APPLICATION DES RAPPORTS TRIGONOMETRIQUES A UN PROBLEME DE LA VIE COURANTE EN 10EME

DIARRA Salimata Soumba[*]

Résumé - Les élèves sont-ils capables de réinvestir des connaissances théoriques acquises en classe de mathématiques dans la résolution de problèmes concrets de la vie courante ? Si oui, comment ? Si non, pourquoi ? Pour trouver des éléments de réponse à ces questions, nous avons mené une étude sur la résolution de problèmes de modélisation d'une situation d'application des rapports trigonométriques. Dans cette étude, nous tentons de constituer un dispositif pédagogique et d'expérimenter en classe. Ce dernier se fonde sur la mise en relation du contenu des programmes, du contenu de quelques manuels et des savoirs faires en classes des enseignants par rapport au problème de modélisation en trigonométrie dans des classes de 10ème (élèves âgés de 14-16 ans).

Mots-clefs : Trigonométrie, problème concret, connaissances théoriques, modélisation, rapports trigonométriques

Abstract – are students able to reinvest theoretical knowledge acquired in mathematics class in solving real life problems? If yes, how? If not, why? To find some answers to these questions, we conducted a study on the problem solving of modeling a situation of application of trigonometric ratios. In this study, we try to constitute a pedagogical device and to experiment in class. The latter is based on the linking the content of the programs, the contents of some textbooks and the knowledge of teachers' classes in relation to the problem of modeling in trigonometry in 10th grade classes (students aged 14-16 years).

Keywords: trigonometry, concrete problem, theoretical knowledge, modeling, trigonometric ratios

I. INTRODUCTION

Une des finalités de l'enseignement des mathématiques en milieu scolaire est de permettre à l'apprenant de résoudre des problèmes qui se présentent à lui en dehors de la classe[1] tout en réinvestissant les connaissances acquises en classe. Après une analyse préalable, des premiers constats semblent indiquer que les élèves ont des difficultés à réinvestir ses connaissances dans la vie quotidienne. La trigonométrie constitue un chapitre important du programme de mathématiques de la 10ème (élèves âgés de 14-16 ans), libellé selon la nouvelle méthode d'enseignement au Mali APC (Approche par Compétences) introduite dans l'enseignement secondaire en octobre 2011 par le gouvernement dans sa politique d'améliorer l'apprentissage des élèves et pour objectif d'éveiller l'imagination et le bon sens de l'apprenant. En effet, la trigonométrie est utilisée dans la résolution de plusieurs types de problème : en physique, en chimie dans la vie quotidienne.

C'est dans le contexte de lier l'école à la vie quotidienne, de mettre l'apprenant dans des situations où il pourra construire des articulations entre l'abstrait et le concret et d'utiliser ses savoirs théoriques pour résoudre des problèmes que ce projet a vu le jour. Nous travaillons sur des situations concrètes avec des élèves de la 10ème réinvestissant les acquis sur les rapports trigonométriques dans la résolution de problèmes de la vie quotidienne. Nous cherchons aussi à rendre compte d'un travail sur les obstacles rencontrés par ces élèves lors de la construction ou l'exploitation de modèles en mathématiques plus particulièrement sur l'utilisation des rapports trigonométriques. Nous présentons une activité de modélisation dans l'enseignement des mathématiques faisant intervenir un changement de registres, par exemple, la langue d'enseignement, le graphique et l'écriture symbolique. Pour mener à bien notre étude, nous avons construit et expérimenté une situation d'apprentissage avec les élèves d'une classe de 10ème.

[*] *Lycée Mgr Didier de Montclos de Sikasso, Mali – diarrasalimata2708@gmail.com*

[1] Savoir-faire de Mathématiques, 10ème Commune programme officiel du Mali en 2011

II. ANALYSE DE PROGRAMMES ET DE MANUELS

Le programme officiel [2] de l'enseignement des mathématiques au Mali recommande à ce que les élèves de la 9ème (13-15 ans) aient des connaissances sur les rapports trigonométriques, les relations entre les rapports trigonométriques d'un même angle aigu dans un triangle rectangle et la construction d'une table de rapports trigonométriques. Au passage à la classe suivante (10ème) [3] les élèves doivent acquérir des connaissances sur l'utilisation du matériel de géométrie et les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle, effectuer des changements d'unité en trigonométrie, utiliser le cercle trigonométrique et déterminer les rapports trigonométriques des angles complémentaires et supplémentaires. Certains élèves ont du mal à distinguer un « angle non orienté » à un « angle orienté ».

