INVITATION À LA PLURALITÉ DU « FAIRE MATHÉMATIQUE »

MAHEUX* Jean-Francois

Résumé – Mettre l'accent sur l'activité mathématique pourrait conduire à penser aux DEI comme moyens de mettre en valeur la pluralité de ce que « faire des mathématiques » peut signifier. Une réflexion en ce sens m'est l'occasion de présenter brièvement une approche, en cours de développement, qui semble pouvoir se rapprocher des DEI tout en présentant des nuances importantes par rapport aux travaux en cours. Ses modalités peuvent soulever des questions intéressantes du point de vue des DEI en général.

Mots-clefs : activité, enseignement, apprentissage, épistémologie, paradigme

Abstract – Thinking in terms of mathematical activity might open to a way of looking at DEI (investigation and inquiry-based methods) as occasions to value the diversity of ways in which one can "do mathematics". Grounded in such reflection, I briefly introduce a new approach that seems related with DEI but also differs from known methods. Its specific can rise interesting questions for DEI.

Keywords: activity, teaching, learning, epistemology, paradigm

I. QUESTIONNEMENT D'ORIGINE

Peut-on enquêter ou investiguer sans apprendre ? L'école comme activité sociétale semble dans l'obligation d'organiser les apprentissages (administrativement) (Holzkamp, 2013). Une tendance rattachée par certains, tels Postman (1992), à une forme de technologisation de la société en général, et de l'apprentissage en particulier. On sait pourtant les contradictions évidentes que cela pose, par exemple en termes de curriculum, ou de planification (e.g. Roth et Maheux, 2015) : l'impossibilité fondamentale de rigoureusement mettre en œuvre un plan, une intention, des savoirs/compréhensions (prédéterminés) font de que les démarches d'enseignement-apprentissage sont perpétuellement « à risque ». Cela explique en partie le développement d'alternatives qui viennent questionner ce que j'appelle le paradigme de l'instruction.

En effet, nombreuses sont les propositions d'une éducation « centrée sur l'enfant » où les rôles « d'enseignant » et « d'élève » se diluent quand ils concernent plus l'instruction (la communication d'information) de l'un (ignorant) par l'autre (connaisseur). Papert (1981) par exemple propose essentiellement d'offrir aux enfants des environnements riches (en idées, manières de faire, etc.). De la même manière qu'être poète signifie faire de la poésie, c'est pour lui (simplement) par l'exercice de l'activité mathématique que l'on devrait éduquer l'élève à cette discipline. On pourrait aussi penser par exemple au travail de Voigt (e.g. 1985), ou celui de Cobb et ses collaborateurs (e.g. Cobb, Perlwitz et Underwood 1994), qui reformulent complètement l'idée d'apprentissage en termes de régularités d'interactions. Ces auteurs en viennent donc aussi à regarder l'éducation mathématique comme une chose que les enfants *font* avec l'adulte (plutôt que quelque chose qu'ils apprendraient de lui ou elle).

À la lumière de tels travaux, Proulx et moi-même avons proposé, ces dernières années, de marquer clairement le changement de paradigme dans lequel ceci nous engage. Nous avons entre autres proposé de mettre de côté les termes « savoir », « connaissance » (Maheux et Proulx 2014), puis « enseignement » et « apprentissage » (Maheux et Proulx 2017) pour parler simplement « d'activité mathématique ». Or, définir l'activité mathématique n'est pas simple. Certains y voient la « science des patterns » (e.g. Schoenfeld, 1994, qui insiste sur l'aspect inquisitoire) ou mettent l'accent sur la résolution de problème au sens large (e.g. Soifer, 2009) : des regards bien différente de ceux de Duval ou de Douady par exemple (voir

* Laboratoire épistémologie et activité mathématique – UQAM – Canada – jfmaheux@mail.com

Duval, 2002), qui parlent plutôt en termes de « jeux de cadres » ou de « changements de représentations ». Si la question de savoir ce qu'est l'activité mathématique se pose dans le cadre de la recherche, on peut aussi « entrer en classe » avec elle, et tenter d'y répondre de manière empirique et située. C'est un peu ce qui anime l'approche en cours de création dont je discute ici : voir l'éducation mathématique comme une démarche d'investigation où l'on cherche à « faire (des) mathématiques » sans avoir une idée nette et restrictive de ce que cela peut signifier. Une approche prenant appui sur le côté vague, ambigu, polysémique de l'expression pour demander quels sont les actions, les contextes, les orientations qui, visiblement, permettent de dire (de croire, de penser) que ce que l'on fait est « mathématique ». Et dans laquelle on parle non pas d'enseignement et d'apprentissage, mais de « faire ensemble » des mathématiques conduisant naturellement à « développer une familiarité » avec des idées et des manières de faire, de penser (au contact de celles-ci). Une telle conceptualisation touche des questions sensibles : je propose au lecteur d'aborder la posture mise de l'avant ici non pas comme « la » réponse à ces questions, mais comme une série de propositions (voire même de provocations) ayant pour but de nous aider à préciser nos postures respectives, à les expliciter et à les examiner ensemble en nous demandant comment cette diversité pourrait respectée, voire même valorisée. J'y reviendrai plus bas.

