PENSÉE INTUITIVE EN CLASSE DE MATHEMATIQUES

RIOUX* Miranda

Résumé

Selon les Dual-Process Theories (DPT), l'être humain possèderait deux systèmes de pensée, le premier (S1) servant d'assise à l'émission d'un jugement intuitif, le second (S2) rendant possible l'émission d'un jugement plus analytique (voir Evans & Frankish, 2009). Dans cet article, nous expliquons comment les DPT éclairent notre compréhension de l'activité mathématique de l'élève et permettent de reconsidérer le statut accordé aux erreurs intuitives.

Mots-clefs

Dual-Process Theories, Pensée intuitive, Heuristiques de jugement, Résolution de problèmes, Mathématiques

Abstract

According to the Dual-Process Theories (DPT), humans possess two systems of thought. The first (S1) is linked to intuitive judgment, whereas the second (S2) is linked to a more analytical judgment (see Evans and Frankish, 2009). In this article, we explain how DPT inform our understanding of the student's mathematical activity and help reconsider the status given to intuitive errors.

Keywords

Dual-Process Theories, Intuitive thinking, Judgmental heuristics, Problems solving, Mathematics

I. INTRODUCTION

Dans la foulée des recherches effectuées par Tversky et Kahneman sur la prise de décision et les heuristiques de jugement (Kahneman & Tversky, 1979; Tversky & Kahneman, 1974, 1975), de nombreux travaux ont été menés en psychologie du jugement intuitif (voir les travaux colligés, en 2007, par Gilovich, Griffin, & Kahneman). La plupart d'entre eux s'appuient sur les *Dual-Process Theories* (DPT), théories selon lesquelles l'être humain possèderait deux systèmes de pensée (Evans & Frankish, 2009). Malgré la popularité croissante des DPT, jusqu'à la fin des années '90, exception faite des travaux menés par Fischbein et ses collègues (Fischbein, 1987, 1999; Fischbein & Schnarch, 1997), la littérature en didactique se faisait peu loquace quant au rôle joué par l'intuition dans l'apprentissage des mathématiques (Burton, 1999). Si la situation perdure encore de nos jours dans l'espace francophone, il en va autrement dans l'espace anglophone. Les travaux menés par Gillard, Van Dooren, Schaeken et Verschaffel (2009) ainsi que par Leron et Hazzan (2006) en témoignent et jettent un pont entre la didactique des mathématiques et les DPT. Cet article a notamment pour ambition d'apporter la réflexion menée par ces chercheurs dans l'espace mathématique francophone. Nous tenterons d'expliquer comment les DPT éclairent notre compréhension de l'activité mathématique de l'élève et permettent de reconsidérer le statut accordé aux erreurs intuitives.

* Université du Québec à Rimouski – Canada – miranda_rioux@uqar.ca

II. LES DUAL-PROCESS THEORIES (DPT)

Selon Evans et Stanovich (2013), l'idée suivant laquelle il existerait deux formes de pensée, l'une rapide et intuitive, l'autre lente et délibérative, est ancienne et largement répandue dans la littérature scientifique en philosophie et en psychologie. Or si l'idée est ancienne, elle n'en demeure pas moins actuelle et aujourd'hui, les théories qui mettent en scène ces deux formes de pensée sont appelées *Dual-Process Theories* (DPT)[1].

Selon les DPT (Frankish & Evans, 2009; Gilovich, et al., 2007; Kahneman & Frederick, 2002; Stanovich, 2009; Stanovich & West, 2000), deux systèmes cognitifs permettraient aux individus d'émettre des jugements : le système 1 (S1) et le système 2 (S2). S1 servirait d'assise à l'émission de jugements intuitifs tandis que S2 commanderait une pensée qui est beaucoup plus analytique. Le tableau 1 résume les propriétés généralement associées à chaque système cognitif.

