DE QUELQUES DIFFICULTES DE L'INTERDISCIPLINARITE

ROGALSKI[1*] Marc

Résumé – Nous défendons l'idée que réaliser des « ponts authentiques » entre disciplines pour résoudre des problèmes faisant appel aux mathématiques demande de bien dominer les concepts de chaque discipline, et nécessite certains préalables à chacune d'elles. Nous développons certains exemples d'intervention des mathématiques dans d'autres champs du niveau terminale ou licence (éducation citoyenne, physique), qui mettent en valeur ces nécessités.

Mots-clefs : interdisciplinarité, cadres, co-construction, physique, éducation citoyenne.

Abstract – We assert that for using mathematics in studying interdisciplinary problems there is a necessity for knowing well the concepts of both disciplines with their specificities. We present some examples of mathematical modeling in two different fields (education to citizenship, physics) for highlighting this necessity.

Keywords: interdisciplinarity, settings, co-construction, physics, education to citizenship.

I. DES SPECIFICITES DISCIPLINAIRES UTILES A L'INTERDISCIPLINARITE

Nous voulons attirer l'attention sur le fait qu'une bonne interdisciplinarité exige souvent que chacune des disciplines concernées soit bien maîtrisée, et même respecte certaines spécificités qui sont bien souvent laissées de côté dans les enseignements.

Nous nous appuyons sur le texte que Laurence Viennot a présenté à la journée d'hommage à André Revuz (Viennot 2010). L'auteure y attire justement l'attention, à propos des collaborations entre mathématiques et physique, sur certaines insuffisances des enseignements respectifs de ces deux disciplines. Elle cite particulièrement des points qui apparaissent dans les deux domaines : concilier les analyses locales et globales, bien distinguer le numérique du fonctionnel, bien comprendre l'utilité d'une procédure.

Il faut aussi ajouter que certains aspects de l'enseignement des mathématiques, par leur traitement même dans les programmes et les manuels, font obstacles à leur interprétation physique, c'est en particulier le cas pour la notion d'approximation locale (la dérivée), la proportionnalité, la mesure des grandeurs (en lien avec l'intégrale). Divers textes insistent sur l'un ou l'autre de ces aspects. Nous y reviendrons dans la troisième partie, préférant plutôt nous pencher d'abord sur quelques exemples détaillés d'activités interdisciplinaires qui mettent en valeur ces questions. Nous en avons choisi trois, qui nous semblent particulièrement significatifs, mais on pourrait en trouver bien d'autres.

II. DES EXEMPLES CONCRETS D'INTERDISCIPLINARITE

1. Premier exemple : la maladie de la vache folle et le « massacre bovin généralisé »

Cet exemple est largement motivé par l'article de G. Kuntz (2001), réagissant à un texte de C. Allègre publié dans l'*Express* le 1er mars 2001, voir Allègre (2004). Cela concerne directement un fait de société : *la maladie de la vache folle* et les précautions à prendre pour lutter contre l'épidémie et ses conséquences éventuelles sur nos concitoyens. C'est typiquement un sujet exemplaire pour les parcours « santé » et « citoyenneté » recommandés dans la scolarité. Dans son texte, C. Allègre étudie ce qu'on peut dire si un test « fiable » dans 99,9% des cas, portant sur une maladie *rare* infectant un individu sur 10 000, est positif sur un individu pris au hasard ; il affirme qu'alors la chance que l'individu soit malade n'est que de

[1] [*] Laboratoire de Didactique André Revuz –France- marc.rogalski@imj-prg.fr

9% environ. Et que cette probabilité remonte à plus de 90% si la maladie touche 1% de la population. G. Kuntz, « *stupéfait et incrédule* », a recours aux mathématiques pour étudier le problème, et aussi pour analyser l'affirmation supplémentaire de C. Allègre, selon lequel, d'après l'argument précédent, « *si on abat toutes les vaches testées positives, on va déclencher un massacre bovin généralisé, ruineux et inutile* ».

A partir de cet article de G. Kuntz, on a proposé un exercice à des étudiants de CAPES (préparation du concours de recrutements des enseignants), pour lequel ils devaient d'abord lire le texte de G. Kuntz. Voici des extraits de l'énoncé de cet exercice, accompagnés d'indications de notre part sur les concepts à utiliser pour le résoudre et sur la solution (en italiques et entre crochets).

