L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE :
APERÇU HISTORIQUE DE PHÉNOMÈNES LUMINEUX

Alexandre Ducharme Rivard
Étudiant au doctorat, CREAS[1], Université de Sherbrooke, Canada
alexandre.ducharme.rivard@usherbrooke.ca
GHISLAIN SAMSON ET HASSANE SQUALLI

**Résumé.** Notre projet de recherche doctorale porte sur les pratiques interdisciplinaires entre les mathématiques et les sciences chez des enseignants de mathématiques du secondaire québécois. La réflexion exposée ici sur les interactions possibles entre des contenus de mathématiques et de sciences enseignées au secondaire nous amène à étudier les interactions entre ces contenus qui ont eu lieu au cours de leur développement historique. Dans ce texte, nous examinons le cas de la géométrie et les phénomènes lumineux. Après avoir exposé certaines interactions qui ont eu lieu au cours développement historique, nous proposons une situation inspirée de ces interactions et pouvant être exploitée en enseignement des mathématiques au secondaire.

**Mots clés** : Géométrie, optique géométrique, histoire des mathématiques, histoire des sciences, interdisciplinarité

## Introduction

Notre projet de recherche doctoral s'inscrit dans le champ des recherches en didactique des mathématiques portant sur l'analyse des pratiques d'enseignement des mathématiques. Aussi, elle s'inscrit dans la problématique du recours à des approches interdisciplinaires, entre les mathématiques et les sciences dans l'enseignement des mathématiques. Les questions touchant les interactions entre mathématique et sciences dans l'enseignement secondaire se trouvent donc au cœur de notre réflexion. Ce texte fait suite à notre examen général, fait en début de parcours doctoral, où nous devions répondre à une question portant sur le rôle des mathématiques dans la genèse historique des sciences, plus spécifiquement du développement de connaissances de la physique. Nous proposons d'aborder ici l'évolution de l'optique pour montrer le rôle des mathématiques dans son développement.

Ce questionnement s'inscrit dans une problématique sociale en milieu scolaire. En effet, dans plusieurs pays de la francophonie, on observe depuis près d'une dizaine d'années un remaniement et des changements majeurs des programmes d'études. Le Québec ne fait pas exception. Une réforme scolaire a débuté en 2000 au niveau de l'école élémentaire et est en cours au secondaire (Gouvernement du Québec, 2001, 2006, 2007). Une des recommandations importantes du nouveau programme

[1] Centre de recherche sur l'apprentissage et l'enseignement des sciences, financé par le CRSNG (Canada)

de formation de l'école québécoise (PFEQ) est le recours à l'interdisciplinarité. Plusieurs types de justifications sont apportées : «le fait d'établir des liens entre les mathématiques et d'autres disciplines permet d'enrichir et de contextualiser les situations d'apprentissage dans lesquelles l'élève est appelé à développer ses compétences.» (*Ibid.*, 2006, p. 235), ou encore :

> La mise en place de projets interdisciplinaires représente une autre voie d'accès privilégiée pour aborder divers problèmes se rattachant à l'un ou l'autre des domaines généraux de formation. De tels projets, individuels ou collectifs, sont des occasions de mettre à profit des savoirs disciplinaires et d'en favoriser le réinvestissement dans l'analyse de problèmes qui interpellent non seulement les jeunes, mais aussi la société. (*Ibid.*, 2006, p. 22)

Le PFEQ insiste de manière particulière sur l'interdisciplinarité entre mathématiques et sciences, ces deux disciplines sont présentées comme faisant partie du même domaine d'apprentissage. Il justifie cette relation privilégiée entre les mathématiques et les sciences ainsi :

> Depuis fort longtemps, ces disciplines sont intrinsèquement liées et leur évolution de même que leur dynamique interne témoignent de leur synergie. Ainsi, qu'il s'agisse de la conception ou de la représentation de certains objets technologiques, de la construction de modèles mathématiques ou encore de la représentation de phénomènes, l'interdisciplinarité qui les caractérise s'avère incontournable. (*Ibid.*, 2006, p.225; 2007, chap. 6, p.1)

Par ailleurs, par l'intégration de repères historiques et culturelles, le PFEQ recommande d'exploiter des éléments de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement (Gouvernement du Québec, 2006, 2007). Cette double injonction institutionnelle – soit la pratique de l'interdisciplinarité entre les mathématiques et sciences et l'intégration de l'histoire des mathématiques, pose de grands défis aux enseignants de mathématiques. Pour certains, dont McGehee (2001), l'intégration des mathématiques et des sciences ne va pas de soi. En effet, *a priori,* l'enseignement des mathématiques pourrait se faire sans le recours aux sciences - ce qui n'est pas le cas de l'enseignement des sciences puisque cette discipline scolaire est composée de plusieurs disciplines de référence (Gouvernement du Québec, 2006, 2007). Dans la pratique, parmi tous les enseignants des différentes disciplines scolaires, les enseignants de mathématiques sont ceux qui recourent le moins à l'interdisciplinarité (Hasni, Lenoir, Larose, Samson, Bousadra et Satiro dos Santos, 2008). Ceci peut s'expliquer par l'idée d'un enseignement des mathématiques qui se suffirait à lui-même, et, entre autres, par le fait qu'il est nécessaire d'avoir des connaissances dans les deux disciplines pour faire de l'interdisciplinarité entre les mathématiques et les sciences (Basista et Mathews 2002; Isaacs, Wagreich et Gartzman, 1997; Roebuck et Warden, 1998; Watanabe et Huntely 1998). Ces connaissances font généralement défaut chez les enseignants de mathématiques du secondaire au Québec (et apparemment ailleurs aussi).

