

LA CONSTRUCTION DISCURSIVE DE L'ACTIVITÉ DE L'ÉLÈVE DANS LE PROGRAMME CADRE ET DANS UNE SÉRIE DE MANUELS SCOLAIRES EN ONTARIO : UNE ANALYSE DE TEXTES SUR LES FRACTIONS

TCHEUFFA NZIATCHEU* Jean –BARWELL** Richard

Résumé – Dans le présent article, nous présentons les résultats d'une analyse des pratiques discursives en rapport au concept de fraction dans le programme cadre de mathématique mandaté par le Ministère d'éducation et la série de manuels scolaires en mathématique (*Math Makes Sense*) en Ontario. Notre analyse portait sur les rôles qu'occupent les apprenants dans ces textes par rapport à la construction des savoirs et la pensée mathématique.

Mots-clefs : Discours, curriculum, manuels, fractions, Ontario.

Abstract – The present research examines the Ontario mathematics curriculum and textbooks (*Math Makes Sense*), to identify discursive practices through which mathematical thinking relating to the concept of fraction are constructed and learners' roles in those textbooks in the primary school program.

Keywords: Discourse, curriculum, textbooks, fractions, Ontario.

I. PROBLEMATIQUE

Le programme cadre (en abrégé PC dans le contenu du présent document) de mathématique du Ministère d'éducation de l'Ontario, au Canada, détermine ce qu'un enseignant doit enseigner en mathématiques. C'est une intention et une articulation d'une vision (Smith & Morgan, 2016, p. 30) sur lesquelles doivent se référer des auteurs pour produire des manuels scolaires (Herbel-Eisenmann, 2004). Le manuel est un message statuant sur quoi l'élève doit apprendre. Dans une perspective discursive, le langage du PC et des manuels scolaires statuent sur les constructions mathématiques, les acteurs dans les cours de mathématiques et les rôles des élèves, des enseignants, des parents et les auteurs de ces manuels (Herbel-Eisenmann & Wagner, 2005). Les choix discursifs des auteurs peuvent être examinés comme un sous-entendu idéologique qui met en avant des rôles pour ces auteurs ou le lecteur sur une notion mathématique (Herbel-Eisenmann, 2004). Dans notre étude exploratoire, nous nous intéressons à la construction de l'activité des élèves en mathématiques à travers les constructions de savoirs. De plus, nous nous intéressons au rapport entre la construction de l'activité mathématique des élèves selon le PC du Ministère et sa construction à travers les contenus des manuels scolaires. Compte tenu de la nature exploratoire de notre étude, nous avons choisi les fractions comme sujet d'intérêt. Ce sujet est bien défini et se trouve au programme des mathématiques de chaque année de l'élémentaire (de la 1ère à la 8ème année en Ontario). Plusieurs recherches montrent que la compréhension du concept de fraction est un défi pour les élèves en Amérique du Nord (Groff, 1996; Bruce & al., 2013), car elle prend plusieurs formes (Poon & Lewis, 2015, p. 178), n'est pas régulièrement utilisée dans la vie quotidienne (Hasemann, 1981), son apprentissage est à la fois problématique (Duval, 2006) et enrichissant parce qu'il comporte plusieurs interprétations (Behr & al., 1983). Au sujet des fractions, le PC ontarien suggère un cadre solide dans lequel l'élève s'équipe de connaissances, de savoirs et d'habiletés pour réussir dans la vie quotidienne à travers divers processus mathématiques, la résolution de problèmes, la communication, la modélisation, la réflexion... (MEO, 2005). Ainsi, nos questions de recherche sont : comment le PC en mathématique de la province de l'Ontario construit-il l'activité de l'élève dans

*Université du Québec à Montréal (UQAM) – Canada – tcheuffa_nziatcheu.jean@courrier.uqam.ca

**Université d'Ottawa – Canada – richard.barwell@uottawa.ca

l'apprentissage des fractions à l'élémentaire ? Comment la série de manuels scolaires des mathématiques (*Math Makes Sense*) de la province de l'Ontario construit-elle l'activité de l'élève dans l'apprentissage des fractions à l'élémentaire ? Quel est le rapport entre ces deux constructions ? Pour répondre à cette question, nous allons dans la section suivante présenter des concepts se rattachant à notre recherche en nous référant à quelques études qui s'intéressent à l'analyse discursive en mathématiques et sur le rôle du langage ainsi que son utilisation dans le processus apprentissage/enseignement (Sfard, 2001; Pimm, 1987; Halliday, 1978; Barwell, 2008, p. 1059).