Il n'existe pas de manuels officiels au Mali pour l'enseignement des mathématiques au lycée. Ce fait donne le libre choix à chaque enseignant d'utiliser le manuel qui lui convient. Cependant bon nombre d'enseignants utilise au niveau de la Seconde, le manuel « 2è Scientifiques Mathématiques » de la collection CIAM[4]. Le contenu de ce manuel ne correspond pas à l'intégralité du programme malien. En effet, la collection CIAM constitue pour chaque niveau scolaire un noyau minimal sensé être adapté aux programmes de mathématiques des pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien.

III. PRESENTATION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

1. *Le questionnaire*

Pour avoir des éléments de réponses qui nous permettent de connaître les pratiques de classes des enseignants, ainsi que les manuels et leur exploitation en ce qui concerne la résolution de problèmes quotidiens en trigonométrie. Nous avons élaboré une fiche de questionnaires adressés aux enseignants du lycée. Ce questionnaire comporte 5 questions sur l'expérience professionnelle des enseignants les manuels scolaires qu'ils utilisent la fréquence de quelques types de problèmes qu'ils proposent aux élèves à savoir les problèmes du type : calculs (cosinus sinus tangente longueur d'un côté), écrire des démonstrations et résoudre des problèmes « concrets ». Nous avons mis l'intégralité de la fiche de questionnaire en annexe.

2. *Situation expérimentale*

Objectif

L'objectif de l'activité est d'évaluer les compétences d'observation et d'analyse des élèves et de tenter de comprendre leurs façon de se servirent des connaissances théoriques.

3. *Énoncé de la situation*

Le but de cette activité est de déterminer la taille d'un manguier à partir des données mathématiques et d'essayer de comprendre la traduction de l'énoncé donné en français en un schéma. Autrement dit, l'objectif est de faire une conversion entre les registres de représentation. Il s'agit pour l'élève de choisir une représentation graphique pour une situation donnée de la valider puis faire ressortir la relation entre les différents côtés d'un triangle rectangle.

---

[2] Ministère de l'Éducation Nationale –Institut Pédagogique National (1991) - *Programme de mathématiques du Second Cycle fondamental 9ème Année.*

[3] Ministère de l'Éducation Nationale (2011). *Programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire général classes 10ème Commune*

[4] CIAM : Collection Inter Africaine de Mathématiques

Amadou veut connaître la taille de leur manguier, sa sœur Mariam lui fait savoir que le manguier est situé à 10 m du plancher de la porte de leur maison et qu'étant là-bas elle voit le sommet du manguier avec une inclinaison de $\alpha = 45°$ et le pied du manguier avec une inclinaison de $\beta = 30°$. On veut l'aider à résoudre son problème. Parmi les schémas suivants, y en a-t-il qui correspond à cette situation ? Si OUI lequel ? Justifier votre choix. Si NON, donner un schéma correspondant. Déterminer alors la taille du manguier.

