QUELQUES IDÉES POUR TRAITER LES PROBLÈMES DE LA GLOBALISATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

BOERO* Paolo

Résumé: Un cadre théorique, dérivé du travail de Habermas sur la rationalité, est proposé pour traiter les relations entre le caractère universel des maths d'aujourd'hui et les cultures des lieux où elles sont enseignés (cultures des étudiants, scolaire, du contexte social). Des exemples (sur la modélisation et les maths pures) montrent comment l'enseignement-apprentissage des maths peut rencontrer les conceptions des étudiants et les cultures du contexte dans la perspective de développer les rationalités respectives. Une discussion est proposée sur les difficultés langagières des élèves dans l'accès aux mathématiques pures.

Mots-clefs: rationalité selon Habermas, enculturation, acculturation, alphabétisation mathématique, diversité culturelle

Abstract: A framework, derived from Habermas' elaboration on rationality, is proposed to deal with the relations between the universal character of today mathematics, and the cultures of where mathematics is taught (students' cultures, school culture, social context cultures). Some examples are presented (as regards mathematical modeling and pure mathematics) to illustrate how mathematics teaching and learning may meet students' conceptions and context cultures in the perspective of developing related rationalities. A discussion is proposed about students' linguistic difficulties when approaching pure mathematics.

Keywords: Habermas' rationality, enculturation, acculturation, mathematical literacy, cultural diversity.

I. INTRODUCTION

Si on considère le panorama des changements des programmes et des orientations des curricula de mathématiques dans les dernières 60 ans, on voit se renforcer des phénomènes de domination culturelle véhiculée par des organismes internationaux (comme l'OCDE) et/ou imposée par des relations de domination politique (cf Wagner & Lunney Borden, 2012).

Le cas des mathématiques dites « modernes » (« New Maths ») est typique et bien connu – dans ce cas, l'OCDE a eu une importance décisive pour les pays membres, tandis que dans beaucoup de pays francophones de l'Afrique l'influence décisive a été celle de la France, pour des raisons liées au passé colonial et à la langue, et parce que la France peut à juste titre être considéré le berceau des mathématiques modernes.

Autre cas : à partir des années '90 les standards NCTM (Etats Unis) sont devenus des standards de référence pour beaucoup de pays de l'Amérique Latine et de l'Asie.

Plus récemment, la définition de «Mathematical literacy » de PISA, et l'élaboration relative au niveau OCDE, sont en train d'influencer fortement les programmes et le curricula dans le monde, grâce aussi au fait que les compétences mathématiques des jeunes des différents pays sont comparées selon les tests PISA (donc selon l'idée de « literacy » OCDE-PISA) – avec des retombées importantes dans les pays moins performants : si un pays adapte ses programmes dans ce sens, on aura plus d'espoir de réussir dans les comparaisons internationales.

Une raison portée pour justifier cette tendance à la standardisation (de haut en bas) de l'enseignement des mathématiques est la prétendue nécessité d'une unification au niveau globale des compétences mathématiques, compte tenu de la globalisation dans les domaines économique, technologique, et donc du travail et des échanges scientifiques et technologiques. Une autre raison est celle lié à la globalisation des avancés des mathématiques pures et appliquées. Ces motivations sont raisonnables et fortes; le problème est qu'elles se traduisent en oubli du problème du rapport avec les cultures locales et les cultures des élèves.

* DISFOR, Université de Gênes – Italie – boero@dima.unige.it

La domination culturelle peut passer à travers :

- le manque de rapport avec les traditions culturelles locales: les mathématiques de l'école ; les mathématiques enracinées dans l'histoire locale ; les mathématiques de la rue et des pratiques artisanales; et le « sens » des mathématiques pour la culture du pays (par exemple, on trouve une situation très différente en Hongrie, où les journaux de jeux mathématiques ont une diffusion extraordinaire, et en Italie) ;
- la langue, quand les mathématiques sont enseignées dans une langue autre que celles qui sont parlées par la majorité des gens dans le pays, ou autre que les langues d'une partie de la population scolaire (comme dans le cas des classes multi-ethniques de beaucoup de pays de l'Europe) ;
- le manque de rapport avec la réalité des enfants (leur façon de raisonner, leurs expériences, leurs conceptions – qui peuvent différer d'un pays à l'autre et d'un milieu social à l'autre).