Enoncé. Dans une population de bovins, une proportion p faible ($p = 10^{-4}$) est atteinte d'une maladie rare, la maladie de la vache folle. On veut dépister la maladie grâce a un test très fiable, au sens suivant : la probabilité y qu'un individu malade (pris au hasard) ait un test négatif est $y = 2.10^{-3}$, et la probabilité z qu'un individu sain ait un test positif est $z = 10^{-3}$.

a) Traduire les données y et z en termes de probabilités conditionnelles (on note M l'événement « l'individu est malade » et T l'événement « le test est positif », et on notera ${}^{C}B$ l'événement contraire d'un événement B).

[*Il s'agit des probabilités conditionnelles $y = P({}^{C}T/M)$ et $z = P(T/{}^{C}M)$; évidemment il faut avoir bien compris ce concept*.]

b) À l'aide d'un arbre pondéré, déterminer $P(M\cap T)$, $P({}^{C}M\cap T)$, $P(M/T)$; calculer de même $P(M/{}^{C}T)$. Quels commentaires vous suggèrent les valeurs numériques obtenues ?

[*Il faut savoir la formule $P(M/T) = P(M\cap T)/P(T)$… Il faut aussi savoir calculer avec un arbre la probabilité totale P(T), par exemple. On trouve $P(M/T)\approx 0,09$ et $P(M/{}^{C}T)\approx 2.10^{-7}$, ce qui confirme la première affirmation de C. Allègre*.]

c) Si on avait eu p = 1% (maladie peu rare), combien aurait-on obtenu pour P(M/T) ?
Commentaires ?

[*On aurait obtenu cette fois $P(M/T)\approx 0,9$, en accord avec la deuxième affirmation de C. Allègre : par un test même très fiable, les maladies rares sont bien plus difficiles à détecter que les maladies peu rares, ou alors il faut augmenter fortement la fiabilité du test, ce qui n'est pas toujours possible*.]

d) On reprend les valeurs numériques initiales pour la maladie de la vache folle, et on suppose que la population de bovins se monte à 10 millions. A combien de tests positifs faut-il s'attendre si on teste tous les bovins ?
On décide d'abattre tous les bovins testés positifs. A quels nombres faut-il s'attendre
- de bovins malades abattus,
- de bovins sains abattus
- de bovins malades non détectés ?
Commentaires ?

[*Il s'agit cette fois de calculer des espérances mathématiques de nombres de bovins pour une population de 10^7 têtes. Il faut évidemment avoir compris ce concept d'espérance mathématique. On abattrait alors environ 11 000 bovins, dont 1 000 bovins malades et 10 000 bovins sains, le nombre de bovins malades non détectés serait de l'ordre de 2…autant dire aucun ! Le « massacre bovin généralisé » craint par C. Allègre se ramène ainsi à un nombre modeste donc probablement socialement supportable ! Mais cette conclusion peut varier si on décide d'abattre tous les bovins d'un élevage où apparaît au moins un animal à* *test positif, il faudrait alors compliquer le modèle… par exemple introduire la taille moyenne des élevages (environ 50 ?), et quantifier le fait que plus d'un individu par élevage serait en général atteint par la maladie, compte-tenu de son mode de propagation (farines animales).*]

L'exercice se terminait par la donnée de la probabilité d'une contamination après un traitement précautionneux en abattoir et en boucherie et une donnée sur la consommation de viande par les citoyens, avec une complexité plus grande en fonction des hypothèses sur cette consommation. On aboutissait à un calcul d'espérance mathématique du nombre de personnes contaminées. [*On obtenait, sous certaines hypothèses… 0,16* !]