Système 1	**Système 2**
Ancien dans l'évolution	Récent dans l'évolution
Inconscient, préconscient	Conscient
Partagé avec les animaux	Propre aux humains
Connaissance implicite	Connaissance explicite
Automatique	Contrôlé
Rapide	Lent
Parallèle	Séquentiel
Grande capacité	Faible capacité
Intuitif	Réflexif
Contextualisé	Abstrait
Pragmatique	Logique
Associatif	Basé sur des règles
Indépendant de l'intelligence générale	Lié à l'intelligence générale

Tableau 1 *− Propriétés attribuées par divers théoriciens aux deux systèmes cognitifs (trad. libre de Frankish & Evans, 2009, p. 15)*

Sans être définitoires, les propriétés listées dans le tableau 1 sont couramment utilisées par les DPT pour distinguer S1 de S2 et permettent de se faire une image mentale de chaque système. Dans le cadre de cet article, nous décrirons ce qui se passe lorsque S1 émet une réponse heuristique à une question complexe et illustrerons notre propos à l'aide d'exemples tirés de la recherche en didactique des mathématiques.

1. Les heuristiques de jugement: un processus de substitution d'attributs

Les travaux de Tversky et Kahneman sur les heuristiques de jugement ont démontré la faillibilité de S1 qui, par une logique associative, répond parfois à des questions plus faciles que celles qui étaient posées au départ. Kahneman et Clarinard expliquent:

[1] Bien que les DPT diffèrent les unes des autres (Evans & Stanovich, 2013), notons que «[…] les différences sont peu significatives pour une première application en didactique des mathématiques […]» (trad. libre de Leron & Hazzan, 2006, p. 108).

> Quand on ne trouve pas rapidement une réponse satisfaisante à une question complexe, le Système 1 va trouver une question proche qui sera plus facile et y répondra. J'appelle substitution cette opération qui consiste à répondre à une question à la place d'une autre (2016, p. 152).

Ainsi, les intuitions émanant de S1 découlent bien souvent d'un processus de substitution d'attributs, processus que l'on associe à l'activation d'une heuristique de jugement: «On dit d'un jugement qu'il est médiatisé par une heuristique lorsqu'un individu évalue l'attribut-cible donné d'un objet de jugement en lui substituant un attribut heuristique qui vient plus facilement à l'esprit» (trad. libre de Kahneman & Frederick, 2002, p. 53). Pour bien comprendre ce processus, voici un exemple tiré de notre thèse doctorale:

> […] pour évaluer la distance qui sépare une personne d'un objet, une personne pourrait examiner la netteté de l'objet qu'elle perçoit. Elle jugera ainsi qu'un objet est distant si son image est floue et proche si son image est nette. Cette manière de juger donnera, la plupart du temps, de bons résultats. Cela dit, des facteurs environnementaux tels que la neige ou le brouillard pourraient affecter l'image de cet objet et un objet qui semble distant pourrait ainsi se révéler être plus proche qu'il n'y paraît (Rioux, 2012, p. 65).

Dans cet exemple précis, la visibilité de l'objet est l'attribut heuristique qui se substitue à l'évaluation de la distance, qui est pour sa part l'attribut-cible du jugement. Ce processus de substitution d'attributs est courant et les réponses découlant de l'application d'une heuristique peuvent être endossées, corrigées ou remplacées par S2, qui contrôle normalement les réponses émanant de S1 (Kahneman & Frederick, 2002). Voyons maintenant comment ce processus se manifeste dans le contexte particulier de la résolution de problèmes mathématiques.

2. La substitution d'attributs et la résolution de problèmes en mathématiques

Les erreurs commises par un sujet lors de la résolution d'un problème mathématique peuvent avoir différentes origines. Dans cet article, nous présentons des erreurs qui, à notre avis, sont le fruit d'un processus de substitution d'attributs. L'idée n'est pas de supplanter les taxonomies existantes, mais bien de souligner la possibilité que certaines erreurs soient liées, du moins en partie, au fonctionnement des processus cognitifs dépeints par les DPT. Les exemples qui suivent permettent d'illustrer notre propos.