II. CADRE THEORIQUE

Il existe plusieurs formes de recherche en analyse discursive dans le domaine de la didactique des mathématiques : la forme sociologique et socioculturelle qui promeut la co-construction de connaissances mathématiques à travers des interactions enseignants/élèves (Moschkovich, 2002; Bauersfeld, 1980; Cobb & Bauersfeld, 1995; Rowland, 2000; Lerman, 2001, Barwell, 2008, p. 1064); la forme post structuraliste qui promeut la voie selon laquelle une personne développe son discours mathématique dépendamment de son identité culturelle langagière et de son histoire (Barwell, 2008, p. 1066; Barwell, 2013; Walkerdine, 1988); et la forme socio-sémiotique où le discours mathématique inclut la production et l'usage des manuels de mathématiques, les articles et autres textes et où ladite forme constitue un système de potentiels sémantiques par lesquels des personnes créent du sens mathématique dans un univers social donné (Morgan, 1996; Morgan, 1998; Rotman, 1988; Herbel-Eisenmann, 2004; Herbel-Eisenmann & Wagner 2005; Barwell, 2008, p. 1064; O'Halloran, 2008). La forme socio-sémiotique est celle que nous adoptons dans notre recherche parce qu'elle concerne les productions des textes et l'analyse discursive de ces textes permet d'examiner le contenu des manuels (Presmeg & al., 2016; O'Halloran, 2008). Nous adoptons le cadre théorique critique d'Halliday (1973) qui est utilisé dans le domaine de la didactique des mathématiques par Morgan (1996, 1998), Herbel-Eisenmann (2004) et O'Halloran (2008). Halliday postule que le langage est une ressource pour opérer des choix, atteindre des objectifs et réaliser différentes fonctions (Halliday, 1994; O'Halloran, 2008). L'analyse discursive est donc une interprétation critique de la façon dont les choix langagiers construisent une réalité particulière et, plus particulièrement, des relations sociales (O'Halloran, 2008). Halliday (1973, 1994) identifie trois méta-fonctions du système langagier : la fonction idéationnelle, la fonction interpersonnelle et la fonction textuelle¹. La fonction idéationnelle exprime l'aspect conceptuel d'un texte c'est-à-dire ce que suggère un texte (les concepts en jeu, la production de connaissances, les actions prises); la fonction interpersonnelle exprime les relations auteurs/lecteurs (les rôles implicites des lecteurs selon le discours et les relations qui les lient avec les connaissances construites dans ce texte); tandis que la fonction textuelle organise le texte (la relation entre les sections, la procédure utilisée par les auteurs) (Morgan, 1996, 1998, 2002; Herbel-Eisenmann, 2004). La combinaison de ces trois fonctions met en avant le style d'écrit des auteurs. Le chercheur en analyse discursive doit porter une attention sur les usages précis des auteurs. Par exemple, dans notre analyse, nous portons un regard précis aux formules impératives, car d'une part, elles permettent aux auteurs de s'adresser avec autorité à un lecteur qui doit suivre ces commandes pour répondre, et d'autre part, elles appellent le lecteur à construire des connaissances mathématiques d'une manière déterminée par l'auteur. Dans le même ordre d'idées, nous avons analysé l'usage des pronoms personnels (Herbel-Eisenmann, 2004). Par exemple, les pronoms personnels **je** et **nous**² indiquent que les auteurs

¹ « ideational », « interpersonal » et « textual »

² « I » et « we »

eux-mêmes sont interpellés dans l'activité dans le texte tandis que **tu/vous**³ peut interpellier directement le lecteur (Halliday, Matthiessen & Matthiessen, 2014). Cette approche systématique permet d'examiner les rôles des lecteurs (les élèves), des auteurs et les relations entre eux (Otte, 1983; Love & Pimm, 1996).

