

INFLUENCE DES RESSOURCES SUR LA CONCEPTION DE L'ENSEIGNANT DU CONCEPT « VECTEUR »

HAYFA* Nina

Résumé – Cet article cherche l'impact que risque d'engendrer le système de ressources choisi par l'enseignant sur sa propre conception du concept « vecteur ». Deux enseignants ont été interviewés et observés durant leur travail sur le vecteur. Il était conclu que l'enseignant qui a un système de ressources plus riche présente une conceptualisation meilleure dans la mobilisation du concept voire son utilité et utilisation. En fait, le concept vecteur présente des difficultés inhérentes au concept lui-même.

Mots-clefs : vecteur, système de ressources, utilité, conception, enseignant.

Abstract – This article looks at the potential impact of the resource system chosen by the teacher on his own conception of the "vector" concept. Two teachers were interviewed and observed during their work on the vector. It was concluded that the teacher who has a richer resource system presents a better conceptualization in the mobilization of the concept or even its usefulness and use. The concept of vector presents inherent difficulties to the concept itself.

Keywords: Vector, resource system, utility, conception, teacher.

I. PROBLEMATIQUE

Il est connu que le concept « vecteur » présente des difficultés d'ordre épistémologiques (LêThi, 1997) voire d'ordre didactique (Hayfa, 2006). Le concept de vecteur contracte trois concepts : direction, sens et module. Ces derniers ne peuvent être conçus, pour un élève aussi bien que pour un enseignant même du lycée, qu'à partir d'une représentation géométrique à travers une « flèche ». Cette représentation incontournable durant l'enseignement académique est source de réduction du concept « vecteur » à son aspect lié : aux deux points qui déterminent la flèche ; l'origine et l'extrémité. Cette représentation empêche, se basant sur les normes géométriques, le sujet à concevoir qu'une flèche A et une flèche B qui sont de supports parallèles, de même sens et de même longueur, représentent le même objet mathématique « le même vecteur ». Pourtant, conformément au système d'éducation Libanais, il est demandé d'un élève de brevet et de lycée de concevoir le vecteur dans son aspect libre : toutes les flèches qui ont même direction, même sens et même module représentent le même « vecteur » (Hayfa, 2006).

Ceci dit, il est évident que la conception de l'enseignant influence celle de son élève. Au cours et après le travail sur notre thèse (pour plus que 10 ans), nous posions la question suivante à des enseignants de mathématiques¹ : « *Ayant une droite (D) dans un plan, combien de vecteurs directeurs de (D) de module 5 a-t-on ?* ». La réponse immédiate de la grande majorité est : « *une infinité car en chaque point on peut tracer un vecteur parallèle à (D) et de longueur 5* ». C'est en fait après une discussion et un appui particulièrement sur la détermination de la somme de deux vecteurs qui se représentent par deux flèches disjointes, qu'ils terminent par être convaincus qu'il y en a seulement deux.

Dans cet article, nous cherchons comment les ressources différentes des enseignants peuvent engendrer des conceptions différentes de « vecteur ». Cela sûrement influence les conceptions des élèves (Assaad, 2015). En effet : « *toute genèse documentaire, pour un professeur, est porteuse de développement professionnel* » (Gueudet & Trouche, 2008, p. 15).

* Université libanaise – faculté de pédagogie – Liban – ninhay@yahoo.fr

¹ Je suis enseignante et formatrice à la faculté de pédagogie.

Nous nous référons, dans le présent article, à l'approche documentaire qui se repose sur la compréhension des mutations engendrées par l'introduction, *particulièrement*, du numérique dans le travail des enseignants et son impact sur leur travail documentaire (Trouche & Gueudet, 2014). Le travail documentaire est le "*processus articulants étroitement conception et mise en œuvre des ressources*" (Gueudet & Trouche, 2008, p.58). De plus, ces derniers mettent en relief l'importance des interactions avec les différentes ressources, autrement dit le travail documentaire, dans le développement des connaissances de l'enseignant.