Dans le but de faire ressortir différents liens possibles entre les mathématiques et la physique, nous nous sommes intéressé dans un premier temps au développement historique des mathématiques et de la physique, en, nous limitant aux contenus enseignés au secondaire dans le contexte québécois. Dans un second temps, nous exposons quelques idées pour le réinvestissement de ces connaissances dans le contexte d'enseignement des mathématiques.

### La mathématisation de la nature

De nos jours, l'utilisation de modèles mathématiques pour représenter les phénomènes physiques n'est pas remise en question. Toutefois, ce ne fut pas toujours le cas dans l'histoire. Dans ce qui suit, nous présentons des éléments de contexte dans lequel la mathématisation de la nature est apparue.

Les premiers philosophes grecs connus qui expliquent les phénomènes naturels sans invoquer l'apport des dieux sont Thalès de Milet (~585 av. J.-C.) et ses successeurs Anaximandre (~555 av. J.-C.) et Anaximène (~535 av. J.-C.). Peu d'écrits nous sont parvenus de cette époque, ces écrits sont souvent fragmentaires. C'est par l'entremise des autres philosophes, dont Aristote, que ces travaux sont aujourd'hui connus. Plusieurs centres intellectuels émergèrent dans la Grèce antique. L'un de ceux qui a eu beaucoup d'influence, même après sa disparition, est l'École de Pythagore. Elle est la première à prôner qu'il y a un fondement mathématique à l'Univers. La réalité se retrouve dans la géométrie et dans les nombres. La secte de Pythagore s'effondra lors de la démonstration de l'irrationalité de racine de 2[2] (*Ibid,* 1999; Charbonneau, 1985a). Toutefois, son rayonnement perdurera tout au long de l'Antiquité.

Les premiers écrits complets retrouvés proviennent des autres centres intellectuels: l'Académie de Platon et le Lycée d'Aristote (Rosmorduc, 1987). L'importance des mathématiques pour Platon, chez qui on ressent l'influence pythagoricienne, fait en sorte qu'il accorde la première place aux mathématiques et délaisse la physique et les données empiriques qui sont assujetties par les sens et peuvent s'avérer erronées[3]. Quant à lui, Aristote relègue les mathématiques à un rôle d'exercice de l'esprit. La physique d'Aristote, discipline primordiale, est sublunaire[4] et non mathématique (Charbonneau, 1985a; Mankiewicz, 2001; Rosmorduc, 1987). On observe alors une sécession entre la physique et les mathématiques (Rosmorduc, 1987; Charbonneau, 1985b). L'optique en fait cependant exception, car celle-ci entretient avec les mathématiques une relation particulière, au point d'avoir longtemps été considérée comme un champ des mathématiques.

### L'optique géométrique

L'optique est l'un des domaines des sciences où les mathématiques ont joué un rôle important. Dans cette section, nous proposons de faire un tour d'horizon des

---

[2] Pour les pythagoriciens, l'univers se base sur les nombres rationnels positifs. Le fait que la diagonale d'un carré de mesure 1 de côté soit irrationnelle démolit le principe de base, car voici un nombre de l'univers qui n'est pas rationnel!

[3] Par exemple, le paradoxe de Zénon (la course d'Achille et la tortue) montre aux Grecs que la mesure par les sens peut être illogique. Dans le paradoxe, Achille doit parcourir la moitié de la moitié, etc. de la distance qui le sépare de la tortue, donc logiquement il ne l'atteint jamais. Le danger des mesures a aussi causé l'effondrement de l'École de Pythagore. Après ces événements, les Grecs n'accordent plus d'importance à l'arithmétique. La géométrie est la seule à être pure logique (Charbonneau, 1985a).

[4] Comme la Terre est au centre de l'univers pour Aristote, ce qui se passe au-delà de la Lune n'est pas du domaine de la physique, mais de l'astronomie.

phénomènes optiques où les mathématiques ont été mises à l'œuvre. Nous débutons par l'apport des philosophes de la Grèce antique où les connaissances évoluèrent et migrèrent ensuite dans la civilisation arabe au Moyen-Âge. Nous revenons ensuite en Occident pour terminer par la mise en place de l'optique géométrique telle qu'elle est enseignée aujourd'hui au secondaire.

