RAISONNEMENTS GÉOMETRIQUES AU CYCLE 3 LORS DE LA TRANSITION ÉCOLE-COLLÈGE

BLANQUART-HENRY* Sylvie

Résumé – Cette recherche s'appuie sur l'observation d'une même séquence de géométrie plane en classe de CM2 et en classe de sixième. La confrontation des analyses, en Théorie des Situations Didactiques, pour chacune des classes, permettra d'identifier des moyens dont semblent disposer les enseignants pour que les élèves accèdent à l'apprentissage de nouveaux savoirs clairement identifiés et répertoriés, ainsi que les obstacles spécifiques qu'ils peuvent rencontrer. Une des questions de cette recherche est celle de la comparaison entre gestion à l'école et gestion au collège.

Mots-clefs : connaissance, géométrie plane, institutionnalisation, raisonnement.

Abstract – This paper begins with an observation of a same situation in 5th grade and 6th grade classes. In a second part, we analyze the reasoning produced by the pupils and the teacher during the institutionalization phase, within the framework of the theory of didactical situations. The confrontation between analysis in the elementary level and in the second level permits to identify difficulties the teachers meet. It also shows how teachers manage the construction of meaning and knowledge in the classroom.

Keywords: geometry, institutionalization, knowledge, reasoning.

Cette recherche en cours se fait dans le cadre d'un doctorat sous la direction de Catherine Houdement. Après avoir défini le contexte de recherche et notre questionnement initial nous exposerons nos choix théoriques et la problématique puis la méthodologie de recherche pour finir par un bref exemple d'analyse et une modeste conclusion.

I. INTRODUCTION

Ce travail porte sur la reproduction de figures en géométrie plane au cycle 3 (élèves de 9 à 12 ans) qui comprend en France les deux dernières classes de primaire (CM1 et CM2) et la première année de l'enseignement secondaire (6^{e}).

D'un point de vue institutionnel, le programme de juillet 2018[1] précise que les situations proposées aux élèves doivent les amener à passer graduellement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie placée sous le contrôle des instruments, pour aboutir en fin de cycle à une géométrie dont la validation s'appuie sur l'argumentation et le raisonnement. Gibel (2015), Gibel et Henry-Blanquart (2017) montrent que le jeu sur les contraintes des situations, les variations des supports à dispositions des élèves, les instruments autorisés ou non, peut permettre cette évolution des procédures et de l'enrichissement des connaissances. L'objet de notre recherche actuelle est d'identifier comment, en géométrie plane, des enseignants de cycle 3 intègrent (ou pas) dans l'avancement de leur projet d'enseignement les raisonnements valides ou erronés mis en œuvre explicitement ou implicitement par les élèves.

II. CHOIX THÉORIQUES ET PROBLÉMATIQUE

A l'instar de Brousseau (1998), nous faisons l'hypothèse de la nécessité de phases a-didactiques dans une situation d'enseignement. Le cadre théorique premier de nos recherches est donc naturellement la Théorie des Situations Didactiques pour la conception, mais aussi pour l'analyse des séances, grâce au modèle enrichi de structuration du milieu (Margolinas

* Laboratoire de Didactique André Revuz – France – sylvie.henry@u-bordeaux.fr

[1] BO n° 30 du 26-7-2018

1995). Nous présentons les paradigmes géométriques, les différents types d'espace en géométrie, pour finir par la définition de raisonnement et la description du modèle d'analyse des raisonnements que nous utilisons.

1. Les situations adidactiques

Dans le cadre de la théorie des Situations Didactiques, une situation adidactique est une situation que l'on peut associer à l'enseignement d'une connaissance ou d'un savoir identifié par l'enseignant, qui laisse à l'élève le plus d'initiatives possible et lui permet d'agir, prendre des décisions, de lui-même (Brousseau, 1998). Au sein des situations adidactiques, Brousseau distingue trois fonctions du savoir : action, formulation et validation. Ces fonctions sont caractérisées par des situations correspondantes, qui amènent progressivement les élèves à mettre en œuvre implicitement puis expliciter les connaissances visées.