III. METHODOLOGIE

Pour répondre méthodologiquement à nos questions de recherche, nous avons choisi la série de manuels *Math Makes Sense* sélectionnée dans la liste officielle Trillium⁴ où l'éditeur qui apparaissait le plus était Pearson Addison Wesley, une des compagnies qui domine le marché du livre en Amérique du Nord (Gutstein, 2012). Cette série de manuels est la plus utilisée à l'élémentaire ontarien. Nous avons également utilisé le programme cadre (ou PC) pour les mathématiques au primaire en Ontario. Nous avons obtenu les versions papier du PC et des manuels, et la version électronique du PC sur le site officiel de ministère de l'Éducation de l'Ontario. La version électronique du PC permet de faire le décompte des mots spécifiques traitant des mathématiques, de les situer par rapport au cadre théorique et de mettre en évidence les fonctions du langage afin de mettre en avant les rôles de l'apprenant. Le PC est organisé en objectifs généraux et spécifiques, et précise quelques rôles des enseignants, des parents et ce que l'élève devrait réaliser par année. *Math Makes Sense* va de la 1^{ère} à la 8^e année et nous avons analysé sept documents sur les huit, car nous n'étions pas en mesure de retrouver celui de la 2^e année dans le temps dont nous disposions. Chaque manuel est organisé en modules⁵ suivis de son numéro et du titre; de la section lancement⁶ qui occupe les deux premières pages du module et qui présente les objectifs d'apprentissage et mots clés⁷ qui sont vus dans ce module (voir tableau 1); ensuite viennent des leçons qui mettent en application le contenu de la section lancement, suivies enfin d'une revue du module et des problèmes⁸. Par exemple, en 3^e année, module 8 : Exploration des fractions⁹ est constitué de la section lancement (Pizza Lunch, pp. 302-303), de 7 leçons, d'une revue du module et des problèmes). Pour notre démarche d'analyse, nous avons utilisé les trois méta-fonctions du système langagier pour analyser le programme cadre et les manuels. Ces deux analyses ont permis de déterminer le rapport entre les deux types de documents. Pour chaque manuel analysé, nous avons identifié, les deux premières pages de chaque module qui se rapporte à la fraction (c'est-à-dire la partie lancement) pour voir si les objectifs d'apprentissage à chaque niveau correspondent aux attentes énoncées par le curriculum à ce niveau et parce cette partie est en congruence avec le contenu des leçons. Dans chaque manuel et à travers le module portant sur la fraction, ces objectifs d'apprentissage sont atteints à travers les leçons qui sont toutes divisées en huit sections à savoir : explorer, montrer et partager, se connecter, pratiquer, se rappeler, réfléchir, nombres de tous les jours et la section à la maison¹⁰. La section « explorer » permet d'explorer un problème de fraction avec un pair en utilisant du matériel, montrer et partager permet à l'élève de communiquer son travail à d'autres, se connecter résume la pensée mathématique travaillée, la pratique permet à l'élève de se pratiquer sur différentes situations, se rappeler rappelle d'utiliser des images, mots, ou nombres dans la réponse du lecteur, réfléchir appelle le lecteur à penser à l'idée générale de la

³ « you »

⁴ cf. <http://www.edu.gov.on.ca/trilliumlist/>

⁵ « Units »

⁶ « Launch »

⁷ « learning goals » et « key words »

⁸ « Unit Review » et « Unit Problem »

⁹ « Exploring fractions »

¹⁰ « explore, show and share, connect, practice, remind, reflect, numbers every day and at home »

leçon, le nombre chaque jour permet au lecteur de travailler sur des variantes de nombres, et la section à la maison propose des devoirs de maison. Pour voir les rôles assignés aux élèves à travers le concept de fraction dans ces manuels, nous nous appuyons sur des extraits de textes que nous jugeons pertinents et que nous analysons à travers notre cadre théorique.