## La naissance de l'optique géométrique

Le champ de la vision est étudie, entre autres, en optique. Les premières explications de la vision se retrouvent dans les écrits et les traductions des textes de la Grèce antique (Ronchi, 1956). Différentes théories coexistaient. Pour les pythagoriciens, les rayons lumineux sortent de l'œil. Tandis que pour les atomistes, ce sont les objets qui envoient des simulacres permettant de les voir.[5] Les platoniciens ont utilisé une combinaison des deux théories et Aristote réajuste cette combinaison en expliquant que la lumière est un mouvement entre l'œil et l'objet (Ronchi, 1956). La théorie des pythagoriciens a été celle qui a le plus influencé l'Antiquité grecque.

La première mathématisation du phénomène est attribuée à Euclide. Ce dernier adhérant à la théorie pythagoricienne explique différents phénomènes optiques avec la géométrie. Pour Euclide, la lumière sort de l'œil en lignes droites. Cette conception de la lumière fait en sorte qu'il la représente par des droites. Deux ouvrages lui sont associés, soit *L'Optique* et *La Catoptrique*[6]. Dans son premier ouvrage, Euclide définit[7] la vision en utilisant le principe de rayons sortant de l'œil, rectilignes, réflexibles et réfrangibles:

> I. Supposons que les lignes droites qui émanent de l'œil se propagent à divergence des grandes grandeurs.
> II. Et que la figure comprise sous les rayons visuels est un cône ayant son sommet dans l'œil, et sa base aux limites des grandeurs regardées.
> III. Et que les grandeurs sur lesquelles tombent les rayons visuels sont vues; tandis que celles sur lesquelles les rayons visuels ne tombent pas ne sont pas vues.
> IV. Et que les grandeurs vues sous un plus grand angle apparaissent plus grandes; tandis que celles qui sont vues sous un plus petit angle apparaissent plus petites, et que celles qui sont vues sous des angles égaux apparaissent égales.[8]
> (Ver Eecke, 1959, p. 1)

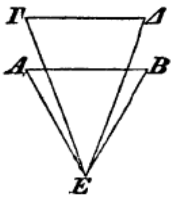
La première hypothèse est la seule qui ne sera pas admise par un des successeurs d'Euclide, Ptolémée. Pour ce dernier, le rayon ne peut diverger et doit être continu (Ver Eecke, 1959). Par la suite, *L'Optique* renferme 58 propositions dont certaines sont fausses[9], d'autres présentent des évidences et enfin certaines sont vraies et

---

[5] On associe les noms d'Épicure (342 – 270 av. J.-C.) et de Démocrite (~460 ~ 360 av. J.-C.) à cette école. Cette théorie est attribuée à Empédocle (~ 490 ~ 430 av. J.-C.) (Ronchi, 1956)
[6] Partie de l'optique qui étudie la réflexion de la lumière.
[7] Il s'agit plus de postulats ou d'hypothèses que de définitions.
[8] *L'Optique* d'Euclide traite aussi de la perspective.
[9] Par rapport aux connaissances actuelles.

démontrées géométriquement (Ver Eecke, 1959). Chacune est appuyée d'une illustration géométrique (figure 1).

PROPOSITION V (Théor.). — Des grandeurs égales inégalement distantes apparaissent inégales, et celle qui est située plus près de l'œil apparaît toujours plus grande.

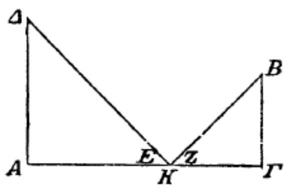



Soient AB, ΓΔ deux grandeurs égales ; soit E l'œil dont elles sont inégalement distantes, et soit AB la plus rapprochée. Je dis que la grandeur AB paraîtra plus grande. Menons les rayons incidents AE, EB. Dès lors, puisque les grandeurs vues sous de plus grands angles paraissent plus grandes, et que l'angle compris sous les droites AE, EB est plus grand que l'angle compris sous les droites ΓE, EΔ, il s'ensuit que la grandeur AB apparaîtra aussi plus grande que la grandeur ΓΔ (²).

Figure 1. Perspective de deux objets égaux (Ver Eecke, 1959, p. 4)

PROPOSITION I (Théor.). — Les rayons visuels sont réfléchis sous des angles égaux par les miroirs plans, convexes et concaves.

Soit B l'œil et AΓ le miroir plan.




Que le rayon visuel BK se propage de l'œil, et soit réfléchi au point Δ ; je dis que l'angle Z est égal à l'angle E. Menons les perpendiculaires BΓ, ΔA sur le miroir. Dès lors, la droite ΔA est à la droite AK comme la droite BΓ est à la droite ΓK ; car cela a été supposé dans les définitions (¹). En conséquence, le triangle BΓK est semblable au triangle ΔAK ; donc, l'angle E est égal à l'angle Z ; car les triangles semblables sont équiangles (²).

Figure 2. Démonstration de la loi de la réflexion sur un miroir plan (Ver Eecke, 1959, p. 100)

Dans la *Catoptrique*, on retrouve la loi de la réflexion de la lumière sur les miroirs plan, concave et convexe. Ici encore, la géométrie sert de support pour expliquer le phénomène (figure 2). La proposition I débute d'abord par un miroir plan et se poursuit pour un miroir concave et convexe[10]. La loi de la réflexion se base sur la définition trois du livre: « Qu'un miroir étant posé dans un plan, il y a proportion telle que la hauteur de celui qui regarde est à la hauteur établie à angles droits sur le plan comme la droite menée entre le miroir et celui qui regarde est à la droite menée entre le miroir et la hauteur établie à angles droits. » (Ver Eecke, 1959, p. 99). Dans ce cas, la loi de la réflexion se base sur les propriétés des triangles semblables, concepts étudiés au secondaire.