Lors d'une situation d'action, le sujet adapte ses actions successives en fonction de l'enjeu et des sanctions positives ou négatives que le milieu lui retourne. La situation n'est donc pas statique. Elle évolue dans le temps en fonction des échanges successifs d'informations et d'actions entre le sujet et le milieu. Confronté à un milieu antagoniste, le sujet construit des modèles implicites qui règlent son action, ces modèles étant conscients ou non. (Brousseau, 1972). Pour dépasser le stade de l'action le sujet peut être engagé dans une situation de formulation. Dans les situations de formulation, le sujet explicite ce qui régit ses actions. Cette communication, orale ou écrite, peut-être pour lui-même ou pour un tiers. L'élève est alors amené à énoncer formellement les actions effectuées mais aussi les conditions dans lesquelles il a effectué ces actions (Gibel, 2018). Après confrontation avec le savoir mathématique déjà là, les formulations peuvent acquérir un statut de « vérité » au sens d'un texte mathématique. C'est l'objet des situations de validation. Les élèves vont échanger entre eux, sous le contrôle de l'enseignant, pour élaborer des preuves intellectuelles, des assertions qui pourront être reconnues de tous et qui s'appuient sur des règles communes. Le découpage en situations d'action, de formulation et de validation est une modélisation du fonctionnement des connaissances et non une organisation formelle.

Une situation adidactique s'insère toujours dans une intentionnalité didactique (Margolinas, 2004 ; Schneider & Mercier, 2008). Elle débouche sur une phase d'institutionnalisation au cours de laquelle l'enseignant pointe le savoir visé comme une réponse optimale à la question posée initialement et plus généralement à la classe de problèmes dont cette question est issue (Schneider & Mercier, 2008). Or la gestion de cette phase d'institutionnalisation peut être complexe pour l'enseignant. En effet l'enseignant doit prendre appui sur les raisonnements, les connaissances qu'il perçoit dans les productions des élèves au cours de différentes phases. Il doit choisir lesquels il valorise, lesquels il pointe comme erronés, lesquels il délaisse. Cette complexité nous semble particulièrement forte en géométrie, où les raisonnements et les connaissances sont variés et exprimés sous de multiples registres (verbal, traces graphiques, voire gestes).

2. Le modèle de structuration du milieu

Le modèle de structuration du milieu de Brousseau (1986), modifié par Margolinas (1995) et complété par Bloch (1999) se présente sous forme d'emboitement de situations, repérées par leur « niveau », modélisant les différents rôles de l'élève et de l'enseignant. Chaque *situation* d'un niveau n constitue le *milieu* du niveau immédiatement supérieur $n+1$. Au niveau inférieur ($n=-3$), l'acteur objectif en interaction avec le *milieu matériel* (M-3) définit la *situation objective*. Au niveau ($n=-2$) les rapports effectifs du sujet agissant avec le *milieu objectif* (M-2) constituent la *situation de référence*. Dans le *milieu de référence* (M-

1) le sujet envisage l'action effectuée au niveau précédent pour communiquer des informations sur cette action ou pour débattre de sa validité. L'ensemble des niveaux négatifs correspond aux situations adidactiques, le niveau de base ($n = 0$) étant celui de la situation didactique (Margolinas, 1995).

3. Les paradigmes géométriques selon Houdement & Kuzniak

Houdement & Kuzniak caractérisent trois paradigmes au sein de la géométrie élémentaire enseignée (Houdement & Kuzniak, 1999). Ces trois paradigmes se distinguent par la nature des objets qu'ils étudient, le mode de validation des énoncés, l'organisation des savoirs, le statut accordé au dessin. Les deux premiers, appelés Géométrie Naturelle et Géométrie Axiomatique Naturelle (plus brièvement Géométrie 1 et Géométrie 2) modélisent la géométrie pouvant être enseignée au cycle 3.

En Géométrie 1 (Houdement & Kuzniak, 1999, 2006)). les objets sont des objets matériels, traces graphiques ou virtuelles sur un écran. Ces représentations du monde sensible sont déjà une première modélisation de la réalité (Houdement, 2007). Les savoirs y sont organisés de manière pragmatique pour des raisons didactiques ou fonctionnelles. La validation des énoncés étudiés se fait en relation avec le monde sensible, dont font partie les traces graphiques (réelles ou virtuelles).