En fait, le développement toujours en cours de l'approche que je présente ici est devenu l'occasion d'une réflexion sur l'existence et la valeur de différentes formes d'expériences mathématiques. Je vois dans la mise en lien cette nouvelle approche avec les DEI l'opportunité de pousser cette réflexion, et même de promouvoir une vision pluraliste de l'activité mathématique : une invitation à nourrir des réponses multiples. Mon but ici est donc d'amorcer une réflexion en ce sens tout en présentant le travail, encore embryonnaire, de développement d'une approche qui y prend racine. L'approche en question me semble avoir beaucoup en commun avec les DEI, mais présente aussi des nuances importantes. J'y reviens dans la dernière section du texte.

II. EN FAVEUR D'UNE VISION PLURALISTE DE L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE

Historiquement les contenus et frontières des mathématiques et de l'activité mathématique ont bougé (en lien, par exemple, avec le mystique), et c'est aussi le cas de leurs visées, méthodes, fondements, formes, et ainsi de suite. Les questions et débats que soulève la place des ethnomathématiques ou de l'algorithmique montrent que ceci est encore bien vivant. Les études ethnométhodologiques de Livingston (e.g. 1986) en révèlent un autre aspect : c'est aussi au quotidien, dans la lecture et l'écriture de textes mathématiques, que se (re)définie constamment la discipline telle que pratiquée dans le milieu des « mathématiciens professionnels ». Les mathématiques, de ce point de vue, sont littéralement ce qu'on (en) fait : the pudding is in the eating. Mais on sait par ailleurs que la notion même de « discipline », invention relativement récente, est à questionner (Chervel, 1988). Ceci invite à vouloir reconnaître et nuancer le travail mathématique réalisé dans différents contextes[1], y compris celui de la « classe ordinaire », et à réfléchir en termes des différentes expériences mathématiques proposées aux élèves. N'aurions-nous pas raison de vouloir diversifier ces expériences ? Peut-on penser à faire place en classe ou autour de la classe, de manière ponctuelle par exemple, a des approches permettant aux élèves de vivre les mathématiques de manière varies ?

Du point de vue des DEI, ceci suggère un travail recensement des approches (le modèle

[1] C'est une question assez vibrante dans les travaux en cours au Laboratoire. Voir par exemple le texte signé Maheux et al. (2019) sur la manière dont différents contextes d'activité mathématiques peuvent servir de « référent » pour ce qui se passe en classe.

sous forme de « potentiels » développé par Jean-Philippe Georget (2009) semble particulièrement intéressant ici), mais aussi une recherche sur les épistémologies qui animent différentes démarches, une réflexion sur la nature des mathématiques et de l'activité que l'on souhaiterait promouvoir ou qui se met en œuvre dans ces approches. Évidemment, « l'enquête » et « l'investigation » vont dans une direction particulière, assez différente de celle choisie par les promoteurs d'une « instruction directe » par exemple. Mais on sait aussi des nuances importantes entre différents dispositifs. Dans les ateliers *Tous chercheurs* de Ray (2015), l'objectif est « l'acquisition de méthodes, la découverte d'une activité de recherche [et] la construction de processus métacognitifs » (p. 900) afin de « faire découvrir la pratique actuelle des sciences » (p. 892). Ceci passe par le fait que « aucun savoir [n'est] visé a priori » : une approche qui offre donc une nuance importante avec celle des *Math à modeler* (Coffin et al., 2006) dont les situations-recherche ont pour objectif de « permettre à l'enfant de découvrir des concepts mathématiques liés à la preuve et plus généralement la démarche scientifique » (p. 7). On pourrait aussi, par exemple, penser aux *Ateliers ludiques mathématiques* de Pelay (2009) qui d'un côté cherche à offrir des situations de jeu où « les mathématiques sont a priori absentes » mais qui « débouch[ent] au cours de l'activité sur la mobilisation d'outils mathématiques imprévisibles pour les joueurs » (p.5). On sent bien sur des affinités, mais la diversité qui apparaît à travers les nuances et qui s'exprime aussi dans les façons dont l'activité mathématique est mise en œuvre (par le jeu, la réalisation de projets, la recherche d'hypothèse et de preuve, le débat…) n'a pas moins de valeur.

