VOIR LES AUTRES DISCIPLINES DANS LEURS RAPPORTS AVEC LES MATHEMATIQUES : LES AVANTAGES DE L'HISTOIRE

DHOMBRES* Jean G.

Résumé – Pour permettre un regard large sur les liens entretenus par les mathématiques avec les autres disciplines, et disposer d'un miroir par ce biais, je me charge de trois « cas » bien différents que je considère au nom d'un même principe : voir des mathématiques ailleurs qu'en mathématiques. Le premier cas, de loin le plus développé, concerne la musique qui fut longtemps enseignée comme une science pratique de type mathématique avec le maniement de certains rapports d'entiers, et qui fut radicalement repensée au XVII^e siècle grâce à la notion de fréquence et à la théorie mathématique des cordes vibrantes. Elle est ensuite gérée par une équation aux dérivées partielles inventée par Jean d'Alembert un peu avant 1750, mais véritablement « comprise » par l'intervention de Fourier avec l'équation de la chaleur. Un tel changement de domaine ne manque pas d'étonner. D'autre part, j'envisage l'astrologie, tenaillée entre une description purement géométrique des « influences » et la causalité matérielle de celles-ci ; il suffira de présenter la réfutation par Kepler qui fournit une bonne approche sur ce que la mathématique ne peut pas défendre. Je termine en forme de conclusion par le calcul, une activité qui fait peut-être la spécificité des mathématiques en tant que science, et présente le « calculable » à partir de la machine de Turing, et ce que nous apprend la pratique de l'informatique, une discipline qui n'est pas mathématique.

Mots clefs : Histoire des mathématiques, ondes, fonctions périodiques, cycloïde, didactique, calcul, représentation des calculs.

Abstract – To allow a broad look at the links maintained by mathematics with different disciplines, or even to get a mirror image from other disciplines, I take care of three "cases" that I consider in the name of a single principle: see mathematics outside of mathematics. The first case concerns music, which was long taught as a science of mathematical type with the handling of some ratios of integers only, and which was radically redesigned during the seventeenth century thanks to the notion of frequency and then to the mathematical theory of vibrating strings. It is managed by a partial differential equation invented by Jean d'Alembert shortly before 1750, but truly "understood" by Fourier's intervention with the equation of heat. This change of domain sounds rather astonishing. On the other hand, I consider astrology, which had to work with a geometrical description of influences and material causal explanations ; so I just present the refutation by Kepler, which provides a good precision about what mathematics cannot be used to. The conclusion is about computation that perhaps provides the specific character for mathematics among the various sciences. I present what is « computable » according to the Turing machine, and what teaches the practice of computer science, a domain that does not lie within mathematics.

Key words: History of mathematics, waves, periodic functions, cycloid curve, didactics, computation, representation of computations.

I. INTRODUCTION. LE RAPPORT EVOLUTIF ENTRE LES DISCIPLINES

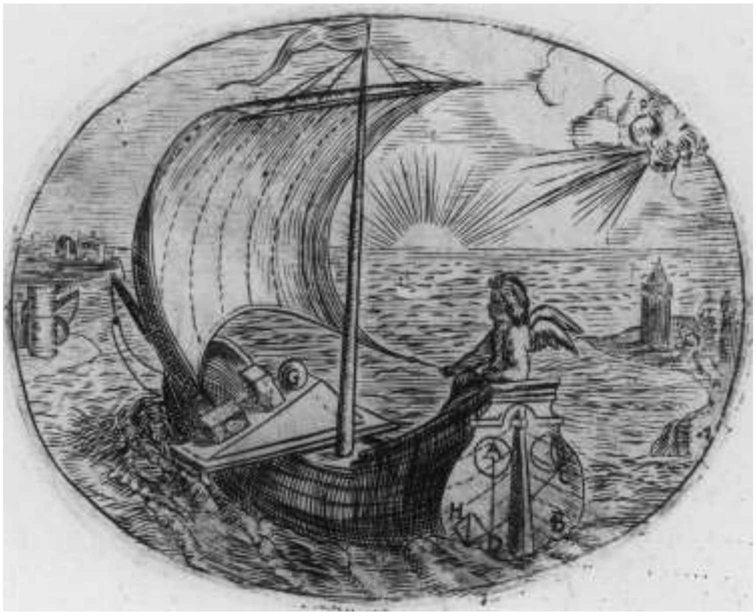
Selon les différentes civilisations qui connaissent des différentiations au sein de ce qui peut être considéré comme un savoir scientifique, et au fil des âges, les mathématiques se présentent autant comme une forteresse autonome que comme une accueillante résidence susceptible de s'agrandir grâce à des questions issues d'autres disciplines. De sorte que les mathématiques suscitent à peu près partout une double réaction selon différentes phases temporelles : une croyance enthousiaste en son pouvoir à tout résoudre pouvant aller jusqu'au refus de problèmes qui ne se couleraient pas dans le moule mathématique, et une indéniable peur que l'on retrouve tant en Orient qu'en Occident et qui ne tient pas qu'au fait religieux, ou seulement à la tentation qu'ont certains d'utiliser les mathématiques comme un déguisement

* Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales – France – jean.dhombres@cnrs.fr

de vérité pour faire passer des conclusions douteuses. On le constate aussi bien en astrologie des directions dans le monde arabe que dans les discours d'aujourd'hui sur les *Big Data* censées tout expliquer et même débarrasser l'esprit de tous les « encombrements théoriques », notamment ceux issus des sciences sociales. Voir des mathématiques ailleurs qu'en mathématiques est donc à la fois facile et déroutant. Facile, mais peu intéressant si on tient le discours du progrès conçu comme une mathématisation inéluctable et au fond sans effort de la pensée. Déroutant si l'on tient le discours contraire de la peur des mathématiques, qu'il ne faut pas réduire à de l'irrationnel. Que faire, si l'on veut au moins comprendre cette situation schizophrénique sur le long terme ?

Pour bien poser le problème, et puisque d'histoire il est question, je veux commencer par une image ancienne pour évoquer le thème difficile, et ambigu au sens que l'on va voir, de ce beau colloque.

Voici un bateau dont la voile est gonflée par de furieux zéphyrs (ill. 1) : sur l'étambot, coupées par le gouvernail, des figures sont dessinées qui n'ont rien d'euclidien au sens de provenant d'une discipline géométrique ; à la place des passagers une expérimentation a lieu. Elle concerne la descente de solides sur un plan incliné selon la loi de Galilée. Vous savez que c'est la formule *(1/2)* $mv^2 = mgh$ qui, au final, fait disparaître la masse, contrairement à toute attente du bon sens. L'image date précisément de 1624. Voilà, par cette loi évoquée, la preuve du rapport efficace et nécessaire qu'entretiendrait avec les mathématiques cette discipline en création qu'était la dynamique.



Ill. 1. Illustration donnée avec le théorème 4 de *Theoremata mathematica de scientiae staticae. De ductu ponderum per planitiem rectà et obliquè Horizontem decussantem.* Il s'agit une thèse soutenue en 1624 chez les jésuites de Louvain, dans laquelle la loi de la chute des corps est discutée, avant même la parution en 1638 du livre de Galilée. Le dessin montre beaucoup plus en fait (Dhombres, Radelet-de Grave, 2008)

Ce qui précède est tout à fait vrai, mais ne dit qu'un des enseignements de l'image, qui n'est évidemment pas de simple illustration dans cette thèse. L'essentiel est dans le mot « relativité » que nous pouvons prononcer ici, ayant lu Einstein au XX^e^ siècle. Je n'exagère pas : la loi de chute des corps, établie au XVII^e^ siècle, est vue indépendante du mouvement (supposé uniforme) du bateau. Est-il besoin que j'énonce en termes d'invariance dans les repères galiléens ? L'image dit que la relativité relève de la physique, mais les mathématiques d'alors, sans utilisation d'un repère analytique, ne pouvaient pas permettre d'énoncer ladite relativité. Vous comprenez maintenant pourquoi j'avais qualifié d'ambiguë la question posée par le présent colloque. L'ambigüité tient à ce que les autres disciplines ne sont pas plus stables que les mathématiques, et le regard peut varier selon que l'on fait l'histoire, ou l'épistémologie, et bien sûr que l'on cherche des conséquences didactiques. L'ambiguïté est pourtant ce qui contraint à penser et pousse à ne pas se laisser prendre par les préjugés et les idées toutes faites d'une mathématique lorsqu'elle s'isole complètement et ne tient pas compte d'autres sources. Car la mathématique s'incorpore souvent des idées venues d'ailleurs, comme elle modifie aussi bien ces idées dans leur lieu d'origine même.