Les élèves qui réussissent dans une situation de domination culturelle ne sont pas forcément ceux qui ont les meilleures ressources intellectuelles ; ce sont le plus souvent ceux qui s'adaptent mieux aux impositions culturelles de l'école pour des raisons familiales, ou intimes - de disponibilité à s'intégrer dans un discours « autre » par rapport à ses convictions et façon de penser. On peut dire des choses semblables pour les enseignants.
Ces constats posent un problème politique (celui de concilier la nécessité d'une formation valable au niveau globale avec les liens à établir avec la réalité culturelle locale et personnelle), un problème culturel (celui de l'orientation culturelle de la formation – quelles mathématiques?) et un problème théorique (celui de l'outillage théorique pour traiter ces questions). Ma contribution concerne ce dernier problème, avec des liens avec les autres.

II. POUR UN ENCADREMENT DES ACTIVITES MATHÉMATIQUES EN RELATION AVEC LE CONTEXTE CULTUREL

L'institution scolaire, et l'enseignant comme fonctionnaire de l'institution, portent une exigence d'universalisme dans l'enseignement des mathématiques. Déjà au niveau de l'école on peut considérer les mathématiques scolaires comme une offre culturelle qui prétend à l'universalisme vis-à-vis des conceptions et des cultures particulières des élèves ; la référence plus ou moins fidèle aux programmes du pays donne une sorte de légitimation à cette prétention d'universalisme, et à leur tour les programmes se réfèrent (implicitement ou explicitement) à un universalisme global quand ils s'alignent aux standards NCTM ou à la « mathematical literacy » OCDE-PISA. Je pense que tout cela est inévitable et même nécessaire; le problème politique concerne le rapport à établir entre cette exigence d'universalisme poussée jusqu'au niveau global, la culture (mieux : les cultures) des élèves et la culture (mieux : les cultures) du contexte social dans lequel l'école est insérée.
L'outillage théorique disponible, bien qu'utile, me semble insuffisant pour traiter ce problème: en particulier, la distinction classique entre « acculturation » et « enculturation » (de H. F. Wolcott, cité in Bishop, 2002, pp. 193-194) est utile pour décrire (avec l'enculturation) la normalisation culturelle des élèves selon la culture dominante portée par l'école, et (avec l'acculturation) le dialogue continu entre traditions culturelles différentes, en particulier au sein de l'école. Mais cet outillage n'est pas suffisant pour traiter la complexité d'une rencontre productive originale, à mon avis souhaitable, entre une culture scientifique globalisée (en particulier, dans le domaine des mathématiques) offerte par l'école, et la maturation et le développement des cultures locales sollicitée par cette offre, avec la médiation cruciale de l'enseignant.
Il faut un outillage théorique susceptible de :

- Mettre en évidence les caractères saillants des différentes traditions et pratiques culturelles, pour permettre de déceler les points de contact et les différences entre elles, en particulier dans le domaine des mathématiques (des mathématiciens, de l'école, de la rue…) ;
- Mettre en relation la culture disciplinaire des mathématiques et les autres cultures, en particulier dans le cas de la modélisation mathématique.

La rationalité du connaître, de l'agir et du communiquer

Beaucoup d'activités culturelles (y inclues les activités mathématiques) peuvent être décrites comme des activités discursives avec des caractéristiques communes :

- L'existence de critères pour établir le vrai et le faux des propositions et la validité des raisonnements ;
- La présence de stratégies pour aboutir, susceptibles d'évaluation ;
- La présence d'un langage spécifique pour l'interaction sociale et le dialogue avec soi-même.