Commentaire Pour un problème typiquement conforme aux vœux des incitations à la responsabilité citoyenne, on met clairement en évidence que le bon sens ne suffit pas : comme le dit G. Kuntz, « *l'instrument qui défie le bon sens face à la réalité complexe du monde s'appelle les mathématiques* ». Mais ce n'est pas à elles de dire si face à une maladie rare comme celle de la vache folle, avec un test très fiable, il faudrait accepter d'abattre tous les animaux testés positifs, même si la majorité d'entre eux serait formée de bêtes saines : c'est une décision politique, mais seules les mathématiques peuvent éclairer ce choix en donnant l'ordre de grandeur de l'éventuel « massacre », car ce nombre est contraire au bon sens. De plus, le calcul de l'espérance mathématique du nombre de personnes contaminées (non traité ici) dépend étroitement des hypothèses ou des données statistiques connues sur la consommation de viande, il s'agit de *composantes sociologiques du problème*.

La conclusion comporte aussi un autre aspect : un élève de terminale peut raisonnablement traiter ce problème, mais à condition qu'il ait bien assimilé les concepts de probabilités conditionnelles, d'arbre de probabilités, de calcul de probabilité totale et de probabilité conditionnelle dans un arbre, d'espérance mathématique, et qu'il sache les utiliser de façon pertinente. On retrouve ici le fait que seule *la grande maîtrise de la discipline* (ici les probabilités) permet de l'utiliser pour éclairer un problème citoyen de manière critique. Quand on résoud le problème on voit aussi, en particulier, que *le changement de registre* consistant à utiliser un arbre pour étudier des probabilités conditionnelles est bien commode ! (bien sûr on peut raisonner directement avec des tableaux, mais c'est moins simple).

On peut penser que ces constats valent pour bien des disciplines, et pour bien des problèmes interdisciplinaires, en particulier de modélisation, dans lesquels les mathématiques doivent intervenir. Voici un autre exemple, concernant cette fois la physique et les mathématiques.

2. Deuxième exemple : le pendule tournant

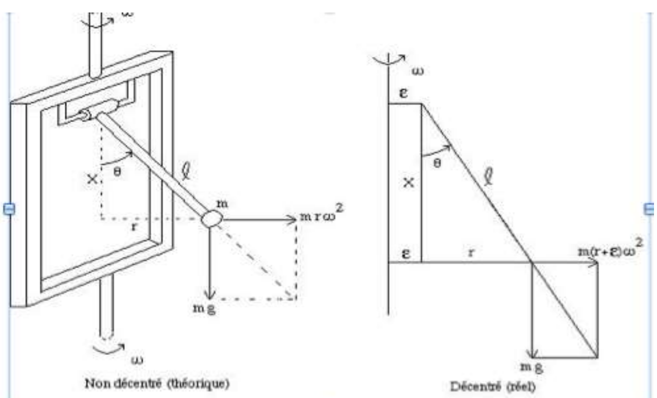

Figure 1 *- les cas non décentré (théorique) et décentré (réel) du pendule.*

Ce thème a été traité dans un groupe de travail sur les rapports entre physique et mathématiques du Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) de l'Université Paris-Diderot. La figure 1 résume la situation, ou plutôt les deux situations, « théorique » et « réelle » (on suppose dans les deux cas la masse de la tige du pendule négligeable). Ironiquement, dans cette figure, la situation « réelle » est plus schématisée que la situation « théorique ».

Le pendule peut osciller librement dans un plan, plan dont la vitesse de rotation est, elle, fixée par un opérateur extérieur. On recherche alors la ou les positions pour lesquelles ce pendule reste immobile dans le référentiel tournant (on peut vérifier que la force de Coriolis n'intervient pas dans cette recherche).

Dans la situation théorique, l'équation égalant les moments des deux forces (pesanteur et centrifuge) donne $\omega^2 = (g/L)(1/\cos\theta)$, ce qui ne fournit aucune valeur pour θ si $\omega^2 < \omega_0^2 := g/L$. On infère donc que *dans ce cas le pendule reste vertical* ; à partir de la vitesse de rotation ω_0 , il s'écarte de l'angle θ donné par l'équation précédente. *L'existence de ce seuil* a rendu les physiciens perplexes : ils la jugeaient contraire à leur intuition ! Jusqu'à ce qu'ils donnent une interprétation en termes d'équilibres stables ou instables, point de bifurcation et « brisure de symétrie ». Voyons ceci en détails, ainsi que les mathématiques à utiliser pour interpréter ces notions.

