaborer des activités dites « liées » alors qu'au début, le travail portait sur des activités isolées dans lesquelles les élèves peuvent être actifs et responsables Ainsi, si au départ du travail du groupe l'aspect topogénétique est celui qui a été le plus développé (en élaborant des problèmes avec des questions ouvertes qui ne donnent pas d'indications sur la procédure) l'aspect chronogénétique se révèle beaucoup plus important actuellement.

3. *Quelques éléments d'analyse de la séance 18*

La séance 18 a pour objet le problème très connu[5] « Les carreaux colorés » (voir Annexe 2), d'après Combier et al. (1996) pour la classe de 6e mais avec un énoncé un peu différent. Celui-ci a été élaboré dans le groupe après de nombreuses discussions et corrections auxquelles Clara a fortement participé. Elle connaît donc très bien l'activité. Elle voit clairement son but (introduire la nécessité d'utiliser des lettres à travers un exemple d'utilisation) et elle connaît les procédures et les erreurs des élèves.

La situation vise, à travers le jeu sur les variables, à faire évoluer les procédures des élèves depuis le comptage sur le dessin (pour 5, 6 ou éventuellement 10) vers une procédure de dénombrement utilisant une méthode générale (pour 100 et 123) qui peut être exprimée par une expression algébrique comportant une lettre. Si le premier point est assuré, car les élèves ne peuvent pas réaliser un carré de côté 100, le second est moins sûr puisque les élèves peuvent décrire la procédure de dénombrement en langue naturelle sans utiliser de lettre ou en l'illustrant par un dessin. A ce moment-là de la progression, puisque les élèves ont déjà utilisé des lettres dans d'autres types de tâches (par le biais des calculs rituels), on peut penser que la professeure a mis en place les moyens d'y arriver mais ce n'est pas complètement sûr. Notons que les premiers essais permettent également de comprendre le problème, de faire des

[5] Il est cité dans le document Ressource intitulé « Du numérique au littéral ».

conjectures et de les valider et surtout, de permettre d'invalider certaines. Enfin, le choix de 10 et 100 a été fait pour invalider une procédure basée sur la proportionnalité.

Le scénario envisagé par Clara est celui qui est sur le site : présentation du problème, recherche individuelle pendant 5 minutes, puis en groupe de 4 pendant 20 minutes, écriture des formules produites au tableau par un représentant de chaque groupe, mise en commun animée par la professeure et institutionnalisation.

Nous considérons que cette activité constitue un exemple de démarche d'investigation telle qu'elle est présentée dans le programme du collège avec notamment, parmi les sept étapes : « La formulation de conjectures », « L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves », « L'échange argumenté autour des propositions élaborées » et « L'acquisition et la structuration des connaissances ». Ainsi, il s'agit de faire produire par les élèves des formules utilisant des lettres pour donner le nombre de carreaux hachurés en fonction du nombre de carreaux des côtés du carré ; en ce sens, il y a bien un travail de recherche pour déterminer ces formules qui peuvent constituer des conjectures qui devront être validées. Le travail de groupe a pour but de comparer les formules produites, d'en invalider certaines et de commencer le travail sur les équivalences. La mise en commun des formules et expressions produites a pour but, d'une part de les valider et d'autre part, de montrer leur équivalence. Enfin la professeure prévoit un moment d'institutionnalisation pour récapituler les formules produites et pour montrer la nécessité de la lettre.

Si on se réfère au cadre des praxéologies de Chevallard (Op. cité), cette activité constitue un « moment première rencontre » avec le type de tâche institutionnellement reconnu dans les programmes du collège « produire une formule ou une expression littérale » ; la technique associée consiste à désigner la variable par une lettre et à exprimer par une suite de calculs le procédé de dénombrement des carreaux. La propriété de la distributivité de la multiplication sur l'addition est l'élément technologico-théorique qui permet de justifier l'équivalence des formules proposées. Ainsi, selon nous, cette activité constitue aussi un moment de « constitution de l'environnement technologico-théorique relatif à ce type de tâche ». Or, nous avons montré (Assude et al. 2012) que dans l'enseignement actuel de l'algèbre au collège, la propriété de distributivité peut ne plus apparaître comme un élément technologique essentiel.

4. *La séance 18 réalisée*

La séance telle que nous l'avons observée est relativement conforme à la préparation ; en voici les principales phases que nous mettons en rapport avec le cadre de l'action conjointe.

L'énoncé est distribué dès l'entrée en classe et les élèves se mettent au travail. Certains posent des questions montrant qu'ils n'ont pas compris ce qu'il faut faire ; la professeure, qui reste au bureau, les prend en compte en demandant des explicitations mais ne donne pas de réponse. (5 minutes). Cette phase sert à entrer dans le problème.

