

LA DEMARCHE D'INVESTIGATION DANS LA CLASSE DE MATHEMATIQUES, FONDEMENTS ET METHODES

Compte-rendu du Groupe de Travail n°10 – EMF2012

Yves MATHERON* – Francesca MORSELLI**
Sophie RENE DE COTRET*** – Maggy SCHNEIDER****

I. INTRODUCTION

La première décennie des années 2000 a vu arriver, dans les systèmes éducatifs d'un certain nombre de pays, de nouvelles recommandations pour l'enseignement des disciplines scientifiques et de la technologie. Elles préconisent de favoriser l'engagement des élèves dans une « démarche d'investigation » pour l'étude de sujets aux programmes de ces disciplines. Face à l'arrivée de cette forme nouvelle d'enseignement au sein de plusieurs systèmes éducatifs, la tâche assignée au GT10 est en grande partie exploratoire dans la mesure où un certain nombre de questions relatives à la démarche d'investigation méritent d'être tout d'abord instruites. Dans ce sens, il est nécessaire de s'enquérir des origines, des raisons, des modalités et des finalités assignées à la démarche d'investigation. Ainsi, trois axes de questionnement ont été définis et travaillés dans notre groupe pendant le colloque EMF2012 :

Axe 1) Origines et fondements de la méthode d'investigation

Axe 2) Mise en œuvre de la démarche d'investigation

Axe 3) Aspect transversal de la démarche d'investigation

Ce texte rend compte du travail effectué dans le groupe. Il décrit les grandes lignes des débats – et non pas des communications, lesquelles sont toutes disponibles dans les actes – selon la séquence dans laquelle ils se sont déroulés, à savoir : la mise en œuvre de la démarche d'investigation suivie de son aspect transversal et, enfin, les origines et fondements de la méthode d'investigation. Cette description sera précédée de quelques statistiques sur les participants au groupe de travail 10 et d'une description du déroulement des séances.

1. *Quelques statistiques*

Le groupe de travail comptait trente-sept participants venant d'Europe, d'Afrique et des Amériques. On retrouvait vingt participants de France, sept de Suisse, cinq de Belgique et un de chacun des pays suivants : Italie, Algérie, Mali, Chili, Québec. Seize contributions sous forme d'articles ont été retenues.

2. *Organisation des séances*

Compte tenu du nombre très important des communications envoyées au GT10 et acceptées, il a fallu adopter une forme originale pour leur exposé par leurs rédacteurs afin de laisser de la place au débat. Selon le mode de fonctionnement de EMF, il était attendu de chacun des participants au GT10 qu'il prenne auparavant connaissance de l'ensemble des 16 textes des

* IFE-ENS de Lyon – France – yves.matheron@ens-lyon.fr

** Université de Gênes – Italie – morselli@dima.unige.it

*** Université de Montréal – Canada – sophie.rene.de.cotret@umontreal.ca

**** Université de Liège – Belgique – mschneider@ulg.ac.be

communications¹. Ceci a permis aux communicants de ne pas consacrer le temps de leur intervention à l'exposé du contenu de leur communication.

De notre côté, nous avons auparavant adressé à chacun des intervenants un ensemble de questions issues du texte de leur communication (voir annexe à la fin de ce document). Les dix minutes consacrées à l'intervention de chacun des communicants ont ainsi été prioritairement réservées à leur réponse.

Chaque séance a commencé avec les interventions successives d'auteurs (quatre ou cinq contributions). Après ces interventions, la discussion a pu s'engager au sein du groupe. Ce schéma a permis de prolonger la réflexion autour de chacun des textes retenus tout en laissant une large place au débat dans le groupe.

II. MISE EN ŒUVRE DE LA DEMARCHE D'INVESTIGATION

1. Présentation de l'axe 2 « Mise en œuvre de la démarche d'investigation »

Afin d'enclencher une dynamique de débat et de réflexion au sein du groupe de travail, nous avons fait le choix d'ouvrir la session par une présentation de propositions effectives, mises en œuvre dans les classes, et qui se revendiquent d'une démarche d'investigation en mathématiques. Les participants ont ainsi pu disposer, dès l'ouverture des sessions de travail, des supports de réalisations concrètes sur lesquels appuyer leurs propos. Ceci afin de pouvoir débattre, dans un second temps du groupe de travail, en se situant à un niveau de généralité plus grand tout en le confrontant aux réalisations effectives.

En effet, le terme « démarche d'investigation », traduction française de *Inquiry based science education*, nous a semblé recouvrir des réalités fort différentes ; tout au moins en ce qui concerne les mises en œuvre qui s'en revendiquent. Selon les pays, les réalisations effectives et l'interprétation que les personnes ou les institutions font de ce que l'on peut entendre par « démarche d'enquête » impliquant des élèves pour aboutir à une production de mathématiques, méritaient donc en premier lieu d'être interrogées. Si le sens commun du terme « investigation » est de prime abord très large – le dictionnaire de l'académie française en donne la définition suivante : « recherche minutieuse et suivie » – il nous paraissait donc nécessaire de disposer dès l'ouverture du groupe de travail d'exemples de démarche d'investigation qui préserveraient réellement la dimension « recherche » par les élèves.

Les réalisations que nous souhaitions travailler devaient donc se situer au-delà de la pauvreté didactique et épistémologique de la majorité des propositions d'activités que l'on trouve dans les manuels scolaires ; elles se revendiquent pourtant d'une recherche par les élèves, simplement parce qu'elles se déclinent en questions. On sait, depuis les recherches en didactique, que celles-ci ne sont guère plus que des chemins étroitement balisés vers la solution attendue. C'est la raison pour laquelle cette forme d'enseignement a pris le nom « d'ostension déguisée » : on montre les réponses attendues aux élèves tout en leur faisant croire qu'ils les ont par eux-mêmes construites par leur recherche.

Nous avons donc choisi d'ouvrir le GT10 à partir de la présentation et la discussion de réalisations concrètes afin de commencer à observer et analyser. C'est ainsi que nous avons débuté cette première session de travail par le second des trois axes définissant le cadre général de la problématique du groupe, tels qu'ils figuraient dans sa présentation : « mise en œuvre de la démarche d'investigation ». Partant des réalisations exposées, il s'agissait

¹ Au départ, 17 textes avaient été acceptés, toutefois, Grenier n'ayant pu participer au groupe de travail, sa communication n'a pas été présentée, sa contribution écrite est toutefois disponible dans ces actes.

d'interroger les contraintes pratiques, matérielles et théoriques inhérentes au travail d'investigation en classe. Qui plus est, certaines injonctions institutionnelles (par exemple la partie commune aux programmes français du Collège en mathématiques, sciences expérimentales et technologie) insistent sur la mise en œuvre en classe d'une démarche d'investigation... du « réel ». Ce dernier terme, tel qu'utilisé dans ces programmes sans autre précaution, ne peut être accepté comme tel. On le sait, il engage vers de nombreux et rigoureux débats dans le domaine des sciences de la nature, ou encore en épistémologie et philosophie, que l'on ne peut ignorer sans verser dans l'opinion et l'idéologie, c'est-à-dire en allant à l'inverse de la démarche scientifique que l'on souhaiterait promouvoir auprès d'élèves.

2. Les communications de la première journée consacrée à l'axe 2

La première des deux journées consacrées à débattre des propositions réunies sous le titre de l'axe 2 « Mise en œuvre de la démarche d'investigation » a donné lieu aux présentations de cinq communications. :

- Graces Morales Ibarra et Laetitia Bueno-Ravel – *Démarche d'investigation et modélisation en mathématiques en maternelle : l'exemple du jeu des trésors.*
- La communication de Serge Quilio, Mireille Morellato et Anne Crumière – *Obstacles à l'usage du nombre et à l'enquête sur ses propriétés dans l'implantation d'une ingénierie sur la soustraction* était ensuite présentée par Serge Quilio.
- Sylvie Coppé – *Démarche d'investigation et aspects temporels des processus d'apprentissage/enseignement.*
- Pierre-François Burgermesiter – *La posture du héron crabier.*
- Florence Ligozat – *La démarche d'investigation dans les moyens d'enseignement suisse-romands pour les mathématiques ? Modéliser les conditions didactiques de l'enquête* concluait cette première plage.

3. Le débat autour des communications de la première journée de l'axe 2

Le débat est inauguré à la suite de l'intervention de Florence Ligozat à propos de la définition fonctionnelle de ce que l'on entend par « mener une enquête ». Selon Dewey, l'enquête commence lorsque notre cours d'action est interrompu et que les techniques dont on dispose ne nous permettent pas d'atteindre le but fixé. Le sujet est alors amené à gérer l'incertitude et à mettre ses connaissances à l'épreuve. Il doit alors fabriquer de nouvelles significations et relations et les éprouver. Or il existe divers modes d'évaluation concernant le processus et le résultat de cette mise à l'épreuve. Ils se situent à différents niveaux : niveau épistémique, propre au savoir, et niveau relevant des normes sociales. A l'école, le sujet est élève et le but est fixé collectivement. L'expérience d'une forme d'incertitude est définie par un rapport institutionnel. Le professeur reconfigure les éléments en fonction de son projet d'enseignement réglé par un texte du savoir qui peut prendre diverses formes : par exemple celle de fiches comme c'est le cas dans la démarche d'investigation montrée par F. Ligozat. La forme « démarche d'investigation (DI) » pose des contraintes nouvelles aux enseignants, qui sont adossées à des critères d'acceptabilité mathématique et à des conditions sociales. Si l'on raisonne de manière adidactique, les formes de rationalisation mathématique sont déconnectées de leur pratique sociale d'origine. Les critères n'étant pas visibles pour le professeur, les élèves ne peuvent les faire émerger seuls. Si l'on ne souhaite pas que, dans le cadre d'une DI, les élèves en restent seulement à « faire », l'horizon d'une démarche d'investigation est constitué de pratiques de modélisation dans lesquelles il est nécessaire de les engager.