Les objets de la Géométrie 2 (Houdement, 2007) sont des objets idéels. Les savoirs sont organisés selon un principe qui leur est extérieur, une axiomatique fondée sur le raisonnement déductif. La validation des énoncés se fait en référence à cette axiomatique au travers de démonstrations. Toutefois cette géométrie garde un lien avec la perception et la réalité car les premiers axiomes fondateurs sont compatibles avec le « perçu » (Houdement & Kuzniak, 2006). Le dessin a dans la Géométrie 2 un double statut : modélisation locale de l'espace sensible ou représentation des objets idéels. Il constitue un support pour le raisonnement, une aide à l'heuristique (Houdement, 2007). C'est ce double statut du dessin qui confère au travail en Géométrie 1 toute son importance pour la Géométrie 2. Les savoirs construits dans ce cadre de la Géométrie 1 ont une fonction pragmatique immédiate, ils permettent aux élèves de résoudre des problèmes dans l'espace sensible, mais ils préparent aussi à la démarche heuristique nécessaire en Géométrie 2.

Dans cette étude les situations proposées aux élèves se placent en Géométrie 1, avec une visée de Géométrie 2, par la double entrée du travail sur les figures et de la relation entre mise en mots des actions et formulation des propriétés. Elle s'appuie sur l'hypothèse de l'effet boosteur de la taille de l'espace pour le travail des figures.

4. Les différents espaces

En effet, selon l'espace avec lequel le sujet est en interaction, celui-ci développe des modèles conceptuels différents : Berthelot et Salin (1992), Brousseau, (2000) considèrent trois types d'espaces : le micro-espace ; le méso-espace et le macro-espace. Dans cette recherche nous nous centrons sur les deux premiers qui correspondent approximativement au *figural space* et *vista space* tels que définis par Montello (1993) : le micro-espace est l'espace des interactions liées à la manipulation des petits objets. Le méso-espace celui des déplacements domestiques.

Quand un sujet travaille dans un micro-espace, il est à l'extérieur de cet espace. Il perçoit l'objet qu'il étudie dans sa globalité. Toutes les positions relatives entre sujet et objet sont possibles car il peut facilement le faire bouger et recueillir des informations exhaustives sur cet objet. Les actions sont peu coûteuses et leurs effets immédiatement perceptibles

(Brousseau et Galvez cités par Berthelot et Salin, 1992). Quand le sujet est confronté à des tâches dans le méso-espace, il est à l'intérieur de l'espace dans lequel il travaille. Il peut s'y déplacer rapidement. Ses déplacements le confrontent à différentes perspectives qui peuvent modifier sa perception des relations spatiales par lesquelles il identifierait le même objet (réduit) dans le micro espace.

Les travaux de Perrin-Glorian & Godin (2014, 2018) ont souligné dans le travail en Géométrie 1 le rôle des instruments sur les connaissances sollicitées : par exemple la donnée d'une seule règle non graduée pour la reproduction de figures amène à conceptualiser l'alignement indépendamment de la longueur. Nous faisons aussi l'hypothèse, que l'approche des figures par les grandeurs (longueurs, angles) sans mesure faciliterait l'entrée dans la Géométrie 2. Ainsi nous associons au travail dans le méso-espace des artefacts qui ne permettent pas le mesurage.

5. *Les travaux sur les raisonnements*

Notre recherche ne se centre pas uniquement sur les situations de validation ou de preuve mais prend aussi comme objets d'étude les raisonnements produits par les élèves en situation d'action ou de formulation, qu'ils soient valides ou erronés. Nous souhaitons ainsi caractériser les raisonnements destinés à justifier, argumenter, prouver, mais aussi ceux qui guident les décisions dans l'action, orientent les choix, et ce tout au long de l'activité de l'élève en géométrie plane. Cette étude est un préalable au repérage des connaissances que l'enseignant choisit ou non d'institutionnaliser à partir des raisonnements produits par les élèves. Pour cela nous souhaitons écarter de la définition de raisonnement les actions ou formulations reproduites par automatisme ou pour se conformer à une attente supposée de l'enseignant ; nous nous centrons sur les *raisonnement effectifs*. Selon Brousseau & Gibel (2005),un *raisonnement effectif* est un raisonnement qui vérifie les conditions suivantes :

- il peut être explicité de manière même informelle ou partielle par le sujet qui dispose des connaissances nécessaires à son élaboration ;
- il est intentionnel : il est produit par le sujet dans un but déterminé ;
- il modifie de façon positive l'environnement du sujet : il enrichit le milieu avec lequel le sujet interagit par l'apport d'une nouvelle connaissance, réduit une incertitude, permet une action ;
- il est justifié par sa valeur intrinsèque.