Premier exemple. Considérons ce problème que nous avons emprunté à Fischbein et Schnarch (1997):

> Selon vous, quel événement est le plus probable : l'événement «lancer 3 pièces de monnaie et obtenir au moins 2 faces» ou l'événement «lancer 300 pièces de monnaie et obtenir au moins 200 faces» ?

Ici, le jugement doit porter sur les probabilités de réalisation des deux événements (attributs-cibles). Au lieu de les évaluer en s'appuyant sur la loi des grands nombres, les sujets qui perçoivent l'équivalence des rapports exprimés sont susceptibles de les utiliser comme attributs heuristiques et de conclure, à tort, que les probabilités de réalisation des deux événements sont équivalentes. En effet, selon Lecoutre et Fischbein (1998), qui ont présenté ce problème à des étudiants français en psychologie (n=385), 72% des étudiants ont émis une réponse basée sur l'évaluation des attributs heuristiques.

Deuxième exemple. Stavy et Tirosh (2000) ont présenté le rectangle et le polygone de la figure 1 à des élèves des niveaux 2 à 9. Bien que les périmètres de ces deux figures soient identiques, plus de 70% des élèves de chaque niveau ont répondu que le périmètre du rectangle était supérieur au périmètre du polygone parce qu'il était "plus large" ou parce que son "aire" était plus grande.

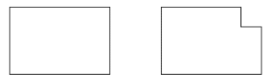

Figure 1 *− Figures présentées par Stavy et Tirosh (2000) lors d'une tâche de comparaison du périmètre*

Les élèves ont donc basé leur jugement sur l'évaluation d'attributs heuristiques (la largeur et l'aire de chaque figure), et ce, au détriment des attributs-cibles (le périmètre de chaque figure).

Troisième exemple. Leron et Hazzan (2006) rapportent ce problème rudimentaire d'algèbre, lequel fut initialement proposé par Clement, Lockhead et Monk (1981) à 150 étudiants en ingénierie:

> Écris une équation pour l'affirmation suivante: «Il y a six fois plus d'élèves que de professeurs». Utilise E pour le nombre d'élèves et P pour le nombre de professeurs (Clement, et al., 1981, p. 288).

Clement et ses collègues signalent un taux d'échec de 37 % et précisent que les deux tiers des erreurs produites prenaient la forme suivante: $6E = P$ (p. 288). Selon Leron et Hazzan (2006), qui ont interprété ces erreurs à la lumière des DPT, «En raison de l'expression "6 élèves", le symbole $6E$ vient immédiatement à l'esprit et la réponse $6E=P$ est automatiquement et rapidement invoquée par S1» (p. 117). En fait, tout se passe comme si les étudiants avaient utilisé des symboles mathématiques pour abréger l'énoncé du problème, et ce, au lieu de les utiliser pour modéliser la structure relationnelle du problème. Leur jugement porterait ainsi sur la structure de l'énoncé (attribut heuristique) et non sur la structure de la situation algébrique (attribut-cible).

Quatrième exemple. Considérons un instant le problème bien connu du bâton et de la balle (Frederick, 2005; Kahneman & Frederick, 2002):

> Un bâton et une balle coûtent 1,10$. Le bâton coûte 1,00$ de plus que la balle. Combien coûte la balle?

Le lecteur qui rencontre ce problème pour la première fois aura tendance à se fier à son intuition première et à répondre que la balle vaut 0,10$. En effet, selon Kahneman, «Presque tout le monde rapporte une tendance initiale à répondre "10 cents" […]» (trad. libre de Kahneman, 2002, p. 451). De Neys, Rossi et Houdé (2013) expliquent:

> […] les gens substituent l'expression relationnelle "plus que" par une expression absolue plus simple. En effet, "le bâton coûte 1$ de plus que la balle" est lu "le bâton coûte 1$". Par conséquent, au lieu de travailler sur une somme, les gens divisent naturellement 1,10$ en 1$ et 10 cents, ce qui est plus facile à faire. En d'autres mots, en raison de la substitution, les gens donnent une réponse correcte à une question incorrecte (trad. libre de De Neys, et al., 2013, p. 269).