De plus, nous adoptons les « conceptions » défini par Hayfa (2006) comme suit : « *une conception n'est pas une propriété de l'élève (connaissance), ce n'est pas une connaissance que le chercheur attribue à l'élève ; c'est un modèle explicitant le type de problème sur lequel un système de traitement est valide.* » (p.64). Dans le présent article, nous étudions les conceptions engendrées par le système de ressources de l'enseignant.

Hayfa (2006, p. 184) a défini trois conceptions relatives au « vecteur », de la manière suivante :

* **La conception « vecteur lié »** : Cette conception émerge des exercices où le système d'action consiste à considérer un vecteur comme un bipoint. C'est-à-dire, si l'énoncé donne un vecteur nommé \overrightarrow{AB} , alors dans la technique de résolution c'est le bipoint \overline{AB} qui est mis en jeu, soit dans un calcul algébrique (règle de Chasles ou calcul linéaire) soit dans un traitement graphique. Dans ce dernier cas, le vecteur \overrightarrow{AB} se réduit à la flèche allant du point A jusqu'au point B.

* **La conception « vecteur libre »** : Cette conception émerge des exercices où le système d'action nécessite de manipuler un vecteur dans son aspect libre. C'est-à-dire, géométriquement, quand il est nécessaire de tracer un vecteur donné en un point différent de l'origine du bipoint qui le désigne.

* **La conception « intermédiaire »** : Cette conception peut être associée aux exercices où le système d'action est conforme à la conception « vecteur libre » mais où il est enseigné dans le manuel sous forme d'algorithme à suivre sans expliciter la justification mathématique de la technique. Ainsi, la conception « vecteur libre » est apparente pour l'expert mais n'est absolument pas indispensable pour permettre à l'élève de réussir la tâche. Toutefois, la conception émergente, étant dépendante de la justification de la technique explicitée dans le cours, peut varier d'une classe à l'autre avec le même type de tâche.

La présente étude vise à mettre en relief l'impact du travail documentaire de l'enseignant sur la conception émergente du système de traitement des problèmes sur le vecteur. Ainsi notre question de recherche se formule de la façon suivante : comment le système de ressources de l'enseignant influence ses choix didactiques et quelle conception en émerge ?

II. METHODOLOGIE ET CONTEXTE

Nous avons fait des entretiens avec deux enseignants, que nous désignons ensuite par E1 et E2 qui enseignent deux sections de EB9 (brevet) dans une même école privée alors qui utilisent le même manuel mathématique scolaire ; ce afin de minimiser autant que possible les paramètres non contrôlables et qui risquent d'influencer les résultats. Ces entretiens visent à mettre en relief leurs systèmes de ressources.

De plus, nous avons réalisé des observations des deux sections durant l'explication et le travail sur le concept de « vecteurs ». Ces observations nous ont permis de détecter les

conceptions émergentes de chaque enseignant aussi bien à travers les définitions des concepts visés qu'à travers la résolution des mêmes problèmes.

Il est utile de mentionner qu'au Liban, la première rencontre avec le mot « vecteur » est en classe de EB8 (4^{ième}) comme **outil** pour déterminer une translation ; en effet, au lieu de dire « la translation amenant le point A sur le point B » (en EB7, 5^{ième}), il est dit « la translation de vecteur \overrightarrow{AB} ». En EB9 (3^{ième}), le vecteur commence à prendre son statut d'**objet** mathématique indépendamment de la translation. Il est à chercher la somme de deux vecteurs consécutifs ou non, nommés par deux points ou par une seule lettre : \overrightarrow{AB} ou \vec{u} . D'où le choix de cette classe, il y a possibilité d'émergence des trois conceptions : vecteur libre, vecteur lié ou conception intermédiaire.

III. SYSTEME DE RESSOURCES DES ENSEIGNANTS

A partir des entretiens avec les enseignants voire les observations de classes, nous présentons dans la suite le système de ressource de chacun.