Le cadre de la rationalité élaboré par Habermas (1998) peut bien servir pour passer de cette description superficielle à un traitement plus profond des activités discursives. Dans ce cadre, le comportement rationnel est caractérisé : par la prise en charge consciente des critères de vérité et de validité (*rationalité épistémique*), des stratégies pour aboutir (*rationalité téléologique*), et des moyens pour communiquer (*rationalité communicative*); et par les liens dynamiques entre connaître, agir et communiquer dans la perspective de la rationalité, qui trouvent leur raison d'être dans l'aspect « génératif » (de nouvelles idées, de nouvelles solutions de problèmes) du comportement rationnel – si important dans la perspective de l' « expansive learning » de Engeström (voir Engeström & Sannino, 2010):

> Of course, the reflexive character of true judgments would not be possible if we could not *represent* our knowledge, that is, if we could not express it in *sentences*, and if we could not correct it and expand it; and this means: if we were not able also to *learn* from our practical dealings with a reality that resists us. To this extent, epistemic rationality is *entwined* with action and the use of language (Habermas, 1998, p. 312; emphasis in original).

Autre caractéristique saillante de la rationalité (intéressante pour l'enseignement) est l'importance attribué à l'intentionnalité subjective par rapport à la réussite d'un comportement rationnel ; dans le cas de la dimension épistémique de la rationalité on trouve chez Habermas :

> This does not mean, of course, that rational beliefs or convictions always consist of true judgements. (…) Someone is irrational if she puts forward her beliefs dogmatically, clinging to them although she sees that she cannot justify them. In order to qualify a belief as rational, it is sufficient that it can be held to be true on the basis of good reasons in the relevant context of justification (…) (Habermas, 1998, p. 312).

Pour une discussion du potentiel et des limitations de l'adaptation de la rationalité selon Habermas dans la didactique des mathématiques voir Boero & Planas (2014).

Avec cet encadrement, on peut, selon des zooms différents et des intérêts différents:

- Comparer, au sein des mathématiques actuelles (scolaires – aux différents niveaux- ou académiques), des rationalités mathématiques différentes ;
- Comparer les caractéristiques saillantes des mathématiques des mathématiciens d'aujourd'hui avec celles des mathématiques du passé, de l'école, des activités quotidiennes;
- Comparer les mathématiques avec d'autres disciplines (comme la grammaire d'une langue, ou la physique, ou l'astronomie) ;
- Comparer les mathématiques avec des systèmes de connaissances et de pratiques dans les cultures locales : les formes de rationalités « autres », qui peuvent marquer une opposition ou une congruence avec la rationalité mathématique.

L'avantage de cet encadrement est de permettre une vision détachée en même temps critique des rapports entre pratiques discursives différentes au sein des mathématiques, et en relation avec d'autres pratiques discursives. Par conséquent, cet encadrement peut être utilisé dans la formation des enseignants (voir Guala & Boero, 2017 ; Boero, Fenaroli & Guala, 2018) et dans le dessin et l'analyse des parcours et des situations didactiques au niveau scolaire (voir Douek & Morselli, 2012). Ici on l'utilise pour traiter au niveau théorique quelques problèmes de l'enseignement de la modélisation mathématique et des mathématiques pures au temps de la globalisation de l'enseignement des mathématiques.

III. LE CAS DE LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

La problématique de l'enseignement-apprentissage de la modélisation mathématique est devenue de plus en plus importante dans les programmes et les standards de plusieurs pays; son rôle est central dans la définition de « mathematical literacy » de OCDE-PISA.
Je vais proposer trois exemples, pour lesquels les rapports entre la rationalité de la modélisation mathématique et les rationalités des enfants et/ou de leurs milieux de provenance sont différents et posent beaucoup de problèmes mais aussi offrent des opportunités culturelles intéressantes (dans la perspective de la prise en charge par l'école des rationalités des élèves).

