SÉQUENCE DE TACHES MATHEMATIQUES AVEC LA GEOMETRIE DYNAMIQUE

ZHU[1]* Fangchun

Résumé – Nous étudions les connaissances des enseignants pour utiliser la géométrie dynamique à travers les tâches qu'ils conçoivent et l'ordre dans lequel ils les proposent à leurs élèves. Nous considérons, à partir d'exemples français et chinois, que les différents rôles que peut jouer la géométrie dynamique dans les tâches mathématiques ainsi que les choix d'orchestration révélés par l'ordre de ces tâches sont des moyens de caractériser la pratique et les connaissances des enseignants.

Mots-clefs : Géométrie dynamique, orchestration instrumentale, tâche, séquence

Abstract – In the study, we analyze teachers' knowledge in choosing and organizing mathematics tasks in dynamic geometry environment. We consider the different roles dynamic geometry plays in mathematics tasks and then I analyze the orchestrations shown in the sequence of these mathematics tasks. These orchestrations would reflect the characters of teaching practices which is related to teachers' knowledge. Two examples from France and China are selected in the study.

Keywords: Dynamic geometry, instrumental orchestration, task, sequence

En France et en Chine, les professeurs mathématiques sont encouragés à utiliser les logiciels de géométrie dynamique dans les classes des mathématiques. Par exemple, dans le programme chinois, les technologies sont les ressources importantes pour les professeurs comme les ordinateurs et les logiciels. Presque dans tous les contenus mathématiques chinois, on peut regarder le rôle de la technologie. Bien que les enseignants soient encouragés a intégrer la technologie dans leurs pratiques pédagogiques, les enseignants ont beaucoup de difficultés pour faire cours avec les nouvelles technologies.

Avec l'essor des technologies numériques, de nombreuses recherches se sont développées sur la question de leurs usages et de leurs effets dans l'apprentissage des mathématiques. Depuis les années 80, l'impact des TICE sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques a pris une place majeure dans la littérature. Pour Trouche (2003), il y a trois raisons à cela : le potentiel des nouveaux outils, l'évolution de l'équipement des élèves et les injonctions institutionnelles. Ces raisons sont toujours valides en 2017 et pourtant les usages et les pratiques ne sont toujours pas majoritaires. Notre étude considère que les enseignants sont une des clefs de l'introduction des technologies dans les classes (Goos et Soury-Lavergne 2010) et propose d'étudier les connaissances des enseignants relatives aux usages et pratiques de la géométrie dynamique

Quelles sont les connaissances nécessaires aux enseignants pour faire un usage de la géométrie dynamique qui tire parti de son potentiel ?

Dans ce papier, j'essaie de trouver des résultats sur les différents types de tâches mathématiques utilisées par l'enseignant, car il s'agit d'une partie importante de la connaissance de l'enseignant.

Nous proposons de traiter cette question à partir d'une étude des tâches conçues ou choisies par les enseignants. Plus particulièrement nous allons nous intéresser au rôle qu'y joue la géométrie dynamique et à l'ordre dans lequel les différentes tâches et la technologie interviennent.

En effet, Laborde (2000) prend l'exemple du rapport entre preuve et utilisation de la géométrie dynamique pour identifier différents rôles que joue la technologie numérique, en

* Institut Français de l'Education ENS de Lyon– Chine – fangchun.zhu@ens-lyon.fr

particulier suivant le moment où elle est sollicitée. Son constat, appuyé sur les travaux de Hadas, Hershkowitz and Schwarz (2000), est qu'un jeu sur l'ordre des taches dans une séquence et le rôle de la géométrie dynamique, crée chez les élèves des preuves différentes et les amène à constater des erreurs évidentes quand ils vérifient leurs preuves avec la géométrie dynamique. Ainsi, l'ordre des tâches proposées, articulé au rôle qu'y joue la géométrie dynamique, modifie les stratégies et les productions des élèves.

