

# UNE PERSPECTIVE HISTORIQUE FAVORISE-T-ELLE LA REUSSITE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ?

## LE CAS DES NOMBRES COMPLEXES AU SENEGAL

DIALLO\* Mamadou Lamine

**Résumé** - Face au désintérêt pour les études mathématiques, cette recherche se propose de tester une piste de solution, privilégiée en didactique, l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement. Cette étude a établi l'insuffisance des incitations réglementaires et documentaire au Sénégal. Une activité d'introduction aux nombres complexes fournit une application possible de cette approche et permet une analyse du gain d'intérêt postulé pour les mathématiques.

**Mots-clefs** : didactiques des mathématiques, nombres complexes, perspective historique, enseignement des mathématiques

**Abstract** - Given the lack of interest to mathematics studies this research aims to experiment a new solution known as the historical approach in teaching. The study points out the insufficiency of legislative rules and appropriate books despite teachers good willingness in their attempt in Senegal. An introducing activity to the complex numbers give an example of such handling and allows to analyse its alleged impact, a renewed interest to mathematics.

**Keywords**: mathematics education, complex numbers, historical approach

### I. INTRODUCTION

Nous sommes toujours frappés par l'intérêt suscité par l'évocation d'éléments d'histoire lors d'un cours de mathématiques (Roy, 2006). Nous constatons alors que même certains élèves, habituellement peu enclins à suivre, prêtent pour un instant l'oreille comme s'il s'agit de prendre connaissance d'une chose également accessible à tous, une sorte de culture humaine universelle et non un savoir mathématique rebutant. La perspective historique en mathématiques est de plus en plus explorée par les recherches en didactique. Ce texte s'inscrit dans une démarche de mise œuvre pratique de l'approche intégrant l'histoire des mathématiques à l'enseignement de cette discipline au secondaire.

Pour cela, nous avons poursuivi une entreprise initiée, au Sénégal, par le laboratoire de didactique de l'enseignement des mathématiques de la Faculté des Sciences et Technologie de l'Education de la Formation FASTER de l'université Cheikh Anta Diop de Dakar. Par exemple, Diop (2012) a travaillé sur l'étude de la dérivée, Baldé (2017) sur les équations du second degré et Dia (2013) sur les incitations réglementaires à l'utilisation de l'histoire puis sur le bilan d'une expérience en cours au Sénégal (2017). Néanmoins des interrogations légitimes sur cette approche sont soulevées. Ainsi De Vittori (à paraître) décèle deux postures, celle de Chorlay (2016) dans laquelle l'histoire intéresse moins pour elle-même mais permet une approche centrée sur les élèves et celle de Fried et al. (2016) ou Jahnke (2016) qui estiment que le recours à l'histoire ne doit pas occulter les spécificités du savoir historique.

Notre recherche s'intéresse à l'étude des nombres complexes pour continuer à apprécier l'impact d'une telle approche dans le contexte de ce débat.

Une dose d'histoire dans un cours de mathématiques serait-elle à même de modifier la perception de celles-ci comme science infuse et abstraite et changer ainsi les attitudes et accroître l'intérêt à faire des mathématiques ?

---

\* Faculté des sciences et technologies de l'éducation et de la formation – Université Cheikh Anta Diop – département de mathématiques - mamadoulamine2liamg@gmail.com

La première partie de ce texte aborde le contexte, la justification du sujet d'étude, et dans la partie méthodologie les différentes séquences du déroulement du travail. Ainsi nous avons fait une revue de littérature pour présenter les travaux qui ont été déjà faits en rapport avec l'intégration de l'histoire des mathématiques, et suggéré ce que nous voulions apporter de nouveau après avoir décliné nos questions de recherche, puis précisé nos hypothèses d'étude.

La deuxième partie est consacrée à l'analyse des programmes et des manuels à la recherche de présence d'histoire des concepts. Enfin l'analyse de la pratique des enseignants, révélés par une enquête, et la présentation d'une fiche de cours, concernant le chapitre sur les nombres complexes en classe de Terminale, ont constitué respectivement la troisième et quatrième partie de ce travail.