Manuel	Module	Fraction unit	Page	Objectifs d'apprentissage (= learning goal :)	Mots clés (= Key words :)
Math Makers Série 3	11	Unit 3: exploring fractions	305- 330	Find fractions of a whole, of a length, and of a set. Solve fractions problems. Explore mixed problem. (3 learning goals)	Equal parts, fractions, halves, thirds, quarters, tenths, fifths, eighths, tenths, tenths, mixed numbers.
Math Makers Série 4	11	Unit 3: fractions and decimals	270- 316	Model, compare, and order fractions and mixed numbers. Explore and model tenths and hundredths as decimals. Compare and order decimals. Add and subtract decimals. Add and subtract money. (3 learning goals)	Tenths, numerator, denominator, proper fraction, equivalent fraction, improper fraction, mixed number, decimal, decimal point, hundredths.
Math Makers Série 3	11	Unit 3: fractions and decimals	236- 304	Model, compare and order fractions, improper fractions, and mixed numbers. Explore equivalent fractions. Explore patterns involving fractions. Reduce fractions to divide and to decimals. Estimate decimal products and quotients. Multiply decimals with tenths and with hundredths. Divide decimals with tenths and with hundredths. Pose and solve problem involving decimals and fractions. (8 learning goals)	Equivalent fractions, Proper fraction, Mixed number, Improper fraction, Quotient, Divisor, Dividend
Math Makers Série 5	11	Unit 3: fractions, percent, ratios, and rates	206- 318	Express fractions in simplest form. Relate mixed numbers and improper fractions. Compare and order mixed numbers and fractions. Explore addition and subtraction of fractions. Explore percent. Relate percent to fractions and decimals. Estimate and calculate percent. Solve real-world problems using percent. Use ratio for part-to-part and part-to-whole comparisons. Explore equivalent ratios. Explore rates. Solve problems involving fractions, percent, ratios, and rates. (12 learning goals)	Simplify, simplest form, percent, parts of a ratio, ratio, equivalent ratio, rate, and continuous line graph
Math Makers Série 7	11	Unit 3: working with percent	290- 306	Reduce decimal, fractions and percent. Solve problems that involve fractions, decimal, and percent. Multiply decimals. Divide decimals. Draw circle graph by hand. (5 learning goals)	Percent, percent circle
Math Makers Série 8	11	Unit 4 : Fractions and decimals	134- 180	Compare and order fractions. Add and subtract fractions. Multiply a fraction by whole number and by fraction. Divide a whole number by fraction and a fraction by a fraction. Convert between fractions and decimals. (5 learning goals)	Reciprocal, terminating decimal, repeating decimal

Tableau 1- informations générales sur les objectifs d'apprentissage et mots clés sur le concept de fraction dans «math makes sense »