Les courbes ω^2 fonction de θ et θ fonction de ω^2 ont les allures de la figure 2, ce qui se montre par utilisation des fonctions réciproques et de leurs dérivées. Il faut bien connaître la symétrie de leurs graphes, interpréter les dérivées. Et connaître les variations de la fonction arccosinus, car on a $\theta = \arccos\left(g/(L\,\omega^2)\right)$. Il faut enfin doter d'un signe la mesure de l'angle θ, car le pendule peut s'écarter d'un côté ou de l'autre, il y a *symétrie* entre les deux possibilités.

Pour confirmer que la valeur $\theta = 0$ pour $0 < \omega^2 < \omega_0^2$ correspond à un équilibre stable, et à un équilibre instable pour $\omega^2 > \omega_0^2$, il faut étudier ce qui se passe quand on écarte légèrement le pendule de la position verticale, et regarder l'évolution en fonction du temps, avec $\theta(0)$ petit et $\theta'(0) = 0$. Le moment d'inertie du pendule étant $m\,L^2$, la relation fondamentale de la mécanique s'écrit $\theta'' = \omega^2\cos\theta\,\sin\theta - (g/L)\sin\theta$. Comme on cherche ce qui se passe pour un temps t petit, on peut supposer $\theta(t)$ petit, et regarder *l'équation différentielle linéarisée*, qui est $\theta'' = (\omega^2 - g/L)\,\theta$. Selon le signe de $\omega^2 - g/L = \omega^2 - \omega_0^2$, on voit que l'équilibre $\theta(t) \equiv 0$ est stable ou instable (la résolution des deux équations linéarisées $\theta'' = k^2\theta$ et $\theta'' = -k^2\theta$ est standard et donne respectivement un cosinus hyperbolique ou un cosinus trigonométrique). Le point $(\omega_0^2, 0)$ est *un point de bifurcation*, et on peut qualifier le phénomène associé à cette bifurcation comme une « *brisure de symétrie* » car le système « choisit » (aléatoirement !) l'une des deux possibilités *a priori* symétriques $\theta < 0$ ou $\theta > 0$.

Tout ce qui précède est une étude théorique (dans le « modèle ») car elle suppose que le pendule au repos est exactement aligné sur l'axe de rotation. *Dans la réalité il y a un léger « décentrage » du point de suspension du pendule par rapport à cet axe*, disons d'une distance $\varepsilon > 0$. L'équation de l'équilibre est alors $\omega^2 = (g\tan\theta)/(\varepsilon + L\sin\theta)$, fonction de θ notée $\varphi_\varepsilon(\theta)$. Sa fonction réciproque va approcher, pour ε tendant vers 0, la fonction φ_0^{-1}

étudiée précédemment. Avec des arguments théoriques du niveau de L3 (compacité et théorème de Dini) ou avec des calculs compliqués de niveau L1, on peut montrer que cette convergence est *uniforme* lorsque le nombre ω^2 appartient à l'intervalle $[0, +\infty[$. Voir la figure 3 ci-dessous.

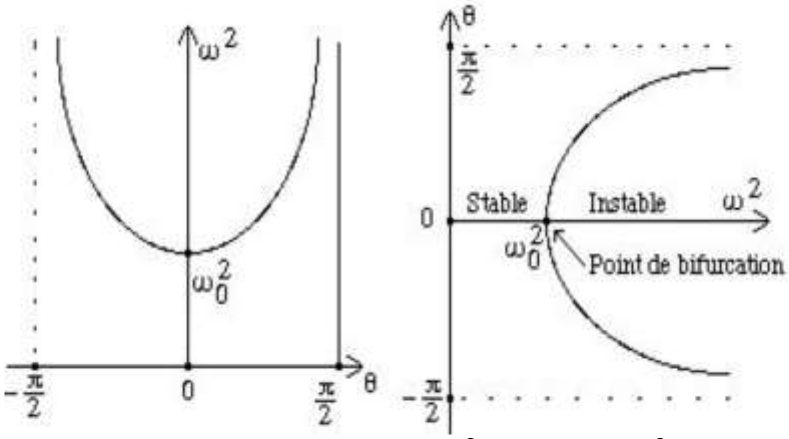

Figure 2 *- les fonctions réciproques* ω^2 *de* θ et θ *de* ω^2 *dans le modèle non décentré.*

Le décalage entre l'axe de rotation et le point de suspension du pendule supprime donc l'effet de seuil qui se manifeste dans le modèle théorique.