Le débat peut alors s'engager. Il est, dans ce qui suit, regroupé autour des thématiques générales ayant émergé en son sein. L'ordre ne correspond donc pas exactement à la chronologie du débat.

Les conditions sur la situation qui permettent de générer une démarche d'investigation

Une première question est posée à P.-F. Burgermeister. La démarche d'investigation qu'il avait exposée consistait à faire construire par les élèves, à partir de considérations sur l'homogénéité, la formule de Héron qui donne l'aire du triangle en fonction de la longueur de ses côtés : $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où p est le demi-périmètre et a , b et c les longueurs de côtés. Est-il imaginable que les élèves puissent trouver des formules différentes qui respectent l'ensemble des contraintes mais qui soient fausses ? La réponse est affirmative, par exemple avec une racine quatrième. Mais en se ramenant à des cas particuliers, on peut alors montrer que la formule est fautive. En fait, la bonne formule est toujours la plus courte ! S. Quilio fait alors remarquer que la vertu économique de la connaissance intervient : quand les pratiques ont été confrontées, la connaissance doit apparaître comme la plus économique possible. Dans la DI, il y a une dimension relative à l'investigation sur l'ensemble des moyens. Alors ensuite peut commencer le travail de l'enseignant afin de mettre en évidence cette économie, relativement à l'environnement dans lequel les solutions ont été éprouvées.

F. Wozniak établit alors un lien entre les contributions de P.-F. Burgermeister et de F. Ligozat. Dans les deux cas, n'est-on pas à travailler sur des critères d'acceptabilité ? C'est-à-dire sur les conditions pour trouver un accord sur la formule alors que sa vérité n'a pas été établie. Se pose aussi une question sur le rôle du professeur : il montre le bon chemin sans autoriser à aller dans les impasses, mais est-ce que les élèves tombent par hasard sur les impasses ou est-ce qu'elles sont provoquées par la situation et / ou voulues par le professeur ? Dans une DI, il s'agit donc de construire un espace des possibles qui permette d'anticiper certaines des impasses et de définir des critères d'acceptabilité.

F. Ligozat intervient sur la question des critères d'acceptabilité. Dans l'exemple qu'elle a montré, il s'agit d'établir l'horizon des recherches en établissant des parallèles ; ce qui n'est pas habituel pour les enseignants du primaire, et il faut que ceci soit indiqué au professeur. Par ailleurs, il faut aussi tenir compte de la contingence s'exprimant au niveau individuel, qui aboutit à des productions distinctes d'un élève à l'autre, et de la façon dont l'enseignant s'en saisit afin de faire jouer une dialectique individu / collectif. Ce qui aboutit à la question suivante : la rencontre de l'incertitude doit-elle être organisée par la situation ?

Un certain nombre des participants interrogent de nouveau la situation proposée par P.F. Burgermeister. Pour M. Gandit, il s'agit typiquement d'un cas où la démarche de preuve est très différente de la démarche d'investigation. Pour C. Houdement, il faut tout de même s'assurer que les contraintes mathématiques et de la situation dans laquelle on engage les élèves ne sont pas contradictoires ; c'est tout le problème de l'heuristique. Pour S. Coppé, l'établissement d'une conjecture est une démarche assez conforme à ce qu'on fait dans une démarche de recherche mathématique. Enfin F. Ligozat et F. Wozniak concluent que ce que P.F. Burgermeister montre de façon transparente est la définition des critères d'acceptabilité et celle de la construction de conjecture.

Le rôle du professeur

Pour Y. Matheron, ces cinq interventions montrent le rôle déterminant du professeur : plus particulièrement dans la contribution de S. Coppé, l'investigation est dirigée, les activités sont « liées » par leur concepteur, les sollicitations des élèves sont fréquentes. Comment faire pour que le professeur soit assez en retrait mais que les élèves mènent l'enquête dans la bonne direction, et qu'est-ce qui lie les activités, surtout du point de vue des élèves, même si cela est clair pour le concepteur ou l'enseignant ? S. Coppé répond que par comparaison avec, d'une part, une investigation « débridée », où le professeur n'intervient pas et, d'autre part, les situations d'enseignement où les élèves ne sont pas confrontés à un problème, on voit dans l'exemple qu'elle a montré une forte régulation au niveau des consignes : l'évolution des consignes permet de guider les élèves. La régulation passe aussi par les institutionnalisations gérées collectivement : elles enrichissent le milieu et les techniques. Le contexte sémantique des activités avec des tâches et des techniques qui évoluent constituent l'élément liant les activités les unes aux autres.

Pour A. Mercier, la démonstration de P.F. Burgermeister fournit des éléments de réponse. La condition est « ne pas laisser les élèves aller dans une impasse ». Pour cela, le professeur doit savoir quel est le bon chemin, il doit fermer les impasses sans montrer le bon chemin, il doit les fermer au bon moment. Cela demande une connaissance des possibles tout à fait extraordinaire et, de son point de vue, c'est la raison pour laquelle faire vivre une démarche d'investigation dans une classe lui paraît quasiment infaisable. C. Houdement fait remarquer que « fermer/ouvrir » les situations est cependant un travail ordinaire d'enseignant. A. Mercier répond que cela est vrai, mais que les contraintes d'un enseignement ordinaire ne sont pas les mêmes que celles nécessitées par la conduite d'une DI. Ce point de vue est exemplifié par S. Coppé. Par exemple, lorsque les élèves viennent au tableau dire comment ils ont procédé, le professeur peut agir et décider de façons très différentes : le pilotage se fait en fonction de ses objectifs. Ce sont des objectifs mathématiques, relatifs à la situation. Or, dans le cadre d'une DI, il existe toujours un moment où les élèves ont à établir une conjecture, comme cela se pratique dans toute recherche, et notamment dans la recherche scientifique. M. Gandit s'interroge : est-ce que le fait que le professeur soit obligé d'intervenir sur la construction du savoir n'est pas dû à la faiblesse de la construction du milieu dévolu aux élèves ? S. Coppé pense que non, car la question est celle de devoir passer à un niveau qui se situe au-dessus de ce que l'on attendait dans les ingénieries telles qu'on a pu les construire avec la TSD ; c'est la raison pour laquelle le professeur doit jouer un rôle important de direction de l'enquête.

La formation des enseignants et les ressources mises à leur disposition, la DI et les ingénieries didactiques en mathématiques

La question des critères de recevabilité des ressources se pose de façon cruciale pour les professeurs de l'école primaire qui sont polyvalents et qui, pour la majorité d'entre eux, n'ont pas suivi une formation mathématique supérieure. Il y a donc un enjeu important relatif à la présentation des situations destinées aux professeurs. D'autant, fait remarquer S. Quilio, que dans un premier temps la DI fait souvent porter le questionnement sur des domaines plus larges que les seules mathématiques ; celles-ci modélisant les situations. P.F. Burgemeister explique que le rôle du professeur est complexe et délicat... C'est ce que montre la situation qu'il a proposée et qui est très ouverte : il faut en effet que les élèves identifient les contraintes géométriques puis algébrisent le problème. Le choix face auquel se trouve le professeur est le suivant : ou bien il part des propositions qui ont été expérimentées et alors il y a une forte probabilité pour qu'il parvienne à mener à bien la DI, ou bien il essaie des propositions nouvelles qu'il aura bâties lui-même et risque alors de devoir consacrer un trop grand nombre de séances pour une DI.

M. Artigue fait remarquer que les situations qui proviennent d'ingénieries didactiques ont été construites dans le cadre d'une toute autre logique, et leur déroulement a été prescrit relativement à d'autres raisons. Si on les ressert autrement, dans une autre culture, alors ce recyclage fait agir certaines dimensions des ingénieries et n'en fait pas agir d'autres. Il faut donc s'interroger sur la façon d'arriver à concevoir des propositions de DI à partir de l'état de nos ressources en matière d'ingénieries didactiques ; d'où la nécessité de poser la question du rôle du professeur. A. Mercier se dit d'accord avec M. Artigue. Il précise qu'existe un conflit entre un courant américain/anglo-saxon et un courant européen. Les ingénieries didactiques et les substrats théoriques sur lesquels elles sont bâties sont fondés sur une position anti-empiriste, sans pour autant être tout à fait constructiviste. La question implicite dont nous devons rendre compte est la suivante : qu'est-ce que la DI permet d'enseigner et qu'est-ce qui s'apprend en DI ? S. René de Cotret précise alors que pour aborder la question, il faut distinguer entre impasse et invalidation. L'invalidation est un travail sur le savoir, elle est constructive. L'impasse est un chemin à éviter, c'est un « endroit » où l'on n'apprend pas.