## II. PROBLEMATIQUE

Les nations, aspirant au développement, doivent se doter d'un système éducatif garantissant un enseignement réussi des mathématiques pour une meilleure appropriation de la démarche scientifique afin de tirer parti des avancées scientifiques et technologiques de notre époque. Le Sénégal l'a bien compris en accordant une place prépondérante aux mathématiques dans ces programmes scolaires (IGEN, 2006). Ces options ont été récemment réaffirmées par le Programme d'Amélioration de la Qualité et de l'équité (PAQUET, 2013) et le Conseil présidentiel sur les conclusions des Assises de l'Education et de la Formation en 2015. Malgré ces initiatives, les résultats escomptés ne suivent pas : en général les mathématiques n'enchantent pas les élèves. Pour contenir la tendance à la baisse des effectifs et la dégradation du niveau dues à une absence d'intérêt pour les mathématiques, une des pistes de solutions envisageable a été justement l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, ce qui a été fait par la Commission Nationale de Mathématiques avec une réécriture des programmes.

C'est dans ce contexte que nous avons pensé faire un travail de recherche, dans le cadre de notre mémoire de fin de formation en choisissant le cas des nombres complexes. Ce sujet ne pouvait être plus pertinent dans la mesure où son étude peut, espérons-nous, montrer comment obtenir la participation d'élèves motivés en classe. L'histoire des nombres complexes est l'aboutissement du cheminement d'une longue aventure d'un ensemble, celui des nombres. Elle a été souvent le fait d'un groupe de chercheurs d'horizons et d'époques différents, parfois contemporains, collaborant ou rivalisant, visionnaires et persévérants pour le moins, pour le plaisir, la culture, si ce n'est par défis ou pour résoudre des problèmes pratiques. L'apparition des nombres complexes est intimement liée à des cas de résolution d'équations de degré trois ; elle révèle la distinction entre le caractère outil et le caractère objet des concepts mathématiques. Nous pensons qu'une didactique tenant compte de cette richesse permettrait de réconcilier les élèves avec les mathématiques en déconstruisant l'idée que les mathématiques sont au pire inhumaines et au mieux inutiles. Inhumaines au sens où elles seraient hors de portée car tombées du ciel, désincarnées, inutiles car hors de la sphère des préoccupations réelles.

D'importants travaux ont été faits sur ce thème. Ainsi dans cours de philosophie positive (1830-1842) déjà, Auguste Comte affirmait l'importance de connaître le passé d'une science pour la connaître vraiment. En 1986, Gattuso et Lacasse (1986) puis Lefebvre (1993), rapporté par Roy (2006), se sont intéressés à cette question. En 2000, le livre publié par l'ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) : *History in Mathematics Education* (Fauvel et van Maanen, 2000) avait pour objet la prise en compte de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Ce travail renseigne sur les objectifs reconnus à l'introduction de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques : donner ou redonner du

sens aux mathématiques enseignées, créer ou recréer un contexte et accroître le plaisir. Des activités prenant en charge les objectifs sont proposées. Il s'agit de rendre les mathématiques plus humaines, d'amener l'élève à apprendre ou à consolider une notion. La perspective historique dans l'enseignement des mathématiques est tantôt perçue comme un objectif en soi propre à révéler la vraie nature des mathématiques mais aussi, souvent l'histoire passe pour un outil motivationnel de nature à faciliter la compréhension. En dépit de quelques réticences légitimes liées par exemple à un risque de dénaturation de l'histoire ou à un dévoiement du sens des mathématiques, il semble se former pour le moment une convergence forte quant à l'apport bénéfique de cette approche. Dans tous les cas, subsiste la question de savoir quelle histoire en fait et surtout comment l'enseigner pour obtenir les résultats attendus.

Pour notre part, nous nous posons les questions suivantes :

- Quel est le niveau de prise en compte de l'histoire dans l'enseignement au Sénégal ?
- Quel pourrait être l'apport de l'histoire dans notre enseignement ?

Notre première hypothèse était que les incitations programmatiques étaient faibles, peu précises et non soutenues par des ressources pédagogiques et humaines. En fait il nous a semblé que s'il existe des directives allant dans le sens de l'intégration d'éléments d'histoire dans un cours de mathématiques dans les programmes de l'enseignement moyen et secondaire, elles restent au niveau des intentions car aucune consigne précise n'est donnée.