1. *Système de ressources de E1*

Nous avons mené un entretien avec E1 visant à savoir comment il a collecté ses ressources et comment il les a modifiées pour les utiliser dans son cours. L'enseignant a cherché sur Internet des éléments pour l'aider à élaborer son cours sur les vecteurs. Il a trouvé sur Youtube une vidéo sur la relation de Chasles. L'enseignant a explicité qu'en consultant l'internet il n'a rien trouvé d'important que la vidéo sur Youtube. La vidéo paraît être utilisée seulement comme un changement d'environnement puisqu'elle n'a pas montré la spécificité du vecteur. Il a consulté un manuel scolaire, autre que celui utilisé dans l'école. Selon E1, il a trouvé dans ce manuel la définition du vecteur : « un vecteur est un segment orienté ». Il a aussi consulté des préparations du cours et des fiches supplémentaires, il en a choisi trois, élaborées les années précédentes par un groupe d'enseignants de mathématiques à l'école. De plus, il a déclaré qu'il a discuté avec un enseignant de physique et a cherché sur internet, mais n'a rien trouvé d'intéressant ; donc nous considérons que ces derniers actes ne font pas partie des ressources dans son travail documentaire. En effet, notre objectif est de mettre en relief l'impact des ressources utilisées par E1 pour construire et mettre en œuvre son cours, pour ensuite pouvoir émerger sa conception sur les vecteurs.

Durant la mise en œuvre du cours, l'enseignant a montré aux élèves la vidéo trouvée sur Youtube montrant la relation de Chasles. La vidéo montre en fait, par animation, deux vecteurs consécutifs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} , et le vecteur somme \overrightarrow{AC} . Cette vidéo permet l'émergence du vecteur lié. E1 a utilisé de plus les trois fiches supplémentaires portant sur la somme de deux vecteurs consécutifs et non consécutifs, la relation de Chasles et la règle du parallélogramme. Il a travaillé en parallèle des exercices du manuel scolaire.

Ainsi, les ressources utilisées par E1 sont : la vidéo, un manuel scolaire, les préparations des années précédentes et des fiches supplémentaires.

2. *Système de ressource de E2*

E2 a utilisé l'Internet pour collecter une grande partie de ressources qu'il a utilisées. Il s'est servi des photos tirées du moteur de recherche « Google », des images et des animations tirées du site mathématique « www.mathsisfun.com ». Il a consulté aussi les mêmes préparations des années précédentes consultées par E1. E2 a aussi utilisé dans son travail deux

fiches supplémentaires choisies par E1. Il a utilisé aussi le logiciel Cabri Géomètre 2. Concernant le lien entre vecteur et force, E2 a demandé à un enseignant de physique de lui expliquer le rôle et l'utilisation du vecteur en physique.

Durant la mise en œuvre du cours, E2 a utilisé des situations trouvées sur Internet pour définir les caractéristiques d'un vecteur, deux vecteurs égaux, deux vecteurs opposés, somme de deux vecteurs consécutifs et somme de deux vecteurs opposés à partir des activités préparées soit sur Power Point soit sur Cabri Géomètre 2. Il a en plus utilisé les deux fiches supplémentaires comme application de la relation de Chasles et de la règle du parallélogramme. Il a travaillé aussi les exercices du manuel scolaire.

Ainsi les ressources utilisées par E2 sont : Manuel scolaire, préparations des années précédentes, fiches supplémentaires, activités sur un site mathématique, images, power point, Cabri Géomètre et le programme de physique.

Nous détaillons, dans le tableau suivant, les sources consultés par chacun des deux enseignants et les ressources élaborées suite à la consultation. Nous avons décalé les manuels scolaires et les préparations des années précédentes puisqu'ils sont des références de base communes, de plus leur impact ne figure pas explicitement dans la mise en œuvre du cours en termes d'activités :

Enseignant Sources Consultées	E1	E2
3 fiches Supplémentaires	3 fiches travaillées en classe	2 fiches travaillées en classe
Internet	Une vidéo sur la relation de Chasles	Activités sur un site mathématique sur la translation. Présentation Power Point sur la translation. Présentation Power Point sur le vecteur. Présentation Power Point sur le vecteur et la force. Présentation Power Point sur les vecteurs opposés. Présentation Power Point sur la relation de Chasles.
Programme de Physique	Pas de trace	Application du « vecteur » en physique. Présentation Power Point sur les forces, les forces opposées
Cabri Géomètre	Non utilisé	Activité sur la définition du vecteur Activité sur les vecteurs opposés. Activité sur la somme de vecteur. Activité sur la règle du parallélogramme.