Selon Van Dooren et Inglis (2015), une solution correcte à ce problème ne sera émise que si la réponse intuitive est inhibée. Dans une étude menée auprès de 272 étudiants universitaires, Rioux et Couture (2014) ont toutefois noté que dans certains cas, même le recours à une démarche algébrique ne suffisait pas à provoquer cette inhibition.

Dans ce problème comme dans ceux que nous avons précédemment décrits, les erreurs commises par les sujets ont été présentées comme des réponses intuitives émanant du système 1. Or S1 n'est pas le seul coupable à blâmer, S2 ayant en effet endossé les réponses émises par S1 et les ayant jugées acceptables. Pour reprendre l'expression de Kahneman, nous dirons de S2 qu'il est un "contrôleur paresseux" (Kahneman & Clarinard, 2016, p. 62) et que la question qui se pose désormais est celle de l'inhibition et du remplacement, par S2, des réponses émises par S1 (Van Dooren & Inglis, 2015).

III. SOLLICITER S2 POUR CONTROLER LES REPONSES INTUITIVES DE S1

Jusqu'ici, nous avons décrit certaines erreurs commises par des sujets engagés dans une démarche de résolution de problèmes mathématiques et les avons interprétées comme étant le fruit d'un processus de substitution d'attributs. Dans cette perspective, la réussite de ces problèmes pourrait dépendre de la capacité des élèves à utiliser le système 2 pour court-circuiter ce processus. Selon Stanovich et Toplak (2012)[2], cela implique qu'il y ait 1) interruption du processus, 2) suppression de la réponse intuitive et 3) remplacement de cette dernière par une meilleure réponse. Or les réponses émises par le système 1 s'accompagnent bien souvent d'un sentiment de justesse et lorsque ce sentiment est prégnant, les réponses émises en première instance sont peu susceptibles de changer (Thompson, et al., 2011, p. 134). Il convient donc de se questionner sur les leviers à actionner pour que les élèves engagés dans la résolution d'un problème mathématique remettent en question et éventuellement modifient leur jugement initial.

1. *Solliciter le système 2 en avertissant les sujets*

Babai, Shalev et Stavy (2015) ont proposé des tâches de comparaison de périmètres à 84 élèves de sixième année. En tout, 16 couples de figures leur ont été présentés. Les conditions des tâches proposées étaient parfois congruentes, parfois non congruentes. Quand les conditions étaient congruentes, la figure ayant le plus grand périmètre était également la figure ayant la plus grande aire (voir figure 2). Dans ces conditions, l'évaluation de l'aire des figures (attribut heuristique) était peu susceptible d'interférer avec l'évaluation de leur périmètre (attribut-cible). Quand les conditions étaient non congruentes, deux cas se présentaient: soit la figure ayant le plus grand périmètre était la figure ayant la plus petite aire (conditions non congruentes inversées), soit les périmètres des deux figures étaient identiques, et ce, malgré des aires différentes (conditions non congruentes égales). Dans ces conditions, l'évaluation de l'aire des figures (attribut heuristique) était d'avantage susceptible d'interférer avec l'évaluation de leur périmètre (attribut-cible).

---

[2] Il est à noter que dans leur article, Stanovich et Toplak ont délaissé les expressions "Système 1" et "Système 2", et ce, au profit des expressions "processus de Type 1" et "processus de Type 2". Ils souhaitent ainsi traduire l'idée suivant laquelle une Dual-Process Theory n'est pas nécessairement une théorie impliquant deux systèmes cognitifs singuliers, lesquels correspondraient à deux régions distinctes du cerveau. Pour une discussion plus approfondie, le lecteur aura avantage à lire Evans (2009).