Notre seconde hypothèse était que l'histoire est un outil puissant pour détruire le mythe des mathématiques difficiles pour ne pas dire incompréhensibles, en faisant percevoir les difficultés et obstacles qui les ont jalonnées comme une activité humaine évolutive et non un produit fini et éternellement figé comme l'ont affirmé Gattuso et Lacasse (1986) par exemple.

### III. METHODOLOGIE

Pour répondre aux questions soulevées ci-dessous, nous avons eu recours à deux types d'outils d'investigation.

Le premier a consisté en une analyse documentaire. Nous avons tout d'abord effectué une analyse approfondie des programmes officiels et des manuels de mathématiques du Sénégal de 1960 à nos jours. Notre objectif était de percevoir comment l'histoire des concepts mathématiques est abordée dans les programmes et manuels, sous quelle forme (biographies, textes historiques, anecdotes, images, dessins,...), dans quelle mesure et surtout dans quel but. Nous avons étudié ensuite comment l'histoire est prise en compte dans le contenu de quelques manuels de collections différentes. Enfin un questionnaire destiné aux enseignants a été construit (voir Annexe 1) afin de les interroger sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans leur enseignement. Nous l'avons soumis, en 2017, à 20 professeurs de la seconde à la terminale des écoles publiques comme privées dans huit des quatorze régions du pays.

Le second outil de recherche est d'ordre pratique, il a consisté à confectionner une fiche d'activité (voir Annexe 2) que nous avons mise en œuvre dans une classe de première S pour évaluer l'impact de l'histoire des mathématiques dans le chapitre sur les nombres complexes. Celle-ci permet de découvrir la notion de nombre complexe à partir de la résolution d'équations dont la tentative de résolution a mené à la découverte des nombres complexes. Elle est accompagnée d'un recueil de textes minutieusement choisis relatant les péripéties de l'histoire de la notion à travers le temps.

Tenant compte de l'évolution de la recherche concernant les objectifs standards d'une telle approche, nous nous fixons les objectifs suivants : apprécier le niveau de prise en charge de

l'histoire dans les programmes et manuels, situer les causes des réticences ou les facteurs bloquants pour les enseignants et expérimenter une fiche d'activité.

#### IV. ANALYSE DES PROGRAMMES

L'analyse des programmes a permis de mettre en relief l'évolution suivante des instructions de l'indépendance à nos jours.

Les programmes de 1960 à 1968 ont été élaborés par des assistants techniques français sous forme de contenus donnés dans les premières pages des livres. Les programmes ne donnaient aucune instruction par rapport à l'évocation des aspects historiques. La situation est restée inchangée malgré le passage des mathématiques classiques aux mathématiques dites « modernes ».

De 1987 à 1990, l'harmonisation des programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire en Afrique francophone a banni l'axiomatique et a recommandé des activités motivantes basée sur du concret. La perspective historique apparaît pour la première fois mais sans instruction précise.

Depuis 1990 le souci d'identifier les objectifs clairs et de dégager des stratégies pour les atteindre pose la question du sens des concepts. L'évocation des aspects historiques au niveau des suites et des probabilités « est encouragée pour donner à l'élève une ouverture sur la culture mathématique » et seulement encore pour « donner un bref aperçu historique de l'évolution du concept du nombre ».

Il ressort de cette étude que le niveau de prise en charge de l'histoire dans nos programmes est faible.

#### V. ANALYSE DES MANUELS

Nous avons étudié la Collection Inter Africaine de Mathématiques (CIAM), le fruit des séminaires d'Harmonisation des Programmes de Mathématiques (HPM), qui est celle homologuée au Sénégal concernant toutes les classes et série et nous avons aussi décidé d'y ajouté la nouvelle collection USAID 2<sup>nd</sup>e S destinée aux du Sénégal pour chercher le niveau de prise en compte de l'histoire.