Tenter de saisir un monde mathématique dans ce qui ne l'est pas mais peut le devenir - dans l'image ci-dessus la discipline appelée dynamique - a le plus souvent été fait sans relation à l'histoire. Au nom d'une épistémologie abstraite, c'est-à-dire au nom d'un ordre intellectuel qui ne peut pas envisager l'abstraction autrement que logiquement première et intellectuellement autonome. L'avantage de l'histoire est de pouvoir constater que la notion de discipline est assez variable dans le temps, et que les disciplines ne se sont pas toujours constituées par scissiparité ; la division quand elle a effectivement lieu, peut modifier aussi bien la science mère que celle nouvellement construite. L'exemple phare est celui de la physique mathématique, une expression mise en place au XVII^{e} siècle sous la plume d'un Marin Mersenne, pour notamment décrire ce qu'avait fait Galilée avec la chute des corps. Les épistémologues décrivent le plus souvent une application des mathématiques, auquel cas nous ne gagnerions rien à chercher des mathématiques qui y seraient particulières. Ici, et par l'image, c'est en fait une physique qui se manifeste, passant par une expérimentation bien particulière ; elle relève en plus de l'expérience de pensée. La mathématique est à advenir, avec la notion de repère, la géométrie analytique, etc.

Subrepticement, j'ai fait intervenir un outil intellectuel qui n'a pas toujours été, et qui n'a pas été fabriqué dans le monde mathématique, mais est remarquablement utile pour étudier le lieu mathématique en dehors de la mathématique elle-même. C'est celle d'expérience de pensée, un concept dû au Polonais Ludwik Fleck dans les années 1930 pour expliquer des travaux de biologie en liaison avec la syphilis, idée reprise avec intérêt par Thomas Kuhn, l'auteur de la *Structure des révolutions scientifiques* en 1962, et elle a joué un rôle sérieux dans les études historiques sur la science. Cette dernière avance en faisant jouer la main, l'appareillage technique, voire la machine à calculer, mais aussi la tête et l'esprit d'un temps, auquel il faudrait bien sûr mettre un pluriel. Les mathématiques, dans l'image qu'elles donnent dans toutes les sciences, s'avèrent un outil assez fiable, et peu coûteux, pour imaginer autre chose. Alors qu'on les réduit trop souvent à leur indéniable rôle de formalisation.

Ill. 2. Illustration venant en frontispice du « Nouvel Almageste » du jésuite Giambattista Riccioli en 1651 : *Almagestum astronomiam veteremque novamque complectens*, Benati, Bologne. L'astronome antique Ptolémée est à terre, avec son système mis tout en bas, mais il sera « érigé à nouveau car corrigé » lui fait proclamer en latin un des phylactères de l'image. Les deux systèmes opposés de Copernic et de Tycho Brahe sont « pesés ». Ils sont mis à égalité si l'on veut bien lire la perspective, ou en situation défavorable à Copernic si par le poids vers le bas on veut le voir ainsi avec une certaine orthodoxie dogmatique. Le jeu de l'ambiguïté est manifeste dans cette image, et les nombreuses allusions mathématiques - le levier, les trajectoires des planètes, la perspective, la sphère armillaire et la personnification de droite - ne permettent pas plus de trancher que les doigts de Dieu ou l'anagramme hébreu en haut de l'image, voire qu'Argus aux cent yeux.

Car cette gravure (ill.1) est un magnifique outil contre ceux qui estiment le mouvement de la Terre impossible : qui, en regardant seulement l'expérience sur le plan incliné, peut savoir que le bateau avance ou qu'il est immobile ? L'analogie avec la Terre comme bateau dans le cosmos est facile. Mais est-ce encore une expérience de pensée, ou déjà une modélisation ?

Le raisonnement par l'absurde qui est ici sous-jacent, paraît avoir été historiquement réservé aux mathématiciens. Remarquons évidemment qu'il n'y a pas ainsi de preuve du mouvement de la Terre, mais juste une destruction de l'évidence de l'immobilité. Copernic n'est pas établi, mais Ptolémée est renversé (Dhombres, 2016). Les jésuites le savent bien qui, se raccrochant à Tycho Brahe, tentent de maintenir un système géocentrique pour la Terre, mais héliocentrique pour d'autres planètes, et donnent donc une image volontairement contradictoire (ill. 2). N'est-ce pas dire, en une sorte d'agnotologie, que la science ne peut pas grand' chose !

Gardons en mémoire qu'il ne suffit donc pas de dire que la pensée logique, à la mode aristotélicienne du bon sens, celui qui fait distinguer le léger du lourd pour la chute, peut contenir l'invention mathématique. N'oublions pas non plus que la pensée seule peut quelquefois « démontrer » du réel, ou plutôt imposer une fiction bientôt assimilée à un réalisme.

Ill. 3. Un dessin de François-Marius Granet du XIX^e siècle, au titre variable : *Scène dans une prison,* ou *Galilée dans sa cellule*, Musée des Beaux-Arts de Rennes.

Un tableau de François-Marius Granet est presqu'à lui seul explicatif d'une attitude - la peur des mathématiques - qui dépasse les évènements historiques (ill. 3). La vérité - ou est-ce la mathématique ? - qui apparaît encadrée dans le chambranle de la porte ouverte de la cellule, derrière les gardes, n'est pas ce qui illumine le visage de Galilée, vieillard penché sur ses figures et soutenu par le compas des mathématiques : la lumière du réel l'emplit, qui passe par la lucarne dont contrairement à toute perspective les barreaux ne laissent pas de traces sur le sol. La surprise dans le regard d'un homme armé sur la droite en dit long sur le danger de la preuve géométrique.

Ill. 4. Frontispice d'une thèse soutenue en Belgique au XVII^e siècle, et dessinée par Abraham van Diepenbeck.

Ill. 5. Détail pris dans l'image précédente sur la droite, montrant la musique en tant que jeu de rapports d'entiers, avec en arrière-fond sur un panneau d'architecture le dessin de courbes dont une hyperbole tronquée. Il s'agit de la coupe du solide engendré par rotation de cette hyperbole équilatère autour d'une de ses asymptotes. L'intérêt était que Torricelli, le jeune savant italien qui avait réalisé la fameuse expérience conduisant à la mise en évidence de la pression atmosphérique, venait de montrer vers 1644 que le solide infini, limité par une base finie, avait néanmoins un volume fini, alors même que l'aire plane sur la coupe était infinie. Ce sont les premiers résultats de calcul intégral sur les fonctions puissances. L'image de la thèse est donc au dernier cri de la recherche d'alors.

Les effets contradictoires de cette « peur » des mathématiques jouent aujourd'hui encore. Le simple emploi de mots techniques provenant des mathématiques paraît annihiler tout sens de la réflexion chez certains. Je me contente de citer en traduction française une phrase tirée du célèbre canular monté en 1996 par Alan Sokal pour la Revue *Social Text* (Sokal, Bricmont, 1997, p. 220).

> Les équations d'Einstein sont hautement non linéaires, ce qui explique pourquoi les mathématiciens formés de façon traditionnelle ont tant de mal à les résoudre.