4. *Les communications de la deuxième journée consacrée à l'axe 2*

Dans la *deuxième séance*, la discussion a porté encore sur l'Axe 2 "Mise en œuvre de la démarche d'investigation". Les questions envisagées a priori étaient les suivantes: *Quelles sont les modalités et les contraintes pratiques, matérielles et théoriques de la mise en œuvre de la DI ?*

Les contributions utilisées pour promouvoir le débat sont les suivantes :

- Pierre Arnoux et Lionel Vaux – *Recherche en mathématiques pour les élèves du secondaire: l'exemple des stages HIPPOCAMPE.*
- Isabelle Dubois – *Démarche d'investigation en Mathématiques: l'exemple des ateliers MATH.en.JEANS.*
- Valérie Henry et Pauline Lambrecht – *Apprentissage de la proportionnalité par la confrontation à la non-proportionnalité via des manipulations.*
- Benoît Ray, Saïd Azziz, Geneviève Couderc, Viviane Durand-Guerrier, Henri Saumade, Mireille Sauter, Sébastien Virduci et Sonia Yvain – *Recherche collaborative et démarche d'investigation : des mathématiques pour appréhender le réel.*

Les contributions montrent des exemples de DI, mises en place à travers des dispositifs très différents entre eux : stages hors de la classe ou activités en classe, activités animées par les enseignants ou par des chercheurs professionnels, savoirs en jeu qui sont dans les programmes ou hors des programmes scolaires. L'analyse et la comparaison des dispositifs ont donné lieu à un riche débat.

5. *Le débat autour des communications de la deuxième journée de l'axe 2*

Le premier point de débat porte sur les *rôles respectifs des enseignants et, si présents, des chercheurs*. Dans les stages Hippocampe, par exemple, c'est le chercheur en mathématiques qui guide les élèves dans l'investigation. Dans ce cas-là, on peut aussi affirmer que le stage est une occasion de formation pour l'enseignant.

Liée à cette question nous trouvons aussi la question de la *formation des enseignants à la DI* : traduire les ingénieries de DI dans des textes est quasi-impossible, parce qu'il est très difficile de faire en sorte que les enseignants parviennent au niveau de réflexion qui a permis d'aboutir à la conception de ces ingénieries, étant donné l'investissement qu'elle a représenté.

Une autre question débattue est celle de *l'efficacité des DI*, et, en relation, la question de *l'évaluation*. Les participants ont noté que, normalement, quand l'enseignement se situe dans une sorte de progression des contenus à apprendre, l'évaluation est « automatique » (Mercier) : ce qui est enseigné est requis et réinvesti par la suite. Dans les DI qu'on a présentées, au contraire, il n'y a pas de suite évidente, on ne sait pas comment va être utilisé ce qui a été appris (recherches, résultats, notations, concepts). A noter que, en cela, c'est très proche de l'activité du chercheur en mathématiques.

Les participants ont aussi noté que, par exemple, dans les stages Hippocampe, les élèves sont amenés à se poser des questions, définir des concepts, démontrer : à bien voir, ce sont des méta-savoirs, difficiles à évaluer.

D'une manière plus générale, la question de l'évaluation amène à s'interroger sur la question cruciale des concepts en jeu dans les DI : *quel apprentissage est favorisé ?* On pourrait dire que dans les DI les élèves sont introduits à des mathématiques « différentes », hors de l'ordinaire de la classe. Mais s'agit-il de montrer l'extraordinaire au lieu de l'ordinaire... ou bien de faire intervenir de l'extraordinaire dans l'ordinaire ? L'apprentissage favorisé par les DI doit-il viser des contenus ordinaires d'une façon extraordinaire ou bien viser d'autres contenus ? On pourrait alors se questionner sur les mathématiques travaillées avec ces savoirs ordinaires/extraordinaires. Les acquis des élèves relèvent d'une question de contrat qu'il serait dommage de limiter à l'extraordinaire. D'ailleurs, plusieurs interventions ont questionné l'importance de l'extraordinaire : est-on obligé d'avoir des phénomènes extraordinaires pour intéresser les élèves ? Pourquoi faire vivre certaines valeurs demande-t-il de sortir des programmes ? Et si on multiplie trop les phénomènes extraordinaires, quels sont les risques face aux séances ordinaires en classe ? Il serait intéressant que l'école favorise ces dispositifs différents, mais ce n'est pas forcément possible avec tous les élèves, ni au sein des salles de classe.

Une autre question débattue porte sur les *modes de travail* des élèves dans les DI : il y a une tension entre le cadrage (par le professeur ou le chercheur) et la liberté de recherche : quels types de cadrages pour quels types de savoir ?

Toujours au niveau de la mise en œuvre du dispositif, les participants ont soulevé la question de *l'intelligibilité* (Schneider) : quels sont les facteurs qui font bien marcher (ou non) une DI ? Il est possible que d'infimes perturbations du dispositif le fragilisent grandement. Pour répondre à ces questions, une analyse mettant à profit les outils de la recherche en didactique des mathématiques est souhaitable.

III. ASPECT TRANSVERSAL DE LA DEMARCHE D'INVESTIGATION

1. Présentation de l'axe 3 « Aspect transversal de la démarche d'investigation »

La *troisième séance* a été consacrée au Thème 3 « Aspect transversal de la démarche d'investigation ». Les questions qui ont guidé le débat sont les suivantes : *En quoi et pourquoi le concept de DI se décline-t-il différemment, ou non, en mathématiques et dans d'autres disciplines dites scientifiques (physique, chimie, biologie, géologie, technologie, etc.) ? Comment se distingue-t-il de celui de résolution de problème ? Comment les questions de validations sont-elles réglées selon les disciplines en jeu ? Pourrait-on mettre en relation la démarche d'investigation avec l'approche par compétences, si oui comment, si non en quoi se distinguent-elles ?*

Le débat a été favorisé par les interventions des auteurs suivants :

- Catherine Houdement – *Démarche expérimentale en résolution de problèmes.*

- Michèle Gandit, Eric Triquet et Jean-Claude Guillaud – *Des représentations sur les démarches d'investigation aux pratiques de classe : le cas d'enseignants débutants en mathématiques et en sciences expérimentales.*
- Magali Hersant et Denise Orange-Ravachol – *La démarche d'investigation, les mathématiques et les SVT : des problèmes de démarcation aux raisons d'une union.*

Les contributions abordent des questions générales sur les DI, en s'appuyant surtout sur la comparaison entre DI en mathématiques et dans d'autres disciplines.

2. Le débat autour des communications de l'axe 3

Les réactions à ces contributions ont permis d'aborder différents points. Tout d'abord, les participants ont noté que la notion de DI est utilisée en mathématiques mais aussi dans d'autres *disciplines scientifiques*. Une question porte sur les autres disciplines (par exemple, l'histoire) : peut-on parler de DI en histoire (Gueudet) ? Qu'est-ce qui est différent en sciences et dans les autres disciplines ? A bien voir, l'enquête policière est aussi une forme d'investigation (Mercier). La médecine aussi utilise des formes de DI. La comparaison de la DI avec les enquêtes policières montre qu'il n'y a pas une méthode expérimentale mais plusieurs. Cela amène à réfléchir sur la surdétermination didactique de la DI : si on ne la questionne pas, on est tenté de mettre sous la DI tout ce qui peut faire évoluer les pratiques. Il y a alors le risque de perdre en spécificité et rendre le concept de DI un « fourre-tout » (Artigue). Au contraire, il faudrait travailler pour spécifier ce qu'est une DI.

A ce propos, il est important de définir le *milieu* à utiliser : le milieu diffère selon la discipline (Houdement). Le milieu mathématique est d'apparence réelle, mais contraint et déclencheur des savoirs visés. En physique, au contraire, il est impossible de contraindre suffisamment le milieu, étant donné la présence de beaucoup de « bruit ». En biologie, par exemple, pour s'intéresser à la classification des animaux à poils (classement phylogénique), il ne faut pas prendre des dauphins. Cela signifie qu'il faut également contraindre le milieu. En mathématiques, les situations sont plus facilement reproductibles.

La comparaison des DI dans les disciplines porte aussi à réfléchir sur les questions de la *validation et de l'institutionnalisation*. En sciences, la validation passe par le consensus social (Triquet). En mathématiques, la communauté des mathématiciens utilise des méthodes partagées mais non mises en texte. Pourquoi ne pas réfléchir sur des communautés de pratique qui relèvent du même paradigme (Houdement) ?

D'ailleurs, la question de l'institutionnalisation est toujours problématique, parce qu'il faut être sur deux plans à la fois : les savoirs notionnels et les démarches scientifiques (Hersant).