Un aspect quantitatif indique le ratio entre le nombre de pages évoquant l'histoire et le nombre total de pages puis les niveaux d'évocation de l'histoire, en introduction ou activités ou exercices et enfin les différentes formes qui vont peuvent aller des bibliographies et portraits aux textes historiques en passant par les bulles.

La recherche de l'existence de références à caractère historique dans les manuels homologués au Sénégal a permis de mettre en exergue les trois informations suivantes. L'histoire, même si elle n'est pas absente dans les manuels, occupe une place très faible avec moins de 6% pour tous les niveaux et tous les manuels. Dans le cas où l'histoire est présente, c'est le plus souvent en introduction. Dans ce cas, elle apparaît sous forme de citations, de bulles historiques, de portraits ou d'anecdotes et encore avec moins de 4% de présences. Nous n'avons pas noté d'activité à saveur historique et très peu d'exercices ont un rapport avec l'histoire.

## VI. ANALYSE DES REPONSES AU QUESTIONNAIRE

Le questionnaire (voir Annexe 1) soumis aux enseignants a porté les causes des échecs en mathématiques et sur la pertinence de la perspective historique comme remède possible. Nous voulions déterminer les obstacles au recours à cette approche chez les enseignants qui l'appréciaient favorablement. Les raisons avancées par les enseignants, pour expliquer la désaffection à l'égard de la série S1, par les enseignants permettent de déceler des causes d'échec de l'enseignement. Les réponses fournies par les enseignants sur l'approche historique dans un cours de mathématiques permettent de connaître les modalités utilisées et de cerner les difficultés dans la pratique de celles-ci.

L'analyse des réponses au questionnaire a permis de dégager les tendances majeures suivantes.

Les approches utilisées par les enseignants, en occultant le sens et présentant un savoir achevé, peuvent rendre difficile la compréhension des concepts. Ainsi une démarche intégrant l'histoire de ce que l'on enseigne a été avancée comme remède possible par la totalité des enseignants comme un remède possible. Les arguments sont que le cours serait plus attrayant et favoriserait la réceptivité des élèves en lui conférant plus d'intérêt. Toutefois le manque de temps et de savoir-faire dû à une absence de formation ou à des instructions explicites sont largement évoqués comme obstacles à une cette démarche. Le recours à l'histoire est le plus souvent effectué pour découvrir une notion pour la majorité des enseignants. Confrontés à test sur des connaissances élémentaires sur l'histoire des nombres complexes, certains professeurs en charge de classes de terminale n'ont pas fourni des réponses appropriées.

Hormis les générations récentes de professeurs sortant de la FASTEF ayant bénéficié d'une formation spécifique, les autres enseignants même titulaires et anciens, et malgré leur bonne volonté, manifestent clairement des insuffisances dans la connaissance tant des objectifs et des modalités de cette approche historique, que des connaissances minimales en matière d'histoire proprement dite des mathématiques. Or les apports ou les potentialités (Lemes, à paraître) de l'histoire dans la formation des enseignants et donc dans l'enseignement sont très utiles. En effet, pour Radford (1992) cité par Dia (2017) « la détection des obstacles rencontrés tout au long de la formation d'une théorie et la façon par laquelle ils ont été franchis peuvent donner aux professeurs une idée de la profondeur et de la nature de ces obstacles, et les aider dans la façon de mener l'apprentissage chez leurs élèves ».

Par conséquent un module prenant en charge une telle formation serait salutaire à la faculté des sciences et techniques de l'université de Cheikh Anta Diop de Dakar et dans les autres universités constituant le vivier des futurs professeurs de mathématiques.

## VII. EXPLOITATION D'UNE FICHE : ACTIVITE DE DECOUVERTE

Voici le dispositif que nous avons élaboré et testé dans une classe de première S2 en fin d'année scolaire.

### 1. *Présentation de la fiche*

Une première activité consiste à lire un recueil de textes sur l'histoire des nombres complexes que le professeur a choisi. Les élèves doivent répondre à une série de questions (activité préparatoire) pour rendre compte de leur lecture. Les réponses serviront de trame de fond pour la leçon. L'activité (voir Annexe 2) de découverte de la notion de nombres complexes a été proposée et corrigée en classe.