Ces deux ouvrages attribués à Euclide sont avant tout des livres de mathématiques (Ronchi, 1956). On retrouve d'autres auteurs ayant traité l'optique de façon géométrique: Héron d'Alexandrie qui a été le premier à expliquer la loi de réflexion basée sur le principe de la lumière qui suit le chemin le plus court; Damianus; Ptolémée qui, même si elle est erronée, formule pour la première fois la loi de la réfraction et Archimède (l'ouvrage n'a jamais été retrouvé, mais a été cité

[10] Nous avons mis seulement la partie portant sur le miroir plan.

plusieurs fois). Ces philosophes sont des auteurs ayant travaillé l'optique de manière théorique en utilisant la géométrie (Ver Eecke, 1959; Ronchi, 1956). Le phénomène de la réfraction est connu chez les Grecs, mais sa formulation mathématique exacte n'a pas été trouvée par cette civilisation. Ces différents auteurs ont eu une influence sur la civilisation arabe du Moyen-Âge qui fit évoluer les connaissances en optique.

*L'optique et la dioptrique au Moyen-Âge*

L'un des scientifiques arabes les plus connus au Moyen-Âge est certainement Ibn al-Haytham[11] (~ 965 ~ 1040), traduit sous le nom d'Alhazen en Occident. Il fut à l'origine d'une première réforme de l'optique. En se basant sur différentes expérimentations, al-Haytham montra l'absurdité des rayons lumineux sortants de l'œil en prônant qu'il s'agit plutôt de l'inverse. Par exemple, lorsqu'un individu regarde une source lumineuse intense, ce dernier peut ressentir une douleur aux yeux et les plisser. Il en va de même avec l'exemple où lorsque nous observons une chandelle dans une pièce noire, nous voyons encore «son image» lorsqu'elle est brusquement éteinte (Ronchi, 1956). Ces deux exemples démontrent bien que la lumière doit se propager vers l'œil et non l'inverse.

Avant de voir plus en détail l'optique d'al-Haytham, les textes d'un auteur contemporain important ont été retrouvés et examinés dans les années 1990 (Rashed, 1993). Il s'agit de deux ouvrages d'Ibn Sahl (~ 940 ~ 1000) qui traitent d'optique et qui ont été rédigés au X$^{e}$ siècle. Cet auteur cite, entre autres, Ptolémée pour les ouvrages qu'il a consultés. Les ouvrages traitent des miroirs ardents questionnant la faisabilité de la «légende» d'Archimède qui aurait enflammé les bateaux de la flotte de Marcellus à l'aide de miroirs. Ibn Sahl vient donc à faire l'étude des différentes formes de miroirs (parabolique, ellipsoïdal) et de lentilles (biconvexe et plan-convexe ou hyperboloïde). Pour ses recherches, Ibn Sahl commence par l'analyse du modèle mathématique des coniques, connus dans les travaux d'Apollonius, pour ensuite voir la possibilité d'embraser un point (Rashed, 1993). Pour chacun des phénomènes, Ibn Sahl utilise la géométrie comme support visuel et  pour faire ses démonstrations (figure 3).

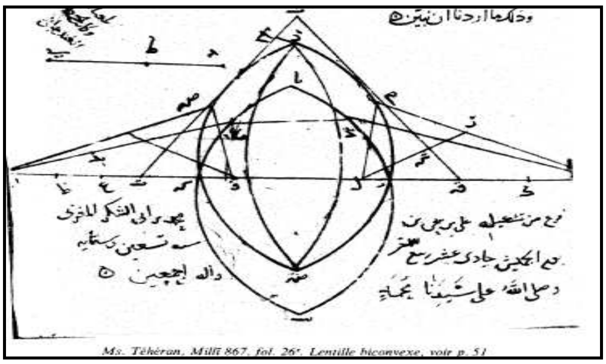


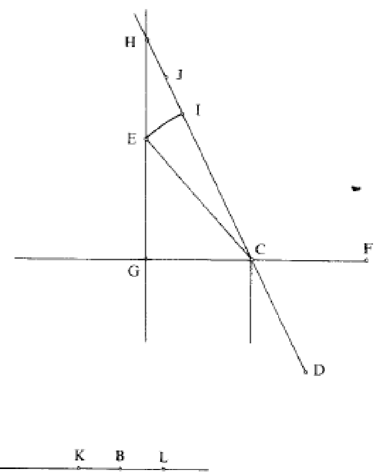

Figure 3. Lentille bi convexe par Ibn Sahl (Rashed, 1993, p. XLIII)

[11] On l'écrit parfois al Haitam dans certains ouvrages (Ronchi, 1956)

Ainsi, c'est par le modèle mathématique que les miroirs et les lentilles sont étudiés. Par exemple, Ibn Sahl démontre qu'il est possible d'embraser un objet situé au foyer d'un miroir ellipsoïdal si la source de lumière se situe au deuxième foyer. La démonstration utilise les propriétés de l'ellipse (Rashed, 1993), autre concept étudié au second cycle du secondaire.