D'autres points de débat portent sur le rôle de l'enseignant et la formation des enseignants à la DI. Cela est lié au fait que l'intégration de la DI dans les pratiques ordinaires de classe est difficile (Matheron).

Un point problématique est le fait que les enseignants, stagiaires mais aussi experts, donnent toujours la priorité aux savoirs et non à la démarche (Triquet), de plus, il y a souvent une volonté exacerbée d'appliquer les canevas. Certains enseignants ont des difficultés et demandent une formation ; ils demandent que les savoirs transversaux soient institutionnalisés en texte (Gandit). Il faudrait institutionnaliser les savoirs épistémologiques (par exemple, qu'est-ce qu'une hypothèse ?) et les aborder dans la formation.

Comme le souligne Hersant, il faudrait aussi repérer des groupes de problèmes et faire une formation par rapport à ça.

IV. ORIGINES ET FONDEMENTS DE LA METHODE D'INVESTIGATION

1. Présentation de l'axe 1 « Origines et fondements de la méthode d'investigation »

Les deux séances suivantes ont été consacrées à l'Axe 1) *Origines et fondements de la méthode d'investigation*. Les questions associées à cet axe sont : *Où et comment le concept de « démarche d'investigation » apparaît-il ? Quelles sont les bases et quels sont les arrière-plans théoriques sur lesquels il se fonde (psychologie, épistémologie, didactique, etc.) ? Quelle place y occupe le traitement ou le questionnement du « réel » ?*

Quatre présentations ont alimenté la réflexion sur ces questions, il s'agit de :

- Marie-Line Gardes – *Démarche d'investigation en théorie des nombres : un exemple avec la conjecture d'Erdős-Straus.*
- Marie-Pierre Lebaud et Ghislaine Geudet – *Démarches d'investigation et collectifs dans la formation des enseignants.*
- Alain Mercier – *Suivre une démarche d'investigation pour enseigner les relatifs, au Collège : une proposition pragmatique et une expérimentation, en France.*
- Floriane Wozniak – *Modélisation et démarche d'investigation.*

Après ces présentations, les discussions se sont entamées. Les principaux éléments débattus concernent le type et la disponibilité des ressources documentaires en jeu dans la DI dans la perspective de la dialectique médias/milieus, la fonction de la démarche d'investigation et de l'évaluation et, enfin, la définition du réel et le rôle du modèle. Nous résumons brièvement les échanges sur ces sujets.

2. Le débat autour des communications de l'axe 1

À propos des ressources documentaires

La communication de Floriane Wozniak montrait l'importance de la dialectique des médias et des milieux, notamment pour changer de paradigme et aller vers la construction d'une réponse plutôt que vers un enseignement de la réponse. La mise en œuvre d'une telle dialectique a suscité plusieurs questions. Un participant se demande s'il existe, en mathématiques, des documents qui permettraient cette forme de recherche documentaire. Plus spécifiquement, et en lien avec la communication d'Alain Mercier, comment par exemple la question des entiers relatifs trouverait-elle des réponses dans les médias ? Ces derniers laissent-ils une place suffisante pour faire vivre la dialectique ? En sciences, comme le mentionne Florence Ligozat, il semble que ce soit parfois l'inverse qui pose problème, il y aurait presque trop de ressources documentaires ce qui donnerait lieu à un phénomène de saturation et découragerait les enseignants de traiter des questions pour lesquelles on peut trouver des réponses partout. Selon Maggy Schneider une enquête sur les nombres relatifs en classe est possible mais, pour ce sujet, c'est peut-être le professeur qui fera l'enquête. Se pose ainsi la question de la place du professeur dans la dialectique médias-milieus, doit-il s'effacer pour permettre la recherche d'une réponse dans le milieu ? Comment alors faire la part des choses entre toutes les réponses de la « nature » ? Pour F. Wozniak, il importe de construire une culture de l'interrogation des médias et de questionner la provenance et la destination du message. Il faut pouvoir repérer la rumeur.

À propos de la fonction de la démarche d'investigation

En France, on voit apparaître la démarche d'investigation principalement à travers les programmes officiels et celle-ci se décline en sept étapes : le choix d'une situation-problème par le professeur ; l'appropriation du problème par les élèves ; la formulation de conjectures,

d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles ; l'investigation ou la résolution conduite par les élèves ; l'échange argumenté autour des propositions élaborées ; l'acquisition et la structure des connaissances ; l'opérationnalisation des connaissances. Ces étapes soulèvent la question de la fonction de la démarche d'investigation, s'agit-il d'une méthode ou d'une pratique d'enseignement, donc située du côté de l'enseignant, ou plutôt d'une compétence à acquérir par les élèves ? Les avis sont partagés à cet égard. Plusieurs autres interrogations émergent à partir de cette description de la DI : En quoi cette démarche se distingue-t-elle de celle de résolution de problèmes, sont-elles liées ? L'argumentation serait-elle un des éléments qui distinguent la DI de la résolution de problème ?

L'étude de la fonction de la démarche d'investigation conduit à questionner l'évaluation. Qu'est-ce qui est évalué, de quelle manière et dans quel but ? Par exemple, l'évaluation du *Travail d'Initiative Personnelle Encadré* (TIPE), que l'on retrouve dans l'enseignement supérieur français en classe préparatoire, s'avère très difficile, voire étrange, à réaliser. Selon A. Mercier, par l'évaluation on doit rendre compte à la société qu'on fait ce qu'on est supposé faire. Il faut organiser ce qui est appris, assurer la non-contradiction dans l'investigation du savoir.

À propos de la définition du réel

Enfin, la question de la définition du réel est discutée, notamment à partir des éventuelles différences entre la DI en mathématiques et en sciences. Comme l'a proposé M-L. Gardes dans sa communication, le réel en mathématiques est fait des objets sensibles et aussi des objets mathématiques avec leurs propriétés rendues familières. Quel est alors, de ce point de vue, le rôle du modèle dans la DI ? Où intervient-il dans la description en sept étapes préconisée par les programmes français ? Pourrait-on dire qu'une démarche d'investigation en science explore le réel et, en mathématiques, explore un problème ?

Les échanges se sont aussi arrêtés sur le « réel » en jeu dans une DI. S'agit-il d'étudier des questions réelles, d'avoir une réelle pratique de chercheur, de modéliser le réel et, dans chacun des cas, comment caractériser ce réel ?

V. RECOMMANDATIONS POUR L'AVENIR

À l'issue de toutes ces séances de travail, on peut retenir que les traits majeurs du débat ont porté sur : la façon de mettre en œuvre la démarche d'investigation en classe ou en atelier ; le rôle imparté au professeur et aux intervenants (chercheurs, tuteur) de même que la responsabilité dévolue aux élèves selon le cas ; le type d'apprentissage résultant de cette démarche : savoirs du programme, compétences, démarche, et ce, en lien avec la validation qui peut avoir cours et l'institutionnalisation qui est effectuée. Aussi, d'un point de vue comparatiste, que nous apprend la comparaison entre la démarche d'investigation, l'enquête policière, l'enquête historique et l'enquête scientifique ? Enfin, la DI explore le « réel » mais quel « réel » ?

Un groupe de travail consacré à la démarche d'investigation est une nouveauté dans les colloques EMF, c'est dire qu'il y avait un grand travail de défrichage à réaliser que les dix heures de travail de groupe n'auront pas permis de compléter ! En fait, plus de questions que de réponses sont ressorties des discussions. Ainsi, dans la poursuite de sa réflexion, voici les principales questions qui ont été retenues pour l'éventuelle suite du groupe.

1. *Comment définir et caractériser la DI ?*

On retrouve diverses définitions de la DI selon les contextes d'où chacune émane. Qu'y a-t-il de neuf sous cette étiquette ? Il serait utile, d'une part, de faire le point sur ces définitions et, d'autre part, de montrer comment la DI se distingue (ou non) des concepts apparentés, à savoir : la résolution de problème, les tâches complexes, les compétences, la modélisation, la démarche scientifique. Par exemple, les critères d'acceptabilité de la connaissance qui doivent être définis dans la démarche d'investigation en mathématiques la distingueraient-ils de la résolution de problèmes ? Et comment se définiraient ces critères dans les autres sciences ou en histoire ?

2. *Quels sont les buts de la DI*

Les différentes définitions apparaissent liées au but attribué à la DI par les parties intéressées ; on peut ainsi se demander quel est le but de la DI du point de vue de la didactique, du point de vue du Ministère de l'Éducation, du point de vue social etc. Par exemple, la DI vise-t-elle une réelle position de recherche ou est-elle conçue comme une exigence institutionnelle pour donner plus de liberté et de responsabilité à l'élève. Toutes ces questions mériteraient d'être travaillées.

3. *Quelles écologies pour faire vivre la DI ?*

Parmi les exemples de DI qui ont été présentés, certains se déroulaient en classe avec le professeur ou avec un chercheur tandis que d'autres étaient réalisés dans un laboratoire ou en contexte hors scolaire. Il y avait donc des mises en œuvre dans des milieux ordinaires et extraordinaires. Dans chacune de ces configurations, quelles sont les pratiques et les contraintes ? À quelles possibilités donnent-elles lieu ? Quelles conditions épistémologiques faudrait-il respecter pour favoriser la réalisation d'une démarche d'investigation aussi efficace que possible au regard des objectifs visés ? Comment assurer une genèse artificielle qui ne soit pas épistémologiquement avariée ?