Nous avons découvert que c'est en résolvant des équations de degré trois dont on connaît évidemment une solution réelle alors que les techniques disponibles ne permettaient pas de retrouver la solution si on ne parvenait pas à dépasser, à contourner la difficulté posée la racine carrée d'un nombre négatif. En effet la formule dite de Cardan-Tartaglia fonctionnait seulement pour une certaine classe d'équations cubiques du type  $x^3 = px + q$ .

## 2. Enseignements tirés de la séance

En ce qui concerne l'enseignant, la réussite du travail été fortement dépendante de son travail préparatoire. Le maître s'est beaucoup investi pour la préparation à l'occasion de la recherche et/ou de la compilation des textes et a beaucoup sollicité les élèves.

D'une part la lecture antérieure des textes relatant l'avènement des concepts mathématiques a permis de donner du sens au cours, de le structurer de manière motivante et de favoriser ainsi la participation effective des élèves. Ceux-ci se sont appropriés l'activité en répondant aux questions et en interagissant dans un débat contradictoire, chacun ayant eu son mot à dire, pour parvenir à des résultats partagés.

D'autre part l'activité mathématique qui part de la genèse des concepts, en montrant l'idée à la base de ceux-ci, rend la découverte, l'apprentissage ou la consolidation des notions plus aisée et peut susciter l'esprit créateur et au moins l'esprit de recherche.

En découvrant plus tard les notes des élèves avant que je n'arrive à l'école, catastrophiques pour beaucoup d'entre eux, j'ai été surpris par l'enthousiasme qui les a animés pendant cette séance. Tout le monde a participé et dans l'ensemble, ils ont aimé la séance. Ma croyance était faite que quand vous ne récoltez que de mauvaises notes, suivre le cours devient un fardeau très pesant, sans élan participatif à tout le moins. Ça n'a pas été le cas, bien au contraire, car la classe donnait l'impression studieuse et intéressée.

Les élèves ont investi beaucoup de temps dans l'appropriation des textes et la recherche de l'activité. Les questions sur la vie des acteurs et des événements marquants de l'époque ont rendu la séance vivante, entraînant et passionnante. L'activité elle-même a permis de résoudre graduellement des difficultés aisément surmontées et conduire ainsi à une compréhension correcte de la définition de l'ensemble des nombres complexes.

Voici les réactions de quelques élèves. Une fille a dit : « La séance a été comme du riz (un repas, voulait-elle peut-être dire, à manger). On aime. Car quand on sait ce que l'on fait et on sait qu'on trouve, on a envie de continuer et d'aller jusqu'au bout ». Une seconde fille a dit : « C'était enthousiasmant de refaire le chemin des anciens et de voir comment ils ont fait avancer les choses aussi naturellement. Cela nous donne l'idée de prendre le relais et de continuer. »

## VIII. CONCLUSION

Nous avons montré une présence peu significative de l'histoire des mathématiques dans les programmes et manuels consultés. Cependant à travers notre questionnaire, l'histoire des concepts mathématiques apparaît dans les enseignements malgré le manque de formation des professeurs dans ce domaine.

Le savoir enseigné n'est pas le résultat d'un surgissement spontané mais plutôt le fruit d'un travail de longue haleine. Et encore ces connaissances sont moins apparues de manière linéaire, elles se sont imposées au terme d'une aventure humaine et intellectuelle dont la prise en compte est nécessaire à un enseignement intégral réussi au profit des élèves.

Nous pensons qu'un travail pourrait être mené sur l'évolution de l'utilisation de l'histoire des mathématiques. En effet, les enseignants disposent essentiellement de quelques manuels et certaines ressources informatiques pour établir les informations d'ordre historique qu'ils peuvent dispenser à leurs élèves. Pour le reste, la transposition didactique de ces connaissances est totalement laissée à leur charge. Nous pensons que celle-ci mériterait, au contraire, d'être généralisée pour faciliter la tâche aux professeurs et les encourager à utiliser l'histoire dans leur enseignement. Enfin nous pensons qu'une étude sérieuse de la manière de mener cette transposition pourrait s'avérer très utile.