IV. ANALYSE DE DONNEES

Pour faire suite à l'analyse du programme cadre, la fonction idéationnelle met en avant les attentes générales et spécifiques. De la 1^{ère} à la 8^{ème} année, pour tout concept mathématique, l'approche par la résolution de problème est priorisée à travers différentes situations, pour la plupart, issues de la vie quotidienne des élèves, que l'enseignant doit leur faire vivre, pour qu'ils développent des habiletés en résolution de problème, à raisonner mathématiquement, à communiquer, réfléchir, à établir des liens entre des données, à sélectionner des outils appropriés et à modéliser tout au long de leur apprentissage mathématique. Dans la résolution de problèmes, l'élève doit apprendre à comprendre le problème à travers la lecture et la compréhension des données, à élaborer un plan de résolution et de le mettre en œuvre, pour ensuite faire des vérifications de ses résultats. Ce PC suggère que l'élève aille du concret vers l'abstrait et doit commencer par explorer les fractions avec du matériel concret en 1^{ère} année pour tendre vers des opérations sur les fractions et la résolution de problèmes de fractions en utilisant une variété de stratégies en 8^{ème} année. Le PC ne précise pas la façon dont l'activité mathématique progresse au sujet de la fraction, mais donne des précisions sur différentes attentes que les élèves doivent réaliser par année. Dans la fonction interpersonnelle, le PC suggère ce que l'élève peut, doit, devrait, devra...faire¹¹ de la 1^{ère} à la 8^{ème} année sur le concept de fraction. Les enseignants jouent un rôle important dans la progression des apprentissages sur le concept de fraction. Dans le PC, le mot *will* (sera) est utilisé 243 fois de l'année 1 à 8 et le plus souvent dans l'expression les « élèves devront¹² » utilisé 157 fois interpellant directement l'apprenant. L'expression « l'enseignant devra¹³ » s'adresse directement à l'enseignant. Le terme « doit » ou « doivent¹⁴ » est utilisé 28 fois (p. ex. les jeunes élèves doivent¹⁵; «l'enseignant doit» et l'expression « l'élève doit¹⁶ » est utilisé 5 dans

¹¹ « can, must, should, will... »

¹² « students will »

¹³ « teacher will »

¹⁴ « Must »

¹⁵ « Younger students must »

le programme. Le terme « pourrait » est utilisé une fois et l'élève peut¹⁷ est utilisé 11 fois. Il n'y a pas de forme « les parents pourraient... peuvent...pourront ». La seule modalité concernant les parents est : « les parents peuvent¹⁸ » qui apparaît seulement 3 fois dans le PC. La forme [élèves, parents ou enseignants + verbe] exprime ce que les auteurs demandent au lecteur de faire. Dans la fonction textuelle, la fraction est organisée en listes de concepts regroupés sous différents thèmes où les savoirs construits sont morcelés. D'une année à l'autre, la fraction évolue suivant différentes notions. En 2^e année, on a la partie tout et la comparaison, la 4^e année traite de la lecture et de la comparaison pour passer en 5^e année sur la fraction décimale, propre et impropre ; la 6^e année s'organise autour des relations entre les fractions, le nombre décimal et les pourcentages tandis que la 7^e année porte sur l'addition, la soustraction des fractions et les nombres décimaux. La 8^e année traite de la division et la multiplication des fractions pour ouvrir sur l'algèbre.

Au niveau des manuels scolaires, dans la fonction idéationnelle, les activités vont généralement du concret vers l'abstrait avec usage du matériel, du simple au complexe de la 1^{ère} à la 8^e année. Dans ses multiples rôles, l'élève explore la fraction en 3^e année; travaille la fraction décimale en 4^e et 5^e années; les pourcentages, taux, rapports et opérations sur les fractions en 6^e et 7^e années; la comparaison, la conversion et les opérations de fractions avec passage vers l'algèbre en 8^e année. Selon le niveau primaire, pour le concept de fraction, on constate que les objectifs d'apprentissage (cf. tableau 1) sont généralement inscrits dans les attentes du PC. Ces objectifs sont mis en évidence à travers différents modules répartis en leçons subdivisées en huit parties. Dans la fonction interpersonnelle, le style d'écriture des auteurs est majoritairement basé sur des commandes impératives pour parler avec autorité à travers les pronoms personnels tu/vous, des verbes comme écrire, dire, utilise, montre...dessine... qui interpellent directement le lecteur. Ils utilisent très rarement Je/nous pour s'interpeller eux-mêmes. Dans *Math Makes Sense* de la 4^e année par exemple, on peut lire entre autres, «écrire une fraction pour dire quelle partie de chaque courtepoinette est rayée (p. 273) ou utilise des carrés de couleur pour montrer chaque fraction (p. 274)¹⁹ », etc. Ces extraits interpellent directement l'élève à exécuter ces tâches sans toutefois solliciter son avis par exemple sur l'explication de sa démarche. Ce sont des questions un peu plus fermées qui poussent l'élève juste à exécuter les tâches. On y voit là une posture autoritaire des auteurs. Dans *Math Makes Sense* 5^e année, on peut également lire, « quand tu vois une fraction impropre, comment peux-tu l'écrire comme un nombre mixte (p. 264) ou quand utilises-tu les fractions et les nombres mixtes²⁰ » qui laisse une place à la réflexion chez l'élève. La première permet plus à l'élève d'objectiver ses connaissances tandis que la seconde permet de penser à différentes situations où utiliser ces concepts à la maison. Dans une section du manuel de 8^e année, on peut lire la situation suivante :

