

## BILAN DU PROJET SPECIAL N°2

## TRANSITIONS DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Responsables

Julie HOROKS\* – Ouahiba CHERIKH\*\* – Analia BERGE\*\*\*

Correspondante CS

Stéphanie BRIDOUX\*\*\*\*

Le projet spécial n°2, portant sur les transitions dans l'enseignement des mathématiques, a disposé de 3 séances pendant laquelle 5 textes ont été discutés. Les présentations, et les discussions qui les ont suivies, ont été organisées selon le niveau scolaire de la transition : école-collège, collège-lycée ou lycée-enseignement supérieur (université ou classes préparatoires), avec une grande diversité des contenus mathématiques et des cadres théoriques utilisés. La plupart des présentations se sont penchées sur la caractérisation des phénomènes de transition, à travers les difficultés rencontrées par les élèves ou étudiants. La dernière séance de bilan a permis de discuter plus globalement de ces transitions et de tenter de faire des liens entre les outils mobilisés pour leur analyse dans les différents textes.

## I. THEMATIQUE ABORDEE DANS LE PROJET SPECIAL

Les transitions dans l'enseignement des mathématiques réfèrent tant aux changements institutionnels et culturels entre différents ordres d'enseignement (par exemple du primaire au secondaire ou du secondaire au supérieur) qu'aux sauts conceptuels qui peuvent se produire à l'intérieur ou non d'un même ordre entre domaines mathématiques (de l'arithmétique à l'algèbre, des nombres naturels aux nombres rationnels, du calcul à l'analyse, de la géométrie perceptive à la géométrie instrumentée ou déductive ...).

1. *La question des transitions dans les précédents colloque EMF*

Des questions liées aux transitions en mathématiques ont été abordées lors des rencontres internationales EMF depuis 2003 sous différents angles : didactique, institutionnel, culturel, social et épistémologique, tel que documenté dans les synthèses des groupes de travail sur le thème. On retrouve des travaux autour des transitions scolaires en général, par exemple chez Durand-Guerrier (2003); la transition secondaire/postsecondaire a été traitée, entre autres questions liées à l'enseignement des mathématiques au niveau postsecondaire, par Bloch, Tanguay et Kientega (2006) et par Azrou, Tanguay et Vandebrouck (2009). Il a été question du rôle des mathématiques dans les transitions institutionnelles en Gueudet, Khaloufi et Marc

---

\* Université Paris Est Créteil – France – julie.horoks@u-pec.fr

\*\* USTHB – Algérie – ouahiba\_cherikh@yahoo.fr

\*\*\* Université du Québec à Rimouski – Canada – analia\_berge@uqar.ca

\*\*\*\* Université de Mons – Belgique – stephanie.bridoux@umons.ac.be

(2012) et, spécifiquement, les transitions dans l'enseignement des mathématiques ont fait l'objet d'un projet spécial lors du dernier EMF (Vandebrouck, Corriveau et Cherikh, 2015), qui avait en particulier soulevé la question de la formation des enseignants pour mieux tenir compte des problèmes de transitions. Tous ces groupes se sont intéressés, d'une manière ou d'une autre, à la compréhension des difficultés des apprenants et des enseignants lors des transitions et à la recherche de moyens de réduire lesdites difficultés.

### 2. *Les transitions institutionnelles en lien avec le système éducatif de chaque pays*

Quelques phénomènes liés aux transitions sont propres aux institutions d'enseignement de chaque pays, et la connaissance du système éducatif est nécessaire pour comprendre ce qui peut se jouer de part et d'autre de la transition. Du point de vue institutionnel, il faudrait alors tenir compte des éléments qui peuvent avoir une influence sur les écarts entre deux ordres tels le découpage réalisé par les programmes scolaires, la présence d'examens de passage (s'il y en a), la comparaison des formations initiales des enseignants des deux ordres différents et la possibilité de mettre en place des dispositifs pour favoriser un travail commun entre eux. Les transitions institutionnelles entraînent nécessairement des questions relatives aux approches d'enseignement, aux visées des institutions, aux rôles des apprenants et des enseignants; mais aussi, comme pour les transitions conceptuelles, à l'évolution des contenus et aux changements de contrat didactique. On pourrait considérer tout changement de contrat didactique, qu'il soit du fait des enseignants ou intrinsèque aux contenus mathématiques, comme une transition potentiellement difficile pour les élèves.