Pour conduire nos analyses nous nous appuyons aussi sur le modèle d'analyse des raisonnements de Bloch & Gibel (2011), corrélé à la TSD et structuré autour de trois axes. Un premier axe cherche à définir les fonctions des raisonnements produits par des élèves dans la situation. Dans les situations adidactiques, les raisonnements servent à résoudre le problème sans intervention ni appui de l'enseignant (Gibel, 2015). Les élèves peuvent mettre en œuvre des raisonnements variés (pour choisir un instrument, invalider un tracé …). L'identification des fonctions des raisonnements aide le chercheur à repérer la position des élèves dans les niveaux de milieu. Le deuxième axe détermine, repère et organise les représentations et signes qui seraient des observables des raisonnements. Enfin le troisième axe d'analyse cherche à repérer les connaissances mobilisées par les élèves. Ceci permet de spécifier l'évolution du répertoire didactique au cours de la séquence. Le répertoire didactique est l'ensemble des moyens, connaissances et savoirs que le professeur met en œuvre et pense pouvoir attendre des élèves, suite à son enseignement lors des phases de validation et d'institutionnalisation (Gibel, 2015).

6. Problématique et méthodologie générale

Ces éléments théoriques nous amènent à préciser notre problématique : pour interagir avec les élèves et institutionnaliser des savoirs, comment des enseignants de cycle 3 tiennent-ils compte des raisonnements produits par les élèves dans les phases adidactiques? Nous étudions plus particulièrement cette question pour les situations de reproduction de figures planes dans le méso-espace.

Pour apporter des éléments de réponse à cette problématique, nous procédons à une analyse ascendante. Après une analyse a priori des situations proposées nous identifions les connaissances mises en œuvre, les raisonnements produits par les élèves dans les niveaux adidactiques. Dans un troisième temps nous observons comment ces raisonnements sont pris en compte par l'enseignant lors de ses interventions pour parvenir à institutionnaliser des connaissances et des savoirs.

III. MÉTHODOLOGIE

1. Les données recueillies

Notre recherche se base sur des analyses cliniques d'interactions entre élèves ou entre élèves et enseignant dans des classes de fin d'école primaire et de 6^{e} (élèves de 10 et 11 ans) lors d'un même projet[2] de séquence. Cette séquence, construite par les chercheurs, est constituée de deux situations visant un même savoir, le losange, l'une dans le micro-espace et la « même » dans le méso-espace. Nous utilisons l'expression « duo de situations » : à l'instar du « duo d'artefacts » de Maschietto & Soury-Lavergne (cours de l'école d'été août 2017).

Quinze séances ont été observées dans quatre classes. Le corpus de données brutes comporte les productions d'élèves et l'enregistrement vidéo de toutes les interventions des enseignants lors des phases didactiques ainsi que les enregistrements des actions et échanges au sein de certains groupes d'élèves pendant les phases adidactiques. Un grand nombre de ces données ont été transcrites sous forme de texte, accompagné de photographies.

2. Les situations

La situation dans le micro-espace est une situation de communication qui se déroule sur deux séances. Lors de la première séance, les élèves travaillent par binômes. Deux binômes forment une équipe. Chaque binôme dispose du matériel de géométrie usuel et de feuilles A4. Un losange découpé dans du papier de couleur est attribué par l'enseignant à chaque binôme. Les losanges de chaque équipe sont différents. Chaque binôme doit, à partir d'un message du binôme associé, réussir à construire un losange superposable à celui du binôme. Ni schémas ni dessins ne sont autorisés dans les messages. Les élèves sont disposés afin que les binômes associés ne puissent pas communiquer ni oralement ni visuellement.

La première séance comprend trois phases. Pendant la phase de construction du message, chaque élève est tenu de reproduire individuellement la figure sur une feuille blanche sans utiliser le modèle comme gabarit. Cette phase d'action vise l'élaboration par chaque élève d'un procédé de construction. Puis le binôme se met d'accord sur la procédure et rédige un message écrit destiné au binôme associé. L'enseignant, tel un facteur, le transmet ensuite à l'autre binôme Pendant la seconde phase, les récepteurs tracent une figure superposable au modèle, (dont ils ne disposent pas) à 1 mm près. S'ils jugent que les informations fournies

[2] La même fiche descriptive de la séquence a été fournie aux enseignants de CM et de collège.

sont insuffisantes, ils peuvent poser par écrit une seule question aux émetteurs. Une troisième phase termine la séance : les binômes d'une même équipe sont réunis, les productions sont alors validées ou invalidées par superposition du modèle. La deuxième séance est réservée à la mise en commun collective des procédures et des formulations possibles.