4. *Quels types de questions choisir (du quotidien, mathématisées) ?*

Le choix des questions travaillées dans la démarche d'investigation s'est révélé primordial. Quelles questions choisir ? S'agit-il de questions socialement vives ? Dans ce cas, on court le risque de recopiage culturel et donc d'esquiver les vrais apprentissages. De questions de tous les jours ? Avec de telles questions on oublie souvent la dévolution et on fait comme si la question était transparente. Des questions construites par le directeur de l'étude, comme en recherche où le sujet est amené par le directeur de thèse pour son potentiel ? Le choix des questions renvoie à celle de la validation : qu'est-ce qui préside à la validation de la réponse ? La pratique ou le savoir, sachant que les deux ne sont pas toujours compatibles ? Faut-il sortir de la contingence et travailler les mathématiques comme telles ? Devrait-on définir le curriculum en terme de questions relatives à des thèmes plutôt qu'à des savoirs ? En quoi ces questions porteraient-elles alors un caractère de généralité suffisant pour qu'elles méritent d'être étudiées ?

5. *Quelles conséquences (savoir, démarche) résultent de la DI ?*

Le recours à la démarche d'investigation dans le cadre de l'enseignement des mathématiques est encouragé, voire prescrit, dans plusieurs programmes d'étude. Que produit la mise en œuvre d'une démarche d'investigation ? Quels sont les enjeux de la DI ? Vise-t-elle à faire

apprendre des savoirs notionnels spécifiques à programme scolaire ? Cherche-t-elle le développement d'une démarche par les élèves ? Y a-t-il des différences, à cet égard, entre la démarche d'investigation en mathématiques et en sciences ? Qu'est-ce qui sera institutionnalisé ? Quelle sera la nature de cette institutionnalisation, c'est-à-dire de quelle institution relèvera-t-elle ? Par exemple, à quelle institution peut-on rattacher la démarche d'investigation ?

6. *Doit-on évaluer les élèves ? Par rapport à quoi ?*

Dans la foulée de l'institutionnalisation se pose la question de l'évaluation. Doit-on évaluer les élèves dans le cours d'une démarche d'investigation ? Si oui, sur quoi portera cette évaluation ? Sur le produit obtenu à l'issue de la démarche, sur la démarche elle-même, sur l'apprentissage réalisé, sur l'enseignement prodigué ? Par ailleurs, quelle gestion faudrait-il mettre en œuvre dans un contexte d'évaluation pour assurer qu'on ne « tue » pas la DI ? Quelle liberté laisser aux élèves et quel encadrement leur fournir ? Par exemple, jusqu'où le professeur doit-il s'impliquer dans la recherche documentaire et la gestion de l'information prise sur internet ? C'est ici le partage des responsabilités qui entre en jeu.

7. *Rôles, responsabilités des acteurs (prof, élèves, chercheurs)*

Selon les définitions et les buts retenus, selon les milieux de mise en œuvre, selon les types de questions choisis, selon les produits escomptés, selon l'évaluation anticipée, quelles sont les responsabilités dévolues aux différents acteurs : professeur, élèves, chercheurs ? Quel rôle chacun joue-t-il dans l'enquête qui est menée, partant de la définition du problème jusqu'à la validation des réponses proposées et l'institutionnalisation du savoir ou de la démarche ? En quoi ces différents rôles et responsabilités viendront-ils colorer le déroulement et le résultat de la DI ?

Si le groupe devait être reconduit, il serait sans doute pertinent de cibler quelques thèmes parmi les précédents pour les travailler de manière plus approfondie.

CONTRIBUTIONS AU GT10

- ARNOUX P., VAUX L. – Recherche en mathématiques pour les élèves du secondaire : l'exemple des stages Hippocampe.
- BURGERMEISTER P.-F. – La posture du héron crabier.
- COPPE S. – Démarche d'investigation et aspects temporels des processus d'apprentissage/enseignement.
- DUBOIS I. – Démarche d'investigation en mathématiques : l'exemple des ateliers math.en.jeans.
- GANDIT M., TRIQUET E., GUILLAUD J.-C. – Des représentations sur les démarches d'investigation aux pratiques de classe : le cas d'enseignants débutants en mathématiques et en sciences expérimentales.
- GARDES M.-L. – Démarche d'investigation en théorie des nombres : un exemple avec la conjecture d'Erdős-Straus.
- GRENIER D. – La démarche d'investigation dans les situations de recherche pour la classe (SIRC)².
- HENRY V., LAMBRECHT P. – Apprentissage de la proportionnalité par la confrontation à la non-proportionnalité via des manipulations.
- HERSANT M., ORANGE-RAVACHOL D. – La démarche d'investigation, les mathématiques et les SVT : des problèmes de démarcation aux raisons d'une union.
- HOUEMENT C. – Démarche expérimentale en résolution de problème.
- LEBAUD M.-P., GUEUDET G. – Démarches d'investigation et collectifs dans la formation des enseignants.
- LIGOZAT F. – La démarche d'investigation dans les moyens d'enseignement suisses romands pour les mathématiques ? Modéliser les conditions didactiques de l'enquête ?
- MERCIER A. – Suivre une démarche d'investigation pour enseigner les relatifs, au Collège : une proposition pragmatique et une expérimentation, en France.
- MORALES IBARRA G., BUENO-RAVEL L. – Démarche d'investigation et modélisation en mathématiques en maternelle : l'exemple du « Jeu des trésors ».
- QUILIO S., MORELATO M., CRUMIERE M. – Obstacles à l'usage du nombre et à l'enquête sur ses propriétés dans l'implantation d'une ingénierie sur la soustraction.
- RAY B., AZZIZ S., COUDERC G., DURAND-GUERRIER V., SAUMADE H., SAUTER M., VIRDUCCI S., YVAIN S. – Recherche collaborative et démarche d'investigation : des mathématiques pour appréhender le réel.
- WOZNIAK F. – Modélisation et démarche d'investigation.

² Rappelons que ce texte n'a pas pu être présentée lors des séances du GT10.

ANNEXE

QUESTIONS POSÉES AUX DIFFÉRENTS INTERVENANTS AVANT LE COLLOQUE

Chers auteurs,

Vous trouverez dans ce qui suit, d'une part, des questions générales à propos desquelles nous souhaitons que tous les auteurs s'interrogent et, d'autre part, des questions spécifiques posées à chacun des auteurs. Comme vous le constaterez, les contributions ont été regroupées en fonction des 3 axes de questions du GT 10, à savoir :

Axe 1) Origines et fondements de la méthode d'investigation

Où et comment le concept de « démarche d'investigation » apparaît-il ? Quelles sont les bases et quels sont les arrière-plans théoriques sur lesquels il se fonde (psychologie, épistémologie, didactique, etc.) ? Quelle place y occupe le traitement ou le questionnement du « réel » ?

Axe 2) Mise en œuvre de la démarche d'investigation

Dans quels pays ? Selon quelles modalités ? Dispose-t-on d'exemples de réalisations et si oui, que nous apprennent-ils ? Quelles sont les contraintes pratiques, matérielles et théoriques inhérentes au travail d'investigation du « réel » en classe ?

Axe 3) Aspect transversal de la démarche d'investigation

En quoi et pourquoi le concept se décline-t-il différemment, ou non, en mathématiques et dans d'autres disciplines dites scientifiques (physique, chimie, biologie, géologie, technologie, etc.) ? Comment se distingue-t-il de celui de résolution de problème ? Comment les questions de validations sont-elles réglées selon les disciplines en jeu ? Pourrait-on mettre en relation la démarche d'investigation avec l'approche par compétences, si oui comment, si non en quoi se distinguent-elles ?

Nous vous demandons de préparer une communication de 10 minutes dans laquelle vous exposerez brièvement les points majeurs de votre travail et tenterez de répondre aux questions spécifiques qui vont ont été posées tout en montrant comment votre travail contribue à répondre aux questions de l'axe auquel vous êtes associés. Nous avons pensé utile que les auteurs connaissent les questions envoyées aux autres auteurs de manière à ce que chacun puisse se situer dans l'ensemble du questionnement et afin de favoriser les liens entre les communications. Voici, par ailleurs, le déroulement prévu pour le travail du groupe :

<i>Plage horaire</i>	<i>Sous thème</i>	<i>Textes</i>
Vendredi 3 février 2012 14h30 – 16h30	Axe 2 : Mise en œuvre de la démarche d'investigation	Morales et Bueno-Ravel Quilio et al. Coppé Burgermeister Ligozat
Samedi 4 février 2012 9h – 10h30	Axe 2 : Mise en œuvre de la démarche d'investigation	Arnoux et Vaux Dubois Henry et Lambrecht Ray et al.
Dimanche 5 février 2012 9h – 10h30	Axe 3 : Aspect transversal de la démarche d'investigation	Houdement Gandit et al. Hersant et Orange
Lundi 6 février 2012 9h – 10h30	Axe 1 : Origines et fondements de la démarche d'investigation	Gardes Lebaud et Geudet Grenier Mercier Wozniak
Lundi 6 février 2012 11h – 12h30		
Mardi 7 février 2012 8h30–10h30	Bilan	

Questions générales à propos de la démarche d'investigation adressées à tous les auteurs

- Le travail sur les boîtes flottantes de Chevallard constituerait-il un travail relevant d'une démarche d'investigation ?
- La démarche d'investigation est-elle une démarche systématique que l'on pourrait décrire et formaliser ? Ou s'agit-il plutôt du travail qui est fait lors d'une investigation ? Comme le travail d'un détective ou d'un enquêteur ?
- Quelles sont les spécificités d'une démarche d'investigation ? Y en a-t-il ?