### 3. *Les questions soulevées a priori sur les transitions*

Les questions guidant le travail de ce projet spécial, qu'elles soient à visée de recherche ou de formation, pouvaient s'articuler autour de différents axes.

Les contenus mathématiques travaillés sont tout d'abord des éléments clé pour analyser ce qui se passe de part et d'autre d'une transition donnée. Pour une même notion, quelles différences dans les tâches proposées aux élèves et étudiants, et dans les procédures attendues d'eux pour chaque niveau ? Quelles différences par rapport aux justifications, aux définitions et aux représentations déployées ? Quels changements sont ainsi observés dans la façon de faire des mathématiques ?

En ce qui concerne les enseignants, nous pouvons questionner les différences dans les pratiques de part et d'autre de la transition, au-delà des choix de tâches. Qu'est-ce ce qui est laissé à l'initiative des élèves ? De quelle façon leurs connaissances sont-elles évaluées ? Quelle est la place donnée au savoir dans le cours ? Quelles pistes peuvent en découler de la prise en compte de ces différences éventuelles, pour la formation des enseignants tant initiale que continue ?

Enfin, du côté des apprenants, nous pouvons questionner leurs difficultés pour un contenu mathématique particulier et l'évolution de leur rapport aux mathématiques et à leur apprentissage lors des transitions.

La question de la collaboration entre les disciplines et de l'interdisciplinarité faisait partie de la thématique d'EMF2018, et aurait pu nourrir cette réflexion sur la transition. Cependant les propositions de textes faites dans le projet spécial n°2 n'ont concerné que les mathématiques, et n'ont donc pas permis d'aborder ces questions, qui demeurent. L'articulation entre les disciplines peut-elle être utilisée comme un levier pour mieux appréhender les difficultés mises en évidence dans une transition? Cette question paraît spécialement pertinente au niveau de la transition primaire- secondaire, où, dans la plupart des

pays, les enseignements des différentes disciplines, assurés en primaire par la même personne, sont ensuite assurés par des personnes différentes.

## II. LES CONTRIBUTIONS DU PROJET SPECIAL N°2

### 1. *La variété des contributions du projet Spécial n°2*

Le projet spécial n°2 a reçu 5 contributions qui couvraient l'ensemble des transitions des différents niveaux scolaires, de l'école élémentaire jusqu'à l'université. La diversité de ces contributions est synthétisée dans le tableau 1.

Les thématiques mathématiques abordées pour analyser ces contenus étaient diverses elles aussi : enseignement de la géométrie (transition école-collège ou collège-lycée), des fractions (transition école-collège) ou de notions fonctionnelles (équations de droites entre collège et lycée ou application dans un espace vectoriel entre lycée et classes préparatoires).

Auteurs	Transition	Contenu mathématique	Cadre théorique
Blanquart	Ecole-collège	Géométrie	TSD
Coulange & Train	Ecole-collège	Fractions	TSD
Horoks & Chesnais	Collège-lycée	Équation de droite	Double Approche
Mrabet	Collège-lycée	Géométrie	TAD
Najar	Lycée-enseignement supérieur	Espaces vectoriels	TAD

*Tableau 1 – Contributions du projet spécial n°2*

### 2. *Les données analysées*

Ces différentes contributions se sont penchées sur les difficultés des élèves dans ces transitions, sur ces contenus particuliers, à travers différents types de données. Des éléments d'analyse épistémologique, mobilisant des outils spécifiques des contenus considérés (paradigmes géométriques, distinction dessin-figure, taille de l'espace, différents types de géométrie, par exemple, pour les contributions portant sur ce thème), ou d'autres plus transversaux (registres de représentation sémiotiques), sont proposés dans ces contributions.