Mais cette peur peut aussi servir d'instrument : une représentation de type mathématique parvient à dire une peur plus générale, celle où l'individu n'est plus qu'un élément interchangeable. A ce propos, un détail d'un tableau de Jean Hélion utilise la notion bien mathématique de symétrie ternaire (ill. 6). Des lecteurs de journaux sont représentés, situés en 1, j et j^2 comme disent les mathématiciens, j désignant la racine troisième de l'unité à l'inclinaison $2\pi/3$. Un personnage extérieur sur le haut sert de « ravi », les deux bras élevés en l'air en forme d'exclamation ayant au-dessous de lui ce que l'on peut considérer comme une caricature picturale du thème des trois Grâces. La transitivité du groupe à trois éléments des racines troisièmes de l'unité illustre le fait que l'on passe sans distinction aucune d'un personnage à l'autre. Le même geste quotidien est répété du lecteur bourgeois du journal, avec les mêmes nouvelles et ipso facto les mêmes opinions : c'est bien une allégorie journalière, selon le titre de l'œuvre. On remarque pourtant une « erreur » graphique dans l'illustration de la transitivité indifférente : le personnage du bas devrait être de dos pour que la position de ses pieds soit bien dans l'indifférenciation du dessin et corresponde exactement aux trois pivotements d'une même situation. L'illustration montre qu'est aussi empêché tout intermédiaire qui favoriserait une discussion, et peut-être que le « ravi » d'en haut est le magnat de presse qui anime les pantins lecteurs. La richesse d'interprétation d'une telle image ne cache pas le fait que les mathématiques elles-mêmes peuvent illustrer la peur qu'elles engendrent.

Ill. 6. Allégorie journalière, fusain, peinture, technique mixte sur toile (185x257), Musée Zervos, Vézelay et Catalogue de l'exposition Jean Hélion, Centre Georges Pompidou, Paris, 2004.

II. LA VARIATION DES MATHEMATIQUES ET LE RELATIVISME

Revenant sur l'illustration 1, il faut se souvenir qu'en ce début du XVII^{e} siècle les mathématiques ne signifiaient rien d'autre qu'un regroupement de quatre « disciplines » bien distinctes, l'arithmétique, la géométrie, la musique et l'astronomie, deux théoriques et deux insérées dans une profession. Mais cette classification de type aristotélicien était insidieusement remise en question par l'apparition de nouvelles pratiques comme l'algèbre polynomiale, la trigonométrie des tables numériques, les logarithmes ou la dynamique déjà nommée. Cela imposait de nouveaux regroupements, et excluait ainsi la musique et l'astronomie en tant que « disciplines » mathématiques ; étaient intégralement renouvelées ce qu'on appelait les « méchaniques », c'est-à-dire l'étude des machines. Etait aussi bien remise en cause la théorie des proportions, donc ce qui faisait le cœur de la « géométrie » comme on disait (Dhombres, 1995, pp. 7-100).

L'illustration 4, dans son foisonnement baroque d'une page de titre de thèse célébrant le pouvoir politique et la religion, formes conservatrices, n'en montre pas moins les figures fondamentalement nouvelles du calcul intégral à venir sur les grands panneaux de pierre (le détail se lit dans l'ill. 5), et des disciplines anciennes comme l'optique, ou l'application aux armes avec le personnage de droite près des boulets. La personnification du temps avec le sablier dit aussi les variations de la pensée. Bref, l'image ne cache pas une révolution en mathématiques, que nous disons dans le cadre plus général de la révolution scientifique, même si cette image entend en faire un théâtre baroque, que le rideau suggère si bien. Osons-nous aujourd'hui en parler à nos élèves, alors que nous leur serinons la perpétuation de la mathématique « une » ? L'un des avantages des « mathématiques modernes », avant leur fixation en dogme était précisément de dire le changement dans les points de vue. Mais ces mathématiques avaient souvent oublié l'histoire !

Pour exalter la puissance mathématique, il est facile et toujours nécessaire d'évoquer la théorie mathématique de l'arc-en-ciel - c'est un extremum de luminosité directionnelle comme Descartes l'a établi (Dhombres, 2011, et 2013), jouant sur les différentes longueurs d'onde comme Newton l'a démontré, ou la dynamique des populations qui permet quelques résultats spectaculaires de l'épidémiologie, ou encore les *Big Data* comme exemple d'autonomisation d'un pan de savoir qui n'est ni une simple application d'une théorie déjà faite comme la théorie des graphes, ni une invention sans aucun antécédent (Dhombres, 2017). Les « lois des grands nombres » font l'actualité depuis deux siècles, passées sous forme d'une discipline que nous ne nommons plus guère d'un seul nom : on parle en effet de probabilités mais aussi de statistiques. *Cum grano salis*, j'ajoute volontiers ici que la didactique elle-même est l'objet d'un processus historique, et qu'elle pourrait aussi bien modifier des formes de mathématiques si elle en prenait le risque.

L'histoire n'enseigne donc pas que le relativisme : et ainsi pour ce qui concerne les disciplines mathématiques, elle présente une sorte de facteur majeur que je présente comme la « peur des mathématiques », une mauvaise expression mais que l'on a entendu sous tant de formes, et qui n'a pas que des désavantages (ill. 6). « L'horreur économique », selon le titre d'un livre destiné à vilipender l'enseignement universitaire de l'économie au moyen de structures mathématiques car elles cacheraient les présupposés sociaux du libéralisme, ne manque pas de donner à réfléchir. Au contraire la « mathématisation du cosmos » à laquelle on confronta les révolutions galiléenne et képlerienne, ne peut pas justifier le sort fait à Galilée.

J'en viens justement à mon premier « cas » historique. Mersenne, déjà cité, tentait une science qui allait prendre le nom d'acoustique et il inventait la notion de fréquence d'un son, qui faisait disparaître tout la science médiévale de la musique. C'était aussi le début d'une recherche sur l'idée d'onde et de périodicité. Or on a l'impression que ceci a toujours existé.

La première garde un sens essentiellement phénoménal, propagation d'une perturbation, même s'il peut se dire par des mathématiques, et le second a un sens mathématique précis grâce à la notion de fonction qui n'a pas une ancienneté grecque. Bref voici un exemple même ou plusieurs disciplines se sont rencontrées, et où nous ne voyons plus, en général, la diversité des inventions, trop éblouis en un sens par le succès de la mathématisation. Justement tout esprit didactique doit se poser la question de la difficulté d'insertion pendant des décennies, et encore aujourd'hui, de l'enseignement des séries et intégrales de Fourier. Elles disparaissent de temps à autre des cursus de préparation aux écoles d'ingénieurs ! Elles sont pourtant indispensables à la technologie actuelle des images (compression jpeg), ce qui paraît bien loin de l'acoustique !

III. L'INVENTION DE L'ONDE ET DE LA PERIODICITE

157

LIVRE TROISIESME DV MOVVEMENT, DE LA tension, de la force, de la pesanteur, & des autres proprietez des chordes Harmoniques, & des autres corps.

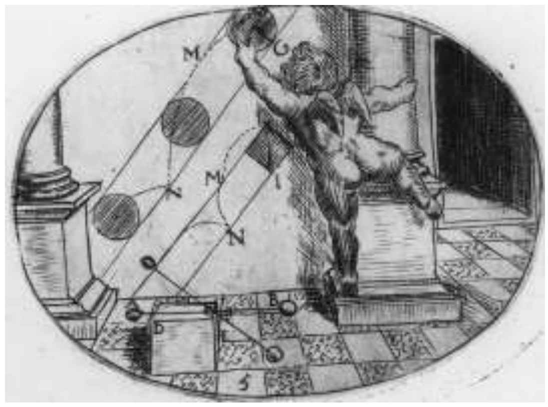
Apres auoir parlé du mouuement des principaux corps de cet Vniuers, particulierement de celuy de la terre, il faut examiner plus particulierement ceux qui appartiennent aux chordes des instrumens, & aux autres corps qui font de l'Harmonie : ce que nous ferons dans les Propositions de ce liure, où nous traiterons aussi de la force necessaire pour soustenir le poids donné sur vn plan oblique & incliné à l'horizon.

PROPOSITION I.

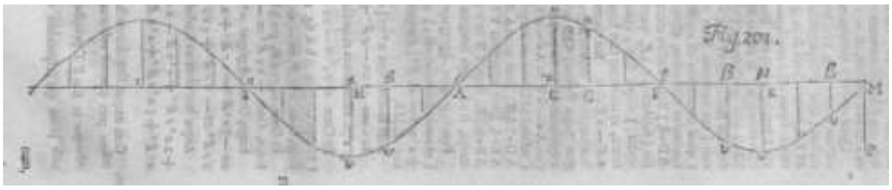
La raison du nombre des retours de toutes sortes de chordes est inuerse de leurs longueurs.