Les élèves travaillent seuls alors que la professeure passe auprès d'eux (5 minutes). Elle souligne une erreur fréquente et intervient collectivement à ce sujet : certains ont écrit 6=20 pour signifier que pour un carré de côté 6 il y a 20 carreaux hachurés. On peut faire l'hypothèse qu'elle met particulièrement en avant cette erreur (qu'elle connaît bien grâce aux discussions du groupe SESAMES) pour rappeler à tous, un élément important (qu'elle a déjà souligné dans d'autres séances) concernant le statut du signe égal qui dépasse largement cette activité. Elle les incite aussi à vérifier leurs conjectures en les faisant dénombrer sur les premiers exemples. On peut noter qu'à ce moment, la dévolution du problème n'est pas encore réalisée puisque certains produisent la réponse erronée qui consiste à multiplier le côté par 4 (référence au carré) pour avoir le nombre de carreaux colorés sans tenir compte de la situation proposée (pour eux il n'y a donc pas de problème). L'intervention de la professeure, grâce à la vérification sur des cas simples, a pour but l'invalidation des réponses mais surtout la dévolution du problème. On peut noter l'importance de cette phase d'un point de vue mésogénétique puisqu'il s'agit bien d'enrichir le milieu pour la validation qui ne peut être qu'intellectuelle.

Elle fait ensuite regrouper les tables pour travailler par groupe de quatre. Elle se place face à la classe et donne les consignes pour la mise en commun notamment sur la nature de la trace publique à fournir : toutes les formules ou expressions produites. Elle en profite pour rappeler la question mais elle la fait évoluer en demandant l'explication, ceci afin de préparer la mise en commun :

> …la réponse à la dernière question : « Trouve une formule un moyen de dire comment calculer ce nombre de carreaux », sachant que le but c'est quand même… si vous en avez déjà trouvé une… c'est peut-être d'en trouver plusieurs et puis la personne viendra écrire au tableau et quelqu'un du groupe, une autre personne expliquera comment elle a trouvé ça. D'accord ! Vous pouvez faire un petit dessin ou quelque chose comme ça pour expliquer pourquoi vous pensez que cette formule est la bonne.

Elle laisse 17 minutes de travail. Comme dans la phase précédente, elle passe auprès des groupes mais de façon systématique. Cela lui permet de prendre de l'information sur ce qui est produit, d'encourager les élèves à vérifier et surtout à produire plusieurs formules et à prouver leur équivalence. Là encore, elle profite de cette phase pour faire évoluer sa demande cette fois-ci, vers la justification de l'équivalence des formules.

Elle organise le tableau en délimitant six colonnes : un élève de chaque groupe vient écrire sa synthèse qui est constituée, selon les groupes, de différentes formules ou de dessins montrant des procédés de calcul ; certains ont tenté de montrer l'équivalence de deux formules produites. La mise en commun dure près de 25 minutes. La professeure est face aux élèves et elle les interroge nommément. Elle institutionnalise (avec l'aide des élèves) les trois points qui ont été largement travaillés dans la mise en commun :

> Il y a plusieurs solutions à ce problème. On a prouvé avec la distributivité que les formules sont égales entre elles. Une lettre peut remplacer un nombre et elle permet d'écrire des expressions.

Nous retiendrons deux points sur cette mise en commun. Le premier est que Clara ne gère pas cette phase selon une technique classique qui consiste à faire passer successivement un membre de chaque groupe au tableau pour qu'il explique ce qui a été fait. Très souvent, ce moment s'avère long et fastidieux, les élèves sont peu attentifs. Ici Clara pilote fortement cette mise en commun en reprenant les objectifs qu'elle s'est donnés. Elle commence par demander ce que désigne la lettre employée (elle le rajoute à la production de chaque groupe). Ensuite, elle fait expliciter les méthodes de calcul du nombre de carreaux afin de vérifier la validité des formules puis elle cherche à faire prouver leur équivalence en mettant fortement l'accent sur la distributivité. Pour chacun de ces points, elle travaille plus particulièrement sur la production d'un groupe, en interrogeant les élèves. On voit bien à travers cette phase comment sa connaissance de la situation et de ses buts, au-delà de la situation elle-même, lui permet de gérer au mieux le temps didactique, l'avancée du savoir et de co-construire avec les élèves des éléments d'institutionnalisation fortement en lien avec ce qui a été fait.

Le second point concerne la participation importante des élèves qui suivent, voire posent des questions. Il y a notamment une discussion mathématique très intéressante sur les aspects sémantiques/syntaxiques des formules produites puisque certaines ont été élaborées à partir de la situation du carré et d'autres par transformations. Or, nous faisons l'hypothèse que cette discussion peut avoir lieu car la professeure, grâce au travail fait dans le groupe sur le savoir mathématique enseigné, est capable de réagir aux raisonnements des élèves.