Regarder ces différences sous l'angle des expériences mathématiques offertes aux élèves plutôt qu'en regard de questions d'enseignement-apprentissage ouvre peut-être à une vision plus pluraliste de l'éducation mathématique. Il serait bon, me semble-t-il, de conceptualiser cette diversité de manière à la mettre en valeur, d'en faire la promotion. Évitant de chercher à présenter les DEI de manière monolithique, un intérêt se dessine pour les nuances et les variations permettant de nourrir cette diversité tout en travaillant sur les façons de « vivre ensemble » de différentes démarches. Mieux apprécier la texture, les visées, les modes de chacune est certes une piste à explorer, mais elle présente encore un danger de réification dont une réflexion sur le pluralisme de Nancy (1993) nous prévient. Suivant Nancy, il ne s'agit pas de « purifier » les approches, mais d'en célébrer les possibilités, les ambiguïtés, la capacité à se « mélanger » en prenant et en donnant à d'autres approches, etc. Un pluralisme qui nous met également sur la voie d'une acceptation encore plus large de différentes formes d'activités mathématiques, y compris les approches dites plus directes ou traditionnelles. Les DEI ne seraient-elles pas alors en meilleure posture par rapport aux pratiques dominantes ? Il me semble en effet que les DEI ne doivent pas se présenter comme des alternatives à toute épreuve qui cherchent à remplacer ce qui est en place, mais comme des approches permettant d'enrichir les expériences mathématiques qui sont offertes.

Dans la section suivante, je présente brièvement une approche en cours d'élaboration qui se développe autour de l'idée d'offrir aux élèves un type particulier d'expérience mathématique dans laquelle l'investigation joue un rôle important. La nature et la texture exactes de ce type d'expérience sont encore à préciser, mais une idée centrale est celle de « s'intéresser » à certains phénomènes mathématiques curieux. Dans cette perspective, l'enjeu est, on le verra, est d'amener les élèves à *contribuer* à l'activité mathématique du groupe de sorte que se dessine peu à peu ce que peut signifier « faire des mathématiques ». Je vois de nombreux liens entre cette approche et les DEI. En discuter les différences et les similarités, et dégager les questions que le travail actuel soulève me paraît une bonne manière de nourrir des discussions nous permettant d'avancer sur la question du pluralisme. Ce qui suit ne rapporte donc pas les résultats d'une étude achevée, mais montre premières étapes d'élaboration d'une approche que l'on pourrait (ou non !) considérer de la famille des DEI.

III. UNE APPROCHE EN DÉVELOPPEMENT

Au départ du développement de cette approche (pour laquelle je n'ai pas encore de désignation satisfaisante !), on trouve une réflexion épistémologique en lien avec le changement de paradigme mentionné plus haut. Dans nos travaux théoriques autour du faire|mathématique (Maheux et Proulx 2014, 2015), nous en sommes venus à adopter une perspective selon laquelle il n'y a pas de mathématiques en dehors de l'activité de ceux qui en/les *font*. Pour nous, la nature mathématique de ce « faire » est produite et reproduite dans l'activité même où les mathématiques se font. Une contradiction au sens dialectique du terme, et dont la résultante est la réalisation de traces de divers ordres qui vont nourrir cette activité, lui permettre de se poursuivre (ici ou ailleurs, maintenant ou plus tard). Ce que Kieren (1995) appelle « produire [bring forth] un monde de signifiance mathématique [mathematical significance] avec autrui dans une sphère de possibilités d'action [within a sphere of behavioural possibilities] » (p. 7). Partant de là, donc, à quoi pourrait ressembler une approche suivant laquelle on cherche simplement à « faire des mathématiques » avec des enfants ?

J'ai toujours été fasciné à la pensée de mettre les enfants en contact avec des idées mathématiques qui pourraient venir questionner l'image populaire (et souvent rapportée comme néfaste) des mathématiques comme discipline bien ordonnée, cohérente, certaine, utile, raisonnable, etc. J'ai débuté la conception et l'expérimentation d'une approche visant à faire avec des enfants des mathématiques autour de « curiosités » mathématiques comme le paradoxe de Banach-Tarski ou les nombres p-adiques. Le paradigme de l'instruction est remplacé par une conceptualisation « contributive » de l'activité mathématique dans laquelle les questions d'enseignement et d'apprentissage « classiques » n'ont pas de pertinence. Le choix du mot « contribution » marque une distinction par rapport aux approches dites « participatives » dont l'étymologie rend bien compte : alors que participer c'est « prendre [une] part » (*part* + *capere*), contribuer c'est « mettre ensemble » (*con* + *tribuere*). L'enjeu constitue à « faire ensemble » en cherchant à concourir à l'activité qui se met en place. On peut alors évidemment détailler différents types de contributions et certains rôles. Comprendre de ce point de vue l'activité mathématique qui se développe dans cette approche est au cœur du projet de recherche auquel je travaille actuellement.