Soit la chorde precedente A B attachée aux deux cheualets du Monochorde aux deux points A & B ; & la chorde A F attachée aux points A & F, ie dis que la chorde A B estant tirée au point G ne retornera qu'vne fois au point F, pendant que la chorde A F tirée au point I, retornera deux fois au point H, comme monstre l'experience ; de sorte que A F reuiendra tousjours deux fois pendant que A B ne reuiendra qu'vne fois : par consequent le nombre des retours d'A F est double de ceux d'A B, comme la chorde A B est double de la chorde A F : d'où il s'ensuit que le nombre des mouuemens ou des retours d'vne chorde s'augmente en mesme raison que sa longueur se diminuë, & consequemment que la raison desdits retours est inuerse de la raison des longueurs de la chorde.

Ill. 7. A gauche, lieu de l'*Harmonie universelle* où est donnée la loi de Mersenne. Aucune précaution n'est prise pour faire figurer un « nombre de retours », qui fait la fréquence et efface la discipline traditionnelle nommée « musique ». On parlait surtout pour l'harmonie de rapports d'entiers, l'octave, la tierce, la quinte. Ce n'est pas pour autant une mathématisation par Mersenne, au sens où les mathématiciens imposeraient un changement : c'est l'idée de son qui change. A droite, un dessin dans la thèse citée en ill. 1, sans doute la première représentation de la cycloïde à partir d'un cercle qui roule.

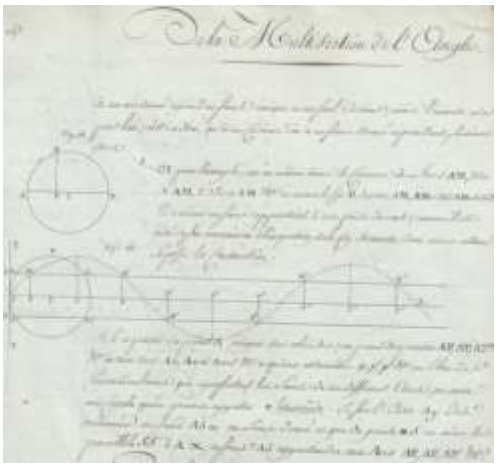


La notion de fréquence, sous le nom de « nombre de retours », intervient donc brutalement en théorie du son sous la plume de Marin Mersenne en 1637 dans son livre intitulé : *Harmonie universelle*. Il n'y a aucune image de courbe sinusoïdale qui pourrait « illustrer » cette définition : elle porte sur une corde tendue entre deux points fixes selon le vieil exemple pythagoricien, et énonce une loi : la proportionnalité de la fréquence à la longueur de la corde tendue (ill. 7, à gauche). C'est dans ce même livre, mais pas dans le même chapitre, qu'intervient la courbe dite roulette, ou encore cycloïde dont je montre la première représentation (ill. 7 à droite). Je juxtapose les deux documents, car je suis sûr que beaucoup pensent que la courbe représentative des sinus serait aussi ancienne que l'astronomie, offrant un sens mathématique précis à la fréquence, et que la roulette n'a rien à y faire. Or c'est historiquement la cycloïde qui procura la première image d'une fonction sinus (ill. 8) et cette courbe sinusoïdale est même dite « compagne de la cycloïde ». Alors que nous considérons plutôt la cycloïde comme une annexe si l'on veut de la sinusoïde.

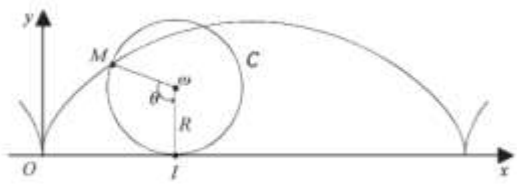


Ill. 8. La première représentation de la fonction sinus en tant que fonction périodique. Elle se trouve chez John Wallis, dans *Tractatus duo. Prior, De Cycloide et corporibus inde genitis. Posterior, epistolaris ; in qua agitur, De Cissoide, et corporibus inde genitis : et De Curvarum tum linearum Εὐθυνσις, tum superficierum Πλατυστομῶ* (Oxford, Leonard Lichfield, 1659, in-4°).
.

A ma connaissance, un tel dessin sinusoïdal ne fut pas repris dans des manuels au siècle des Lumières ; il apparaît dans un cours de Fourier à l'Ecole polytechnique donné en 1796 et pris en note par un élève pour devenir une banalité de l'enseignement (ill. 9).
Expliquer la roulette est un jeu d'enfant, et je prends d'autant plus volontiers une figure du Net, qu'elle est fausse (ill. 10) : la tangente à la courbe en *M* devrait être orthogonale à la droite *IM*. Dès 1638, Descartes l'explique dans une lettre à Mersenne en se servant de l'idée de roulement, et du fait que le point I du roulement sur le cercle a une vitesse nulle, provoquant une rotation instantanée autour de ce point. L'origine de la roulette est effectivement mécanique, et l'image dans les thèses déjà mentionnées de 1624 le donnait à voir (ill. 7).

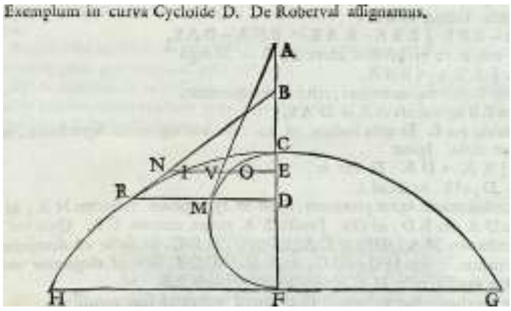


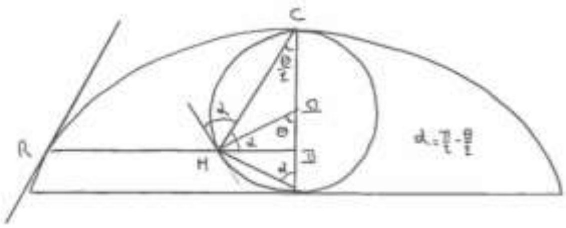
Ill. 9. Une représentation de la fonction sinus telle que dessinée dans un cours de Fourier en 1796, pris en notes par un élève (Arch. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Ms 668, f°50).



Ill. 10. Construction mécanique de la cycloïde par enregistrement

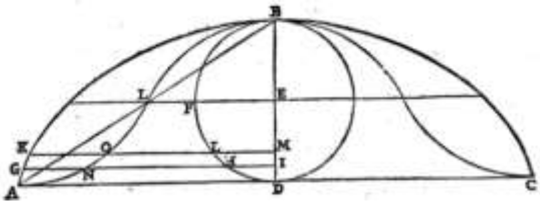
Or ce n'est pas la construction mécanique à la Descartes de la tangente qui allait être utilisée par les mathématiciens : ils éliminent l'origine mécanique de la courbe au profit d'une définition purement géométrique. Symboliquement, et Fermat le premier semble-t-il, ils fixent au centre même de la figure le cercle qui roule, lui procurant un rôle de repère, (ill. 11 ou 12). Le roulement sans glissement en *I* (ill. 9) est du coup transformé en une propriété géométrique de longueurs : on a l'égalité de la longueur de l'arc *CM* et de la longueur *RM* (ill. 11). Si l'on envisage un repère constitué par l'abscisse curviligne du cercle central en place de premier axe et l'horizontale passant par *C* comme second, la cycloïde s'exprime analytiquement comme « une droite », et même est bissectrice dans ce repère (Dhombres, Régnier-Roux, 2017).

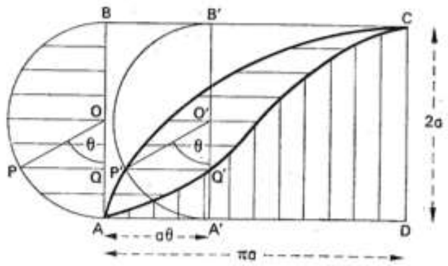




Ill. 11 et 12. La fixation du cercle roulant pour étudier la cycloïde que montre une figure de Fermat, expliquée avec des notations modernes à droite.