1. La monnaie et les achats

Dans ce cas la modélisation mathématique fonctionne en accord avec les transactions commerciales : en termes de rationalité on peut dire que les critères de validité pragmatique sont généralement bien en accord avec l'organisation et les résultats du calcul (si on doit payer 8 €, le fait que 2+2+2+1+1=8 est bien en accord avec le fait que avec trois pièces de 2€ et deux pièces de 1€ le payement du prix de 8€ sera accepté). D'ailleurs une des origines du calcul arithmétique se situe dans le domaine des échanges économiques. Mais dans le contexte réel des activités d'usage de la monnaie on peut déceler trois types de situations qui demandent une réflexion à propos des limites du processus de modélisation et de ses résultats, et qui concernent le rapport entre la rationalité de la modélisation et les rationalités selon lesquelles s'organisent les décisions des sujets humaines et, plus en général, le fonctionnement du contexte dans lequel s'insère la modélisation:

- Le fait (assez simple, en vérité, mais instructif pour des enfants d'école primaire) que le marchand, ou la machine, peuvent refuser un payement légitime du point de vue du modèle mathématique : un distributeur de boissons, comme souvent le vendeur dans un magazine, n'accepte pas le payement d'une bière qui coute 2,50€ avec 250 pièces de monnaie de 1 cent.
- Le fait que les stratégies arithmétiques « de la rue » sont souvent différentes des stratégies de l'école et aussi étranges à la tradition culturelle des mathématiques des mathématiciens du passé : les recherches des années '80 au Brésil (voir Nunez, Carraher & Schliemann, 1993) ont bien mis en évidence des différences importantes à ce sujet, qui concernent la dimension téléologique de la rationalité des mathématiques et en partie aussi les autres dimensions. En particulier – à propos de la dimension épistémique – on a mis en évidence le fait que des critères pragmatiques – liés à l'efficacité des stratégies et à la validité des résultats – permettent de valider des algorithmes et des raisonnements sans souci de validation au sein de l'arithmétique de l'école.
- Le fait beaucoup plus complexe des décisions éventuelles du vendeur pour la fidélisation du client.

Dans ces cas, les critères de vérité des résultats des calculs économiques ne correspondent pas aux critères de validité pour les choix des gens. Il s'agit d'une réflexion importante à partir de l'école primaire, pour commencer à mettre en discussion le « sens » des résultats du calcul économique et leur rapport avec les choix des gens et les situations réelles.

2. Les ombres du soleil

Le modèle géométrique des ombres du soleil peut être considéré comme une des constructions culturelles les plus importantes pour les premiers développements des mathématiques dans le bassin de la Méditerranée (cf Serres, 1993). Et en effet ce modèle assure une bonne description, interprétation et prévision du phénomène (au moins au niveau macroscopique). Les résultats dérivés d'une modélisation correcte correspondent au fonctionnement du phénomène. La validité des propositions (et des représentations graphiques qui les soutiennent) est en accord avec les fonctionnements de la réalité. Mais si on choisit les ombres du soleil comme sujet de travail dans nos classes on découvre facilement que la rationalité de la modélisation géométrique n'est pas pour les enfants de l'école primaire l'unique forme d'organisation des connaissances sur le phénomène des ombres du soleil. L'idée de l'ombre-image de l'objet illuminé par le soleil (en particulier, dans le cas du corps humain : ombre comme sujet « autre ») est très fréquente chez les enfants ; l'idée de l'ombre-tapis est fréquente aussi chez certains adultes ! Il est vrai qu'il est assez facile mettre en crise dans la classe ces conceptions à travers des observations et des situations-problèmes bien choisies, mais pour les enfants l'abandon de la conception de l'ombre comme « double » de soi-même peut constituer un renoncement à une construction importante du point de vue affectif. La rationalité inhérente cette conception fait partie du développement de l'identité de l'enfant ; la mise en évidence au niveau conscient et la valorisation de cette conception (à travers des contes à lire et/ou à inventer) peut contribuer au développement d'une rationalité « autre » par rapport à la rationalité de la modélisation géométrique (rationalité « autre » qui ouvre des connections avec la littérature et l'art).
L'expérience qui dans mon parcours personnel à propos de rationalité a eu plus d'importance a été celle du traitement des ombres du soleil par des enfants de l'école moyenne en Érythrée : dans ce cas, la conception des ombres n'était pas une conception « d'enfants » seulement (elle venait de la culture locale), elle était liée à des formes de pensée complexe et la rationalité inhérente permettait de résoudre beaucoup de situations-problèmes. En effet, les enfants répondaient à beaucoup de questions posées d'une façon correcte, selon leur rationalité, et ensuite cherchaient de justifier la réponse donnée dans le cadre de la modélisation géométrique du phénomène (« parce que vous enseignez les maths ! »).
La conception des ombres chez beaucoup d'enfants de cette classe dépendait d'une vision d'équilibre dynamique entre lumière et obscurité, comme expression de cet équilibre, moment par moment : au matin, l'obscurité perd de force, vis-à-vis de la lumière, et l'ombre réduit progressivement sa longueur, jusqu'à midi, puis la vigueur de la lumière se réduit, et alors progressivement l'ombre s'allonge… Moment par moment, l'extension (en longueur et en ampleur : en deux dimensions, on peut bien dire) de l'ombre dans le cas des objets qui font d'obstacle à la lumière dépend de l'extension de l'obstacle. Etc. Même la variation de la vitesse de raccourcissement de l'ombre le matin (et d'allongement l'après-midi) peut être interprété de cette façon ! (tandis qu'une interprétation mathématique est beaucoup plus compliquée). La chose intéressante est que cette façon de voir un phénomène de la nature dans une perspective d'équilibre dynamique (qui semble partagée par d'autres cultures aussi : voir Cheng, 1997, à propos de la pensée chinoise) est assez importante pour deux raisons liées: elle peut offrir une perspective plus générale pour considérer des phénomènes d'intérêt écologique ; et elle constitue une référence (come façon de penser) pour entrer dans une