Concrètement, les séances débutent par la présentation, par l'animateur, d'une idée mathématique (un peu surprenante) suivie d'une question ouverte du genre « qu'en pensez-vous ? ». S'en suit une série d'échanges avec les participants, à qui l'animateur peut suggérer des « tâches » permettant un travail individuel ou en sous-groupe et des mises en commun. La préparation des séances se fait par une analyse du potentiel des sujets choisis, et la préparation de questions, d'exemples ou d'outils pouvant intervenir. Il s'agit plus d'une *préparation* de l'animateur (je reviens sur ceci à la section suivante) que d'une « planification » (Maheux, 2017). Il est donc tout à fait envisageable de s'écarter fortement de ce qui a été anticipé, l'essentiel étant de « faire mathématique » autour (à partir) de certaines idées.

Ainsi, lors d'une expérimentation récente avec une classe du secondaire (enfant de 13-14 ans), nous avons débuté en discutant (environ 20 minutes) une série d'images de fractales avec comme point de départ la question « Que voyez-vous dans ces images ? ». Très rapidement, une foule d'idées mathématiques ont été évoquées : présence de figures géométriques, de répétitions, d'isométries, d'homothéties, etc. Mais en même temps, les élèves (à qui l'on présentait des fractales pour la première fois) ont aussi fait de nombreux liens avec des objets du quotidien (un flocon de neige, une antenne télé, des pylônes, etc.). Tout en acceptant avec enthousiasme ces observations, l'animateur s'efforce alors de garder la conversation sur le terrain mathématique, que ce soit en demandant directement aux élèves de faire des commentaires en ce sens, ou en leur posant des questions plus précises à propos des images (e.g. « Pouvez-vous identifier le motif de base ici ? » ou « Qui peut nous dire comment faire pour produire ce dessin ? »). À travers cette discussion un langage s'est peu à peu installé pour parler de la disposition des motifs, de l'idée de dénombrement et d'infini : « Je vois un modèle qui se répète », « c'est régulier 1,2,3… fois… à l'infini », « le motif devient de plus en plus petit », « l'image se répète de plus en plus : 1 carré, ensuite 2, ensuite 4, 8… », « dans celui-là [ensemble de Julia] il n'y a pas de symétrie ».

La conversation devient ici l'occasion de faire des nuances et d'apporter des précisions concernant différents types d'objets fractals[2]. L'animateur reformule certains propos des enfants pour présenter le concept d'autosimilarité (« ici on retrouve l'objet a différentes échelles, il conserve toujours sa forme … est-ce qu'on le voit ici ? »). L'animateur décide ensuite de mettre les élèves en action individuellement ou en duo, donnant ainsi à chacun l'occasion de mettre la main à la pâte. Il prend avantage de la contribution d'un des enfants, qui tentait de donner des caractéristiques de la figure « suivante » dans une série, pour leur proposer d'essayer de tracer l'itération suivante de quelques fractales (courbes de Koch), puis de tenter de créer leur propre fractale. Une bonne partie de la séance s'est ensuite organisée autour de ces dessins, alors que nous aidions, confirmions, relancions les participants. Ceux pour qui le travail fut vite terminé ont été invités à aider leurs collègues. Profitant de ce que ce groupe fait partie d'un projet dans lequel ils font de la programmation (avec le logiciel Scratch), nous avons poursuivi le travail sur le terrain de la construction algorithmique de fractales (« On pourrait certainement les dessiner dans Scratch, non ? On ferait comment ? »). Des élèves ont alors amené l'idée de boucles itératives explorées précédemment. L'animateur leur a alors fait une démonstration de la manière dont on peut produire un motif de base et le traiter ensuite comme un module auquel on passe une variable (ici : la dimension des segments) : une nouveauté pour la majorité des enfants. Le groupe s'est alors remis au travail, avec une grande diversité dans les projets, mais aussi dans les rythmes de production et le niveau de sophistication. Certains se sont limités à « manuellement » créer les premières itérations d'un motif, d'autres l'on fait en utilisant des boucles, et d'autres encore ont exploité l'idée des modules. Cette fois encore, les enfants ayant terminé rapidement ont été invités à aider leurs pairs, ou à explorer davantage (par exemple en modifiant leur programme : changer le motif de base, l'orientation de certaines parties, leur nombre, etc.).

En guise de conclusion, un bref retour en groupe sur l'activité est l'occasion d'une mise en commun de productions, observations et réflexions. L'animateur repère des contributions à mettre en scène. Il s'agit de souligner différents aspects du travail mathématique accompli, par exemple ou niveau de la créativité, de la persévérance, de l'ingéniosité, de la sophistication, de l'efficacité, etc. Une certaine validation des productions pourrait alors se faire (par l'animateur ou par le groupe), mais l'esprit est plutôt à l'exposition des participants aux modes des possibles de l'activité.