La situation dans le méso-espace est une situation de reproduction de losanges découpés dans un papier résistant et souple, dont les côtés mesurent entre 65 cm et 80 cm. La séance est structurée en trois temps : après une phase de dévolution de l'activité, les élèves sont mis en situation d'action pendant une vingtaine de minutes. Enfin ils sont regroupés pour valider leurs productions et formuler leurs procédures.

Pour la situation d'action, les élèves sont répartis par groupes sous le préau. Chaque groupe se voit attribuer une figure modèle qui ne peut pas être déplacée en dehors d'une zone bien délimitée. La consigne est de reproduire le plus précisément possible cette figure, au sol, dans un espace réservé au tracé. Cet espace de tracé est éloigné de la zone où se trouve le modèle. Ensuite à tour de rôle, chaque groupe expose à l'ensemble de la classe et au professeur comment il a procédé pour effectuer le tracé. Les instruments et outils mis à disposition des élèves sont : ficelle, ciseaux, un tasseau de bois de 2 m environ par groupe, équerres en carton, feutres, craies de différentes couleurs et brosses pour effacer. Deux classes de procédures sont possibles pour effectuer les constructions demandées. La première utilise les propriétés des diagonales d'un losange : sont successivement tracés : une diagonale, la deuxième diagonale perpendiculaire et de même milieu, puis les côtés du losange. La seconde se base sur la décomposition du losange en deux triangles isocèles isométriques de même base. Après le tracé d'une diagonale, un triangle puis un second sont construits.

Les deux situations ont en commun une phase d'action adidactique et en fin de séance, la possibilité par les élèves eux-mêmes de contrôler de la validité de leur production. Ces situations diffèrent essentiellement par la taille de l'espace en jeu, les outils à la disposition des élèves, le mode de formulation des procédures (écrites ou orales). De plus, dans la situation du micro espace les élèves doivent **mesurer** des longueurs pour communiquer toutes les informations utiles à la reproduction de la figure. Dans la situation du méso-espace, il suffit de **reporter** des longueurs. Pour privilégier le recours à des raisonnements mobilisant les propriétés géométriques, nous choisissons de ne pas donner d'instruments de mesure..

IV. BREF APERÇU SUR L'ANALYSE DES RAISONNEMENTS

Voici un exemple lié à notre premier axe d'analyse. Nous avons défini *a priori* les fonctions possibles des raisonnements produits par les élèves dans chacun des niveaux de milieu pour la reproduction de figure en géométrie plane (Gibel & Blanquart-Henry, 2017). Nous nous référons à cette analyse *a priori* pour déterminer les fonctions des raisonnements produits par les élèves dans un très court épisode.

L'épisode choisi concerne la situation dans le méso-espace. Après la phase d'action (reproduction d'un losange sur le sol de la cour), un groupe d'élèves explicite sa procédure à l'enseignant et la classe. Dans l'extrait présenté (Tableau 1) un seul élève intervient. Il vient d'expliquer comment une première diagonale du losange a été tracée et comment son milieu a été repéré en reportant sur un tasseau les longueurs des demi-diagonales du modèle.

Du point de vue des raisonnements :

En (1) l'élève mentionne l'équerre comme instrument de tracé. Il complète son discours en positionnant l'équerre sur le dessin tracé au sol. L'équerre, telle qu'il l'a placée, permet le tracé d'une demi-diagonale perpendiculaire à la diagonale déjà tracée, et d'origine son milieu.

Le raisonnement de l’élève a pour fonction la justification implicite du tracé en lien avec des propriétés de diagonales d’un losange. On se situe ici au niveau M-1 du milieu de référence.

	Texte	Gestes associés
1	J : Et heu …après on s’est aidé, on s’est aidé de l’équerre. Là on s’est aidé de l’équerre et.	*Positionne l’équerre en carton à l’intersection des diagonales.*
2	Et on avait vu qu’il y avait un coin alors on a fait notre droite qu’on avait pas terminée	*Longe du doigt (de la main droite) un côté de l’angle droit de l’équerre.* 
3	Et après avec les marques qu’il y avait sur le tasseau on a pu continuer	*Effectue un geste de la main (gauche)dans le prolongement.*
4	De l’autre côté aussi	*Désigne la deuxième moitié de la grande diagonale.* 
5	Et après on a relié tous les sommets.	*Montre d’un geste circulaire le contour du losange tracé au sol.*

***Tableau 1**: formulation de sa procédure par un élève*

En (2) l’élève justifie le tracé par la formulation d’une caractéristique perçue, la perpendicularité des diagonales, puis évoque le tracé d’une ligne. Il emploie le terme « *droite* » mais représente une demi-droite avec la main. Le raisonnement produit a pour fonction d’expliciter et justifier l’organisation du tracé. Il se situe au niveau M-1.