Dans son ouvrage intitulé le *Traité*, Ibn Sahl aborde aussi la réfraction. En plus de reprendre les connaissances déjà établies dans l'*Optique* de Ptolémée, Ibn Sahl va beaucoup plus loin. Il prouve «géométriquement» que la réfraction d'un milieu se caractérise par un rapport constant:

> Si l'embrasement a lieu par une lumière qui traverse un instrument, nous prenons délibérément une proportion de cristal qui est limitée par une surface plane, soit C; il faut qu'elle soit d'une grandeur qui correspond au besoin et que toutes ses parties soient de pureté homogène. Déterminons deux droites telles que la lumière traverse le cristal suivant l'une d'elle, soit CD, et qu'elle se réfracte suivant l'autre dans l'air, soit CE. Menons le plan CDE; que l'intersection de ce plan et de la surface C soit la droite FCG; les deux angles DCF et EGG sont aigus, le plus petit d'entre eux est l'angle ECG; menons la droite CH sur le prolongement de la droite CD, supposons sur la droite CH le point H, et menons la droite GH perpendiculaire à la droite CG; qu'elle rencontre la droite Ce au point E. La droite CE est donc plus petite que la droite CH. Séparons la droite CH le droite CI égale à la droite CE, partageons HI en deux moitiés au point J, posons le rapport de la droite AK à la droite AB égale ay rapport de la droite CI à la droite CJ, menons la droite BL sur le prolongement de la droite AB et posons-la égale à la droite BK.




(Rashed, 1993, p.23-24)

Dans cet extrait, Ibn Sahl écrit que le rapport CE/CH < 1. Ce rapport sera réutilisé tout au long de son ouvrage lorsqu'il discute de la réfraction de la lumière avec le cristal. Il s'agit en fait de la Loi de Snellius (Rashed, 1993). À partir d'une considération mathématique (mesure d'angles et de grandeurs géométriques), la loi de la réfraction peut être déduite. Elle ne sera «redécouverte» que plusieurs siècles plus tard. Le problème des miroirs ardents amena donc Ibn Sahl vers les premières recherches en dioptrique[12]. Comme dans l'optique grecque, l'optique d'Ibn Sahl est géométrique, c'est-à-dire représenté et démontrer à l'aide de figures géométriques.

Comme mentionné ci-dessus, l'un des auteurs ayant travaillé sur l'optique et influencé l'Occident est Ibn al-Haytham. Celui-ci, comme dans la tradition grecque, utilise la géométrie pour expliquer les phénomènes optiques (miroirs, lentilles). Toutefois, al-Haytham était avant tout un physicien. Ses explications de la réflexion et de la réfraction sont principalement qualitatives. Al-Haytham reproduit les expérimentations de Ptolémée et tente d'obtenir les mêmes résultats. On observe alors un certain recul théorique (Rashed, 1993), car le physicien se contente de vérifier expérimentalement les angles sans chercher la loi sous-jacente. Comme Ptolémée, al-Haytham utilisait l'angle de déviation au lieu de l'angle d'incidence, cela expliquerait peut-être la raison pour laquelle la découverte de la loi de Snellius par Ibn Sahl passa inaperçue pour al-Haytham (Rashed, 1993). Ce n'est qu'à la Renaissance que cette loi est « redécouverte ».

*La venue des lentilles dans l'optique occidentale*

En Europe, il faut attendre la venue de G.B Della Porta (1535-1615) pour que les lentilles soient étudiées par les scientifiques (Ronchi, 1956). Même si l'ouvrage *Magia naturalis* paru en 1558 n'est pas un livre scientifique[13], Porta y inclut une étude des lentilles en mentionnant que les scientifiques sont incapables d'expliquer leur fonctionnement. Il reprendra cette étude de manière géométrique dans son ouvrage *De Refractionne* publié en 1593 (figure 4).

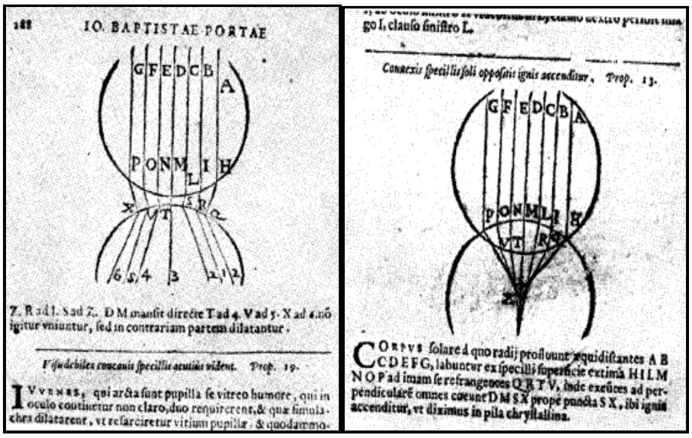



Figure 4**.** Lentille biconvexe (gauche) et lentille biconcave (droite) dans le De Refractionne (Ronchi1956, p. 67)