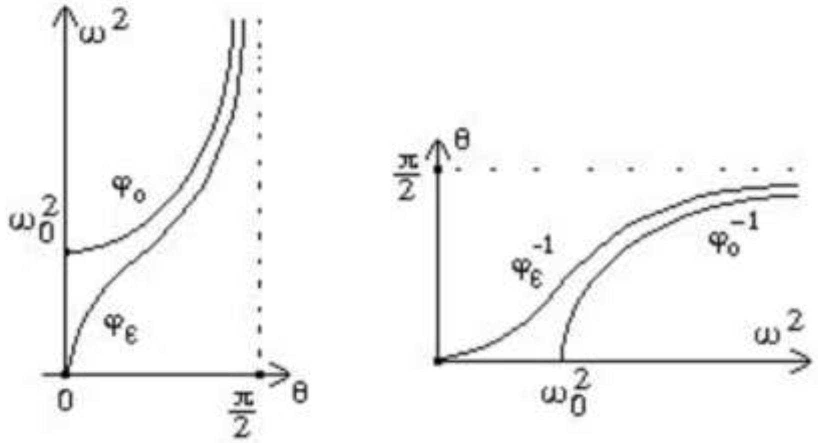

Figure 3 *- la suppression de l'effet de seuil dans le cas décentré*

En définitive, *cette situation physique demande de bien comprendre un certain nombre de concepts mathématiques* : fonction réciproque, équilibres stables et instables, linéarisation d'une équation différentielle, convergence uniforme. De façon similaire, notons que si la physique pour énoncer le problème est assez simple, l'analyse des équilibres demande plus de connaissances physiques (moment d'inertie, équation de la mécanique des rotations). De plus, les phénomènes physiques reconnus ici (bifurcation, équilibres stables ou instables, proximité des cas théorique et réel…) étaient assez imprévus avant l'analyse mathématique de la modélisation : bel exemple de collaboration math-physique ! Mais la considération de la figure 3 montre l'une des difficultés de cette collaboration : pour la physique, ω est donnée, on cherche θ, alors que les équations mathématiques donnent ω en fonction de θ !

Commentaire Voici donc un phénomène physique *simple à énoncer* : on peut le faire dès la terminale avec de la physique très élémentaire. Et pourtant sa compréhension physique demande des mathématiques assez compliquées, non accessibles au niveau où l'on peut faire comprendre l'énoncé de la situation. Elle demande aussi une capacité à changer de cadre dans l'étude du phénomène : passer de la simple formule à une vision d'ensemble des graphes concernés. Et *la solution théorique est contraire au bon sens*, qui suggère que dès que le pendule tourne, il s'écarte de sa position d'équilibre (on pense spontanément aux manèges dont les nacelles sont suspendues, mais justement dans ce cas il y a un grand écart entre l'axe de rotation et le point de suspension : ε est grand). Enfin pour une étude perturbée plus réaliste, l'approximation par le cas théorique est délicate à prouver, et s'appuie encore plus sur le cadre graphique.

On peut penser que, lors d'activités interdisciplinaires entre physique et mathématique, en terminale ou en licence, on va souvent tomber sur le même type de difficultés, où les connaissances à mobiliser dans chacune des disciplines vont être d'un niveau élevé et demander d'être bien maîtrisées, même pour un problème d'énoncé simple. De plus, certains aspects des disciplines concernées sont indispensables alors qu'ils ne sont pas toujours enseignés (par exemple, ici, les changements de cadre entre formules et graphiques globaux).

3. Troisième exemple : l'intégrale et la mesure des grandeurs

Il s'agit d'une *co-construction* entre mathématiques et physique de l'instrument privilégié de la mesure des grandeurs : l'intégrale. Le point de départ est une situation didactique mise au point par D. Grenier, M. Legrand et F. Richard (1985), dite « situation du barreau », dont l'étude est détaillée dans (Legrand 1990), (Rogalski 2001), (Decroix et Rogalski 2013).