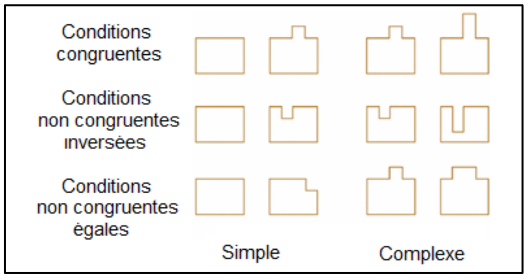

Figure 2 *- Conditions congruentes et non congruentes des tâches proposées (trad. libre de Babai, et al., 2015, p. 738)*

Les élèves étaient scindés en deux groupes: un groupe expérimental de 44 élèves et un groupe témoin de 40 élèves. Avant de présenter les tâches aux élèves du groupe expérimental, les chercheurs leur ont servi l'avertissement qui suit:

> Soyez attentifs: on vous demande de comparer les périmètres et non les aires des deux figures. Il y a une tendance à comparer les aires des figures au lieu de leurs périmètres. Cette tendance peut mener à des erreurs. Tentez de surmonter cette tendance (trad. libre de Babai, et al., 2015, p. 740).

Cet avertissement n'a pas été servi aux élèves du groupe témoin. Babai, Shalev et Stavy ont ensuite comparé les taux de réussite ainsi que les pourcentages de réponses intuitives dans chaque groupe, et ce, pour chaque type de tâches. Leurs résultats sont sans équivoque: cet avertissement a amélioré de façon significative l'exactitude des réponses émises lorsque les conditions des tâches étaient non congruentes. Selon ces chercheurs, «Cela suggère que l'avertissement a bel et bien activé les mécanismes du contrôle inhibiteur et que cela a aidé les élèves à surmonter les interférences intuitives» (trad. libre de Babai, et al., 2015, p. 741). Il convient toutefois de noter que cet avertissement était spécifique à la tâche présentée et que Dewolf et ses collègues (2014) ont démontré l'inefficacité d'un avertissement d'ordre plus général.

2. *Solliciter le système 2 avec une tâche préalable complexe*

Attridge et Inglis (2015) ont mené une étude auprès de 61 étudiants universitaires, lesquels étaient inscrits à un cours de premier cycle en ingénierie. Deux tâches leur ont été soumises. La première d'entre elles est le *Raven's Advanced Progressive Matrices* (RAPM), une tâche complexe de complétion de matrices qui n'induit généralement pas des réponses intuitives chez les sujets (Raven, Raven, & Court, 1998). La seconde est le *Cognitive Reflection Test* (CRT), un test comportant trois problèmes mathématiques relativement simples, lesquels sont toutefois reconnus pour induire, chez les sujets, des réponses intuitives incorrectes (Frederick, 2005). Ils souhaitaient vérifier si la réalisation de la première tâche (RAPM) pouvait favoriser l'inhibition des réponses intuitives lors de la réalisation de la seconde tâche (CRT). Les étudiants ont donc été scindés en deux groupes: un groupe expérimental de 29 étudiants et un groupe témoin de 32 étudiants. Les étudiants du groupe expérimental ont complété le RAPM avant de compléter le CRT alors que les étudiants du groupe témoin ont complété le CRT avant le RAPM. Leurs résultats indiquent que les étudiants du groupe expérimental ont mieux réussi le CRT que les étudiants du groupe témoin.