L'analyse de tests passés par des élèves (sur les équations de droites entre le collège et le lycée en France, sur les notions de d'injection et de surjection dans le contexte des morphismes d'espaces vectoriels de matrices entre le lycée et les classes préparatoires en Tunisie, ou encore sur le théorème de Thalès énoncé avec des distances ou avec des vecteurs en France et en Tunisie) permet de mettre en évidence certaines difficultés des élèves. On peut noter en particulier des lacunes des élèves liées aux niveaux inférieurs de la transition, qui persistent en aval de la transition, sans toujours être retravaillées par l'enseignant. On peut voir aussi des difficultés des élèves ou étudiants à transférer des connaissances acquises, à d'autres contextes non encore abordés, ce qui questionne la disponibilité de ces connaissances.

L'analyse des programmes et manuels permet elle aussi de comparer les enseignements potentiels des deux niveaux d'une transition. Les différentes définitions possibles des objets sont pointées (pour les fractions dans le texte de Coulange & Train) de même que leurs différentes représentations (pour les fonctions et équations de droites dans le texte de Horoks et Chesnais, pour le théorème de Thalès dans le texte de Mrabet), pour signaler des écarts entre les deux niveaux de la transition. La mise en œuvre d'outils pour analyser chaque tâche ainsi que l'ensemble des tâches proposées aux apprenants (*niveaux de fonctionnement des*

*connaissances* des élèves dans le texte de Horoks & Chesnais, *degré de complétude d'une praxéologie mathématique locale* dans le texte de Najjar), ou encore pour caractériser la désignation, symbolique ou discursive, des objets dans différents registres de représentation sémiotique (pour la notion de fonction dans le texte de Horoks & Chesnais, ou les fractions et décimaux, avec les *unités de numération* dans le texte de Coulange & Train), permet une analyse fine des contenus d'enseignement potentiellement proposés, pour pointer des différences, non toujours perçues par les enseignants.

Enfin, l'analyse de séances réelles de classe, à travers des observations ou des vidéos, permet de comparer les enseignements mis en œuvre. L'analyse des interactions entre les enseignants et les élèves, lors de moment de résolution de tâches sur les fractions (dans le texte de Coulange & Train) ou lors de l'institutionnalisation des savoirs (plus ou moins en appui sur les raisonnements des élèves dans le texte de Blanquart-Henry) permet de voir quelles initiatives sont laissées aux élèves sur les tâches proposées (en perspective dans le texte de Horoks & Chesnais), et comment les savoirs mathématiques sont rendus plus ou moins visibles pour les élèves. Des questionnaires adressés aux enseignants de chaque niveau (dans le texte de Mrabet) permettent de voir de quelles façons ceux-ci anticipent les procédures et difficultés de leurs élèves.

### 3. *Les outils construits pour les analyses*

Les contributions du projet spécial n°2 ont exposé des outils d'analyse variés, que l'on retrouve utilisés dans plusieurs des textes, et semblent donc pertinents pour analyser les phénomènes de transition entre niveaux scolaires.

Le cadre de travail et les registres de représentation, et leur variété pour certaines notions mathématiques, jouent un rôle important dans les disparités possibles (voire avérées) dans l'enseignement d'une même notion aux deux niveaux de la transition. Les types de tâches proposés aux élèves, dont la variété et la complexité peuvent être décrits avec divers outils (adaptations et niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, place du travail de la technique), permettent aussi de rendre compte d'un enrichissement parfois important de ce qui est traité au niveau supérieur de la transition.

La place des connaissances plus anciennes, et le temps passé par le programme, les manuels et les enseignants à reprendre, ou non, les prérequis nécessaires pour aborder de nouvelles notions, a une influence lui aussi dans les difficultés des élèves. La façon dont est rendu visible l'arrière-plan théorique, à travers les définitions données, les justifications attendues, et le discours technologico-théorique de l'enseignant, peut varier fortement d'un niveau à l'autre, avec des statuts différents pour les objets mathématiques considérés et leurs propriétés, des arguments de preuves et de raisonnement et des paradigmes valides ou non à un niveau donné. Enfin, c'est le contrat didactique à chacun des deux niveaux de la transition que cela questionne, et les négociations nécessaires pour les changements de contrat qui interviennent implicitement dans la transition.