Il semble que DI s'apparente à :

- Ingénierie didactique en TSD (action formulation validation institutionnalisation)
- Modélisation
- Dimension expérimentale

Si oui, alors pourquoi avoir développé un autre concept ? Sinon, apporte-t-elle quelque chose que les autres n'apportent pas ? Ou alors elle est superflue ?

Questions spécifiques posées aux auteurs des communications

AXE 1 – Origines et fondements de la méthode d'investigation

Où et comment le concept de « démarche d'investigation » apparaît-il ? Quelles sont les bases et quels sont les arrière-plans théoriques sur lesquels il se fonde (psychologie, épistémologie, didactique, etc.) ? Quelle place y occupe le traitement ou le questionnement du « réel » ?

Gardes M.-L. – *Démarche d'investigation en théorie des nombres : un exemple avec la conjecture d'Erdős-Straus*

Résumé – Après avoir définie la démarche d'investigation en mathématiques et plus précisément sa dimension expérimentale, nous montrerons en quoi la théorie des nombres offre un champ d'investigation intéressant pour l'enseignement. Nous exposerons ensuite une mise en œuvre d'une dimension expérimentale en classe sur une situation autour de la conjecture d'Erdős-Straus. Enfin, nous développerons deux spécificités de la dimension expérimentale en mathématiques : une articulation entre les objets sensibles et les objets mathématiques et une articulation entre l'apprentissage de compétences heuristiques et l'approfondissement de connaissances sur les objets mathématiques en jeu dans le problème.

- Comment se définit le réel en maths s'il diffère du réel en sciences ? Quelle est la spécificité de chacun ?
- Quelles distinctions peut-on faire entre expérimentation en sciences et expérimentation en maths ? Ou dimension expérimentale en sciences et en maths ?
- En quoi la méthode expérimentale en maths définie par Perrin et par Durand-Guerrier se distingue-t-elle de la méthode expérimentale en science, notamment OHÉRIC ?
- Dimension expérimentale VS démarche d'Investigation ?

Lebaud M.-P. et Gueudet G. – *Démarches d'investigation et collectifs dans la formation des enseignants*

Résumé – De nombreuses formations d'enseignants, visant les démarches d'investigation en mathématiques, ont recours au travail collectif des professeurs. Nous présentons ici une étude des recherches concernant de telles formations dans l'objectif d'approfondir le lien entre démarches d'investigation en classe et collectifs dans la formation des enseignants. Nous interrogeons les types de démarches et les types de collectifs qui interviennent dans les dispositifs étudiés. Nous montrons que des parallèles sont faits entre la formation et la classe, souvent implicitement. Les travaux qui se réfèrent à la notion de communauté d'investigation modélisent et identifient les transferts possibles, de la formation à la classe.

- Quelles acceptions possibles pour le “réel”, les “problèmes ouverts” ?
- Comment penser l'articulation entre l'acquisition de connaissances à travers une démarche d'investigation et l'exercice de la compétence “résolution de problèmes” ?
- Quelles dimensions privilégier dans les “DI formations” pour amener les professeurs à se soucier également du milieu ?

Grenier D.– *La démarche d'investigation dans les situations de recherche pour la classe (SIRC)*

Résumé – Nous présentons une analyse du rôle de la démarche de recherche et de l'activité expérimentale dans nos SiRC, en lien avec la démarche d'investigation telle qu'elle est décrite dans les programmes scolaires français des collèges et lycées et les documents Ressources associés. La démarche d'investigation fait partie intégrante des SiRC. Cependant, l'interprétation de ce terme dans les textes officiels porte des aspects de fermeture qui vont à l'encontre de

l'esprit d'invention nécessaire à la recherche et à l'apprentissage des raisonnements inductif et déductif. J'illustrerai cela par des exemples de documents officiels et des SiRC.

- Est-il possible d'enseigner des parties du savoir du programme sous forme de démarche d'investigation ou bien cela est-il hors de portée ? L'auteur plaide pour une réorganisation didactique globale ; en quoi celle-ci pourrait-elle croiser DI et enseignement d'un programme ?
- L'un des buts assignés aux SiRC est l'entraînement à divers types de raisonnements : inductifs, déductifs, par récurrence, etc. L'auteur reprend, pour la rejeter au nom du constat que « les étudiants ne savent pas faire des mathématiques », la critique faite aux SiRC de postuler l'existence d'un « transfert » que la pratique des SiRC favoriserait. Y a-t-il une évaluation du changement du rapport aux mathématiques scolaires ou universitaires après engagement des élèves dans les SiRC ?
- Donner un exemple de SiRC en montrant ce qu'il amène dans le travail mathématique des élèves

Mercier A. – *Suivre une démarche d'investigation pour enseigner les relatifs, au collège : une proposition pragmatique et une expérimentation, en France*

Résumé – Aucun travail à ce jour n'a pu montrer de métaphore fondamentale pour les relatifs, parce que tous modélisent les nombres comme opérateurs additifs, *sur les relatifs*. Toute construction des relatifs engage donc à noter (provisoirement) une nouvelle addition pour de nouveaux nombres, puis à y renoncer parce que ces nouveaux nombres comprennent les anciens. Rien à y faire, sauf à considérer que les extensions praxémiques devenues routinières peuvent conduire à l'invention d'algorithmes de calcul qui conduiront à une extension théorique dans un mouvement ultérieur. Un mouvement à l'envers donc, de ce que propose la TSD, mais le résultat d'une démarche d'investigation effective.

- Quels sont les éléments caractéristiques d'une démarche d'investigation ?
- Quelles sont les caractéristiques au regard du travail du professeur et au regard du travail des élèves ?

Wozniak F. – *Modélisation et démarche d'investigation*

Résumé – Le texte aborde la question des conditions de la mise en œuvre d'une démarche d'investigation à partir de l'observation de la façon dont un professeur étudie avec des élèves de 10-11 ans un problème de grandeur inaccessible à l'école primaire. Notre cadre d'analyse, la Théorie Anthropologique du Didactique, nous conduit à interpréter l'(in)existence d'une *dialectique des médias et des milieux* comme un critère de (non) mise en œuvre effective d'une démarche d'investigation. L'observation réalisée met à jour les praxéologies muettes de la modélisation comme indice d'un besoin d'infrastructures didactiques et mathématiques.

- L'auteur, dans sa conclusion, insiste sur le manque d'infrastructures (aidant le professeur) pour la mise en œuvre d'une DI dans la classe. Quels sont les manques les plus criants et les infrastructures qu'il faudrait mettre en place ? Est-ce irrémédiable dans la situation actuelle de la formation des enseignants et des contraintes sous lesquelles se déroulent les processus d'étude ?
- Si l'on envisage la possibilité d'une DI à l'extérieur du système éducatif, de quelles conditions faudrait-il disposer pour sa viabilité ?
- La démarche d'investigation suppose-t-elle toujours la modélisation ? Si tout savoir est le produit d'une modélisation, existe-t-il des « degrés » sur lesquels les élèves peuvent passer, ou encore dont le professeur pourrait décider de l'explicitation, même si elle n'est pas entrevue comme problème par les élèves, sans pour autant que cela entrave la possibilité d'une « authentique » démarche d'investigation ? Autrement dit, quelle place pour l'enseignement dans une DI ?

AXE 2 – Mise en œuvre de la démarche d'investigation

Dans quels pays ? Selon quelles modalités ? Dispose-t-on d'exemples de réalisations et si oui, que nous apprennent-ils ? Quelles sont les contraintes pratiques, matérielles et théoriques inhérentes au travail d'investigation du « réel » en classe ?

Morales Ibarra G., Bueno-Ravel, L. – *Démarche d'investigation et modélisation en mathématiques en maternelle : l'exemple du jeu des trésors*

Résumé – L'article vise à identifier des éléments rendant compte d'une démarche d'investigation mise en œuvre par des élèves de maternelle au cours de jeux de création et d'utilisation d'un langage iconique. Les élèves sont amenés, par un processus de modélisation, à représenter une situation en fabricant des outils sémiotiques (listes et désignations) afin d'anticiper des réponses aux questions posées et d'assurer leur réussite. Nous prenons appui sur des données issues d'un historique de l'ingénierie bordelaise le « Jeu des trésors » (Brousseau, 2004) et d'une récente mise en œuvre conduit à Rennes.