perspective de modélisation mathématique avancée de certains phénomènes (comme celui de l'équilibre dynamique prédateur-proie selon le modèle différentiel de Lotka-Volterra).
Dans une perspective d'enculturation, le modèle des ombres du soleil de certains enfants d'Érythrée constituerait un obstacle, une conception à éradiquer ; dans une perspective d'acculturation, il pourrait être comparé avec le modèle géométrique, et finalement celui-ci émergerait comme supérieur (« often one of the contact cultures is dominant, regardless of whether such dominance is intended » – Wolcott (1974) cité in Bishop, 2002, p. 194) ; dans la perspective que je propose à travers la rationalité, la rationalité de l'équilibre dynamique pourrait donner lieu, à travers une prise de conscience de plus en plus poussée, à un développement important, vers des rencontres avec des mathématiques avancées et surtout vers des relations à établir avec des enjeux actuels dans le domaine écologique et économique.

3. *La transmission des caractères héréditaires*

Dans ce cas, la rationalité de la modélisation probabiliste trouve sur le terrain (chez les enfants, mais aussi chez les adultes) des autres rationalités robustes et bien enracinées dans les cultures du passé et d'aujourd'hui : en particulier, dans le cas des maladies héréditaires, la rationalité qui fait dépendre ce qui se passe de la volonté d'un sujet supérieur (sujet-décideur) ; et la rationalité fondé sur la conception d'un sujet interne aux événements aléatoires, qui règle ces événements – et qui (par exemple) assure que après quatre « face » dans un lancement de monnaie, la probabilité de voir apparaître « croix » doit augmenter (pour équilibrer le déséquilibre qui s'est crée).
Dans une perspective d'enculturation, il s'agit de conceptions qu'il faut éradiquer comme « anti-scientifiques » et même dangereuses (dans le domaine de la santé) ; dans une perspective d'acculturation il faut les prendre en compte, en rapport avec la modélisation probabiliste, pour montrer le bien-fondé expérimental et/ou théorique de celle-ci (mais on ne peut pas empêcher qu'un élève puisse dire « bien que Dieu se soumet aux lois de la probabilité, il peut décider de punir X comme cas singulier »). Dans la perspective de la rationalité on peut aller au fond des besoins qui induisent les conceptions (et les rationalités) non-probabilistes, et les faire évoluer. En particulier dans une expérience-pilote menée avec des enfants de 10-11 ans à la fin d'un parcours d'environ 30 heures on a pu traiter le cas des accidents de la route, en orientant leur réflexion de l'appel à l'intervention d'un sujet supérieur protecteur, vers l'identification dans une entité supérieure (l'état) et ses lois (normes de sécurité) d'une réponse possible au besoin de protection, qui met en jeu aussi la responsabilité de l'individu (sans pour autant nier le recours à d'autres entités protectrices, bien enracinée dans le milieu des élèves!).