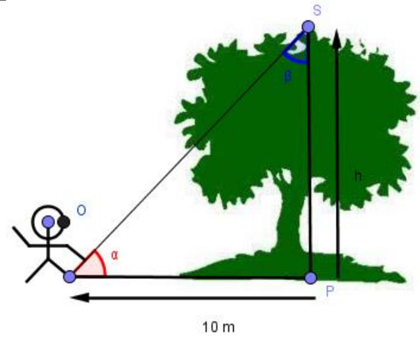


Figure 1. Schéma 1

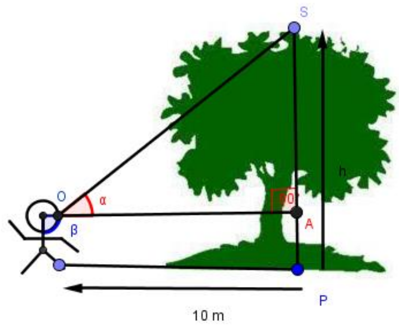


Figure 2. Schéma 2

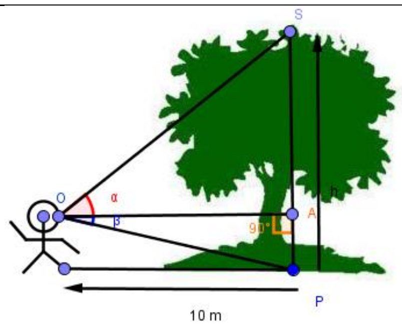


Figure 3. Schéma 3

IV. DEROULEMENT DE L'EXPERIMENTATION

L'expérimentation s'est déroulée dans une salle de classe 10$^{\text{ème}}$. Dans cette classe il y a 60 élèves mais 30 élèves ont été retenus par mesure d'organisation pour cette expérimentation. Le travail s'est effectué dans l'environnement papier-crayon. Les matériels disponibles sont :

stylos crayons gommes chiffons craies et matériels de géométrie (règle graduée, équerre, compas, rapporteur).

Les élèves ont été répartis en six (6) groupes de cinq (5) élèves afin de développer leur esprit d'équipe comme l'exige la méthode APC. Nous avons veillé au bon déroulement de l'expérimentation les élèves échangeaient et étaient concentré sur la tâche souvent notre intervention était nécessaire pour plus d'éclaircissement points. À titre d'exemple, il y a eu un groupe qui ne comprenait pas le sens de l'angle d'inclinaison, alors qu'un autre était confus au sujet de la taille du manguier. Nous sommes donc intervenons pour clarifier ces points.

V. ANALYSE DES PRODUCTIONS

Solutions du problème

1) Parmi les schémas, un seul correspond à la situation du problème, soit le schéma 3. C'est le schéma 3, car les angles $\alpha\ et\ \beta$ sont bien représentés par rapport à l'horizontal et sont dans le champ de vision de l'observateur situé au planché de la porte de la maison.
2) Soit t la taille du manguier (en m)

$$t = h = PA + AS$$

1ère Méthode.

$$\tan\beta = \frac{PA}{OA} \Longrightarrow PA = OA\ \times \tan\beta$$

$$PA = 10 \times \tan 30\,° \Longrightarrow PA = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \Longrightarrow PA = 5{,}77\ m$$

$$\tan\alpha = \frac{AS}{OA} \Longrightarrow AS = OA\ \times \tan\alpha$$

$$AS = 10 \times \tan 45° \Rightarrow\ AS = 10 \times 1 \Rightarrow AS = 10\ m$$

$$t = 5{,}77\ m + 10\ m \Rightarrow t = 15{,}77\ m$$

2ème Méthode :

$$\cos\alpha = \frac{OA}{OS} \Longrightarrow OS = \frac{OA}{\cos\alpha}$$

$$OS = \frac{10}{\cos 45°} = \frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 10\sqrt{2}\ m$$

$$OS^2 = OA^2 + AS^2 \Longrightarrow AS^2 = OS^2 - OA^2 \Rightarrow gvf\ AS^2 = \left(10\sqrt{2}\right)^2 - (10)^2$$

$$AS^2 = 200 - 100 \Rightarrow AS^2 = 100 \Rightarrow\ AS = \sqrt{100} \Rightarrow\ AS = 10\ m$$

$$\cos\beta = \frac{OA}{OP} \Longrightarrow OP = \frac{OA}{\cos\beta}\ \Longrightarrow OP = \frac{10}{\cos 30°} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$OP^2 = OA^2 + PA^2 \Longrightarrow PA^2 = OP^2 - OA^2$$

$$PA^2 = (\tfrac{20\sqrt{3}}{3})^2 - (10)^2 \Rightarrow PA^2 = 133{,}33 - 100 \Rightarrow PA^2 = 33{,}33 \Rightarrow PA = \sqrt{33{,}33}$$

$$PA = 5{,}77$$

$$t = 10 + 5{,}77 \Rightarrow t = 15{,}77\ m$$

Après analyses des productions, nous constatons que les élèves ont des lacunes en ce qui concerne la détermination des rapports trigonométriques et l'adaptation d'un modèle mathématique à un problème de la vie courante. Les difficultés des élèves portent surtout sur l'analyse de la situation et de l'élaboration du résumé. Pour la question N° 1 : Trois (3) groupes soient 15 élèves sur 30, soit 50% ont des difficultés à traduire l'énoncé écrit en registre schémas et à adapter un modèle mathématique à un problème de la vie courante.