Explore: Work with a partner. You will need 1-cm grid paper and coloured pencils. Use these rules to create a rectangular design on grid paper. (The design must have line symmetry or rational symmetry; One-half of the grid squares must be red – One-third of the grid squares must be blue - The remaining grid squares must be green; The rectangle must have the fewest squares possible). What fraction of the squares are green? How do you know? How many squares did you use? Explain. Describe your design. (Math Makes Sense 8, p, 143). **Reflect & Share:** compare your design with that of another pair of

¹⁶ « Younger students must » et « student must »

¹⁷ « could » et « student can »

¹⁸ « parents can »

¹⁹ write a fraction to tell what part of each quilt is striped » (p. 273) ; « Use coloured squares to show each fraction » (p. 274)

²⁰ Reflect: when you see an improper fraction, how can you write it as a mixed number? » (p. 264) ou « At home: when do you use fractions and mixed numbers at home? Explain » (p. 264).

classmates. If the designs are different, do both of them obey the rules? Explain. Compare your design with those of another classmate. How many different designs are possible? (*Math Makes Sense* 8, p, 143)

Dans les situations «explorer réfléchir et partager²¹», les auteurs sont moins autoritaires parce qu'ils laissent le libre choix aux élèves de créer un design rectangulaire à partir de certaines règles. Le choix revient aux élèves non seulement de créer, mais également d'exprimer ce qu'ils font à travers des questions comme : comment le sais-tu ? Explique. Décrivez votre conception. Les auteurs laissent libre court aux élèves de faire une comparaison de leur production avec d'autres si les designs sont différents et si les règles ont été prises en compte. Par la suite, tous les élèves font une confrontation de leur production en vue de dénombrer tous les cas de productions possibles. Ceci, ainsi que les analyses des autres manuels nous amènent à constater que ces auteurs à travers leurs écrits sont plus autoritaires en début du cycle primaire et relativement moins vers la fin de la 8^e année.

Dans la fonction textuelle, chaque livre est organisé en modules comportant des leçons avec chaque leçon qui comporte huit sections. Chaque leçon traite un (ou plus d'un objectif) énoncé dans la section lancement qui s'inscrit dans le programme, utilise une multitude de situations à travers lesquelles l'élève va s'exercer sur le concept de fraction tout en résolvant des problèmes liés à son milieu de vie et en développant des savoirs, le savoir-faire et le savoir-être. On a aussi beaucoup d'images coloriées dans le texte et une grande variété de représentations sémiotiques (au sens de Duval) permettant de présenter la fraction sous différentes formes. L'organisation des chapitres est telle que les leçons constituent des moments d'apprentissage ordonnés et progressifs avec des exercices d'application ou réflexifs. Concernant les fractions, dans le PC, les objectifs généraux et spécifiques que doivent réaliser les élèves se traduisent dans les faits à travers divers chapitres dans la collection *Math Makes Sense* où la construction mathématique s'opère selon l'année du primaire. De la 1^{ère} vers la 8^e année, les exercices proposés vont du simple en 1^{ère} année et se complexifient au fur et à mesure que l'on avance dans le cycle primaire. Pour chaque année, le contenu de chaque chapitre sur la fraction fait un rappel sur la notion abordée l'année précédente afin d'assurer une continuité dans la construction de connaissances mathématiques sur la fraction le long du primaire.