IV. LE CAS DES MATHÉMATIQUES PURES

Le cas des mathématiques pures peut sembler simple à traiter dans la perspective de la globalisation de l'enseignement des mathématiques : selon une analyse superficielle, seulement des problèmes de rapport aux conceptions des élèves (et des enseignants) devraient être pris en considération, pour tenir compte de la nécessité d'un dialogue avec ce que pensent ces sujets. Au contraire dans la perspective de la rationalité on doit prendre en compte des problèmes complexes qui concernent :

- la présence au sein des mathématiques d'aujourd'hui de formes de rationalité différentes pour ce qui concerne les trois dimensions de la rationalité (non seulement des langages spécifiques, mais aussi des stratégies différentes et parfois des critères différents pour la vérité des propositions – comme on voit si on compare, par exemple, la théorie des graphes et l'algèbre, à propos de ce qui est vrai « par évidence »). La chose est encore plus complexe si on considère le fonctionnement des « pratiques discursives » des mathématiques au sens large, non pas limité à la rédaction des produits finaux du travail mathématique, mais incluant la production des conjectures et des preuves, et la validation et la communication des résultats parmi les experts (cf Thurston, 1994).

- La transposition didactique des mathématiques aux différents niveaux scolaires, et le rapport entre ce qui dérive des avancements des mathématiques des mathématiciens, et les mathématiques scolaires avec leur inertie et leur organisation interne ; dans la perspective de la rationalité on peut identifier des points importants de rupture de continuité surtout pour ce qui concerne la dimension épistémique (en particulier dans le passage du niveau primaire au niveau secondaire).
- Les options épistémologiques (et souvent même idéologiques) qui influencent (et parfois déterminent) le processus de transposition didactique. Deux exemples significatifs à ce propos concernent les « mathématiques modernes », et la vision des mathématiques à enseigner et apprendre sous-jacente à la « mathematical literacy » de OCDE-PISA. Si on considère les rationalités inhérentes à ces orientations de la transposition didactique on trouve des divergences très importantes pour ce qui concerne les trois dimensions de la rationalité (y inclue la dimension communicative et son lien avec la dimension épistémique – caractéristiques et rôle du formalisme mathématique).

Dans la perspective de la rationalité, les questions évoquées ci-dessus ont une grande importance si on veut tenir compte des cultures locales et du dialogue à établir avec elles : l'exercice des rationalités des mathématiques d'aujourd'hui demande souvent une rupture (en termes de rationalité) avec les rationalités des mathématiques scolaires dans beaucoup de pays ; et les options épistémologiques et idéologiques qui influencent la transposition didactique peuvent ajouter des éléments de conflit et de complexité. Plus en profondeur, les moyens langagiers (mieux, logico-langagiers) disponibles chez les élèves, liés étroitement aux formes de rationalité de la culture locale, peuvent être insuffisants, ou dissonants, par rapport aux moyens langagiers nécessaires pour l'exercice des activités mathématiques selon les rationalités imposées par la globalisation. Un exemple est celui de la maîtrise de la période hypothétique (en particulier dans le raisonnement par l'absurde), qui pose des problèmes (en particulier au niveau écrit) dans les langues écrites non alphabétiques (voir Wong, 2017); un exemple à un niveau beaucoup plus élémentaire, et moins difficile à traiter dans l'enseignement, concerne la distinction entre « nombre » et « numéro » (présente au niveau de langue commune dans certains langues), qui peut favoriser la prise en charge du concept de nombre comme quantité, entité distincte de l'étiquette symbolique (une difficulté en Italie, où la distinction entre « nombre » et « numéro » n'existe pas dans la langue naturelle).

Tout cela pose des problèmes difficiles à résoudre si on veut éviter l'enculturation aveugle avec ses conséquences d'éradication culturelle et d'aliénation pour ceux qui réussissent. Pour quelques espoirs de l'éviter, la prise de conscience chez les enseignants des enjeux de la globalisation de l'enseignement des maths dans la perspective de la rationalité me semble en ce moment une condition préliminaire (voir Guala & Boero, 2017). Des élaborations ultérieures sont nécessaires sur le plan épistémologique et anthropologique : en ce moment les points de contact entre les rationalités des mathématiques pures actuelles et les rationalités (actuelles ou potentielles) de la majorité de la population mondiale semblent assez réduits !