Chez des savants qui étudient la cycloïde autour des années 1640, comme Roberval et Torricelli, tous les deux aussi bien physiciens par les expériences sur le vide, c'est une autre représentation que celle donnée par l'ill. 7 qui a cours. Ils construisent une courbe intermédiaire entre le cercle et la cycloïde, comme le montrent les deux illustrations 13 et 14 : cette courbe intermédiaire *ANOILBC* dans le premier cas, et *AQ'C* dans le second, est une sinusoïde. Il est facile de le vérifier en faisant intervenir les équations paramétriques de la cycloïde.





Ill. 13 et 14. Le point *Q'* dans la figure de droite a pour abscisse à partir de l'origine *A* le produit de l'angle par le rayon *a*, et pour ordonnée verticale le produit de ce rayon par la différence à 1 du cosinus de l'angle. Par conséquent la courbe *AQ'C*, ou *ANOILBC* sur le dessin de gauche, dû à Roberval, est ce qu'on appelle un sinus verse, qui est la translatée verticale d'une fonction sinus, et est ainsi dite la « compagne de la cycloïde ».

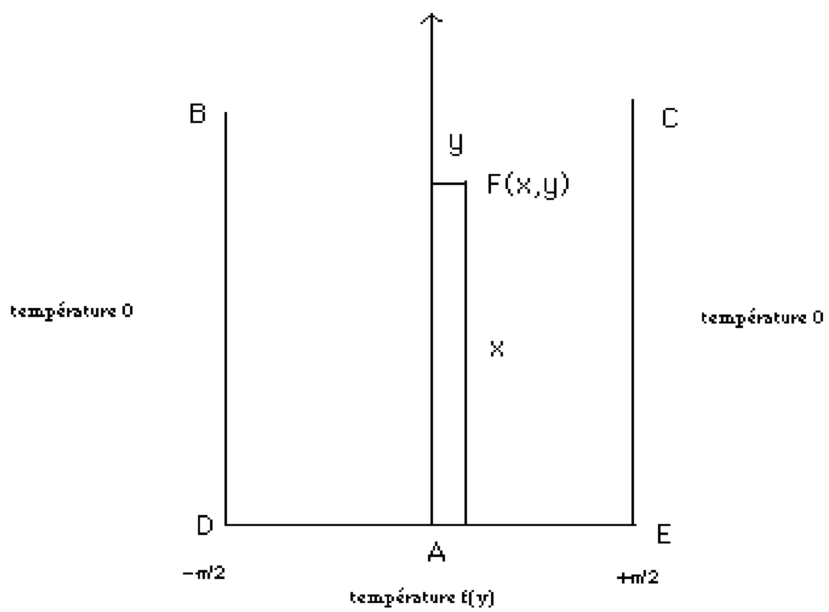
On devine par symétries plus ou moins apparentes diverses propriétés qui permettent d'évaluer l'aire sous l'arche de la courbe cycloïde comme étant égale à trois fois l'aire du cercle roulant. Dans l'ill. 14, par le principe d'empilement de droites de Cavalieri, l'aire entre la cycloïde *AGKBC* et la courbe *ANQLB* vaut l'aire du cercle. Le reste se calcule aisément. Mais, ce faisant, nous avons perdu ce qui était évident avec la roulette de Mersenne : la périodicité. C'est-à-dire la répétition de l'arche que l'on voit tellement bien sur la première apparition de la courbe (ill. 7). Par conséquent nous ne voyons plus la périodicité de la « compagne », la fonction sinus. Etrange effet de l'abstraction mathématique qui passe par l'analytique. Et jolie réflexion sur ce qui fait le sujet de notre enquête.

La périodicité restera un problème pour l'étude des cordes vibrantes, même lorsque d'Alembert aura établi avant 1750 l'équation aux dérivées partielles dite des ondes, qui donne pour l'élongation *y(s, t)* d'une corde fixée à deux bouts en fonction du temps *t* et de l'abscisse *s*, l'égalité d'une dérivée seconde en une variable *t* à une dérivée seconde en l'autre variable *s* à un coefficient positif près. Il est écrit comme c^2. D'Alembert établit que la solution générale de cette équation est donnée à partir de deux ondes se propageant à la vitesse *c* en deux sens contraires, avec deux fonctions quelconques *F* et *G*.

$$y(s,t) = F(ct + s) + G(ct - s).$$

La chose n'est pas vraiment débrouillée par d'Alembert, car il lance un débat sérieux avec Euler, et Lagrange où justement la périodicité d'une fonction est en jeu. Je vais passer à la façon dont Fourier s'en sort avec une équation aux dérivées partielles bien voisine, qui est celle de la nullité du laplacien. Elle reviendrait à prendre $c = i$, ou $c^2 = -1$: mais la physique d'alors ne pouvait pourtant supporter l'idée de devoir parler des quantités imaginaires des algébristes. Par ailleurs cette autre équation règle un tout autre problème physique, la propagation de la chaleur. C'est pourtant ce problème qui va faire comprendre autrement la périodicité, et donc donner un autre sens aux vibrations des cordes qui remontent jusqu'à l'origine pythagoricienne de la musique. Parce qu'on aura mathématiquement « prouvé » qu'il y a une qualité ondulatoire dans la chaleur : on se trouve dans une situation directement inverse de celle discutée avec la relativité du mouvement de la chute des corps (ill. 1). C'est la mathématique cette fois qui informe la physique.

Une expérience de pensée règle l'affaire chez Fourier, et un dessin le manifeste bien (ill. 15). C'est la traversée d'une lame plane rectangulaire *BDEC* par la chaleur venant par *DE* - le problème est mathématiquement plan, réglé donc par deux variables d'espace, *x* et *y*, et la physique peut imaginer une barre de profondeur suffisamment grande dont les deux côtés latéraux *BD* et *CE* sont maintenus à la température 0°. Celle de la glace fondante n'étant choisie par Fourier que pour faire l'image d'un bloc isolant la lame, l'isolant jusqu'à faire disparaître l'inévitable dilatation que cette lame devrait normalement éprouver. La rigidité de la lame est un incontournable dans ce qui n'est pas une modélisation.



Ill. 15. Exemple de la lame chauffée à la base *DE* selon *f* pour obtenir une répartition de température *F*.

Par contraste avec la coercition latérale, en bas de la lame règne la liberté d'imagination de l'expérimentateur mathématicien. Celle d'imposer une température constante ou encore d'imposer une fonction numérique quelconque, c'est-à-dire une ordonnance de valeurs sur l'intervalle DE, parcouru par la variable y, mais sur cet intervalle seulement : une fonction numérique *f(y)* donc, compte tenu du choix fait de la variable x qui court selon l'arête médiane orientée de la lame et mesure l'éloignement de la source de chaleur. Parce que cela correspond à une étape de l'analyse, le temps n'intervient pas : il est présupposé que le régime est permanent, qu'une stationnarité de la température est établie entre le moufle de glace entourant la lame, et la donne d'une répartition chauffante à sa base fournie par cette fonction numérique f qui est une température. Celle en tout point de la lame est une fonction F des seules variables d'espace, x et y : elle est l'inconnue. On pourrait noter $F_f(x,y)$et constater que la correspondance entre *f* et F_f est linéaire, compte tenu de l'équation aux dérivées partielles de la chaleur. Car la relation entre f et F existe physiquement - un seul régime s'établit en effet et il y a d'ailleurs démonstration physique de cette unicité par Fourier. Mais pour les mathématiques Fourier n'avance pas une preuve d'unicité ; elle serait redondante avec celle de la physique. C'est signaler qu'il ne pense pas en termes de déduction axiomatique.