IV. CONCLUSION

Par manque de place nous ne pouvons pas analyser ici finement les séances 14 à 17. Cependant, nous voulons souligner que la professeure utilise un même objet, rendu ainsi familier aux élèves (les programmes de calcul), pour les engager dans des types de tâches différents (appliquer et écrire un programme, « remonter » le programme pour résoudre des équations simples, montrer que deux programmes sont équivalents ou non) dans lesquels l'introduction de la lettre s'avère nécessaire. C'est aussi l'occasion d'institutionnaliser des éléments de technique ou de technologie (et pas seulement des éléments de savoir). Le problème des carreaux colorés posé à la séance 18 apparaît alors comme l'aboutissement de ce travail et une analyse fine des interactions pendant la synthèse montre que les élèves réinvestissent ce qui a été vu dans les séances précédentes (en particulier le terme « conjecture », la nécessité de prouver autrement que par un exemple, l'utilisation de la distributivité comme élément technologique). C'est donc à travers un jeu entre l'énoncé des consignes et les éléments d'institututionnalisation que la professeure permet l'avancée du savoir (jeu entre les aspects mésogénétiques et chronogénétiques). L'aspect topogénetique peut se répérer à travers la dévolution de ces problèmes aux élèves mais également à travers la gestion des synthèses par la professeure qui reprend la main en fonction de ses objectifs d'institutionnalisation. On voit donc ici une tension, mais certainement aussi le geste professionnel d'un expert, entre la nécessité de laisser une grande autonomie aux élèves et celle de reprendre la responsabilité de faire avancer le savoir dans la classe notamment dans les moments de synthèse, par l'institutionnalisation.

On peut penser que le problème des carreaux colorés, même s'il peut permettre, à lui seul, la mise en place d'une démarche d'investigation, n'aura pas la même portée sur la construction des connaissances des élèves, posé seul ou à la suite des programmes de calcul. Cette question des activités isolées/liées est au centre de notre travail actuel. Or, dans les ressources proposées aux professeurs, notamment dans les manuels scolaires, on ne trouve pas ce genre d'activités ni même des tentatives pour aller vers des propositions d'activités liées.

Ceci nous amène au dernier point concernant la formation des professeurs. Nous avons souligné, à plusieurs reprises, que Clara travaillait de façon collaborative soit dans le groupe de recherche/action, soit avec sa collègue. On peut se demander si c'est une condition nécessaire pour faire évoluer les pratiques. En analysant l'élaboration de ces activités liées et les interactions dans la classe (notamment les relances faites aux élèves), nous pensons que c'est parce que Clara a une excellente connaissance des aspects et des potentiels didactiques de ces activités qu'elle peut mettre en place dans ses classes à la fois une nouvelle organisation et laisser de l'autonomie aux élèves. Ceci est un apport du travail collaboratif, comme le soulignent les réponses des professeur(e)s à un questionnaire sur leur participation au groupe de travail, dans lequel ils/elles indiquent que les modifications de leur pratique portent sur une meilleure connaissance des savoirs enseignés, une diversification de la gestion de classe et sur une plus grande prise en compte des élèves. Il faut donc réfléchir aux conditions qui permettraient le développement d'un travail collaboratif pour la formation.

REFERENCES

Arsac G., Germain G., Mante M. (1998) *Problème ouvert et situation problème*. IREM de Lyon.

Assude T., Coppé S., Pressiat A (2012) Tendances de l'algèbre élémentaire au collège : atomisation et réduction. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (*Numéro hors série*. In Coulange L., Drouhard J.-P., Dorier J.-L., Robert A. (Eds.) *Enseignement de l'algèbre élémentaire – Bilan et perspectives*).

Assude T., Mercier A., Sensevy G. (2007) L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 27(2), 221-252.

Barachet F., Demichel Y., Noirfalise R. (2007) Activités d'étude et de recherche (AER) pour dynamiser l'étude de la géométrie dans l'espace en classe de seconde. *Petit x* 75, 34-49.

Betton S., Coppé S. (2005) Favoriser l'activité mathématique dans la class : ouvrir les problèmes. *Bulletin de l'APMEP* 461, 733-748.

Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2), 33-116.

Brousseau G. (1998) *Théorie des Situations Didactiques (1970-1990).* Grenoble : La Pensée sauvage.

Chevallard Y. (1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : l'approche anthropologique. La notion d'organisation praxéologique. Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques. In *Actes de l'Université d'été de didactique de La Rochelle* (pp. 119-140).

Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(2) 221–266.

Chevallard Y. (2007) Le mathématiques à l'école : pour une révolution épistémologique et didactique. *Bulletin de l'APMEP* 471, 439-461.

Chevallard Y. (2009) *La notion de PER : problèmes et avancées*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_notion_de_PER___problemes_et_avancees.pdf.

Combier G., Guillaume J.-C., Pressiat A. (1996) *Les débuts de l'algèbre au collège*. Paris : INRP.