- La démarche d'investigation est-elle une démarche structurée et formalisée (selon le texte, elle semble nécessiter un protocole préétabli) ? Pourrait-elle être autrement tout en conservant ses caractéristiques et ses fonctions ?
- Le texte mentionne explicitement qu'il traitera de la question : Quelles sont les contraintes pratiques, matérielles et théoriques inhérentes au travail d'investigation du « réel » en classe ? Il sera donc important de faire ressortir ces éléments lors du colloque.
- Quelles différences entre DI et TSD ? Y a-t-il des éléments présents dans l'une et pas dans l'autre ? En quoi se distinguent-elles ?
- La mise en œuvre d'un processus de modélisation est-il équivalent à la réalisation d'une démarche d'investigation ? Quels sont les liens entre les deux ?
- Quelles différences y a-t-il entre un modèle et un représentant ? Ont-ils les mêmes caractéristiques ? Les mêmes exigences, les mêmes fonctions ? Quel type de relation entretiennent-ils avec le réel ?
- Quels rôles jouent-ils dans la démarche d'investigation ?

Quilio S., Morellato M., Crumière A. – *Obstacles à l'usage du nombre et à l'enquête sur ses propriétés dans l'implantation d'une ingénierie sur la soustraction*

Résumé – L'objectif de cette communication est de montrer quelques obstacles à la reprise et à l'implémentation d'une ingénierie didactique conçu par Guy Brousseau. Pour cela, nous montrerons dans un premier temps les grandes étapes de l'ingénierie didactique sur la soustraction dans une classe de CE1 (élèves de 7 ans, seconde année du primaire), et ensuite nous analyserons une des leçons pour mettre en évidence quelques obstacles à cette implémentation.

- Comment votre cadre théorique (Action Conjointe en Didactique) contribue-t-il à alimenter celui de la démarche d'investigation ?
 - Dans quelle mesure diriez-vous que les contraintes pratiques, matérielles et théoriques auxquelles vous avez été confrontés sont inhérentes au travail d'investigation du « réel » en classe ?
 - En quoi l'ingénierie didactique proposée s'apparente-t-elle à ce que vous définiriez comme une démarche d'investigation ? En quoi s'en distingue-t-elle ?
-

Coppé S. – *Démarche d'investigation et aspects temporels des processus d'apprentissage/enseignement*

Résumé – Nous présentons les premiers résultats d'une recherche en cours dans le cadre du projet européen S-TEAM (Science Teacher Education Advanced Methods) qui vise à étudier l'évolution des pratiques des enseignants vers la mise en place des séances qui permettent aux élèves d'être plus actifs dans leurs apprentissages notamment en utilisant les démarches d'investigation ou des dispositifs proches. Nous souhaitons traiter de la question des liens entre démarche(s) d'investigation et aspects temporels des processus d'apprentissage, et donc d'enseignement. A travers l'analyse du cas d'une professeure filmée pendant les 18 premières séances de l'année en classe de 4^e, nous voulons montrer comment des apprentissages peuvent se réaliser en articulant plusieurs activités liées comprenant des phases de dévolution et d'institutionnalisation.

- En quoi des « problèmes liés », comme les nomme le texte, peuvent-ils constituer la base d'une démarche d'investigation en mathématiques, c'est-à-dire engager les élèves dans une recherche et une enquête ? Quelles analyses mathématique et didactique *a priori* spécifiques pour le terme de démarche d'investigation ?
- Pourquoi le passage à la lettre (l'inconnue x) dans la séance 15 n'est-il pas vécu comme une nécessité éprouvée par les élèves, même si le professeur leur donnera finalement la clé pour leur question, ce qui suppose que les élèves la rencontrent au préalable ? Cela a-t-il été le cas ? Ce qui pose la question de la place des élèves dans la mésogénèse car s'il n'y a pas de question, comment peut-il exister un milieu pour y répondre ?
- Page 9 « on voit bien à travers cette phase comment sa connaissance [celle du professeur] de la situation et de ses buts, au-delà de la situation elle-même, lui permet de gérer au mieux le temps didactique ». Dans *La transposition didactique*, l'avancée du temps didactique est pilotée par le « chronomaître » à travers l'introduction d'objets nouveaux (dialectique ancien-nouveau). Est-ce encore le « chronomaître », à partir de l'introduction d'objets nouveaux dans une démarche d'investigation, qui fait avancer le temps didactique ? Et sinon qui et comment ?
- Qu'apporte la TACD et qui manque à la TAD ?

Burgermesiter P.-F. – *La posture du héron crabier*

Résumé – Nous présentons une situation d'investigation organisée autour de la *formule de Héron* et dont l'objectif est d'initier des élèves de lycée à l'emploi de la *dimension fonctionnelle* des formules géométriques. Nous décrivons et discutons le déroulement de deux séances expérimentales réalisées sur la base de cette situation avec des élèves de 3^{ème} année du Collège de Genève (17-18 ans) avant de dégager les perspectives possibles de ce premier travail en vue d'un renforcement plus consistant de la dimension fonctionnelle dans les pratiques scolaires.

- Pourquoi l'auteur, se référant à la modélisation proposée en TAD pour les ostensifs, adjoint-il aux fonctions sémiotiques et instrumentales d'une formule de géométrie une fonction supplémentaire, celle d'être procédurale ? Qu'entend l'auteur par « procédure » quand la TAD décrit plutôt des techniques mathématiques qui se déploient grâce à des dispositifs que l'on active grâce à des outils (ostensifs) sous le contrôle de non-ostensifs (des notions) ?
- Dans sa conclusion, intitulée « Perspectives », l'auteur énonce que l'objectif visé « est bien à la portée du groupe classe ». Or, la proposition d'une formule proche de celle de Héron vient d'un élève qui l'a déjà rencontrée « dans son parcours antérieur ». Qu'advierait-il dans le cas d'une classe où ce type d'élèves est absent, c'est-à-dire quel est le niveau de reproductibilité de cette situation d'investigation ?
- L'auteur, toujours en conclusion, indique qu'il souhaite « construire d'autres situations d'investigation ». Quels enseignements utiles à l'atteinte de cet objectif tire-t-il de l'expérience menée sur la formule de Héron ? Quelles constantes voit-il pour la

construction de démarches d'investigation, au-delà de la variété des objets mathématiques abordés ? Dans ce sens, peut-il nous en dire davantage sur les supports mathématiques envisagés pour son projet ?

- Comment l'auteur envisagerait-il une démonstration de la formule de Héron sous forme de démarche d'investigation, sa conjecture ayant été établie ?

Ligozat F. – *La démarche d'investigation dans les moyens d'enseignement suisse-romands pour les mathématiques ? Modéliser les conditions didactique de l'enquête*

Résumé – Cette contribution se propose de montrer en quoi certaines activités proposées dans les Moyens d'Enseignement suisse-romands pour les mathématiques à l'école primaire peuvent relever d'une démarche d'investigation dans le cadre de cette discipline. Dans un premier temps nous explicitons notre cadre conceptuel pour penser l'enquête comme moyen de construction de connaissance en général, puis nous formulons les spécificités de la démarche d'enquête sous conditions didactiques. Sur la base d'une activité de modélisation sélectionnée dans les Moyens d'enseignement romands pour les mathématiques (mesure, grade 4), nous analysons les contraintes et les possibles liées à la mise en place qu'une démarche d'investigation à partir des ressources fournies à l'enseignant.

- L'auteure fait référence aux domaines d'expérience (Boero, 2011) : l'activité proposée porte sur une « des situations pratiques qui relèveraient de l'expérience disponible de l'élève (au sens de Boero, 2011) dans lesquelles il pourrait voir un intérêt proche de ses préoccupations de la vie quotidienne ». Est-ce que l'auteure trouve que la théorie des domaines d'expérience peut servir de cadre à la DI ? Est-il nécessaire d'engager les élèves dans des situations qui relèvent de leur expérience disponible ? En outre, est-il nécessaire de proposer des situations de modélisation ?
- Dans la théorie des domaines d'expérience, l'expérience disponible des enseignants est prise en compte : est-ce que ce point de vue se lie au fait, observé par Ligozat, qu'il y a des implicites à dévoiler et négocier pour rendre l'activité une véritable DI ?
- Est-ce que l'auteure pourrait développer un peu le rôle de l'enseignant dans la DI ?

Arnoux P. et Vaux L. – *Recherche en mathématiques pour les élèves du secondaire : l'exemple des stages Hippocampe*

Résumé – On présente le mode de fonctionnement des stages Hippocampe. Ce sont des stages de recherche sur 3 jours consécutifs, pour des lycéens ou collégiens, encadrés par des enseignants-chercheurs et des doctorants. Ils se déroulent à l'IREM d'Aix-Marseille depuis juin 2005.

- Quels pourraient être les critères d'évaluation de l'impact de ces stages ?
- Comment les justifier ? Avec quels outils méthodologiques ? Y a-t-il, en particulier, des biais potentiels qui risquent de fausser une telle évaluation ?
- Y a-t-il des perspectives pour accroître les retombées de tels stages dans l'institution scolaire ?
- Quelle est la part d'autonomie des élèves dans l'investigation du sujet, sachant que le mathématicien expose la majeure partie du problème ?