Je complète à l'intention de ceux qui à juste raison veulent faire les calculs. La fonction F est tout à la fois solution d'une équation aux dérivées partielles du second ordre qui se trouve être la nullité du laplacien, et elle vérifie en plus les trois conditions suivantes, pour tout x>0, et pour y entre -π/2 et π/2. Fourier est sans doute le premier auteur a insister sur le domaine de définition d'une fonction, donc à restreindre le concept même à la donnée d'un domaine. Il est essentiel ici de noter les conditions au limites portant sur x et sur y. L'extension par périodicité est en effet liée à ces conditions.

$$F(x,-\frac{\pi}{2}) = F(x,+\frac{\pi}{2}) = 0,$$

$$F(0, y) = f(y),$$

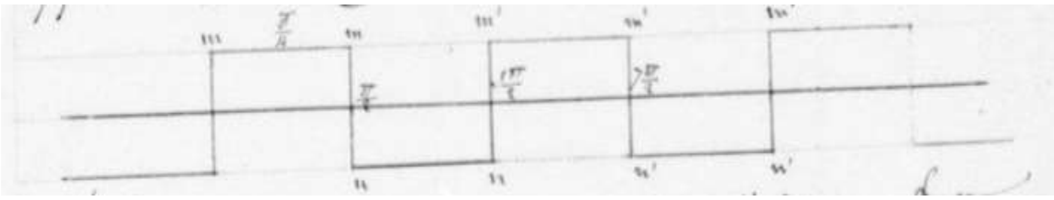
$$\text{Lim } F(x,y) = 0 \text{ lorsque } Lim\ x = \infty.$$

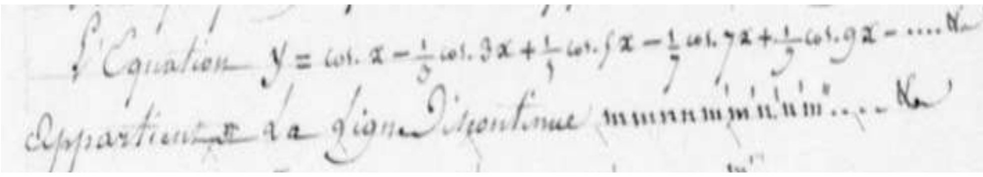
En particulier, si l'on pose cos 11 y pour la fonction f(y), pour y entre -π/2 et π/2, l'expression de $F_f(x,y)$ devient $\lfloor f(y) = \lfloor \cos 11y$, où $\lambda = -e^{-11x}$. En termes d'aujourd'hui, une telle fonction est vecteur propre de la correspondance linéaire entre *f* et F_f .

Fourier change brusquement d'approche. Il cherche ce qu'il appelle judicieusement les « modes propres », c'est-à-dire les fonctions numériques f, température mise à la base de la lame, qui redonnent la même fonction, à un facteur multiplicatif près, pour la trace de Ff sur un segment horizontal quelconque. On calcule aisément que les seuls modes propres se trouvent être les fonctions *cos (2n+1)y*, pour tout entier n positif ou nul. Du moins si l'on ajoute (pour simplifier) une condition de symétrie, celle de la parité de la fonction sur la base DE. Et là se découvre une propriété inattendue : tout mode propre est en fait une fonction définie sur tout l'axe réel, périodique et de période 2π, et compte tenu du cosinus, tout mode propre prend des valeurs négatives sur les intervalles de π/2 à π, ou l'intervalle symétrique du côté des négatifs (de -π à -π/2). Ainsi l'impose le problème de la lame rectangulaire, au-delà même de l'étendue physique de cette lame.

Si donc on veut revenir au problème de déterminer F_f pour une *f* donnée (paire) en bas de la lame, donc sur l'intervalle de -π/2 à π/2, et que l'on imagine pouvoir le faire en ne prenant que des combinaisons linéaires des modes propres, il faut absolument prolonger d'abord *f*, le donné, en valeurs négatives et symétriques de π/2 à π et de -π à -π/2, puis étendre la nouvelle fonction par périodicité 2π. Ainsi si l'on veut prendre pour f la fonction 1, valant en outre 0 en -π/2 et π/2, il faut créer la fonction créneau et la prolonger par périodicité. C'est ce que Fourier dessine (ill. 16).

Il reste un peu de travail pour obtenir un résultat stupéfiant : la fonction créneau peut se voir comme somme d'ondes (ill. 17) : elle est une musique si l'on peut le dire ainsi. Et tout cela a été « déduit » de l'équation de la chaleur. Ai-je employé le bon mot de déduction ? Il fait trop mathématique ! Je suis pourtant au cœur de mon sujet : la physique a bien joué son rôle dans cette « déduction ». C'est pour cela qu'il y a eu l'expérience de pensée que représente la lame.





Ill. 16 et 17. Le dessin par Fourier de la fonction périodique créneau, une première en science, et dans la foulée l'expression analytique de cette fonction par des fonctions cosinus, ce qu'on appelle la série de Fourier, devenue d'un usage banal aujourd'hui en théorie du signal.

Je n'ai pas besoin de dire combien les travaux de Fourier sont aujourd'hui liés à notre monde de l'image, mais je tenais à montrer qu'une inspiration, débouchant sur de grandes mathématiques, a bien été liée à la physique. Je vais maintenant prendre une sorte d'exemple contraire, me servant d'une anecdote sur Fourier.

IV. UN ROLE DE L'EXTERIEUR DES MATHEMATIQUES PEUT QUELQUEFOIS ETRE NEFASTE

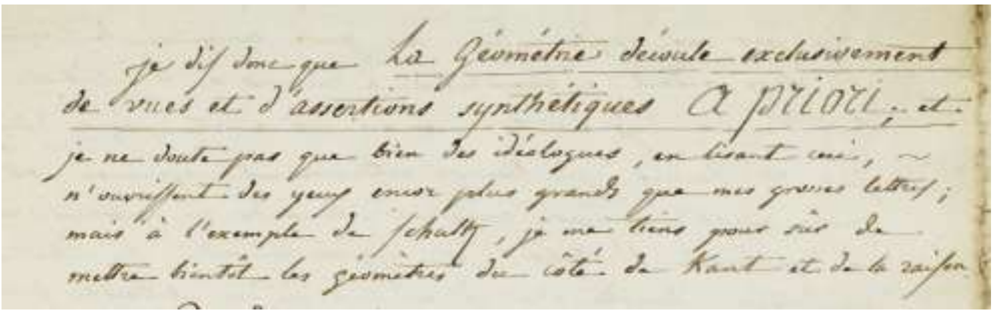
Alors qu'il avait obtenu de tels résultats à Grenoble vers 1807, Fourier devenu préfet de l'Isère eut une discussion sur la philosophie de Kant : on en a l'écho à partir d'une discussion avec Ampère et un inspecteur d'académie de l'Isère nommé Sébastien du Falquet du Planta. Voilà ce que ce dernier écrit le lendemain du dîner.

> Grenoble 8 juin 1810
>
> Monsieur l'inspecteur général
>
> Pardonnez la liberté que je prends de vous adresser quelques observations relatives au *criticisme* ; mais pénétré comme je le suis, du désir de voir la *philosophie française* changer de forme, et prendre une tendance morale et religieuse, qu'elle ne saurait acquérir dans la voie de l'empirisme, osons le dire, à la fois grossier et superficiel, où elle marche depuis si longtemps, je ne puis me résoudre au silence vis-à-vis de l'un des hommes les plus dignes, les plus capables d'amener dans les esprits cette heureuse révolution. Vous, Monsieur, et l'excellent M[r]. Fourier, appartenez de droit à la *meilleure* philosophie : elle vous réclame l'un et l'autre : et je me félicite d'être l'organe secret, l'instrument inaperçu mais utile, qu'elle emploie auprès de deux hommes destinés à illustrer son empire, à étendre sa domination (lettre de Planta à Ampère, dossier Ampère, chemise 281, carton 18, Académie des sciences).

Fourier, en maître de maison, a d'emblée rappelé son souvenir de l'Ecole normale, quinze année plus tôt, quand il avait directement interrogé le professeur Monge sur la définition d'une droite et que celui-ci s'était énervé en refusant les finasseries « métaphysiques ». Planta, mis au courant, revient sur le sujet :

> Quand j'eus l'honneur de vous rappeler hier, Monsieur, combien les définitions qu'Euclide donne du point, de la ligne, etc., étaient *antilogiques* (passez-moi ce terme), vous me dites que l'on n'employait plus celles-là. Oserais-je vous demander lesquelles on emploie ? Quelles qu'elles puissent être, je réponds d'avance que ce ne seront pas des définitions dans le sens vraiment philosophique de ce mot ; et l'on peut défier tous les géomètres présents et futurs d'éviter l'écueil où se sont brisés Archimède et Euclide ; car il est dans la nature de l'esprit humain de voir, mais non pas de concevoir les objets primitifs de la géométrie.