V. CONCLUSIONS

L'analyse du PC Ontario révèle que l'apprenant est au centre des préoccupations. Une analyse des formes des verbes (voir section précédente) suggère que ces manuels expriment une relation d'autorité avec les élèves de la 1^{ère} à la 6^e année parce qu'ils n'ont pas une grande marge de liberté à exprimer librement leur pensée. Pour les modules analysés, dans les *Math Makes Sense* des années 7 et 8, l'on observe une baisse de la relation d'autorité par rapport aux élèves à certains endroits. Cette baisse serait due au fait que les auteurs commencent à préparer les lecteurs (élèves) pour leurs études supérieures en les encourageant à penser par eux-mêmes à travers certaines situations mathématiques. Notre recherche révèle que pour la fraction, *Math Makes Sense* s'inscrit globalement dans les orientations du PC tant au niveau des attentes générales que spécifiques. Cependant, ce programme suggère de donner plus d'espace pour la pensée réflexive de l'élève, or pour les parties traitant la fraction, le caractère autoritaire du manuel révèle que ce dernier ne s'inscrit que partiellement dans cette attente, ce qui marque un écart entre le PC et ces manuels. Notons qu'une des limites de notre travail est de n'avoir pas expérimenté ces relations d'autorité auprès d'élèves pour savoir jusqu'à quel point l'impact de cette relation d'autorité a sur les élèves.

²¹ *Explore et Reflect & Share*

REFERENCES

- Barwell, R. (2008). Discourse, mathematics and mathematics education. In *Encyclopedia of language and education* (pp. 1059-1070). Springer US.
- Barwell, R. (2009). Researchers' descriptions and the construction of mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), 255-269.
- Barwell, R. (2013). Formal and informal language in mathematics classroom interaction: A dialogic perspective. In *Proceedings of 37th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (Vol. 2, pp. 73-80).
- Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. In *Educational Studies in Mathematics* 11, 23-41.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 91-126). New York: Academic Press.
- Bruce, C., Chang, D., Flynn, T., & Yearley, S. (2013). Foundations to learning and teaching fractions: Addition and subtraction. Retrieved July, 4, 2014.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H., (eds.). (1995). *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- Groff, P. (1996). Is teaching fractions a waste of time? *Clearing house*, 69, 177-179.
- Gutstein, D. (2012). Pearson's plan to control education. *British Columbia Teachers' Federation*.
- Halliday, M. A. K. (1973). *Explorations in the functions of language*. London: Edward Arnold.
- Halliday, M., A., K. (1978). *Language as Social Semiotic: The Social Interpretation of Language and Meaning*, Edward Arnold, London.
- Halliday, M. A. K. (1994). *An introduction to functional grammar* (2nd ed). London: Edward Arnold.
- Halliday, M., Matthiessen, C. M., & Matthiessen, C. (2014). *An introduction to functional grammar*. Routledge.
- Hasemann, K. (1981). On difficulties with fractions. In *Educational studies in mathematics*, 12. 71-87.
- Herbel-Eisenmann, B. (2004). An examination of textbook "voice": how might discursive choice undermine some goals of the reform? In McDougall, D. & Ross, J. (Eds.), *Proc. 26th North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 2, pp. 862-870*, October 2004 Toronto, Ontario, Canada: PME-NA 864.
- Herbel-Eisenmann, B., & Wagner, D. (2005). In the middle of nowhere: How a textbook can position the mathematics learner. In *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 121-128. Melbourne: PME.
- Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. In *Educational Studies in Mathematics* 46, 87-113.
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario (MEO). (2005). *Le curriculum de l'Ontario, de la 1^{re} à la 8^e année*. Mathématiques. Ontario.
- Morgan, C. (1996). The language of mathematics: Towards a critical analysis of mathematics texts. *For the Learning of Mathematics*, 16 (3), 2-10.