Dans la copie suivante, le groupe a construit son propre schéma. Les élèves ont négligé la taille de l'observateur, qui est une variable important dans cette situation. Malheureusement ils n'ont pas pu aller au bout de leur démarche pour qu'on puisse voir comment ils allaient déterminer TS.

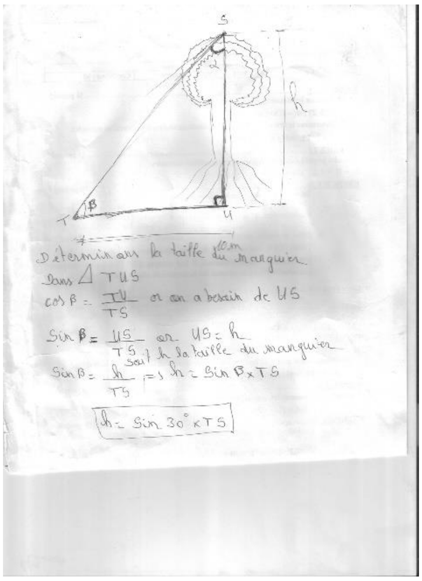
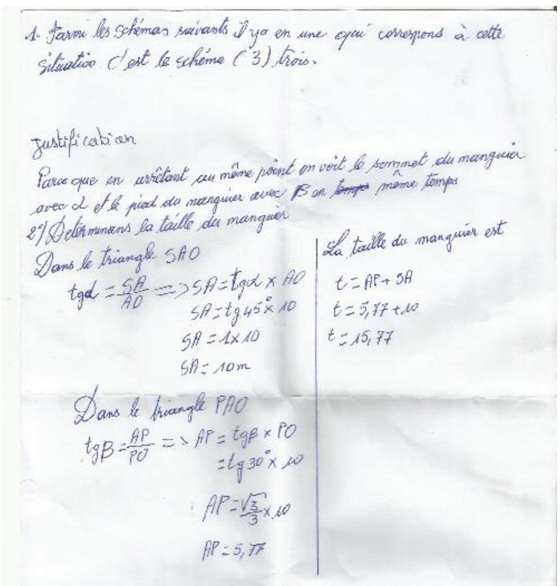


Figure 4. Production d'élèves

Deux groupes d'élèves ont eu des difficultés par rapport au vocabulaire, en particulier au sujet de la signification du mot « inclinaison ». Pour la question N°2, le choix du rapport trigonométrique permettant d'avoir la taille du manguier a posé problème à deux groupes d'élèves, particulièrement concernant la formule à utiliser pour retrouver le côté du triangle.

Dans la production de la Figure 5, le groupe d'élèves a non seulement identifié le bon schéma (N°3), mais aussi a utilisé la bonne formule pour calculer la taille du manguier et identifié les différents côtés des différents triangles utilisés. Ils se sont servis de la tangente de l'angle α et β dans les différents triangles pour avoir les mesures des deux parties qui composent la hauteur du manguier ensuite additionner ces deux mesures.


1. Parmi les schémas suivants il y a en une qui correspons à cette situation c'est le schéma (3) trois.

Justification

Parce que en arrêtant au même point on voit le sommet du manguier avec α et le pied du manguier avec β en ~~temps~~ même temps

2/ Déterminons la taille du manguier

Dans le triangle SAO

tgα = SA/AO => SA = tgα × AO

SA = tg 45° × 10

SA = 1 × 10

SA = 10 m

Dans le triangle PAO

tgβ = AP/PO => AP = tgβ × PO

= tg 30° × 10

AP = √3/3 × 10

AP = 5,77

La taille du manguier est

t = AP + SA

t = 5,77 + 10

t = 15,77

Figure 5. Production d'élèves question

Dans la Figure 6, les élèves de ce groupe connaissent la définition des rapports trigonométriques. Toutefois, l'identification des différents côtés (opposé et adjacent à un angle) et l'application de ces formules leur a posé problème (confusion entre le côté adjacent et l'hypoténuse dans le calcul du $cos \propto$).