I. RÔLES ET ORCHESTRATIONS DE LA GEOMETRIE DYNAMIQUE

Notre analyse s'appuie sur une classification des tâches mathématiques et de leur mise en œuvre par les enseignants. Elle est réalisée à partir de l'étude des rôles qu'y joue la géométrie dynamique (Laborde, 2001 ; Soury-Lavergne, 2017) et de la notion d'orchestration instrumentale (Trouche, 2003 ; Drijvers *et al*., 2010).

1. Les différents rôles de la géométrie dynamique dans les tâches mathématiques

Laborde (2001) distingue quatre types d'usage de la géométrie dynamique dans une tâche mathématique, allant d'une transposition directe d'une tâche papier-crayon à celui d'un usage innovant, non réalisable sans la technologie. Soury-Lavergne (2017) propose de regrouper ces quatre types en deux catégories mettant l'accent soit sur la façon dont la géométrie dynamique amplifie les possibilités du travail papier-crayon ou au contraire comment la géométrie dynamique génère de nouveaux usages, de nouveaux problèmes et éventuellement de nouvelles conceptualisations. Ainsi, nous proposons de distinguer :

La géométrie dynamique comme amplificateur, rendant la tâche plus facile, plus rapide et produisant plus de cas :

1. L'environnement de géométrie dynamique agit principalement comme facilitateur des aspects matériels de la tâche, sans la modifier conceptuellement. Comme par exemple lorsqu'il s'agit de construire un triangle, les milieux de ses côtés et ses médianes, pour imprimer ou pour projeter la figure (au sens de dessin) obtenue.
2. L'environnement de géométrie dynamique facilite et améliore la tâche qui n'est cependant pas considérée comme fondamentalement modifiée par rapport à sa version en papier-crayon. Il est utilisé comme amplificateur visuel, qui augmente la qualité et la précision des dessins et permet de produire plusieurs états à partir d'une seule construction. Par exemple, dans la tâche d'identification des propriétés d'une figure, il est supposé plus facile d'observer que trois droites se coupent en un seul point, lorsque la propriété est conservée au cours de la déformation de la figure par rapport à l'observation d'un dessin papier-crayon statique.

La géométrie dynamique comme générateur de nouvelles opportunités, contraintes et tâches.

3. L'environnement de géométrie dynamique modifie les stratégies de résolution de la tâche en contrôlant les possibilités d'utilisation des outils de construction géométrique. Par exemple, la construction d'un parallélogramme sans pouvoir utiliser l'outil « droites parallèles » amène à considérer d'autres propriétés des parallélogrammes, comme celles sur les diagonales et à utiliser la transformation « symétrie » centrale comme un outil de construction de base pour les points (sorte d'inverse de l'outil milieu).

4. L'environnement de géométrie dynamique permet de concevoir de nouvelles tâches mathématiques, qui n'auraient pas de « raison d'être » (Laborde, 2001, p 293) sans la technologie numérique. Par exemple les tâches de type boîte noire (Charrière, 1995), pour lesquelles il s'agit de reproduire une figure dynamique, qu'il est possible d'explorer mais dont le processus de construction n'est pas connu. La reproduction concerne non seulement les différents états statiques, mais également les phénomènes dynamiques produits de façon continue au cours du déplacement des points.

Ces différentes façons d'utiliser la géométrie dynamique dans une tâche mathématique font appel à des genèses instrumentales distinctes qui nécessitent de la part des enseignants une mise en œuvre particulière avec leurs élèves. La gestion par l'enseignant des genèses instrumentales des élèves est modélisée par l'orchestration instrumentale (Trouche 2003).

2. Les orchestrations instrumentales associées aux tâches

L'orchestration instrumentale montre un aspect de la complexité de l'intégration des technologies numériques et permet d'anticiper les difficultés des enseignants et des élèves dans leur utilisation.