Cette approche, on le voit bien, ressemble à plusieurs égards à des DEI avec lesquels nous sommes familiers, mais s'en distingue également de manière importante. Comme dans le cas des ateliers *Tous chercheurs* de Ray (2015) aucun savoir n'est visé a priori, mais l'objectif ici ne concerne pas non plus l'acquisition de méthodes, et ne vise pas à faire découvrir ce qui serait « la pratique » mathématique en faisant référence au travail des mathématiciens professionnels. On retrouve aussi quelque chose de semblable à l'étude d'idées mathématiques « nouvelles » que cherchent à permettre Charlot et son équipe (2015), mais sans se restreindre à la formule du débat, et sans sentir le besoin de faire une

[2] On voit que d'autres pistes auraient pu être empruntées, comme l'exploration de suites numériques. Ceci est d'ailleurs devenu l'objet de la séance suivante, initiée par un retour sur certaines observations « mises de côté » lors de la séance autour des fractales.

institutionnalisation de ces idées. La mise en route de pratiques liées à l'argumentation, par exemple, n'occupe pas non plus une position centrale, même si les observations à cet égard sont évidemment pertinentes. De même, on reconnaît l'idée d'un enrichissement du milieu décrit par Lagrange et ses collaborateurs (2015), et l'aspect collaboratif qu'ils mettent de l'avant trouve aussi très bien sa place ici (e.g. en formant à l'occasion des sous-groupes s'intéressant à des aspects particuliers, et partageant ensuite leurs observations). Mais la mesure dans laquelle tous les participants en retirent la même chose ou apprécient pleinement le phénomène ainsi éclairé nous importe peu.

On peut difficilement parler ici de « résolution de problèmes » ou de « problèmes ouverts » dans la mesure où il n'y a pas vraiment de « problème » a priori. Une foule de questions émergent et certaines peuvent, en effet, devenir des « problèmes » (ouverts ou fermés) sur lesquels on se penche. On est donc dans un modèle bien différent de celui des *Math à modeler* (Coffin et al. 2006) où « l'objectif [des] situations-recherche sera de permettre à l'enfant de découvrir des concepts mathématiques liés à la preuve et plus généralement la démarche scientifique. » (p. 7). De même, on ne pourrait soutenir que l'enjeu est, comme dans la *Démarche d'investigation et explication* de Morselli, Panucci et Testera (2015), de faire formuler et justifier des conjectures, produire, présenter, défendre, et examiner des solutions, etc. Alors que pour eux « l'apprentissage visé est à un double niveau : le niveau contenu (des objets mathématiques) et aussi le niveau méta (apprendre à expliquer et justifier) » (p. 139), nous ne « visons » pas l'apprentissage, mais l'activité mathématique elle-même. En même temps, on notera aussi que dans notre cas les mathématiques sont très explicitement présentes, au contraire de ce que propose Pelay (2009) avec ses *Ateliers ludiques* dans lesquels les mathématiques doivent sembler a priori absentes. On pourrait évidemment continuer les comparaisons avec des approches comme *Dream*, *Maths en jeans*, *Hippocampe*, les *Ateliers de recherche en mathématiques*, les *Problèmes sans mots*, et ainsi de suite.

Soulignons aussi les questions qui se posent concernant cette approche et ce qui serait la « classe ordinaire ». La facture très ouverte de l'approche pose un défi par rapport aux contextes où des contenus précis, ou des approches données, voudraient être mises de l'avant. Il me semble possible, sur la base de nos expérimentations, de faire place à certains éléments pré-décidés (par exemple : en amorce), mais l'approche incite généralement à en départir, plutôt qu'à y converger. D'autre part, le rôle de l'animateur, encore bien mal défini mais qu'on sent crucial et complexe, contraste aussi avec ce qu'on a l'habitude d'envisager pour la classe. Rappelons cela dit que l'idée ici n'est pas de proposer une « pédagogie » ou de remplacer ce qui se fait en classe ordinaire. On est peut-être plus proche des contextes de travail « parascolaires ». Ainsi, la thèse de Pelay (2011) ou le travail plus général sur la médiation (l'article de Paul Rasse (2000), par exemple, qui discute le travail de mise en relation du champ de la « culture » et du « public ») deviennent particulièrement pertinents, mais nous éloignent un peu des problématiques généralement liés aux DEI.