On pose à des étudiants de première année d'université la question :

« Quelle est l'attraction exercée par un barreau très fin homogène, de masse 18 kg et de longueur 6m, sur une masse ponctuelle de 2kg située à 3m dans le prolongement de la barre ? ».

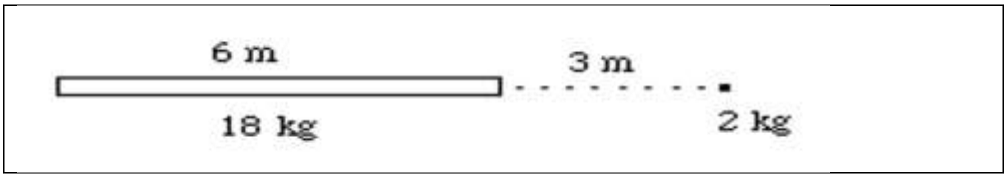

Figure 4 *- le barreau*

Nous ne détaillons pas ici le type de « débat scientifique » que l'on peut alors animer avec les étudiants, qui va faire surgir le centre de gravité, puis son inadéquation (lorsque un étudiant propose de couper la barre en deux et d'utiliser le centre de gravité de chaque morceau, le résultat n'est plus le même), puis le besoin d'encadrement en découpant la barre en morceaux et en concentrant toute la masse de chaque morceau à l'une ou l'autre de ses extrémités ; nous renvoyons à (D. Grenier, M. Legrand et F. Richard 1985), ou à (Decroix et Rogalski 2013).

L'idée essentielle est la suivante : quand on veut mesurer une grandeur totale dont l'intensité est donnée par une fonction *f non constante* en chaque point d'un domaine Ω muni d'une mesure *m* (par exemple la pression en chaque point d'une surface plane mesurée par l'aire, la hauteur d'une surface plane au-dessus d'un segment mesuré par la longueur, etc), on ne peut éviter une certaine procédure dite **procédure intégrale** :

découper en petits morceaux, sommer, encadrer, passer à la limite.

Il s'agit d'une procédure intuitive, qui d'une part est indispensable en physique et permet de modéliser des mesures de grandeurs, et de l'autre peut se décliner en mathématiques en plusieurs théories de l'intégrale (intégrale des fonctions réglées, intégrale de Darboux, intégrale de Lebesgue) selon la nature des ensembles qu'on sait mesurer (intervalles, ensembles mesurables) et le mode de convergence adopté pour approcher par des fonctions étagées (convergence uniforme, convergence au sens de l'intégrale). Voir aussi (Rogalski 2013).

Commentaire Du point de vue de l'interdisciplinarité, c'est de cette procédure dont les physiciens ont besoin et non de « savoir calculer des intégrales », comme ils le disent trop souvent. En l'absence de cette prise de conscience, les étudiants n'arrivent pas à modéliser. Nous avons soumis le problème du barreau (par écrit) à 120 étudiants en fin de première année d'université ayant vu l'intégrale de Riemann sous sa forme mathématique abstraite ; seuls 12% d'entre eux ont saisi qu'il fallait une intégrale pour calculer l'attraction demandée. On voit ainsi que c'est typiquement l'un des cas où il est indispensable d'avoir construit le concept mathématique à partir d'un problème de physique, et de comprendre la problématique physique (mesure des grandeurs), pour être ensuite capable de l'utiliser dans cette discipline et en même temps d'en saisir la pertinence mathématique.

III. PROBLEMES GENERAUX

À partir de ces trois exemples d'activités interdisciplinaires, nous posons quelques problèmes auxquels l'absence de réponse dans l'enseignement peut entraver une pratique souhaitable de l'interdisciplinarité. Nous nous concentrons surtout sur les rapports entre mathématiques et physique, pour lesquels nous renvoyons à (De Hosson et al. 2015), (Robert et Treiner 2004) en ce qui concerne les aspects épistémologiques.