En (3) l’élève mentionne la nécessité d’utiliser un autre instrument, lié aux longueurs. Pour placer un sommet du losange les élèves ont prolongé la demi-droite citée en (2) et reporté la longueur de la demi-diagonale correspondante. Les marques faites sur le tasseau déterminent cette longueur. Le raisonnement produit justifie explicitement l’emploi d’un instrument. Il se situe au niveau M-1.

En (4) l’élève donne à voir un raisonnement qui explicite l’organisation des tâches en lien avec des caractéristiques de la figure, symétrique par rapport à une diagonale, propriété qui reste implicite.

En (5) le raisonnement a pour fonction l’explicitation de l’organisation des tâches.

L’ensemble de l’épisode se situe donc au niveau du milieu de référence M-1. Les formulations et actions de l’élève témoignent de la mise en œuvre implicite des propriétés caractéristiques des losanges pour élaborer et organiser un processus de construction.

V. CONCLUSION

La finalité de notre thèse est d’étudier comment des enseignants de cycle 3 prennent en compte, pour enrichir le répertoire didactique de la classe, les connaissances produites par les élèves dans les phases adidactiques de situations autour de figures géométriques.

Nous avons présenté dans ce texte les éléments théoriques qui nous permettent de construire ces séances et d’étudier les raisonnements produits par les élèves, Ces éléments vont nous permettre de repérer les connaissances que les enseignants de CM et de sixième choisissent ou non d'institutionnaliser à partir des raisonnements produits par les élèves. Notre travail est en cours, c'est pourquoi nous ne présentons ici qu'un bilan très provisoire. Nous avons déjà observé des variations entre l'enseignant de CM et le professeur de collège concernant la place et le rôle accordés à la validation des productions au cours de la mise en commun.

L'étude plus fine des types de raisonnements produits par les élèves et de leur prise en compte par l'enseignant lors des mises en commun est à poursuivre. Dans cette analyse la nature des artefacts utilisés semble jouer un rôle non négligeable.

REFERENCES

Berthelot, R., & Salin, M. H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire* Thèse de Doctorat. Université Sciences et Technologies-Bordeaux I.

Bloch I. (1999), L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse. *Recherches en Didactique des Mathématiques,*19(2), 135-193.

Brousseau, G. (1972). Processus de mathématisation. La mathématique à l'école élémentaire, 428-457. (A.P.M.E.P., Éd.) Paris.

Brousseau, G.(1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. & Gibel, P. (2005). Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. *Educational Studies in mathematics,*59, 13-58.

Gibel P. (2015), Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire, *Éducation et Didactique* 9-2, 51-72.

Gibel P. (2018), Élaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques. Habilitation à Diriger des Recherches. Université de Pau et des Pays de l'Adour.

Gibel P.& Blanquart-Henry S .(2017). Favoriser l'appropriation des propriétés géométriques des quadrilatères à l'école primaire : étude d'une situation d'apprentissage dans le méso-espace. *Revue des sciences de l'éducation*, 43(1), 37–84.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour létude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, *40*(3), 283-312.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, 175-193.

Houdement, C. (2007). À la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *Repères IREM*, 67, 70‐ 84

Margolinas M. (1995), Structuration du milieu et apports dans l'analyse a posteriori des situations. *Les débats de didactique des mathématiques (pp.89-102), Grenoble :*Pensée Sauvage

Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la Théorie des Situations Didactiques.* Université de Provence

Montello, D. R. (1993). Scale and multiple psychologies of space. In *European conference on spatial information theory* 312-321. Springer, Berlin, Heidelberg.

Perrin-Glorian, M.J. & Godin, M. (2014) De la reproduction de figures géométrique avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-École*, 222, 23-36.

Perrin-Glorian, M.J. & Godin, M. (2018) Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège. 〈hal-01660837v2〉

Schneider, M., & Mercier, A. (2008). Situation adidactique, situation didactique, situation-problème: circulation de concepts entre théorie didactique et idéologies pour l'enseignement. In *Actes du Colloque «Didactiques: quelles références épistémologiques*.