#### BIBLIOGRAPHIE

- Baldé, O. (2017). *Intégration de l'histoire dans l'enseignement : exemple des équations du second degré, Mémoire de mathématiques*. Dakar: FASTEF.
- Chorlay, R. (2016). Historical sources in classroom and their educational effects. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01349227>.
- De Vittori, T. (à paraître). Histoire des mathématiques en classe : pour une analyse au niveau conceptuel des élèves. *Colloque International EMF 2018*.
- Dia, E. H. (2013). Plaidoyer pour l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. *Université Cheikh Anta Diop de Dakar - Fastef*.
- Dia, E. H. (2017). Intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement : Une expérience en cours au Sénégal. *Lettre de GREMA*, (pp. 7-15).
- Diop, P. M. (2012). Intégration de l'histoire dans l'enseignement : exemple de la dérivée. In J. L. Dorier & Coutat (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle - Actes du colloque EMF2012 (SPE1, pp.1555-1558)*. <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>.
- Fauvel, J., & Maanen, J. V. (2000). *History in mathematics education. The ICM study* Dordrecht: Kluwer Academic. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01349228>.
- Fried, M. N., Guillemette, D., & Jahnke, H. N. (2016). Theoretical and/or conceptual frameworks for integrating history in mathematics education. *IREM de Montpellier*.
- Gattuso, L., & Lacasse, R. (1986). *Les mathophobes : une expérience de réinsertion au niveau collégial*. Cegep du vieux Montréal.
- Gouvernement du Sénégal. (1991). Loi d'orientation de l'éducation et de la formation. *Journal officiel*(5401), 107-111.
- Inspection générale de l'éducation nationale. (2006). *Programme de mathématiques du Sénégal*.
- Lefebvre, J. (1993). *Utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques*. Bulletin de l'AQM.
- Lemes, A. J. (à paraître). Potentialités de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants de mathématiques. *Actes du colloque EMF 2018*.
- Ministère de l'éducation nationale du Sénégal. (2013). *Programme d'amélioration de la qualité, de l'équité et de la transparence*. PAQUET.
- Radford, L. (1992). Diophante et l'algèbre présymbolique. *Bulletin de l'AMQ*.
- Roy, P. (2006). *Intégration de l'histoire des maths dans l'enseignement*. Québec: Université du Québec.

## ANNEXE 1 : Questionnaire et synthèse des résultats

Pourquoi les effectifs sont faibles en série S1 ?

- Le niveau est faible en fin de collège déjà : 100%
- Les préjugés (Peur) et méconnaissance de l'importance des mathématiques : 75%
- Pédagogie et didactique mal adaptées : 65% de oui contre 5% de non

Pour capter l'intérêt pour votre enseignement, quelles approches utilisez-vous ?

- Souvent une démarche intégrant l'histoire de ce que vous enseignez : 65% de oui.

Qu'apporte la perspective historique à un cours de mathématiques ?

- Le cours est encore plus difficile à conduire : 45% de oui et RAS pour le reste.
- Le cours est plus attrayant et favorise la réceptivité des élèves en lui conférant plus d'intérêt et d'humanité : 100% de oui.
- L'enseignement est plus efficace et favorise un apprentissage réussi par plus de clarté et de compréhension : 90% de oui contre 5% de non.

Quels sont les obstacles à l'intégration d'une dose historique dans vos préparations ?

- Des sources documentaires inaccessibles : 95% de non contre 5% de oui.
- L'absence de formation, de savoir-faire pratique : 65% de oui contre 35% de non.
- Des instructions des programmes faibles et peu explicites : 80% de oui et RAS
- Manque de temps : 100% ou Autres : RAS.

Comment utilisez-vous l'histoire dans vos cours ?

- Pour seulement démarrer la leçon puis c'est fini : 40% de oui et RAS pour les autres.
- Pour faire découvrir une notion qui s'y prête : 90% de oui.
- Pour consolider une notion connue : 00%

Avez-vous tenu des classes de Terminales S ?

- Seuls 06 profs répondent oui contre 14 non.

Lors d'un cours appuyé sur l'histoire, quels sont les rôles de l'élève et de l'enseignant ?