Tableau 1- Le travail documentaire de chaque enseignant

Nous remarquons que les deux enseignants ont consulté les mêmes sources (sauf pour Cabri Géomètre), mais E2 a évidemment élaboré des ressources plus nombreuses voire plus variées que celles de E1. En effet, E2 emprunte des situations à la physique afin de faire comprendre à ses élèves la somme de deux vecteurs opposés, par exemple, mais le profit est bien loin que cela : du côté élèves, ils arriveront à investir des connaissances dans l'une des disciplines dans l'autre ; du côté enseignant, il montre qu'il conceptualise davantage les vecteurs et leurs utilisations.

De plus, E2 a bien profité des ressources numériques en vue de la construction du concept vecteur via différentes activités ayant différentes finalités.

IV. CONCEPTIONS MANIFESTEES ET DISCUSSION

Nous allons présenter le travail mené en classe de chacun des enseignants, afin de détecter à quelle conception chacun a tendance. Le même exercice peut être résolu de différentes manières, les terminologies utilisées varient d'un enseignant à l'autre, permettant ainsi de détecter la conception de chacun.

Nous avons remarqué durant l'observation que E2 explicite voire insiste sur l'aspect libre du vecteur : il répétait à plusieurs occasions que le vecteur n'a pas une position fixe et que deux vecteurs ayant même direction, même sens et même longueur représentent en effet la même translation. Ces remarques ne sont pas restées au niveau verbal, il les a mis en relief en travaillant des exercices et des activités, contrairement à E1 qui a signalé une seule fois qu'une infinité de vecteurs représentent la même translation. En fait, dire que différents vecteurs ayant même direction, même sens et même module déterminent la même translation peut engendrer deux conceptions différentes :

- vecteur libre s'il est considéré qu'une translation est déterminée par un seul vecteur, alors tout vecteur nommé représentant cette translation doit représenter le même vecteur qui la détermine ;

- vecteur lié s'il est considéré que les vecteurs qui déterminent la même translation sont des vecteurs égaux, alors des objets différents mais avec des caractéristiques similaires (ça revient au vocabulaire incontournable (Hayfa, 2006)).

Notons que E2 a présenté des activités portant sur différents contextes d'utilisation du vecteur : translation, force, terrain du football, etc. en insistant explicitement qu'un vecteur n'a pas une place fixe. Tandis que E1 a limité l'utilisation du vecteur à la translation.

Nous présentons en parallèle, dans le tableau suivant, les choix des deux enseignants sur trois tâches. Ces choix sont d'ordre verbal ou technique.

Tâche	E1	E2
Définition	un vecteur est un segment ayant un sens, une direction et une longueur	<i>une définition d'un vecteur est qu'il représente une translation</i>
	c'est un segment orienté	un vecteur a-t-il une position définie ?
	c'est un déplacement de A vers B, c'est une translation de A vers B	si j'ai la même translation c.-à-d. deux translations égales c.-à-d. deux vecteurs égaux
Somme de deux vecteurs consécutifs	Dans la définition d'un vecteur, le vecteur \overrightarrow{AB} est un déplacement, translation de A vers B. et le vecteur \overrightarrow{BC} est une translation de B vers C <i>le déplacement est alors de A vers C</i>	Lorsqu'on décrit un vecteur, on décrit une translation de l'origine vers l'extrémité, donc la somme de vecteurs est une somme de translation.
ABCD est un parallélogramme. a) Construire Q, R, T et S tel que : $\overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BR} = \overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{DS} = \overrightarrow{BD}$ b) Quelle est la nature du quadrilatère QRST ?	b)E1 cherche la nature de QRST en montrant géométriquement que ses diagonales se coupent en leurs milieux, il a dit : « <i>ici, nous ne parlons pas des vecteurs, les vecteurs sont utilisés seulement pour trouver les côtés égaux.</i> »	b) E2 utilise les mêmes données vectorielles pour montrer que $\overrightarrow{TO} = \overrightarrow{OQ}$ et $\overrightarrow{RO} = \overrightarrow{OS}$ pour en déduire par suite que les deux diagonales [TQ] et [RS] se coupent dans leur milieu O.