IV. CONCLUSION

Dans ce texte, nous avons utilisé les DPT pour éclairer les réponses formulées par les élèves lors de la résolution de certains problèmes mathématiques, lesquelles étaient considérées comme des réponses adéquates à des questions proches, mais différentes de celles qui leur étaient initialement posées. En optant pour cet éclairage, nous avons toutefois laissé dans l'ombre les interprétations plus classiques des erreurs commises par les élèves. Par exemple, en ce qui a trait au problème du bâton et de la balle, il a été porté à notre attention que la tendance à vouloir répondre 0,10 $ pourrait s'expliquer par une centration des sujets sur un seul aspect du problème. De notre point de vue, cette interprétation n'exclue cependant pas le recours à l'intuition, dans la mesure où cette dernière est associée à un processus de substitution d'attribut. En effet, il serait possible de soutenir qu'en se centrant sur un seul aspect du problème, les sujets utilisent cet aspect comme attribut heuristique et répondent à une question plus simple que celle qui leur avait été initialement posée. Si plusieurs interprétations peuvent coexister sans nécessairement être incompatibles, au terme de notre présentation, les commentaires formulés par les membres de notre groupe de travail nous ont toutefois amenée à réfléchir sur la nature des réponses émises aux problèmes présentés. Étaient-elles réellement le fruit d'un jugement intuitif ? Pour répondre à cette question, il aurait fallu s'entendre sur ce qu'est l'intuition, consensus que nous avons failli à atteindre au terme de notre présentation, et ce, malgré la proposition de définition que nous en avions faite.

Nous avons également présenté deux interventions susceptibles de forcer S2 à contrôler les réponses intuitives de S1, soit avertir les élèves avant la complétion d'une tâche et leur présenter une tâche préalable complexe. Bien que ces interventions aient favorisé la réussite des problèmes soumis, elles n'en demeurent pas moins difficilement transposables dans un cadre didactique. Par exemple, la première intervention modifie la tâche en donnant aux sujets des indices quant aux ressources à mobiliser pour la traiter. Or la mobilisation et l'utilisation efficace des concepts et des processus mathématiques appropriés à une situation est une étape importante dans l'exercice du raisonnement mathématique ; il n'y a donc pas de gain véritable au niveau des apprentissages réalisés. Bref, en discutant de ces interventions avec les membres de notre groupe de travail, nous avons réalisé que ces dernières visaient la réussite des tâches par des sujets et non la compréhension des concepts et des processus mathématiques sous-jacents. Ce constat n'est pas anodin et explique probablement pourquoi la plupart des recherches menées en didactique des mathématiques n'intègrent pas, dans leur réflexion, les résultats obtenus par les DPT. Cela dit, doit-on, pour autant, ignorer le rôle joué par l'intuition dans la résolution de certains problèmes mathématiques ? Nous croyons que non. À notre humble avis, il faudra toujours une part d'intuition pour s'attaquer à un problème mathématique. L'idée n'est donc pas de l'ignorer, mais plutôt de l'étudier, de comprendre son fonctionnement et d'apprendre aux élèves à traiter avec vigilance les fruits de la pensée intuitive.

RÉFÉRENCES

Attridge, N., & Inglis, M. (2015). Increasing cognitive inhibition with a difficult prior task: implications for mathematical thinking. *ZDM, 47*(5), 723-734.

Babai, R., Shalev, E., & Stavy, R. (2015). A warning intervention improves students' ability to overcome intuitive interference. *ZDM, 47*(5), 735-745.

Burton, L. (1999). Why is intuition so important to mathematicians but missing from mathematics education? *For the Learning of mathematics, 19*(3), 27-32.

Clement, J., Lockhead, J., & Monk, G. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *American Mathematical Monthly, 88*, 286-290.

De Neys, W., Rossi, S., & Houdé, O. (2013). Bats, balls, and substitution sensitivity: Cognitive misers are no happy fools. *Psychonomic Bulletin & Review, 20*(2), 269-273.

Dewolf, T., Van Dooren, W., Ev Cimen, E., & Verschaffel, L. (2014). The impact of illustrations and warnings on solving mathematical word problems realistically. *The Journal of Experimental Education, 82*(1), 103-120.