Et Planta est d'autant plus affirmatif qu'il est comme un croisé en faveur de Kant.


je dis donc que la Géométrie découle exclusivement
de vues et d'assertions synthétiques a priori, et
je ne doute pas que bien des idéologues, en lisant ceci,
n'ouvrissent des yeux encor plus grands que mes grosses lettres ;
mais à l'exemple de Schultz, je me tiens pour sûr de
mettre bientôt les géomètres du côté de Kant et de la raison

Ill. 18. Extrait de la lettre de Planta à Ampère du 8 juin 1810.

Kant, dans l'ouvrage de 1783 (ill.19), affirmait qu'il ne peut y avoir de science de la nature qu'en autant qu'il est procédé à la manière des mathématiques, par axiomes donc. Ce qui entraîne la restriction de ne pas pouvoir atteindre « la » vérité, ou la nature des choses. Or l'établissement totalement inattendu de modes propres contredit cette idée d'une préalable *Anschauung*, d'une *visio* comme on le traduit en latin, pour qu'il y ait découverte. Fourier donnait un nouveau sens de la périodicité avec la description des fréquences, et le faisait par un jeu de calculs sur une expérience de pensée (ill. 15), à partir d'une analyse non axiomatique de la diffusion de la chaleur. On peut dire, en revenant à l'origine de ce cas ici étudié, que Fourier faisait de l'harmonie avec la chaleur. Cela l'opposait systématiquement à Kant.

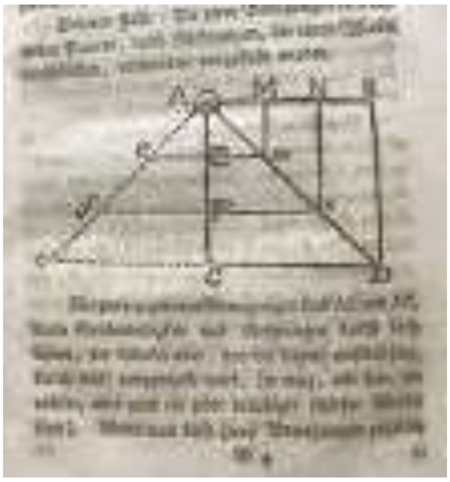
Fourier, lors de ce repas, répétait ce qu'il avançait en 1795 à l'Ecole normale de l'an III et qui avait déclenché un débat foisonnant entre les élèves, en présence de Monge le 30 janvier 1795 (11 pluviôse an III) : il s'agissait de situer le rôle de l'axiomatique en mathématiques, qui ne peut pas être seulement celui d'une convention, puisqu'il faut qu'il y ait au moins la possibilité d'existence.

> Je crois, cependant, qu'il est important de rechercher s'il est possible de définir bien exactement la ligne droite. On ne connaît guère de définition de la ligne droite que celle d'Archimède, qui a paru insignifiante à plus d'un géomètre, soit que le texte fût mal compris, soit qu'aux anciennes définitions d'Archimède on ait substitué une définition qui n'est pas à abri de tourte attaque (p. 318-319 de l'édition des cours de mathématiques de l'Ecole normale).

Trois points distincts dans l'espace permettent alors de définir une ligne droite comme « série de points dont chacun est à égale distance des trois points donnés ». On est loin de la définition adoptée par Euclide que l'on peut lire comme : « une ligne droite est celle qui est placée de manière égale par rapport aux points qui sont sur elles ». En 1823, lors de la 11[e] édition de ses *Elémens de géométrie,* Legendre adoptera la définition d'Archimède, ce que Fourier souhaitait dès 1795 : « la ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre ». Planta répond en quelque sorte le lendemain dans sa lettre à Ampère, et n'en démord pas.

> Je ne m'arrêterai pas à montrer que votre définition (empruntée de l'axe d'un corps mû circulairement autour de ses points, et dont Monge a parlé aux école normales n'est pas une simple notion, une pure conception de l'esprit et oblige autant qu'aucune autre à recourir à l'intuition dans l'espace : je discuterai encore moins celle proposée jadis par M. Fourier, qui bien qu'extrêmement ingénieuse, est encore moins une pure conception, demandant au contraire un jeu considérable d'intuitions, et suppose en outre la notion de distance, laquelle n'est à son tour qu'une abstraction formée d'après la vision intuitive de la ligne droite en tant que susceptible d'accroissement ou de diminution.

Kant pas plus ne pouvait concevoir la composition des vitesses selon la loi du parallélogramme autrement que par une intuition a priori (ill. 20) : alors que tout l'allant de la mécanique, une fois établie l'importance de la composition, fut de lui donner une valeur d'automatisme, bref de la rendre intuitive. Pour cela il fallut inventer les vecteurs et l'algèbre linéaire. Suivre le kantisme aurait été un handicap pour le développement.



Ill. 19 et 20. Page de titre de l'ouvrage « sur « sur les fondements métaphysiques de la science de la Nature » de Kant, et page de cet ouvrage dans laquelle Kant tente de faire comprendre la composition des mouvements comme « une intuition synthétique a priori ».

V. CONTRAINDRE L'ASTROLOGIE A NE PAS SE DRAPER INDUMENT DE LA RIGUEUR MATHEMATIQUE

En tant qu'astrologues voulant maintenir l'astrologie judiciaire, un professeur royal comme Jean-Baptiste Morin et aussi bien le « mage » Robert Fludd, avaient grande raison de refuser les nouveautés astronomiques du début du XVII^{e} siècle. Car au nom d'une différence fondamentale entre la mathématique conçue comme une construction abstraite et la physique envisagée comme une réalité de corps matériels, une profonde condamnation de l'astrologie des horoscopes par influences planétaires était venue de Kepler. Elle fut formulée en 1622, dans son « Apologie des Harmonies du monde ». Kepler répondait directement à Fludd qui, au nom du maintien *ne varietur* de la tradition astrologique, avait été le premier à s'opposer au système des trois lois. L'astronome génial expliquait que le système de repérage astrologique servant à établir un horoscope était basé sur une pure géométrie céleste de situations angulaires simples, sans une quelconque idée de force ou de vitesse ou d'une quelconque autre grandeur faisant quantité, et en raison de cette absence ces situations ne pouvaient se transmettre matériellement. Kepler ne remettait pas en cause la possibilité d'une « influence », mais il refusait d'admettre que celle-ci pût s'exercer par des directions selon les rayons célestes la déversant « dans les entrailles de la Terre ».

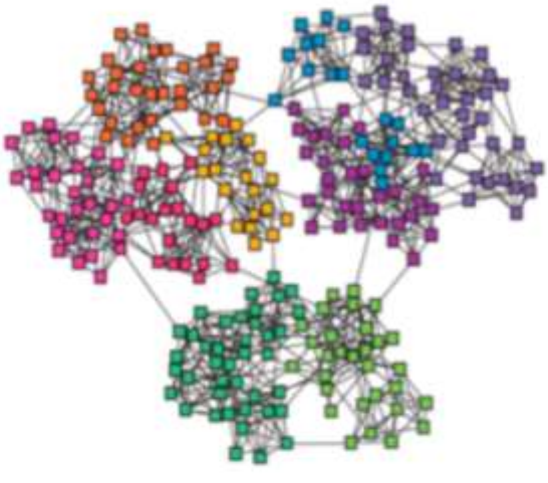
> Quant à moi, je ne vois pas comment cela s'en déduit, même si je pouvais concéder que c'est vrai ? Certes l'air reçoit, c'est-à-dire admet les rayons de lumière et rien ne les arrête, pas même l'opacité de la Terre ; la force invisible du rayon est bien sûr plus pénétrante que la lumière visible, comme par exemple la vertu magnétique qui s'infiltre dans la lumière dorée. Mais ce n'est pas ainsi que l'air reçoit les radiations en distinguant ces dernières par leurs seules formes géométriques, En effet, l'air est une matière ; c'est un corps. La beauté géométrique de l'angle qui détermine la forme est une entité rationnelle ; afin que les radiations soient reçues de cette matière, il faut qui'l y ait une âme ou une faculté semblable participant d'une certaine manière de la raison. Tu m'ouvres la porte pour faire entrer une question Ces angles sont-ils physiques ou mathématiques ? […] Les lignes des rayons ne sont pas vraiment purement mathématiques. Elles sont vraiment faites de lumière, et la lumière est une chose physique (Kepler, 1622).