Dubois I. – *Démarche d'investigation en mathématiques : l'exemple des ateliers MATH.en.JEANS*

Résumé – Après avoir présenté l'association MATH.en.JEANS et ses activités, nous expliquons le principe et l'organisation des ateliers MATH.en.JEANS. Ces ateliers scientifiques permettent à des groupes d'élèves de tout niveau scolaire de mener des recherches en mathématiques. Nous mettons ensuite en évidence les différentes caractéristiques de ces ateliers favorisant la mise en œuvre d'une véritable démarche d'investigation en mathématiques. Nous terminons par la présentation de quelques exemples issus d'ateliers que nous avons encadrés.

- La “définition” de démarche de découverte qui se trouve dans les programmes est-elle la définition propre du concept ?
- Ou bien, faudrait-il une définition plus complexe pour mieux définir la démarche d'investigation par rapport à toute résolution de problèmes ?
- Quelles sont les véritables caractéristiques d'une démarche d'investigation ? Sont-elles des caractéristiques portant sur le contenu, sur le rôle du prof, sur le travail des élèves ?
- Il serait aussi intéressant de discuter le rapport entre le rôle du prof et le rôle du mathématicien.

Henry V., Lambrecht P. – *Apprentissage de la proportionnalité par la confrontation à la non-proportionnalité via des manipulations*

Résumé – L'activité dont il est question dans cet article propose d'intégrer des manipulations dans l'étude de la proportionnalité et de confronter une situation proportionnelle à une autre qui ne l'est pas. L'ingénierie proposée a l'espoir non seulement d'améliorer l'apprentissage de cette matière et ce, à long terme, mais également d'avoir un apport positif quant à la réflexion des élèves face à des questions mobilisant principalement le sens commun. Le protocole d'expérimentation complet (pré-tests, post-tests, séquences d'apprentissage, *classes-témoins* et *classes-tests*) ainsi que les premiers résultats sont développés dans cet article.

- Pouvez-vous développer l'ensemble des résultats annoncés ?
- Qu'est-ce qui justifie ici le choix d'une méthodologie de validation externe alors que les ingénieries didactiques sont, elles, des méthodologies de recherche basées essentiellement sur un mode de validation interne ?
- Pourriez-vous approfondir le choix de vos variables didactiques et leur impact sur les stratégies possibles des élèves ? En particulier, il faudrait analyser davantage les usages possibles des ostensifs utilisés, par exemple en termes de rapports externes ou internes liés aux tableaux, ou encore d'écriture d'ostensifs algébriques.
- En quoi les situations de non-proportionnalité font-elles milieu (au sens de Brousseau) pour l'apprentissage de la proportionnalité ?

Ray B., Azziz S., Couderc G., Durand-Guerrier V., Saumade H., Sauter M., Virduci S., Yvain S. – *Recherche collaborative et démarche d'investigation : des mathématiques pour appréhender le réel*

Résumé – Les programmes officiels français du primaire et du secondaire mettent en avant l'importance de la démarche d'investigation, qui a cependant du mal à trouver sa place dans les pratiques ordinaires. Au sein du groupe ResCo de l'IREM de Montpellier, nous avons choisi d'intégrer ces démarches dans un travail collaboratif, autour de problèmes mathématiques appliqués au réel. Nous présentons tout d'abord rapidement la place de la démarche d'investigation dans les programmes français de l'école primaire, du collège et du lycée. Dans un deuxième temps, nous décrivons le dispositif de résolution collaborative de problèmes que nous avons développé.

- Au sein de la DI que vous proposez, quels sont les résultats relevant d'une analyse didactique ?
- Quels sont les outils conceptuels et méthodologiques que vous privilégiez pour une analyse didactique ?

AXE 3 – Aspect transversal de la démarche d'investigation

En quoi et pourquoi le concept se décline-t-il différemment, ou non, en mathématiques et dans d'autres disciplines dites scientifiques (physique, chimie, biologie, géologie, technologie, etc.) ? Comment se distingue-t-il de celui de résolution de problème ? Comment les questions de validations sont-elles réglées selon les disciplines en jeu ? Pourrait-on mettre en relation la démarche d'investigation avec l'approche par compétences, si oui comment, si non en quoi se distinguent-elles ?

Houdement C. – *Démarche expérimentale en résolution de problème ?*

Résumé – Deux questions sont soulevées dans cette contribution. (1) Est-il possible de tirer des fils conducteurs communs et en contrepartie de dégager des spécificités entre démarches d'enseignement des sciences, notamment entre mathématiques et autres sciences ? Ces fils seraient en particulier bienvenus pour une culture didactique scientifique des professeurs polyvalents. (2) Les démarches personnelles des élèves dans la résolution des questions mathématiques peuvent-elles ressembler à ce qu'ils font dans les sciences autres que les mathématiques ? Ce serait un pas vers la définition d'éléments minimaux d'intégration d'une culture scientifique chez des élèves de primaire.

- L'auteur met en évidence des spécificités de la démarche expérimentale en maths VS en sciences ; cette démarche étant vue comme une des organisations possibles pour la phase de la démarche d'investigation visant à tester les hypothèses et conduire à des résultats exploitables. Y a-t-il des spécificités relevant des autres phases de la DI : transformation de la situation de départ en problème ; passage du problème en hypothèse à tester ; confrontation des résultats obtenus aux hypothèses ; synthèse ; confrontation au savoir savant ?
- Comment les types de contrôles décrits (sémantique, pragmatique et syntaxique) interviennent-ils dans la DI ? À quelle phase sont-ils mobilisés ? Pourrait-on les retrouver aussi pour des validations en sciences ?

Gandit M., Triquet E., Gillaud J.-C. – *Des représentations sur les démarches d'investigation aux pratiques de classe : le cas d'enseignants débutants en mathématiques et en sciences expérimentales*

Résumé – La recherche s'inscrit dans le cadre du projet européen S-TEAM (Science Teacher Education Advanced Methods) (Grangeat 2011) et porte sur des enseignants débutants, au regard des démarches d'investigation, en mathématiques, sciences de la vie et de la Terre et en sciences physiques et chimiques. Le premier volet est consacré à l'évolution des représentations de ces enseignants relativement à l'épistémologie, l'enseignement et l'apprentissage de leur discipline, à la suite d'une formation centrée sur les démarches d'investigation. L'objet du second volet est l'analyse de la mise en œuvre de démarches d'investigation par des enseignants débutants dans leur classe.

- Dans quelle mesure la mise en place d'une démarche d'investigation dépend-elle des représentations des enseignants ? Comment prendre en compte ce facteur ? Dans quel sens la démarche d'investigation a-t-elle des potentialités en tant que stratégie pour la formation des enseignants ?
- Dans la deuxième partie de l'article, les auteurs analysent des séances d'investigation mises en place par des profs de mathématiques et de sciences. Cela peut amener à une réflexion sur les potentialités et les caractéristiques des démarches d'investigation dans les différentes disciplines.
- Quelles caractéristiques sont communes aux sciences ? Lesquelles sont spécifiques aux maths ?
- Les auteurs distinguent entre notions et savoirs « transversaux » (ex. formuler une conjecture) ; évidemment, les savoirs transversaux sont fondamentaux dans une démarche d'investigation. Peut-on dire qu'il s'agit des savoirs les plus importants à viser

dans une démarche d'investigation ? Ou, au contraire, s'agit-il de savoirs préalables à la démarche ?

- Comment « former » les enseignants à une bonne mise en place des démarches ?

Hersant M., Orange-Ravachol D. – *La démarche d'investigation, les mathématiques et les SVT : des problèmes de démarcation aux raisons d'une union*

Résumé – En France, les programmes d'enseignements récents de mathématiques, de sciences et de technologie promeuvent l'engagement des élèves de l'école et du collège dans des démarches d'investigation contribuant à l'appropriation de compétences communes. Comment est-il possible qu'une même démarche réunisse à la fois les mathématiques et les sciences ? Notre communication montre que les différences entre les disciplines pointées par l'institution (l'expérimentation, les modalités de validation) font problème. Elle étudie la possibilité de réunir ces disciplines en considérant la construction des savoirs qu'elles opèrent comme des problématisations.

- En mathématiques, a-t-on évalué ce qu'apprennent les élèves au cours du problème « pas 3 points alignés » ? Est-il possible de transposer cette démarche à des contenus de savoir du programme de l'école primaire, comme cela a l'air d'être le cas pour l'exemple donné en SVT ? Si oui comment, si non pourquoi ?
- Pouvez-vous développer davantage la théorisation sous forme de la dialectique registre empirique – registre des nécessités ? En quoi cette modélisation pourrait-elle constituer une théorisation pour la démarche d'investigation ? Comment s'articulent les présupposés empiristes-pragmatiques qui accompagnent l'Inquiry based science éducation issue d'une tradition philosophico-pédagogique américaine avec le rationalisme et le constructivisme bachelardiens ?

Document préparé par l'équipe de coordination du GT10 : Yves Matheron, Francesca Morselli, Sophie René de Cotret, Maggy Schneider.