Evans, J. S. B. (2009). How many dual-process theories do we need? One, two, or many? Dans J. S. B. Evans & K. Frankish (Éds.), *In two minds: Dual processes and beyond* (pp. 33-54). New-York: Oxford University Press.

Evans, J. S. B., & Frankish, K. E. (2009). *In two minds: Dual processes and beyond*. New-York: Oxford University Press.

Evans, J. S. B., & Stanovich, K. E. (2013). Dual-process theories of higher cognition: Advancing the debate. *Perspectives on psychological science, 8*(3), 223-241.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach* (Vol. 5): Springer Science & Business Media.

Fischbein, E. (1999). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 38*(1-3), 11-50.

Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), 96-105.

Frankish, K., & Evans, J. (2009). The duality of mind: An historical perspective. *In two minds: Dual processes and beyond*, 1-29.

Frederick, S. (2005). Cognitive reflection and decision making. *The Journal of Economic Perspectives, 19*(4), 25-42.

Gillard, E., Van Dooren, W., Schaeken, W., & Verschaffel, L. (2009). Dual processes in the psychology of mathematics education and cognitive psychology. *Human Development, 52*(2), 95-108.

Gilovich, T., Griffin, D. W., & Kahneman, D. (2007). *Heuristics and biases : the psychology of intuitive judgment* (Reprinted with corrections. éd.). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Kahneman, D. (2002). Maps of bounded rationality: A perspective on intuitive judgment and choice. *Nobel prize lecture, 8 décembre 2002*, 449-489.

Kahneman, D., & Clarinard, R. (2016). *Système 1 / Système 2. Les deux vitesses de la pensée*: Flammarion.

Kahneman, D., & Frederick, S. (2002). Representativeness revisited: attribute substitution in intuitive judgment. Dans T. Gilovich, D. W. Griffin & D. Kahneman

(Éds.), *Heuristics and biases: The psychology of intuitive judgment* (Vol. 49-81). New-York: Cambridge University Press.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 263-291.

Lecoutre, M. P., & Fischbein, E. (1998). Évolution avec l'âge de «misconceptions» dans les intuitions probabilistes en France et en Israël. *Recherches en didactique des mathématiques, 18*(3), 311-332.

Leron, U., & Hazzan, O. (2006). The rationality debate: application of cognitive psychology to mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 2006*(62), 105-126.

Raven, J., Raven, J., & Court, J. H. (1998). *Manual for Raven's progressive matrices and vocabulary scales*. San Antonio: Pearson.

Rioux, M. (2012). *Évolution des projets de formation de futurs enseignants au primaire au contact de situations probabilistes.* Université de Montreal (Canada), Montréal.

Rioux, M., & Couture, A. (2014). Dual-process theory et résolution de problèmes additifs de comparaison par des étudiants universitaires. *Éducation et francophonie, 42*(2), 120-137.

Stanovich, K. E. (2009). *What intelligence tests miss: The psychology of rational thought*: Yale University Press.

Stanovich, K. E., & Toplak, M. E. (2012). Defining features versus incidental correlates of Type 1 and Type 2 processing. *Mind & Society, 11*(1), 3-13.

Stanovich, K. E., & West, R. F. (2000). Individual differences in reasoning: Implications for the rationality debate? *Behavioral and Brain Sciences, 23*(5), 645-665.

Stavy, R., & Tirosh, D. (2000). *How students (mis-) understand science and mathematics: Intuitive rules*: Teachers College Press.

Thompson, V. A., Turner, J. A. P., & Pennycook, G. (2011). Intuition, reason, and metacognition. *Cognitive Psychology, 63*(3), 107-140.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: heuristics and biases. Biases in judgments reveal some heuristics of thinking under uncertainty. *Science, 185* (4157), 1124-1131.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1975). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases *Utility, probability, and human decision making* (pp. 141-162): Springer.

Van Dooren, W., & Inglis, M. (2015). Inhibitory control in mathematical thinking, learning and problem solving: a survey. *ZDM, 47*(5), 713-721.