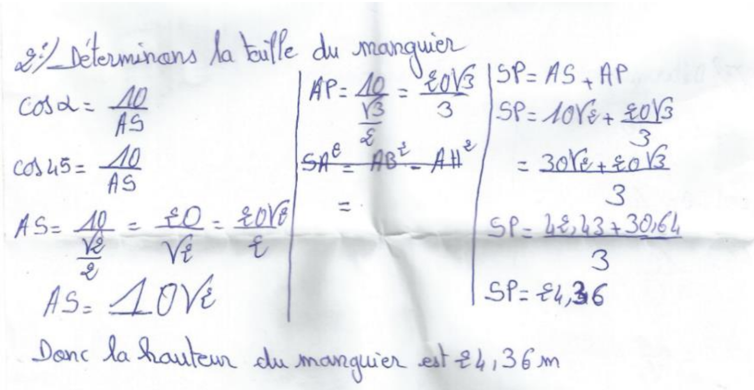


Figure 6. Production d'élèves question 2

VI. CONCLUSION

Lors de l'activité, les élèves étaient enthousiastes et concentrés sur la tâche. I y a eu beaucoup de discussions par rapport au choix du schéma, vu la divergence d'idée dans les différents groupes. Les élèves ont déclaré que le problème était un peu difficile, mais motivant et qu'ils ont eu du plaisir à le faire en équipe. Nous pouvons retenir que certains élèves ont éprouvé des difficultés à réinvestir leurs acquis théoriques dans ce problème la vie quotidienne. Certains élèves se montrent plus performants dans les travaux de groupe et d'autres plus à l'aise et plus compréhensifs avec leurs pairs. L'impact des pratiques de classe des enseignants et les manuels qu'ils utilisent sur l'apprentissage des élèves semble aussi important. Par conséquent, nous pouvons estimer que les enseignants peuvent développer chez les élèves des attitudes propres au travail scientifique et au travail d'équipe, afin de leur permettre de traiter des situations nouvelles à partir de leurs acquis. Par ailleurs, il est possible de donner aux apprenants des activités de natures variées (observations calculs et résolution de problème de la vie) pour leur permettre de lier les mathématiques à la vie quotidienne, afin de réduire les difficultés par rapport aux applications pratiques de la géométrie. En classe de mathématiques, les problèmes proposés aux élèves sont souvent théoriques, mais certains à caractère plus pratiques semblent aussi à être proposés aux élèves dans leur formation générale.

REFERENCES

Textes officiels

Ministère de l'Éducation Nationale (2011). *Programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire général classes 10ème Commune.*

Ministère de l'Éducation Nationale –Institut Pédagogique National (1991) - *Programme de mathématiques du Second Cycle fondamental 9ème Année.*

Manuels

Collection CIAM (*1997*) *Mathématiques Seconde Scientifique*.

Collection IRMA (Les Nouvelles Editions Africaines- Abidjan 1985)

ANNEXE

Questionnaire à l'adresse des enseignants du lycée

NB. Cette fiche de questionnaires anonyme qui vous est adressée rentre dans le cadre d'un projet de recherche sur l'enseignement de la trigonométrie en 10ème commune au Mali. Nous avons besoin de votre avis. Il nous semble que 30min devraient suffire. Merci pour le temps que vous allez y consacré.

1. Depuis combien d'années enseignez-vous ?

   Moins de 5ans ☐ Entre 5 ans -10 ans ☐ Plus de 10 ans ☐

2. Quels manuels scolaires utilisez-vous pour préparer vos cours de trigonométrie en (10ème)?

   CIAM OUI ☐ Non ☐

   Autres manuels ? (Précisez)…………………………………………………………

3. Quelle fréquence accordez-vous aux types de problèmes dans votre enseignement de la trigonométrie ?

Types de problèmes		Un peu	Beaucoup	Pas du tout
P_1	Calculs (cosinus, sinus, tangente, longueur d'un côté)			
P_2	Écrire des démonstrations			
P_3	Résoudre des problèmes « concrets » (problèmes de la vie courante)			

4. Si vous proposez des problèmes de type P_3 à vos élèves, donnez l'énoncé d'un ou deux (veuillez utiliser le verso si espace insuffisant)
5. Si non, donnez vos raisons ?