RÔLE DU TRAVAIL SUR LA COVARIATION DANS L'APPRENTISSAGE DU CONCEPT DE FONCTION

Valériane Passaro-Université de Montréal-Montréal (Canada)
Recherche dirigée par Sophie René De Cotret (Université de Montréal) et Louis Charbonneau (Université du Québec à Montréal)

Problématique

Les élèves rencontrent des **difficultés lors de l'apprentissage du concept de fonction**.
Leur compréhension est caractérisée par des connaissances principalement procédurales, compartimentées et non-organisées.
Il en découle une **difficulté importante à résoudre des problèmes** non-routiniers.

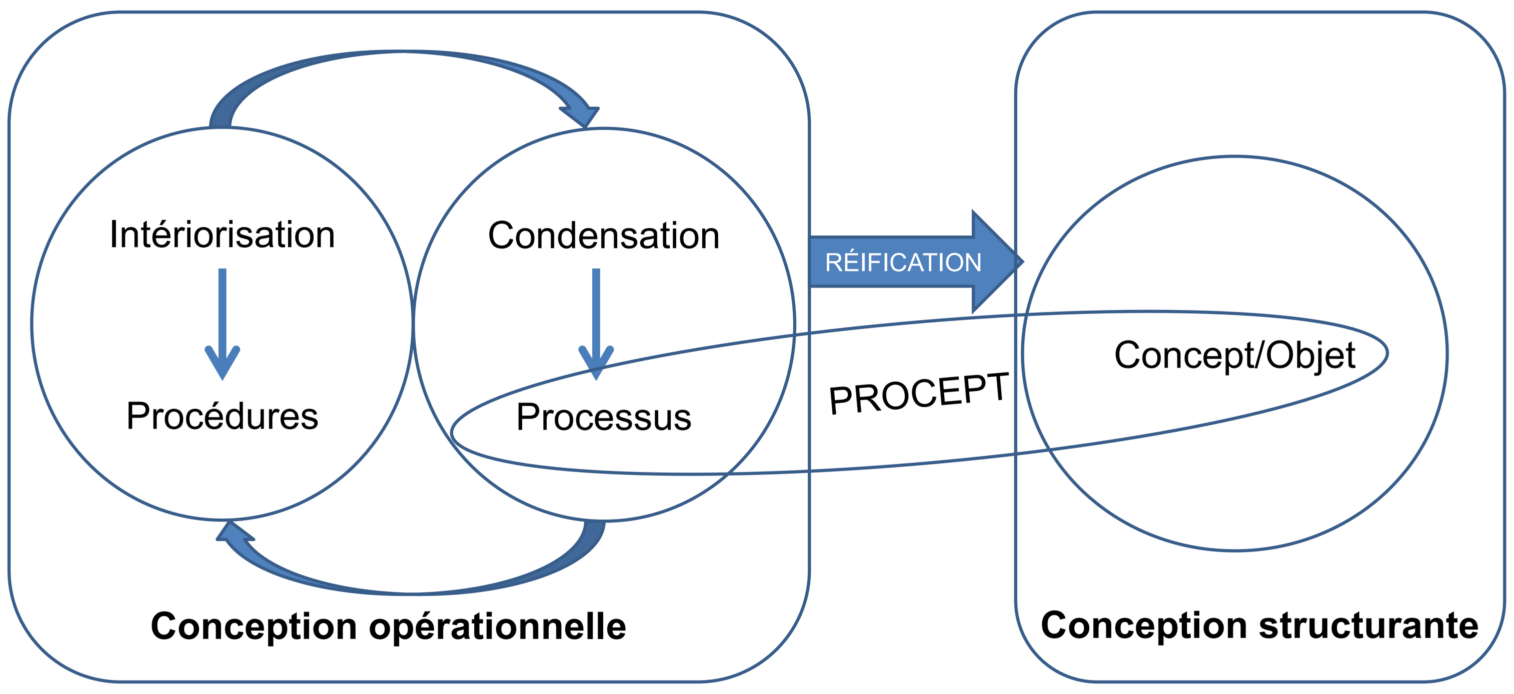
Que signifie comprendre le concept de fonction ?

Sfard (1991)

Une notion mathématique doit être considérée comme complètement développée **seulement si elle peut être conçue à la fois opérationnellement et structurellement.**

Gray et Tall (1994)

Le « processus » désigne la représentation cognitive d'une opération mathématique, alors que la « procédure » désigne un algorithme spécifique exécutant un processus.
Le terme « Procept » est utilisé pour désigner à la fois le processus et le concept tous deux représentés par le même symbole.



Il y a plusieurs façons de comprendre un concept mathématique. Les caractéristiques de la compréhension des élèves décrites précédemment sont celles d'une conception opérationnelle.
La question qui se pose alors est :
comment s'opère la réification du concept de fonction ?

Brousseau (1986, p.73)

« Admettons que le sens d'une connaissance provient en bonne partie du fait que l'élève acquiert celle-ci en s'adaptant aux situations didactiques qui lui sont proposées (dévolues). Nous admettrons aussi qu'il existe, pour toute connaissance, **une famille de situations susceptible de lui donner un sens correct**.»

Skemp (1986, p.21)

La compréhension relationnelle c'est lorsqu'on sait à la fois **quoi faire et pourquoi**. La compréhension instrumentale correspond aux « règles sans raison ».
« A concept therefore requires for its formation a number of experiences which have **something in common**. »

Sierpinska (1992)

Le **sens** de la fonction dépend de son application. La définition présente des éléments qui ne prennent leur sens que lorsqu'on les interprète dans un contexte donné.