Kepler et Galilée reprendront le flambeau, mais aucun de ces auteurs ne trouvera la loi de la réfraction. Toutefois, ces deux scientifiques continuent dans la tradition grecque d'utiliser la géométrie pour théoriser l'optique. La construction de la loi de réfraction en occident est attribuée à Willebrod Snell van Roijen (1591-1626), connu aussi sous le nom de Snellius, et à Renée Descartes (1596-1650). Ces derniers, en

[12] Étude des lentilles.
[13] Il s'agit en effet d'un livre de plaisanteries, de jeux, de « trucs » et de magie (Ronchi, 1956, p. 57).

géométrisant le phénomène de la réfraction, ont réussi à trouver la formule mathématique s'y rattachant, loi que Ptolémée avait en vain essayé de découvrir. L'utilisation des connaissances trigonométriques permit de trouver cette loi[14]. Par son énonciation, Descartes fut fort estimé par ses contemporains (Ronchi, 1956). La figure 5 montre une image qu'utilise Descartes pour représenter la réfraction. Encore une fois, la géométrie y est présente.

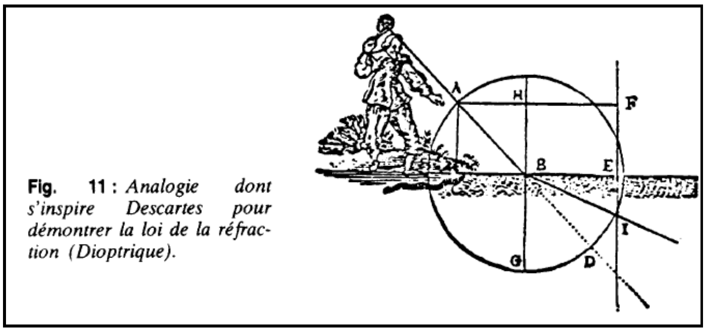



Figure 8. Phénomène de la réfraction par Descartes (Rosmordu, 1987, p. 60)

Descartes croyait que la vitesse de la lumière était plus rapide dans les milieux opaques que dans les milieux comme l'air, conception erronée par rapport aux connaissances actuelles. La publication posthume d'une des lettres de Fermat (1601-1665) présente une démonstration prouvant la véracité de la loi de la réfraction, mais en partant de l'hypothèse que la lumière se propage plus vite dans l'air. Cette démonstration fait malheureusement appel au calcul différentiel, concept qui n'est pas enseigné dans les écoles secondaires québécoises. À l'époque, la nature de la lumière n'était pas entièrement comprise. Il faut dire que Descartes lors de la construction de la loi de la réfraction ne s'étend pas sur la nature de la lumière puisqu'il s'intéresse surtout à l'étude de la lunette et de la vision (Ronchi, 1956).

Il faudra attendre la venue de Huygens (1629-1695) et de Newton (1642-1727) pour mettre en œuvre la théorie ondulatoire et corpusculaire de la lumière. La théorie ondulatoire prendra finalement le dessus au XIX^e^ siècle. Ces deux savants ont aussi travaillé l'optique géométrique. D'autres, comme Euler, Clairaut, d'Alembert, Malus, Dupin, Gauss, Hamilton… continueront de développer l'optique géométrique en s'appliquant à la formation des images d'objets en utilisant plusieurs miroirs, combinés parfois avec des lentilles (Rosmorduc, 1987). Pour tous ces auteurs, l'expérimentation devenait incontournable.

Les concepts de l'optique enseignés au secondaire ne dépassent pas ceux du XVIII^e^ siècle. Même si l'optique a continué d'évoluer, et que de nouveaux savoirs ont été construits avec le développement de l'électricité, des mathématiques, de la physique moderne (Rosmorduc, 1987), nous terminons ici les liens entre l'optique et les mathématiques. Quelles implications ces connaissances peuvent-elles avoir sur l'enseignement des mathématiques au secondaire?

---

[14] $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ où les $n_i$ sont les indices de réfraction des milieux; $\theta_1$ l'angle d'incidence et $\theta_2$ l'angle de réfraction.

## Réinvestissement pour l'enseignement des mathématiques

Nous n'avons pas la prétention de faire une grande déclaration si, tout comme Feynmann (1980) ou Lévy-Leblond (1982), nous avançons que les mathématiques et la physique entretiennent des liens très étroits. La physique utilise les mathématiques comme un langage, une forme de pensée. La particularité de cette science par rapport aux autres se trouve justement dans sa relation particulière avec les mathématiques. Il existe même une spécialité en physique qui a pour but d'épurer mathématiquement les équations décrivant certains concepts. Il faut dire qu'il y a des phénomènes qui dépassent les sens et qui s'expliquent seulement mathématiquement.