- Morgan, C. (1998). *Writing Mathematically: The Discourse of Investigation*, Falmer Press, London. 232 p.
- Morgan, C. (2002). *Writing Mathematically: The Discourse of Investigation*, Studies in mathematics Education Series: 9, Falmer Press, London. 288 p., Published in the Taylor & Francis e-Library, 2002.
- Moschkovich, J. (2002). A situated and sociocultural perspective on bilingual mathematics learners. In *Mathematical Thinking and Learning* 4(2–3), 189–212.
- O'Halloran, K. (2008). *Mathematical discourse: Language, symbolism and visual images*. A&C Black.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms*, Routledge and Kegan Paul, London.
- Poon, R. C., & Lewis, P. E. (2015). Unpacking the Division Interpretation of a Fraction. *Teaching Children Mathematics*, 22(3), 178-185.
- Presmeg, N., Radford, L., Roth, W., M., & Kadunz, G. (2016). *Semiotics in Mathematics Education*, ICME-13, Springer, Hamburg.
- Rotman, B. (1988). Toward a semiotics of mathematics. *Semiotica* 72 (1/2), 1-35.
- Rowland, T. (2000). *The Pragmatics of Mathematics Education: Vagueness in Mathematical Discourse*. London: Falmer
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. In *Educational Studies in Mathematics* 46, 13–57.
- Smith, C., & Morgan, C. (2016). Curricular orientations to real-world contexts in mathematics. *The Curriculum Journal*, 27(1), 24-45.
- Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason: Cognitive development and the production of rationality*. London: Routledge.
- Manuelsscolaires**
- Brown, T., Lenjosek, A., Heideman, C., Mennie, J., Konis-Chatzis, G., Keene, A. J., Sinclair, M., Featherstone, C., Johnston, J., Keyes, B., Wood, E., Milne, E., Jones, D., & Jeroski, S. (2006). *Math Makes Sense 8*. Pearson Education Canada Inc., Toronto, Ontario.
- Jackson, M., Saundry, C., Dockendorf, M., Connell, M. M., Spencer, H., Bryan, L., Jeroski, S., Anderson, C., Lightburn, B., Skene, M., Beaumont, D., & Travis, J. (2004). *Math Makes Sense 1*. Pearson Addison Wesley, Pearson Education Canada Inc., Ontario.
- Johnston, J., Doucette, M., Thomas, S., Brown, T., Jones, D., Paziuk, J., Harper, K., Keyes, B., Lonjosek, A., Sinclair, M., Heideman, C., Davis, M., & Jeroski, S. (2005). *Math Makes Sense 7*. Pearson Addison Wesley, Pearson Education Canada Inc., Toronto, Ontario.
- Morrow P., Jones, D., Keyes, B., Thomas, S., Alexander, N., Nicolson, C. P., Saundry, C., Brown, T., Connelly, R., Davis, M., Johnston, J., Thomas, J., Appel, R., Edwards, L., Harper, K., Connell, M. M., & Jeroski, S. (2006). *Math Makes Sense 6*. Pearson Addison Wesley.
- Morrow P., Keyes, B., Jones, D., Thomas, S., D'Alessandro, A., Brown, T., Connelly, R., Johnston, J., Davis, M., Thomas, J., Connell, M. M., & Jeroski, S. (2005). *Math Makes Sense 5*. Pearson Addison Wesley, Pearson Education Canada Inc., Toronto, Ontario.
- Morrow P., Keyes, B., Thomas, S., D'Alessandro, A., Jones, D., Gray, L., Brown, T., Connelly, R., Johnston, J., Thomas, J., Connell, M. M., Davis, M., & Jeroski, S. (2004). *Math Makes Sense 4*. Pearson Addison Wesley, Pearson Education Canada Inc., Ontario.
- Morrow P., Thomas, S., Jones, D., Gray, L., Jeroski, S., Brown, T., Connelly, R., Gordon, S., Davis, M., Harper, K., Harding, A., & Connell, M. M. (2004). *Math Makes Sense 3*. Pearson Addison Wesley, Pearson Education Canada Inc., Toronto, Ontario.