Kepler concluait qu'une chose purement intellectuelle, comme la proportion géométrique, ne pouvait pas être imprimée dans un corps. Outre la contribution à la disparition de l'astrologie comme science, c'est une magnifique explication sur le fait que l'on ne peut pas mélanger les disciplines sans un minimum de précaution. Et en particulier que tout n'est pas « calculable ». C'est une conclusion bien différente de celle de Kant qui assurait que n'est connaissable que ce qui au fond est calculable. Mais si l'on ne définit pas le calculable, la pertinence du système philosophie s'évanouit.

VI. UN TROISIEME CAS SUR L'INFORMATIQUE EN CONCLUSION

Avancer que les mathématiques sont la science des quantités, comme cela a été tenté au XVII^{e} siècle, c'est éviter de se poser la question du calculable. Puisque la quantité est ainsi pensée, sans plus d'analyse, comme ce qui est effectivement calculable. Il faut attendre Alan Turing, et un article de 1936, pour que le calculable soit parfaitement défini. Grâce à l'invention d'une machine de pensée, capable de faire des calculs « comme un esprit humain les fait », c'est-à-dire par algorithmes. Je ne peux pas en quelques minutes décrire cette machine théorique, à l'origine du fonctionnement de nos ordinateurs. Je veux seulement exploiter un fait : les nombres réels « calculables » au sens de Turing ne forment qu'un sous ensemble strict des nombres réels : il existe donc des nombres incalculables. Et par conséquent il existe des problèmes incalculables. Objectivement c'est le développement de la logique qui a permis cette découverte, et la logique traditionnelle a été modifiée, devenant une logique mathématique, dans laquelle philosophes et mathématiciens peuvent désormais travailler. Je disais d'entrée de jeu qu'il fallait tenir compte de la versatilité des disciplines.

Ill. 21. La représentation colorée, mais jouant aussi de certaines lignes droites, des communautés dans un graphe de relations téléphoniques (Blondel & al. 2008).



Mais on est très loin de la pensée limitative de Kant sur l'impossibilité d'approcher les noumènes : car on peut quand même approcher ces problèmes dits incalculables. De la même façon qu'on a défini des nombres irrationnels dans la Grève antique, donc des nombres défiant la raison selon l'étymologie ironique et un jeu de mots sur rapport et raison. Car on a pu envisager des façons de les calculer par approximations bien réglées, ces approximations reflétant même les propriétés en soi des quantités en jeu.

Le calcul apparaît ainsi comme une sorte de constante dans le monde mathématique. Et c'est lui sans doute qui donne une place singulière aux mathématiques dans les autres sciences. On a ainsi vu le passage des rapports d'entiers en harmonie à la fréquence considéré comme nombre réel, et à la suite de fréquences devenant une caractéristique d'une fonction périodique. De la même façon on est passé des calculs approchés sur les irrationnels au calculable de la machine de Turing. Et l'on donne aujourd'hui des caractéristiques aux algorithmes selon la complexité qu'ils mettent en place.

Par analogie avec justement le calcul développé par les mathématiciens sur les irrationnels, je termine en citant un problème de recherche de communautés dans un graphe de relations, téléphoniques par exemple. L'idée sur des grands nombres de telles liaisons est d'établir comment déterminer, et éventuellement représenter, des petits groupes dont les communications sont largement internes, avec bien peu de liens avec les autres. Le dessin de l'ill. 21 permet aisément avec les petits tracés rectilignes de saisir les différentes situations, indiquées aussi par les couleurs différentes. Etablir de tels groupements lorsque des millions de données sont en cause, et les représenter de façon convaincante peut paraître un problème incalculable. Serait sans doute incalculable de devoir trouver la meilleure façon de procéder. Mais, dans le cas présent, des algorithmes donnent une bonne image en peu d'heures de calcul (Campigotto et *al*.). En plus, et c'est encore un cas d'hybridation entre disciplines, il faut un sens de l'art pour pouvoir imaginer la réalisation de l'illustration 21. Cette fois l'intervention de l'art paraît bien éloignée de ce qui pouvait constituer la peur des mathématiques.

Si j'ai insisté sur le regard interdisciplinaire, ses avantages mais ses dangers aussi bien, ce n'est pas pour le seul plaisir de réfléchir ou de faire de l'histoire, mais pour comprendre l'invention, les formes d'un enseignement, et la lenteur quelquefois aussi de la compréhension.

REFERENCES

Belleguic T. & Vasak, A. (2013) La mathématisation des météores aqueux d'après le dispositif cartésien de l'arc-en-ciel. In *Ordre et désordre du monde. Enquête sur les météores de la Renaissance à l'âge moderne* (pp. 177-226). Paris : Hermann.

Blondel V.D., Guillaume J.-L., Lambiotte R. & Lefebvre E. (2008) Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, (10).*

Campigotto R., Conde Céspedes P. & Guillaume J.-L. (2014) *La méthode de Louvain générique : un algorithme adaptatif pour la détection de communautés sur de très grands graphes.* https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00946481

Chamoux J.P. (dir.) (2017), *L'ère du numérique 1. Enjeux des données massives*, Iste Editions.

Dhombres J. (2016) Vérités et mensonges dans l'affaire Galilée. In M. Wieviorka, *Entretiens d'Auxerre* (pp. 87-104). Paris : Editions Sciences humaines.

Dhombres J. (2016) De l'écriture mathématique comme technique de l'intellect, *Hommage en l'honneur de Jack Goody* (pp. 160-200). Lyon : ENSSIB.

Dhombres J. (2011) Le jet d'eau et l'arc-en-ciel à l'âge baroque : réalisation des mathématiques, mathématisation de la philosophie naturelle et représentation des phénomènes. In F. Cousinié, C. Nau (dir.), *L'artiste et le philosophe. L'histoire de l'art à l'épreuve de la philosophie au XVIIe siècle* (pp.151-196). Rennes : PUR.

Fleck L. *Genesis and Development of a Scientific Fact*, trad. anglaise, 1979, Chicago University Press ; traduction française aux Belles Lettres par Nathalie Jasen 2005.

Hommage à Patricia Radelet-de Grave (2016) *Sciences et Techniques en Perspective*, IIe série, vol. 18, fasc.2, 51-102.

Kepler J., *Pro suo opere Harmonices mundi apologia : Adversus demonstrationem analyticam CL. V. D. Roberti de Fluctibus Medici Oxoniensis. In qua ille se dicit respondere ad appendicem dicti operis*, Francfort, Tampach, 1622 (trad. J. Dhombres).

Lévy-Leblond J.-M. (2016) *Lettres à Alan Turing*, réunies par Jean-Marc Lévy-Leblond (pp.75-89). Paris : Editions Thierry Marchaise.

Marin Mersenne, *Harmonie Universelle, contenant la théorie et la pratique de la musique...*, Paris, Chez Sébastien Cramoisy, rue Saint-Jacques, aux Cigognes, 1636, in-fol. ; *Seconde partie de l'Harmonie Universelle : contenant la pratique des Consonances, et des Dissonances dans le Contrepoint figuré...*, Paris, Par Pierre Ballard, 1637, in-fol.

Radelet-de Grave P. & Dhombres J. (2008) *Une mécanique donnée à voir. Les thèses illustrées défendues à Louvain en juillet 1624 par Grégoire de Saint-Vincent S.J.*, Brepols, Turnhout.

Régnier-Roux D. & Dhombres J. (2017) La bibliothèque mathématique au XVII^e siècle, *Sciences et Techniques en Perspective*, Diffusion Librairie Blanchard, vol. 19, fasc. 1 et 2.

Sokal A. & Bricmont J. (1997) *Impostures intellectuelles*, Paris, Editions Odile Jacob.