La question se pose alors: quelles implications ces connaissances de l'histoire ont sur l'enseignement des mathématiques? Il existe plusieurs façons d'exploiter les interactions entre les mathématiques et les sciences, la genèse de ces disciplines est une approche possible. Adoptant un autre point de vue, Munier et Merle (2007) travaillent les interactions entre les mathématiques et l'optique à l'élémentaire. Dans cette recherche, le concept d'angle y est développer en utilisant un jeu d'ombres produit par une lumière et un obstacle. Ces auteurs n'amènent cependant pas la perspective historique et ne précisent pas si elles travaillent la propagation de la lumière *a priori* avec les élèves.

Dans une perspective interdisciplinaire, nous proposons quelques pistes pour une situation intégrant les concepts de triangles semblables et de la propagation de la lumière en s'inspirant de la genèse de l'optique.

Une première étape consiste en une modélisation de la propagation de la lumière. Du côté des sciences, l'une des façons de contourner ce problème serait de faire émerger les conceptions des élèves. On présente d'abord aux élèves les différentes conceptions de la propagation de la lumière chez les philosophes de l'Antiquité (lumière sortant de l'œil; envoyé par l'objet, etc.). Les élèves discutent ensuite de ces théories pour dégager le meilleur modèle de propagation de la lumière. Il est souhaité qu'ils puissent créer le leur en se basant sur les savoirs actuels dans le domaine. Ce travail peut s'effectuer en collaborant avec l'enseignant de sciences afin qu'ils en débattent en classe, ou mieux encore en faisant une expérimentation. Le but étant de représenter un faisceau lumineux par une demi-droite.

Ensuite, les élèves tracent la réflexion d'un faisceau lumineux sur un miroir (figure 6). Ceci se fait expérimentalement à l'aide d'un miroir et d'un faisceau lumineux, soit dans la classe de sciences ou de mathématiques[15].

[15] Cette réflexion peut être retracée sur un papier en partant du phénomène. Les élèves peuvent aussi utiliser différents angles d'incidence.

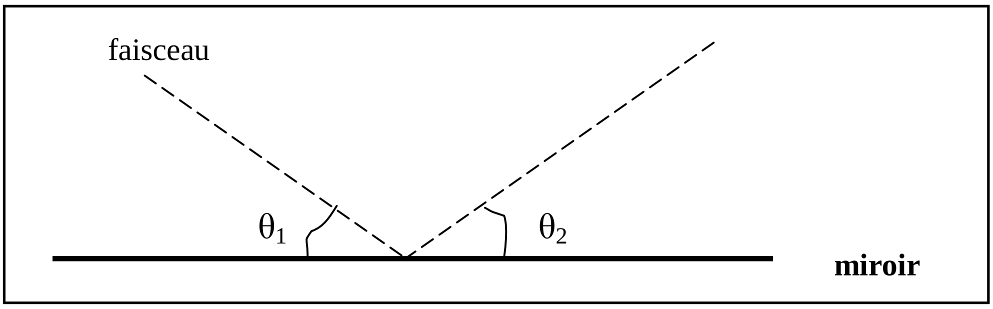



Figure 6. Représentation d'une réflexion sur un miroir plan

Une des questions à poser en mathématiques serait quel est le lien entre les deux angles formés $\theta_1$ et $\theta_2$? L'enseignant de mathématiques recueille les différentes stratégies[16] des élèves pour ensuite présenter la « démonstration » d'Euclide (*cf.* fig.2). Les élèves discutent sur le raisonnement utilisé par ce dernier pour montrer que les deux angles sont congrus. Euclide a utilisé les propriétés des triangles semblables pour démontrer la loi de la réflexion: les angles $\theta_1$ et $\theta_2$ lors d'une réflexion sont congrus. La discussion du texte se concentrera sur l'utilisation des cas de similitudes des triangles pour expliquer un phénomène lumineux.

Cette situation peut être adaptée en fonction du niveau scolaire pour lequel elle est réalisée. Par exemple, l'enseignant de mathématiques peut demander une preuve formelle de la similitude des triangles ou utiliser seulement les cas de similitude sans la démonstration. Cette approche rejoint les travaux de Cerquetti-Aberkan et Rogriguez (2002) pour développer les mathématiques en contexte historique ou ceux de Munier et Merle (2003, 2007) qui travaillent le concept d'angle en utilisant des contextes de physique. Un travail du même type pourrait être réalisé en reprenant l'étude des coniques et de leurs propriétés pour l'analyse de miroirs paraboliques, elliptiques, hyperboliques comme l'a effectué Ibn Shal (au X^e^ siècle), par exemple.

En conclusion, nous venons de le voir, la géométrie et l'optique ne sont qu'un exemple parmi tant d'autres, de liens entre les mathématiques et les autres disciplines, dont la physique. Les concepts géométriques trouvent, entre autres, une forme appliquée et essentielle à l'explication des phénomènes lumineux. Les mathématiques, principalement la trigonométrie, ont fait des progrès énormes à cause des problèmes posés par l'astronomie (Charbonneau, 1985a; Gingras *et al.,* 1999). Afin de pouvoir lier les autres disciplines aux mathématiques, il faut d'abord que l'enseignant ou le futur enseignant en connaisse le potentiel, voire les nombreuses relations possibles. L'histoire des mathématiques et des sciences offre un terrain fécond pour faire ressortir les interactions entre les disciplines. Même si parfois les plus grands savants d'une époque ont des conceptions erronées sur un concept, la genèse des savoirs renferme des trésors parfois oubliés. Cet apprentissage ne peut se faire qu'en formation initiale ou continue. L'histoire peut rappeler des liens naturels entre les mathématiques et les autres disciplines.