Comprendre c'est donner du **sens**, c'est savoir quoi faire et pourquoi. Le sens dépend, entre autres, du **contexte** dans lequel le concept est utilisé.

Perspective des curriculums

Dans les curriculums au Québec, en France et aux États-Unis, le travail sur la **fonction** débouche sur celui de la **dérivée**.

Perspective historique

1) Domaines d'application de la fonction (Biehler, 2005) :

- Études des courbes
- Étude du mouvement

2) L'identification du concept de fonction a été motivée par les problèmes de **différentiation** laquelle repose sur une **vision dynamique de la fonction**. (Charbonneau, 1987)

Analyse didactique

Deux regards sur la fonction se complètent (Confrey & Smith, 1995 ; Vollrath, 1989) :

- Statique (correspondance)
- Dynamique (covariation)

Dans l'optique du passage au **calcul différentiel**, il faut mettre l'accent sur l'aspect **dynamique** de la fonction et donc sur travail de la **covariation**. Le sens de la fonction développé est celui lié à l'étude du mouvement.

Selon nous, le **raisonnement covariationnel** contribue à la réification du concept de fonction et il est à la base du travail sur la dérivée.

But de la recherche

Explorer le développement du raisonnement covariationnel chez les élèves en apprentissage du concept de fonction (15 à 18 ans)

Cadre théorique

Définitions :

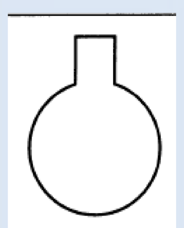
- La **covariation** c'est la variation concomitante de deux grandeurs.
- Le **raisonnement covariationnel** correspond à l'ensemble des activités cognitives sollicitées lors de la coordination de la variation de deux quantités dans la perspective où on s'intéresse au type de relation entretenue par celles-ci. (Carlson et al., 2002)

Résultats des recherches précédemment effectuées sur le sujet

- Passaro, 2007 : Les représentations spontanées (ou fonctionnelles) produites par des élèves du 1er cycle du secondaire (13-14 ans) lors du travail sur la covariation ont mis en évidence la difficulté à percevoir la variation simultanée de deux grandeurs et à représenter celle-ci visuellement.
- Hitt, Gonzales et Morasse, 2008 : La modélisation de situations de covariation à l'aide de la manipulation a joué le rôle de pont entre les représentations spontanées (ou fonctionnelles) d'élèves de la première année du 2ème cycle du secondaire (14-15 ans) et la représentation graphique conventionnelle.
- Carlson et al., 2002 ont identifié des niveaux de développement du raisonnement covariationnel (nous les avons illustrés à l'aide d'un exemple)

Problème de la bouteille

Imaginez la bouteille représentée ci-contre se remplir avec de l'eau. Esquissez le graphique de la hauteur de l'eau dans la bouteille en fonction du volume d'eau.



Niveau	Description	Exemple : le problème de la bouteille
1	Identification des deux variables (grandeurs) et considération du lien de dépendance entre celles-ci	On peut dire que lorsque le volume varie, la hauteur varie.
2	Détermination de la direction du changement, augmentation ou diminution	On peut préciser que lorsque le volume augmente, la hauteur augmente.
3	Intérêt pour la qualification de la variation	Au départ, lorsque le volume augmente, la hauteur augmente de moins en moins.
4	Détermination de la variation, « comment ça change »	Au départ, pour des accroissements constants du volume, les accroissements de la hauteur sont de plus en plus petits.
5	Raffinement de l'étude de la variation	Pour un accroissement infiniment petit du volume, on obtient le taux de variation instantané de la hauteur.

Observations menant à l'émergence de notre questionnement

- Carlson est al. se sont intéressés à des étudiants de niveau collège et université (18 ans et plus). Ils ont principalement mis en évidence les lacunes de ces étudiants en adoptant une approche évaluative. Ils préconisent le développement du raisonnement covariationnel, **mais sans préciser exactement comment**.
- Passaro, Hitt, Gonzales et Morasse ont fait travailler des élèves sur des situations de covariation, **mais n'ont pas procédé à une analyse du raisonnement covariationnel, ni à l'analyse des variables didactiques favorisant le développement de ce raisonnement chez les élèves du secondaire**.

Questions de recherche

Comment se développe la pensée covariationnelle, plus précisément :

- Quelles sont les caractéristiques du raisonnement covariationnel développé par des élèves de la fin du secondaire et du début du collégial (15-18 ans) ?
- Quelles sont les caractéristiques des situations-problèmes qui permettent de développer le raisonnement covariationnel ?

Éléments de méthodologie

- Expérimentation auprès de trois groupes de 4 élèves (deux groupes au 2ème cycle du secondaire (15-16 ans et 16-17 ans) et un groupe au collégial (17-18 ans))
- Travail sur 5 situations-problèmes portant sur l'étude de la covariation (en équipe et hors de la classe)
- Collecte de données : vidéos du travail en équipe, journal de bord individuel et entrevues individuelles
- Analyse des données : mise en évidence des raisonnements mobilisés par les élèves, comparaison avec les niveaux de Carlson et al. (2002), comparaison des groupes selon le niveau scolaire, mise en évidence des caractéristiques des situations-problèmes en lien avec les raisonnements mobilisés.

Université de Montréal

Cette recherche est financée par le
Conseil de recherches en sciences humaines.

Conseil de recherches en sciences humaines du Canada
Social Sciences and Humanities Research Council of Canada
Canada