Les moyens langagiers et les formes de pensée qu'on peut réaliser avec ces moyens présentent dans le monde une grande variété, bien au-delà des phénomènes décrits par Luria (1976).

V. CONCLUSION

Chaque sujet est porteur de cultures (avec composantes personnelles et sociales mélangées), et souvent porteur aussi de rationalités potentielles, qu'il faudrait rendre conscientes et développer dans le dialogue avec une culture mathématique qui prétend à l'universalisme, pour aboutir à une synthèse originale ouverte sur le futur mais bien enracinée dans les cultures d'origine. Dans la perspective de la rationalité les cultures d'origine ne sont pas seulement des occasions de « motivation » pour les élèves, mais peuvent porter dans l'école des éléments importants pour leur formation culturelle. On peut entrevoir des possibilités réelles dans ce sens (au moins sur le plan théorique) dans le cas de la modélisation mathématique (voir Section III). La situation semble beaucoup plus difficile dans le cas des mathématiques pures : en particulier, les moyens langagiers des sujets et les caractères propres des langues naturelles semblent être des éléments discriminants pour pratiquer les rationalités des mathématiques pures sans couper les liens avec ses racines culturelles (Section IV).

REFERENCES

Bishop, A. J. (2002). Mathematical acculturation, cultural conflicts and transition. In G. de Abreu, A. J. Bishop and N. C. Presmeg (Eds.), *Transitions between contexts of mathematical practices* (pp. 193-212). Dordrecht : Kluwer A. P.

Boero, P., Fenaroli, G. & Guala, E. (2018). Mathematical argumentation in elementary teacher education: The key role of the cultural analysis of the content. In G. Harel and G. Stylianides (Eds.), *Advances in mathematics education research on proof and proving* (pp. 49-67) New York: Springer.

Boero, P. & Planas, N. (2014). Habermas' construct of rational behavior in mathematics education: New advances and research questions. In *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 1, pp. 228-235). Vancouver (CA): PME & UBC.

Cheng, A. (1997). *Histoire de la pensée chinoise*. Paris : Éditions du Seuil.

Douek, N. & Morselli, F. (2012). Preuve et algèbre au collège: de la conception d'une séquence d'apprentissage à l'évolution du cadre théorique de référence. In L. Coulange & J.P. Drouhard (Eds.), *Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives.* Numéro hors série de *Recherches en Didactiques des mathématiques*, pp. 283-304.

Engeström, Y. & Sannino, A. (2010). Studies on expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, *5*, 1-24.

Guala, E. & Boero, P. (2017). Cultural analysis of mathematical content in teacher education: The case of elementary arithmetic theorems. *Educational Studies in Mathematics*, 96, 207-227.

Habermas, J. (1998). *On the pragmatics of communication*. Cambridge, MA: MIT Press.

Luria, A.R. (1976). *The cognitive development: Its cultural and social foundations*. Cambridge (MA) : Harvard University Press.

Nunes, T., Schliemann, A. D. & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics.* Cambridge (MA) : Cambridge University Press.

Serres, M. (1993). *Les origines de la Géométrie*. Paris : Flammarion.

Thurston, W. P. (1994). On proof and progress in mathematics. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 30(2), 161-177.

Wagner, D. & Lunney Borden, L. (2012). Aiming for equity in (ethno)mathematics research. In B. Herbel-Eisenmann, J. Chopin, D. Pimm & D. Wagner (Eds.), *Equity in discourse for* *mathematics education : Theories, practices, and policies* (pp. 69-88). New York : Springer.

Wolcott, H. F. (1974). The teacher as an enemy. In G. D. Spindler (Ed.), *Education an cultural process : Towards an anthropology of education* (pp. 136-150). New York : Holt, Rinehart and Winston.

Wong, K-C (2017). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Hong Kong.https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10_0047.pdf