IV. REGARD DIDACTIQUE…

On s'interrogera, bien entendu, sur la place de la didactique dans cette approche. Son rôle et ses modalités soulèvent des questions au cœur de nos préoccupations actuelles. Sans entrer maintenant dans une analyse de ceci, prenons un moment pour aborder la délicate question du le rôle de l'animateur. Je préfère d'abord ce terme à celui « d'enseignant » en raison du changement de paradigme discuté à la section I, mais aussi parce que son rôle, comme le mot l'indique, est de « rendre vivante » l'activité mathématique. En effet, le rôle de l'animateur ici n'est pas de « guider » les participants vers certaines conceptualisations, ou certaines manières de faire. La formulation d'hypothèses, l'argumentation, la démonstration, de même que l'expérimentation, la représentation ou la modélisation par exemple, sont toutes des manières de faire des mathématiques qui peuvent intervenir lors du travail autour de certaines idées. Mais il ne s'agit pas de les mettre en œuvre de façon spécifique. On les voit plutôt comme des ressources, des moyens de contribuer à l'activité en cours : un parallèle intéressant avec ce que présente Pelay (2009), qui pense aux idées mathématiques comme « un moyen pour jouer » (p. 6). Elles sont pour ici un moyen de… faire des mathématiques !

Pelay remplace aussi le terme enseignant par celui d'animateur, qu'il présente comme « la personne qui organise le jeu [… et dont le rôle est] de faire vivre le jeu, de le réguler, d'arbitrer si nécessaire, de calmer les enfants, etc. » (p. 7). Par contre, cette position très « en retrait » de l'activité mathématique des élèves ne nous convient pas. Le retrait est possible pour Pelay en faisant le pari que le jeu lui-même sera porteur sur le plan mathématique. Nous souhaitons plutôt que la présence d'idées mathématiques émerge de l'activité conjointe, des contributions de tous les participants, incluant l'animateur. Certaines idées sont proposées soutenues, voire même valorisées par l'animateur (et d'autres participants). Nous voyons ainsi l'animateur « au milieu », avec les enfants, à s'intéresser avec eux à certaines idées, comme l'explique si bien Kieren (1995). C'est aussi une des raisons pour lesquels nous ne considérons pas les ces activités comme des problèmes, ou des situations de recherche.

Du point de vue éducatif, l'enjeu n'est pas d'en faire de « bons chercheurs », d'espérer qu'ils développent une certaine autonomie par rapport à l'activité mathématique, ou qu'ils adoptent des habitus liés à la formulation et la validation d'hypothèses, par exemple. Il ne s'agit pas non plus de mettre en place de manière stricte des conditions visant à faire fonctionner certaines idées, ou de conduire à certaines conceptualisations. On envisage plutôt les mathématiques comme une *activité* (sociale, culturelle, historique autant qu'individuelle) à laquelle les enfants sont appelés à prendre part, un « jeu » auquel on les invite à jouer de différentes manières. L'animateur a pour tâche « faire vivre » certaines de ces possibilités dans le groupe en faisant en sorte que les enfants contribuent à l'activité mathématique en cours. Ces possibilités sont conçues dans l'idée que le groupe *s'intéresse* à certains choses. La dimension d'enquête/investigation est partagée entre l'animateur et le groupe : les séances sont conçues autour d'un thème et plusieurs pistes de discussions, plusieurs activités sont envisagées sur la base d'une analyse préalable dont l'objectif principal est d'identifier des relances possibles de l'activité : concepts liés, applications possibles, ambiguïtés, similarités et différences avec d'autres sujets (mathématiques ou autres), développement historique, différences culturelles… et ainsi de suite. Il n'y a alors rien d'embêtant à ce que l'animateur fasse à l'occasion un bref « exposé », le but étant de nourrir l'activité et non de « transmettre » un savoir aux élèves.

La grande flexibilité permise par l'approche est un peu le pendant situationnel du phénomène de dévolution : c'est pour ainsi dire la situation qui doit s'approprier les contributions des participants, et trouver moyen de les faire fonctionner. Mais il faut aussi réaliser que par « situation » on parle évidemment de l'animateur de la séance et des participants eux-mêmes. Dans le cas de la séance fractale, la richesse et le potentiel sur le plan mathématique des idées mises de l'avant lors de la discussion initiale ont été fascinants et surprenants quand on pense au parcours mathématique « typique » des enfants qui y ont participé. Ceci implique par contre que plusieurs des pistes envisagées soient abandonnées. Nous avions par exemple pensé faire écrire des définitions par les participants, ou aborder la notion de dimension d'où les fractales tirent leur nom. Dans les faits, c'est surtout une question de « timing » reposant, encore une fois, sur l'ensemble du groupe : il faudra mieux réfléchir aux défis particuliers que cela pose, par exemple du point de vue de ce que Gandit, Morselli et Sokona (2015) ont rapporté sur les rôles de chacun au sein des DEI. Enfin, on pourrait discuter à fond la conclusion des séances, où ce qui serait l'institutionnalisation est ici, à nouveau, plutôt lié à *l'exposition* des participants au travail mathématique qu'à la formalisation. Lors d'une autre des séances réalisée autour des irrationnels, l'animateur a ainsi conclu en présentant rapidement une preuve de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Le but était d'exposer les participants a une idée nouvelle qui résonne en partie avec ce a été fait, et qui ouvre de nouvelles pistes, de nouvelles possibilités (pouvant être le sujet d'une prochaine séance).