Coppé S., Houdement C. (2010) Résolution de problèmes à l'école primaire française : perspectives curriculaire et didactique. *Actes du colloque de COPIRELEM, Auch, juin 2009.*

Coppé S., Tiberghien A (2010) *Teacher collaboration and Inquiry Based Science Teaching : Elements for teachers' development and teaching resources*. Work package 4: Délivrable 4b.

Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2), 5-31.

Equipe AMPERES (2007). Le projet AMPERES (Apprentissages Mathématiques et Parcours d'Etudes et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire), vers un autre type de processus d'étude. In Gueude, G., Matheron Y. (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques.* IREM de Paris 7.

Linn M. C., Davis E. A., Bell P. (2004) *Internet environments for science education*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Robert, A. rogalski, M. (2004) Problèmes d'introduction et autres problèmes de recherche au lycée. *Repères IREM* 54, 7-103.

Rocard M., Cesrmley P., Jorde D., Lenzen D., Walberg-Herniksson H., Hemmo V. (2007) *Science education NOW: A Renewed Pedagogy for the Future of Europe*. http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf, retrieved March 2010.

Sensevy G., Mercier A, Schubauer-Leoni M. L. (2000) Vers un modèle de l'action du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 20(3), 263-304.

ANNEXE 1 : Les séances 14 à 17

Séance 14 : 22 minutes

Je choisis un nombre, je lui ajoute -2, je multiplie le résultat par -3 et j'ajoute 5

Appliquer sur 4, - 3 et 1

Retrouver le nombre de départ si on obtient 5 ou -13

La consigne : « attention vous ne prenez pas n'importe quel nombre je vous demande de choisir ces 3 nombres là et ensuite je vous demande de retrouver le nombre de départ dans ces deux cas là vous ne faites pas des essais y a rien à conjecturer y'a rien à prouver d'accord c'est simplement pour s'entrainer sur les calculs. Et par contre la consigne que je rajoute c'est on essaie d'écrire les calculs en une expression, peut être pas le premier mais le but c'est d'arriver à écrire en une expression. »

Séance 15 : 30 minutes

Je choisis un nombre je le multiplie par -2 j'ajoute 1 je multiplie le résultat par 5 j'ajoute 10 fois le nombre choisi.

Faire plusieurs essais et une conjecture si possible.

La consigne : « Le but n'est pas de remonter. Le but est d'arriver à émettre une conjecture et à la prouver d'accord on en a déjà fait une ou deux donc on essaie de se souvenir de comment on fait. »

Institutionnalisation : si je choisis x comme nombre de départ le programme de calcul s'écrit :

$(-2x+1) \times 5 + 10x$

Séance 16 : 25 minutes

Je choisis un nombre je lui ajoute 3 je multiplie le résultat par -5 et j'ajoute 15

Essai/conjecture/preuve

Institutionnalisation : « donc vous voyez vous avez plusieurs conjectures possible ; après le travail sur la preuve il est à peu près identique c'est-à-dire je produis la formule du programme de calcul et je la transforme en utilisant les propriétés après il reste à traduire ce que j'ai écrit pour bien voir si c'est justifié. »

Séance 17 : 19 minutes

$A = 3(x -3) -2x +5$

$B= 3(x -2) - x$

Calculer ces expressions pour $x =2$

Peut-on dire que ces expressions sont égales quelle que soit la valeur de x ?

Institutionnalisation : « on ne peut pas prouver que A = B pour tout x juste avec des exemples. Il faut utiliser des propriétés.

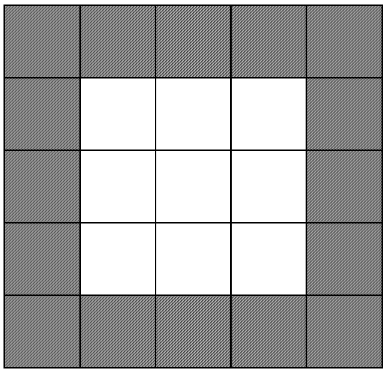
Si x=0, A = -4 et B = -6 c'est un contre exemple car pour x 0 les expressions ne sont pas égales.

Ici c'est important si je veux prouver je vais utiliser les propriétés : la distributivité par exemple, le fait d'avoir le droit de changer l'ordre des termes.

Par contre je ne peux pas prouver que c'est vrai avec un exemple. »

ANNEXE 2 : Les carreaux colorés

Voici un carré quadrillé de côté 5. On hachure tous les carreaux qui sont le bord. Combien de carreaux sont hachurés ?



On refait avec un carré de côté 6, puis de côté 10, puis de côté 100, puis de côté 123. Combien de carreaux sont hachurés à chaque fois.

Trouve une formule, une expression, un moyen de dire comment calculer ce nombre de carreaux.