(1) Le traitement de certains concepts mathématiques enseignés au lycée ou en licence *ne doit pas être séparé de leur sens en physique* : c'est indispensable pour s'en servir dans cette discipline, c'est souvent essentiel pour comprendre leur pertinence mathématique. Comment mesurer des grandeurs en physique si l'intégrale n'a pas été vue comme l'instrument adapté à cette activité ?
Comment comprendre la notion de vitesse instantanée si la dérivée n'a pas été co-construite entre les deux disciplines ?
Comment comprendre l'importance de la proportionnalité de grandeurs en physique si la construction des fonctions linéaires ou affines n'en est pas le modèle adapté en mathématique ? Nous avons vu une classe de terminale S entière ne pas concevoir que si on connaît le débit d la quantité de liquide écoulée en un temps t est $d\times t$! Parce que, bien sûr, le lien entre proportionnalité mathématique, d'un côté, et taux de variations (constants) dans des problèmes de vitesse, de débits, d'intensité de courant… de l'autre, ne leur avait jamais été fait, n'avait pas motivé des notions et définitions mathématiques.

(2) La coordination des points de vue global et local est indispensable pour évaluer les erreurs de méthodes. Il faut saisir que l'intégrale est certes un moyen d'approximation local, mais que le résultat en est *globalement exact* ; voir à ce propos (Collectif 1989), (Decroix et Rogalski 2013). Ou voir que l'approximation d'une fonction par sa différentielle est *locale* au sens où l'erreur commise est une erreur *relative* : $\Delta f - f'(x)\Delta x$ est négligeable devant Δx (Artigue 1989), (Rogalski 2006), (Collectif 1989) et que cela rend vraisemblable la limite figurant dans une intégrale, et donne du sens à la procédure de l'accroissement différentiel utilisée pour modéliser un phénomène par une équation différentielle. De ce point de vue, le discours de la physique est parfois ambigu, qui parle parfois de négligeabilité sans préciser devant quelle variable une certaine grandeur est négligeable.

Résoudre une équation différentielle ou découvrir et calculer une intégrale sont des moyens de passer du local au global… en physique comme en mathématiques (voir (Rogalski 2008)). Est-il sûr que cette compréhension des choses (il s'agit d'un aspect de « méta ») soit souvent explicitée auprès des élèves ou des étudiants ?

(3) En physique, il faut bien comprendre pourquoi on utilise certaines procédures, alors que dans d'autres situations voisines elles sont inutiles : comparer l'utilité de découper en petits accroissements Δz l'altitude dans un gaz ou dans un liquide pour étudier la variation de la pression (Collectif 1989), (Viennot 2008, 2010), l'un étant incompressible et pas l'autre, et saisir corrélativement en mathématiques comme en physique qu'une procédure différentielle est inutile en cas de proportionnalité.

(4) L'étude de phénomènes physiques par leur traitement mathématique nécessite souvent des changements de cadre ou des changements de registre de représentation. Nous en avons vu un exemple avec le pendule tournant. Pour les mathématiques, voir (Rogalski 2002). Mais c'est aussi le cas en physique : que ce soit par l'intermédiaire de graphiques bien compris (Viennot et Leroy 2004), ou par des analogies pertinentes entre phénomènes différents, on y pratique aussi souvent des changements de point de vue.

(5) Il faut aussi comprendre qu'en physique trouver une réponse numérique passe très souvent par la détermination d'une fonction (Rogalski 2006) ; c'est l'une des difficultés de la modélisation, avec le choix des variables.

L'habitude des physiciens de noter *P*, *V*, … des fonctions avec les variables non précisées est très utile, mais redoutable pour les étudiants, à la fois à cause des habitudes mathématiques (qui donnent des noms différents à des grandeurs exprimées au moyen de variables différentes), et parce que les changements de variables dans les différentielles sont délicats quand on ne note que les grandeurs.

(6) Enfin, des ajustements de niveaux sont nécessaires entre mathématiques et d'autres disciplines intervenant dans une activité interdisciplinaire : pour la question la plus simple à poser, il ne va pas être rare que le niveau des moyens mathématiques qu'il faudra utiliser, voire ceux des autres disciplines, croisse de façon incontrôlée, ou en tout cas demande de solides compétences conceptuelles de la part des élèves ou des étudiants (et même parfois des enseignants). D'où des difficultés prévisibles en terminale et encore plus en licence scientifiques.