- Elèves : Passifs (RAS) Actifs (RAS)
- Enseignants : Raconte anecdotes ou biographie (90% de oui)
  - Lis un texte historique (5%)
  - Pratiques d'activités contextualisées historiquement : (8% de oui)

Quelle est la teneur en histoire de votre cours sur les nombres complexes de cette année ?

- Acteurs incontournables : 70% de réponses satisfaisantes
- Evènements marquants : 80% de réponses satisfaisantes
- Apports décisifs et Autres : RAS

Citez des objectifs, selon vous, poursuivis par les militants de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans nos enseignements. Et appréciez leurs arguments.

- Motivation (95% oui)
- Vision claire (95% oui)
- Préparation à la recherche (95% oui)

## ANNEXE 2 : Fiche de l'activité

Titre de la leçon : Présentation de l'ensemble des nombres complexes

Objectifs : Connaître les nombres complexes et leur apport décisif

Intérêts :

Comprendre le contexte dans lequel les nombres complexes sont nés ;

Voir comment les anciens résolvent leurs problèmes avec des moyens limités

Sources :

1. Manuel Bächtold Thomas Hausberger, Atelier\_A2\_Nombres\_complexes (Basto). Les nombres complexes : entre mathématiques, physique et philosophie Université Montpellier 2, IREM de Montpellier
2. <https://melusine.eu.org/syracuse/contrib/jmd/chap09/chap9.pdf>

### Activité

Pour tout réel  $k$ , il existe un unique nombre réel dont le cube est  $k$ . Ce nombre est appelé racine cubique de  $k$ . Il est noté  $\sqrt[3]{k}$  ou aussi  $k^{\frac{1}{3}}$ . On a par exemple par ce  $\sqrt[3]{8} = 2$  que  $2^3=8$ .

Au XVIème siècle, Jérôme Cardan, confronté à la résolution des équations du troisième degré, de la forme  $x^3 = px + q$  donne la formule suivante appelée formule de CARDAN :

$$\text{lorsque } \frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27} \geq 0 \text{ a pour solution } \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} - \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}$$

1. Démontrer cette formule.
2. On considère l'équation  $x^3 = 1$ . Quelles sont les valeurs de  $p$  et  $q$  ?  
Vérifier que l'on peut utiliser la formule de Cardan. Quelle solution obtient-on ?
3. On considère l'équation  $x^3 = 3x + 2$ . Vérifier que l'on peut utiliser la formule de Cardan. Trouver toutes les solutions de l'équation.
4. On considère l'équation  $x^3 = 15x + 4$ . Vérifier que l'on peut utiliser la formule de Cardan.
5. On considère l'équation  $x^3 = 2x + 4$ . Justifier que la formule de Cardan ne peut pas s'appliquer. Pris dans un engrenage infernal, on décide cependant d'appliquer la formule. Comment peut s'écrire la solution ?
6. Imaginons un nombre dont le carré est  $-1$ , et qui sera très temporairement noté  $\sqrt{-1}$ .  
En utilisant ce nombre imaginaire et en effectuant des calculs « habituels », montre que :  
$$(2 + \sqrt{-1})^3 = 2 + 11\sqrt{-1}.$$
  
En déduire  $2 + \sqrt{-1}$  est une racine cubique de  $2 + \sqrt{-121}$ .  
« Démonstre » de même que  $2 - \sqrt{-1}$  est une racine cubique de  $2 - \sqrt{-121}$ .  
Montre alors que la formule de Cardan appliquée à l'équation  $x^3 = 15x + 4$  donne comme solution le réel  $4$ . Vérifie que  $4$  est effectivement solution de l'équation. On a donc, en utilisant des nombres imaginaires, obtenu un résultat bien réel.
6. Si  $a$  et  $b$  sont deux réels strictement positifs, alors  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ .  
Si vous appliquez cette propriété à  $a = b = -1$ , qu'obtenez-vous ?  
C'est la raison pour laquelle on n'utilisera plus jamais la notation  $\sqrt{-1}$ , mais  $i$ , nombre imaginaire dont le carré  $i^2 = -1$ . Il aura fallu près de 150 ans pour prendre cette notation due à Euler.