Bref, cette approche se donne pour but de faire vivre des expériences mathématiques aux participants à partir de ce qu'ils contribuent, « faire vivre » au sens de faire expérimenter quelque chose, mais aussi au sens de « donner vie ». L'animateur a un rôle clé, mais changeant. Il est indispensable, mais aucune de ses interventions n'est essentielle, et aucune ne lui est réservée non plus, car avec le temps d'autres participants pourraient tout à fait les prendre en charge.

V. CONCLUSION : LES DEI COMME DIFFÉRENT TYPES D'EXPÉRIENCES MATHÉMATIQUES

Du point de vue de ce que j'ai présenté ici, les démarches d'enquête et d'investigation offrent certains types d'expériences mathématiques dont il serait intéressant de travailler les nuances, et les variations possibles. J'ai par ailleurs souhaité illustrer le potentiel de cette perspective en présentant le cas d'une approche en développement qui origine d'un (désire de) détachement du paradigme de l'instruction. Peut-être serait-il pertinent, dans le cadre de ce groupe de travail, de réfléchir à une manière de présenter succinctement les éléments qui caractérisent chacune des approches : points de départ, modalités, durée, contextes, visée, etc. On pourra peut-être ainsi mieux apprécier ces différents types d'expériences, et discuter activité de classe et l'animation scientifique (dont l'approche présentée ici semble se rapprocher). Ceci pourrait fournir un terreau fertile pour réfléchir à la manière dont différentes formes d'activité mathématique en contexte éducatif s'accompagnent (probablement ?) de diverses manières d'intervenir didactiquement. Et concevoir, peut-être, qu'il s'agit là d'une diversité à nourrir.

VI. POST-MORTEM : DEI, ACTIVITE MATHEMATIQUE ET APPRENTISSAGE

Au cours des dix dernières années, Jérôme Proulx et moi-même avons peu à peu développé une certaine manière d'approcher l'activité mathématique en contexte éducatif (voir aussi le texte de Proulx, ici dans les actes du colloque). En lien avec cette perspective, nous avons créé des approches nous permettant (peut-être seulement de manière occasionnelle : là n'est pas la question pour nous) de faire des mathématiques en classe et qui, s'ils sont inspirés par nos travaux, se veulent aussi inspirant pour eux. Ainsi, il s'agit pour nous d'avancer sur des questions de recherche qui ne sont pas nécessairement reliées à l'application (immédiate, générale, réaliste, etc.) en classe. Dans nos travaux, nous ne nous étions pas intéressés jusqu'ici de manière particulière aux DEI, mais nous avons récemment réalisé la présence de certains parallèles. Dans quelle mesure nos entrées sur l'investigation et l'exploration mathématiques sont-elles éclairées par et/ou éclairante pour les DEI ? Je retiens de nos échanges dans ce groupe de travail que l'approche que je développe peut difficilement s'intégrer aux travaux actuels autour des DEI en raison, principalement, des questions et des défis qui, de part et d'autre, nous animent. Nos manières de nous intéresser à l'investigation et l'exploration mathématiques ne sont pas incompatibles : elles appartiennent à des mondes différents. Il faut donc, je crois, regarder ce qui proposé de part et d'autre avec une certaine distance, une certaine prudence, pour éviter les simplifications rapides.

Ainsi, certains thèmes en lien avec ce que je discute dans ce texte ont fait l'objet de d'échanges plutôt vigoureux. Il y a par exemple la question de l'enseignant/animateur et de l'apprentissage. J'ouvre ce texte en demandant « peut-on enquêter sans apprendre ? » et je mentionne plus loin avoir adopté une posture dans laquelle on ne *parle* pas d'apprentissage, mais de « développer une familiarité » avec des idées et des manières de faire en « faisant ensemble » des mathématiques. Réfléchir à la différence entre « apprendre » et « devenir familier » est fondamental pour moi[3] : c'est une question du type de celles qui motivent le travail de recherche dont l'approche présentée ici découle. Mais c'est aussi une question qui peut sembler assez peu pertinente par rapport à ce qui anime la plupart des travaux autour des DEI. De même, si le contexte scolaire et ses contraintes posent des questions fondamentales pour plusieurs, elles sont pour moi plutôt secondaires : pas inintéressantes, mais pas cruciales.

Post mortem, ce sont des évidences. Mais des évidences qui, en tant que telles, comme l'écrivais Flaubert, aveuglent quand elles ne crèvent pas les yeux. Je crois fermement qu'il s'y cache une diversité qui, du point de vue d'une invitation à la pluralité, réserve encore bien des défis.