Tableau 2- choix verbales et techniques des enseignants

Les choix des enseignants marquent la prégnance des translations dans les définitions proposées et dans la détermination de la somme de deux vecteurs.

Notons que E1 se réfère, à côté de la translation, au segment orienté ; en fait c'est une définition donnée dans les manuels libanais de l'ancien programme (avant 1997) mais cette définition était suivie par trois sortes de vecteur : lié, glissant et libre. Dans les manuels conformes au nouveau programme, après la réforme de 1997, le segment orienté n'est plus adopté. Toutefois, dans l'un des manuels les plus utilisés dans les écoles privées, les caractéristiques d'un vecteur sont : la direction, le sens, le module et le point d'application. Cette définition renvoie fortement au vecteur lié et elle paraît se baser sur le vecteur physique pas sur le vecteur mathématique. Ceci dit, pour un enseignant qui se limite au contenu de ce manuel, ayant un système de ressource limité, ne peut concevoir un vecteur que sous son aspect lié. Pour construire la somme de deux vecteurs par exemple, notamment non consécutifs, il risque de concevoir la technique comme procédure prescrite à retenir sans chercher à comprendre pourquoi, ce que nous appelons « conception intermédiaire » ; par ailleurs, il est à noter l'implicite de la différence entre « le vecteur somme » et « un vecteur somme » dans l'exercice suivant : Construire la somme $\vec{u} + \vec{v}$ (ayant deux flèches une nommée \vec{u} et l'autre nommée \vec{v}). Dans ce cas, il est à choisir un point A, puis en respectant les conditions de deux vecteurs égaux tracer $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$ alors la somme est \overrightarrow{AC} . Ceci en gardant cachée l'unicité ou non de la flèche tracée comme somme des vecteurs-flèches proposés.

De plus pour E1, le vecteur n'est utile que pour trouver des **côtés égaux**. Cela montre bien que pour E1, sa représentation d'utilité et d'utilisation du vecteur est trop limitée. Cette limitation d'utilité et d'utilisation voire d'aspect va engendrer sans doute une limitation chez les élèves de E1. Nous estimons que ces limitations sont les fruits des sources consultés et des ressources engendrées ; nous minimisons la conception initiale de l'enseignant déduite de sa formation initiale. Ceci car, à l'université il est enseigné les espaces vectoriels qui dépassent la possibilité de représenter leurs éléments dans le plan ou dans l'espace. Théoriquement la conception de vecteur devrait être élargie et atteindre des niveaux de conceptualisation avancés. Mais, nous estimons que l'absence de lien entre vecteur d'un espace vectoriel à l'université et vecteur du plan ou de l'espace à l'école est la cause derrière *une conception de vecteur déchirée, décomposée, cloisonnée* et, à un certain degré, des conceptions *étrangères*.

Quant à E2, la définition se base sur la translation, référence antérieure de la classe précédente. Mais, à partir de la translation il a tenu à montrer aux élèves qu'un vecteur n'a pas une position unique qu'il a formulée « position définie ». Il est bien clair que E2 mobilise la conception « vecteur libre » et tient à la faire émerger chez ses élèves. Néanmoins, le vocabulaire incontournable pour mentionner « deux vecteurs égaux » risque de créer une ambiguïté autour du concept vecteur, mais c'est un objectif d'enseignement/apprentissage à atteindre prescrit dans le curriculum libanais. Concernant la recherche de la somme de deux vecteurs, aussi il se réfère à la translation en indiquant qu'ayant un vecteur alors il s'agit d'une translation « *de l'origine vers l'extrémité, donc la somme de vecteurs est une somme de translation.* ». Evoquer l'origine et l'extrémité d'un vecteur suppose mobiliser la conception « vecteur lié », mais il est bien connu que nous sommes condamnés à la langue, au vocabulaire afin de communiquer nos idées. Ainsi, la langue/vocabulaire est l'une des origines des difficultés du concept « vecteur » (Hayfa, 2006), et qui force souvent l'émergence de la conception « vecteur lié ».