Sur beaucoup de ces points, très souvent les enseignements sont muets. Il y a en un certain sens des *préalables disciplinaire* qui appellent des changements substantiels dans les enseignements, si on veut développer une interdisciplinarité authentique, qui ne se réduise pas à des juxtapositions sans bénéfices mutuels. Cela signifie que des questions de nature épistémologiques (ou au moins « méta ») doivent faire partie intégrante des enseignements, en particulier en ce qui concerne les relations entre concepts mathématiques et concepts physiques.

Mais cela concerne aussi d'autres disciplines ; par exemple, les relations entre probabilités et fiabilité d'un test biologique, on l'a vu, demandent à être élucidées.

S'attaquer à des problèmes complexes par nature interdisciplinaires n'est pas un but en soi. On en attend la solution du problème, certes, mais aussi une meilleure compréhension dans les disciplines y intervenant aussi bien que la découverte non superficielle de nouveaux champs. Nos exemples illustrent combien cela doit se préparer dans chacune des disciplines concernées.

REFERENCES

Allègre C. (2004) *Chroniques d'espoir*, Paris, Fayard.

Artigue M. (1989) Procédures différentielles dans la mise en équation de problèmes, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, Strasbourg, vol 2, 173-190.

Collectif (1989) Procédures différentielles dans les enseignements de mathématiques et de physique au niveau du premier cycle universitaire, *Rapport du GRECO du CNRS : "Didactique et acquisition des connaissances scientifiques"*, groupe mathématiques et physique-enseignement supérieur ; document IREM Paris-Diderot et LDPES.

Decroix A.-A., Rogalski M. (2013) Atelier : L'intégrale, de la physique aux mathématiques. *Actes du Colloque de Lyon*, IREM Paris-Diderot.

De Hosson C., Décamp N., Browaeys J. (2015) Contribution à la rénovation des programmes de physique, la nécessaire place des mathématiques dans l'enseignement de la physique, *BUP*, vol. 109, 483-490.

Grenier D., Legrand M., Richard F. (1986) Une séquence d'enseignement sur l'intégrale en DEUG A première année, *Cahiers de didactique des mathématiques* 22, IREM Paris-Diderot.

Kuntz G. (2001) Vache folle, probabilités, réalités et…pesanteur(s), *Repères IREM* n° 45, 56-59.

Legrand M. (1990) Un changement de point de vue sur l'enseignement de l'intégrale**,** dans *Enseigner autrement les mathématiques en Deug A première année*, Commission InterIREM Université.

Robert C., Treiner J. (2004) Une double émergence, *Bulletin de l'APMEP,* n° 453.

Rogalski M. (2002) Les changements de cadre dans la pratique des mathématiques et le jeu de cadres de Régine Douady, *Actes de la journée en hommage à Régine Douady* (juin 2001), IREM Paris-Diderot.

Rogalski M. (2006) Mise en équation différentielle et mesure des grandeurs par une intégrale, en terminale scientifique : un point de vue mathématique sur la collaboration avec la physique, *Repères IREM* n° 64, 27-48.

Rogalski M. (2008) Les rapports entre local et global : mathématiques, rôle en physique élémentaire, questions didactiques, in L. Viennot (éd.), *Didactique, épistémologie et histoire des sciences* (pp. 61-87), Paris : PUF.

Rogalski M. (2013) Quelques compléments à l'article de Hervé Quéffelec sur l'enseignement de l'intégration et de la mesure de Lebesgue : faire simple et pédagogique ?, *Gazette des mathématiciens*, n° 137.31-42.

Rogalski M., Pouyanne N., Robert A. (2001) *Carrefours entre analyse algèbre géométrie,* Paris : Ellipses.

Viennot L. (2008) La physique dans la culture scientifique : quelle place pour le raisonnement ? in L. Viennot (éd.), *Didactique, épistémologie et histoire des sciences* (pp. 213-236), Paris : PUF.

Viennot L. (2010) Relations mathématiques-physique et parcellisation des acquis conceptuels, in *Hommage à André Revuz*, (p. 82-100) LDAR, Université Paris-Diderot.

Viennot L., Leroy J.L. (2004) Doppler and Römer : what do they have in common ? *Physics Education*, 39-3, 273-280.