[16] On peut chercher le lien entre ces angles en les mesurant les angles pour voir que quelque soit les angles d'incidence $\theta_1$, $\theta_1$ et $\theta_2$ seront congrus.

## Références


BASISTA, B. ET MATHEWS, S. (2002). Integrated Science and Mathematics Professional development Programs. *School Science and Mathematics*, 102 (7), 359-370.

CERQUETTI-ABERKANE F. ET ROGRIGUEZ A. (2002). *Faire des mathématiques avec des images et des manuscrits historiques du cours moyen au collège.* Champigny-sur-Marne: CRDP de l'académie de Créteil.

CHARBONNEAU, L. (1985a). Mathématiques: langage de la nature (Regards historique I: avant Fibonnacci), *Bulletin de l'AMQ,* XXV (1), 5-6.

CHARBONNEAU, L. (1985b). Mathématiques: langage de la nature (Regard historique II: Renaissance ou d'un univers qualitatif à un monde mathématisé), *Bulletin de l'AMQ*, XXV (4), 5-7 et 39.

FEYNMANN, R. (1980). *La nature de la physique*. Paris : Éditions du Seuil.

GINGRAS, Y., KEATING, P. ET LIMOGES, C. (1999). *Du scribe au savant, Les porteur du savoir de l'Antiquité à la révolution industrielle*, (2e édition). Montréal : Boréal Compact.

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC [MEQ]. (2001). *Programme de formation de l'école québécoise, Éducation préscolaire, Enseignement primaire*. Québec : Gouvernement du Québec.

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC [MEQ]. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise, Enseignement secondaire, premier cycle*. Québec : Gouvernement du Québec.

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT DU QUÉBEC [MELS]. (2007). *Programme de formation de l'école québécoise, Enseignement secondaire, deuxième cycle*. Québec : Gouvernement du Québec.

HASNI, A., LENOIR, Y., LAROSE, F., SAMSON, G., BOUSADRA, F. ET SATIRO DOS SANTOS, C. (2008). Enseignement des sciences et technologies et interdisciplinarité: point de vue d'enseignants du secondaire québécois sur leurs pratiques, In A. Hasni et J. Lebeaume (dir.), *Interdisciplinarité et enseignement scientifique et technologique*. (pp. 75-110). Sherbrooke : Éditions du CRP-Lyon : INRP.

ISAACS, A., WAGREICH, P. ET GARTZMAN, M. (1997). The Quest for Integration: School Mathematics and Science. *American Journal for Education*, 106, 179-206.

LEVY-LEBLOND, J.-M. (1982) Physique et mathématiques, In Arpery R, Dieudonné J., Mandelbrot, M., et Thom R. (dir. publ.), *Penser les mathématiques* (pp. 195-210). Paris : Séminaire de l'École normale supérieur, Ed. Seuil

MANKIEWICZ, R. (2001). *L'histoire des Mathématiques*, traduit par Christian Jeanmougin. Paris : Seuil.

MCGEHEE, J. J. (2001). Developing Interdisciplinary Units: A Strategy Based on Problem Solving. *School Science and Mathematics*, 101(7), 380-289.

MUNIER, V. ET MERLE, H. (2007). Une approche interdisciplinaire mathématique-physique du concept d'angle à l'école élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27 (3), 349-388.

RASHED, R. (1993). *Géométrie et Dioptrique au X^e siècle, Ibn Sahl, al-Qūhī et al-Haytham*. Paris : Les Belles Lettres.

ROEBUCK, K. I. ET WARDEN, M. A. (1998). Searching for center on the mathematics-sciences continuum. *School Science and Mathematics*, 98 (6), 328-333.

RONCHI, V. (1956) *Histoire de la lumière*, traduit de l'italien par J. Taton. Paris : S.E.V.P.E.N.

ROSMORDUC, J. (dir). (1987). Histoire de la physique, tome 1, la formation de la physique classique. Paris : Technique et Documentation – Lavoisier.

VER EECKE, P. (1959) *Euclide, L'optique et la catoptrique*. Traduit du grec en français. Paris : Albert Blanchard.

WATANABE, T. ET HUNTELY, M. A. (1998). Connecting Mathematics and Sciences in Undergraduate Teacher Education Programs: Faculty Voices from the Maryland Collaborative for Teacher Preparation. *School Science and Mathematics,* 98 (1), 19-25.

Alexandre Ducharme Rivard
Étudiant au doctorat, CREAS[17], Université de Sherbrooke, Canada
alexandre.ducharme.rivard@usherbrooke.ca

**Remerciement**

Nous voulons remercier le CRSNG, le FQRSC et l'Université de Sherbrooke pour le soutien financier accordé pour ce congrès.

[17] Centre de recherche sur l'apprentissage et l'enseignement des sciences, financé par le CRSNG (Canada)