Lors la résolution du problème choisi, dans le tableau 2, E2 choisit d'investir le concept vecteur pour résoudre la partie b). Cela montre que pour E2, la représentation d'utilité et d'utilisation de vecteurs est bien plus large que celle de E1. Notons que le contrat didactique qui fait que les exercices qui suivent l'explication d'un certain concept doivent l'utiliser dans leurs résolutions, n'a pas d'effet dans cet exercice. Ce car l'application des connaissances sur le vecteur peut être réalisée dans a) seulement ; preuve en est, E1 n'a pas utilisé les vecteurs dans b). L'investissement des connaissances/data *riches* à travers l'écriture vectorielle peut permettre aux élèves aussi bien qu'à l'enseignant une conceptualisation meilleurs du concept vecteur.

V. CONCLUSION

A partir des entretiens avec les enseignants E1 et E2 qui enseignent chacun une section de EB9 (brevet) à la même école, complétés par des observations de classes de chacun tout au long du travail sur les vecteurs, nous pourrions conclure que la richesse de sources permet un enrichissement du système de ressources qui engendre une conceptualisation meilleurs du concept vecteur. Ce à deux niveaux : conception du concept lui-même et étendu/champ d'utilité et d'utilisation.

En effet, pour E1 qui a trouvé, dans un livre, une définition du vecteur comme segment orienté, il paraît attaché à cette définition, probablement elle lui paraît facile et tangible. Mais avec ses sources limitées, il est resté dans la conception « vecteur lié » et, pour des obligations de programme, dans la « conception intermédiaire ». De plus, sa conceptualisation du vecteur qui paraît limitée a limité le champ d'utilisation de ce concept et par la suite a empêché ses élèves de susciter la richesse et le profit du « vecteur » en mathématiques. Alors que pour E2, ses sources sont diverses et variées, non limitées aux mathématiques elles vont même pour consulter la physique et ses enseignants. Ceci paraît entraîner une richesse de ressources voir une *richesse* de conception. En effet, E2 a pu mobiliser la conception « vecteur libre » et a fait de son mieux pour la permettre chez ses élèves. Toutefois, se présente le paradoxe de concevoir un vecteur se représente en chaque point du plan ou de l'espace conservant la direction, le sens et le module, alors c'est le même vecteur, et présenter/enseigner les conditions pour que deux vecteurs soient égaux, alors deux objets mathématiques ont des caractéristiques similaires, comme deux segments égaux, deux triangles égaux, etc.

Pour conclure, sûrement le concept « vecteur » qui paraît avoir un habillage géométrique/analytique à l'école même s'il est manipulé algébriquement comme un nombre, ne ressemble pas aux entités géométriques ni analytiques, il a son propre statut, ses propres règles de jeux. Toutefois, la richesse de ce concept joue double rôle : facilitateur et confus. Ajoutons à cela le rôle de la langue/vocabulaire qui risque de limiter la conceptualisation du vecteur. En fait, Hayfa (2006) a remarqué que le vecteur présente des difficultés inhérentes au concept lui-même.

Ceci dit, une question intrigante surgit : « Les ressources influencent-elles la conception de l'enseignant ou bien la conception de l'enseignant influence le choix des ressources ? »

REFERENCES

- Assaad K. (2015) *Impact du travail documentaire des enseignants des mathématiques sur la conceptualisation des élèves de la notion du vecteur en EB9*. Mémoire de Master. Université Saint Joseph – Liban.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés. Le cas mathématiques. *Education et didactique*, 2(3), 7-34.
- Hayfa, N. (2006) *L'enseignement de la notion de vecteur au Liban après la réforme de 1998. Analyse anthropologique et conceptuelle sur un échantillon de manuels et d'élèves francophones*. Thèse de Doctorat. LYON I - Université Saint Joseph.
- LêThi, H. (1997) Une étude institutionnelle sur l'enseignement des vecteurs au niveau secondaire au Viêt-Nam et en France. *Petit x*, 46, 19-52.
- Trouche, L., & Gueudet, G. (2014, 1 17). *Approche Documentaire*. Retrieved from [www.educmath.ens-lyon.fr](http://educmath.ens-lyon.fr):
http://educmath.enslyon.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/