## III. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Tous les outils d'analyse développés ici sont des moyens pour pointer les éléments qui pourraient poser problèmes aux apprenants et enseignants dans les transitions, pour des niveaux et contenus variés. La question qui reste en suspens à l'issue des travaux du groupe spécial n°2 pour cette édition 2018 d'EMF, est celle de l'utilisation de ces outils comme des leviers pour proposer des solutions à ces problèmes de transition.

Pour une prochaine réunion du projet spécial, de nouvelles questions sont envisagées, en particulier autour de la façon dont les institutions favorisent des ruptures ou continuités dans l'enseignement. Quelle construction du curriculum est réalisée dans nos différents pays ? Quels ajustements nous paraissent nécessaires dans les programmes pour tenir compte de la diversité des points de vue sur un même contenu mathématiques ? Quelle orientation des élèves, avec quelle prise en compte des prérequis, et à quel moment de leur cursus ? Quelle explicitation aux élèves des enjeux des transitions ?

En ce qui concerne les enseignants et leur formation initiale ou continue, il serait intéressant d'envisager des recherches ou compte-rendu d'expérience sur des groupes de travail mis en place pour faciliter ces transitions. L'étude des pratiques ordinaires des enseignants, du contrat didactique qu'ils mettent en place dans leurs classes, compte tenu des contraintes du métier auxquelles ils sont soumis dans chacune de ces institutions, n'a pas été beaucoup développée dans le groupe spécial, malgré l'intérêt que de telles analyses pourraient avoir pour la question des transitions.

Enfin, certaines transitions n'ont pas été évoquées ni explorées par nos recherches : les transitions langagières pour les élèves dont l'enseignement est pratiqué dans deux langues différentes suivant les disciplines, ou encore celles entre enseignement général et formation professionnelle. La question de la transition entre disciplines est peut-être elle aussi à creuser : pour un même contenu enseigné dans différentes disciplines, quelle trans(pos)ition ?

#### REFERENCES

- Azrou, N., Tanguay, D. et Vandebrouck, F. (2010). Synthèse du Thème 7. Enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et supérieur. Dans A. Kuzniak, M. Sokhna (Dir.) Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation. Actes du 4e colloque Espace Mathématique Francophone. Revue Internationale Francophone, Numéro Spécial, 950-959.
- Bloch, I., Kientega, G. et Tanguay, D. (2006). Synthèse du Thème 6. Transition secondaire, post-secondaire en mathématiques. Dans N. Bednarz (Dir.), Actes du 3e colloque international Espace Mathématique Francophone : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés (CD-ROM). Sherbrooke: Université de Sherbrooke.
- Durand-Guerrier, V. (2003). Synthèse du Thème 5. Transitions institutionnelles. Dans H. Samida (Dir.), Actes du 2e colloque international Espace Mathématique Francophone (CD-Rom). Tozeur : Commission Tunisienne pour l'Enseignement des Mathématiques et Association Tunisienne des Sciences Mathématiques.
- Gueudet G., Khaloufi F. et Marc V. (2012). Évaluation, compétences et orientation dans les transitions scolaires: rôle des mathématiques. Dans J.-L Dorier. et S. Coutat (Dir), Actes du 5e colloque EMF2012, Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle (en ligne). Genève : Université de Genève.
- Vandebrouck F., Corriveau C., Cherikh O. (2015) Transitions dans l'enseignement des mathématiques – Compte rendu du Projet Spécial n°3. In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage – Actes du colloque EMF2015 – Spé3, pp. 963-969.

ANNEXE

LISTE DES TEXTES DU SPE2 PAR ORDRE ALPHABETIQUE DU PREMIER AUTEUR

BLANQUART-HENRY, S.

*Quelle institutionnalisation pour une même situation de géométrie en primaire et au collège ?*

COULANGE, L. & TRAIN, G.

*Enseigner les nombres décimaux et les fractions - transitions (ou ruptures ?) primaire - secondaire*

HOROKS, J. & CHESNAIS, A.

*Des outils pour analyser la transition collège-lycée en mathématiques*

MRABET, S.

*L'enseignement de la géométrie dans la transition collège-lycée*

NAJAR, R.

*Facteurs de complexité des mathématiques supérieures*