RÉFÉRENCES

Charlot G., Lecorre T., Legrand M., Leroux A., Di Martino H. (2015) Le débat scientifique en classe : une démarche d'investigation collective pour une culture scientifique commune. In Theis L. (Ed.), *Actes du colloque EMF2015* (pp.847-860). Alger : Université d'Alger.

Chervel A. (1988) L'histoire des disciplines scolaires. *Histoire de l'éducation 38*(1), 59-119.

Cobb P., Perlwit, M., & Underwood D. (1994) Construction individuelle, acculturation mathématique et communauté scolaire. *Revue des sciences de l'éducation 20*(1), 41-61.

Coffin F., Dupraz M., Gravier S., Manin S. et Payan C. (2006) « Math à modeler ». *Actes du colloque EMF2006.* http://emf.unige.ch/files/5914/5390/4232/EMF2006_GT7_Coffin.pdf

Duval R. (2002) Comment décrire et analyser l'activité mathématique ? *Actes de la journée en hommage à Régine Douady*, 7, 83-105.

Gandit M., Morselli F., & Sokona Bekaye S. (2015) Rôles et responsabilités des professeurs et des élèves dans les démarches d'investigation et dans la résolution de problèmes. In Theis L. (Ed.), *Actes du colloque EMF2015* (pp. 829-836). Alger : Université d'Alger.

Georget J.P. (2009) *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. Thèse. En ligne : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00426603

Holzkamp K. (2013) The fiction of learning as administratively plannable. In E. Schraube & U. Osterkamp (Eds.), *Psychology from the standpoint of the subject* (pp. 115–132). Palgrave Macmillan.

Kieren T. (1995) Teaching in the middle: Enactivist view on teaching and learning mathematics. *Présentation au Queens/Gage Canadian National Mathematics Leadership Conference*, Queens University.

Lagrange J.B., et al. (2015) Investigation, communication et synthèse dans un travail mathématique : un dispositif en lycée. In Theis L. (Ed.), *Actes du colloque EMF2015*, pp. 881-890. Alger : Université d'Alger.

Livingston E. (1986) *The ethnomethodological foundations of mathematics*. Routledge.

Maheux J.F., & Proulx J. (2014) Vers le faire mathématique. *Annales de didactique et de sciences cognitives 19*, 17-52.

Maheux J.F., & Proulx J. (2015) Doing|mathematics: Analysing data with/in an enactivist-inspired approach. *ZDM 47*(2), 211-221.

[3] Par exemple : se familiariser c'est se mettre en relation et faire passer dans l'ordinaire, le commun.

Maheux J.F., & Proulx J. (2017) Mathematics Education (Research) Liberated from Teaching and Learning. *The Mathematics Enthusiast 14*(1-2), 78-99.

Maheux J.F. (2017) Planning vs Preparing: Toward an anticipative approach to mathematics education. *Présentation au congrès Anticipation*. Londres.

Maheux J.F., Proulx J., L'Italien-Bruneau R.A. & Lavallée-Lamarche M.L. (2019) Referring and proffering: an unusual take on what school mathematics is about. *Actes du colloque CERME2019*, Utrecht.

Morselli F., Panucci E., Testera M. (2015) Démarche d'investigation et explication au collège. *Recherches en éducation 21*, 138-151.

Nancy J.-L. (1993) Éloge de la mêlée. *Transeuropéennes 1*, 8-18.

Papert S. (1981) *Jaillissement de l'esprit : ordinateurs et apprentissage*. Flammarion.

Pelay N. (2009) L'activité mathématique ludique. *Actes du colloque EMF2009*. http://fastef.ucad.sn/EMF2009

Pelay N. (2011) J*eu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique.* Thèse. En ligne : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00665076

Postman N. (1992) *Technopoly: The surrender of culture to technology*. Knopf.

Rasse P. (2000) La médiation, entre idéal théorique et application pratique. *Recherches en communication 13*(13), 61-75.

Ray B. (2015) Quelle place pour une démarche d'investigation en mathématiques dans le cadre d'un atelier de recherche interdisciplinaire ? In Theis L. (Ed.), *Actes du colloque EMF2015* (pp. 891-902). Alger : Université d'Alger.

Roth W. M., & Maheux J. F. (2015) Risk: A Fundamental Condition of Doing Mathematics. *The Mathematics Enthusiast 12*(1), 203-225.

Schoenfeld A. H. (1994) Reflection on Doing and Teaching Mathematics. In A. H. Schoenfeld & A.H. Sloane (Eds), *Mathematical thinking and problem solving*. Routledge.

Soifer A. (2009) *Mathematics as problem solving*. Springer.

Voigt J. (1985) Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en didactique des mathématiques 6*, 69-118.