Une orchestration instrumentale est définie par la façon dont les enseignants organisent leur classe avec les différents artefacts disponibles, pour aider les élèves dans leur apprentissage (Trouche, 2003 ; Drijvers *et al.*, 2010). Pour notre étude, nous considérons comme artefact les tâches mathématiques proposées et l'environnement de géométrie dynamique disponible. Elle est décrite à travers trois éléments différents et leur mise en relation : la configuration didactique, le mode d'exploitation et la performance didactique. La configuration didactique correspond aux *« agencements des artefacts dans l'environnement à chaque phase de la situation »* (Trouche 2003, p. 39). Le mode d'exploitation décrit le scénario de la mise en œuvre, les régulations et les articulations entre les interventions de l'enseignant et des élèves, les interactions collectives et individuelles et le recours aux différents artefacts. L'idée de performance didactique a été introduite (Drijvers *et al.*, 2010) pour tenir compte des adaptations nécessaires des configurations et exploitation au cours du déroulement effectif de la classe, en ce qui concerne l'accompagnement des genèses instrumentales des élèves.

Cette contribution étudie les deux premiers éléments : la configuration didactique qui décrit les choix de l'enseignant pour l'utilisation des tâches mathématiques avec la géométrie dynamique et leur configuration et mise en œuvre en classe ; le mode d'exploitation qui permet de prendre en compte la séquence de tâches conçue et proposée aux élèves, avec le rôle qu'y joue l'environnement de géométrie dynamique.

II. METHODE

Pour répondre à notre question sur les connaissances des enseignants, nous avons choisi d'analyser deux exemples de tâches mathématiques scolaires, utilisant la géométrie dynamique, à l'aide du cadre présenté ci-dessus. Nous avons choisi une série de tâches venant de Chine, présentées dans une courte vidéo affichée sur un réseau social officieux d'enseignants (weechat group, réseau social très populaire en Chine). Cette vidéo montre une situation de résolution de problème de lieu géométrique, avec le logiciel Geometer Sketchpad. La vidéo en ligne ne s'adresse pas directement aux élèves, donc rend difficile son analyse du point de vue des orchestrations instrumentales. Nous avons également analysé une série de tâches de construction de triangles avec GeoGebra, présentée dans une fiche adressée à des élèves de 5[e] en France, fiche communiquée par un enseignant de collège.

Une partie de la méthodologie prévue inclut l'analyse des tâches, l'observation du déroulement de la classe et deux interviews de l'enseignant avant et après la classe. En particulier, nous souhaitons l'interviewer avant la classe pour recueillir ses intentions quant à l'ordre des tâches proposées et ses objectifs. Lors de l'interview après la classe, nous souhaitons recueillir son avis à propos d'autres types de tâches, notamment en effectuant un croisement entre la Chine et la France, et les possibilités qu'il aurait de les utiliser ou pas, en les modifiant éventuellement. Nous ne présentons ici que l'analyse préalable d'exemples de séries de tâches, pour valider la faisabilité et l'intérêt d'une telle analyse.

III. DEUX EXEMPLE CHINOIS ET FRANÇAIS ET L'ANALYSE

1. Les séquences de tâches

L'exemple chinois (figures 1, 2) présente un problème de lieu à partir de deux triangles donnés, un triangle rectangle ABC et un triangle équilatéral DBE, avec AB=BC. Le point D bouge entre les points A et C. La question posée est de trouver le lieu du point E et sa longueur. Les tâches successives sont constituées du même problème avec une variation des propriétés du triangle BDE. Au cours de la vidéo, l'enseignant décrit la figure, pose la question puis déplace le point D sur la figure dynamique de façon à faire apparaître la trajectoire de E. La construction du lieu de E n'est pas montrée à l'écran.

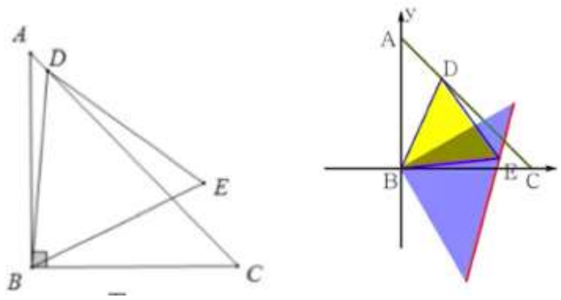


Figure 1 *– Images de la vidéo chinoise sur la résolution d'un problème de lieu avec Geometer Sketchpad*

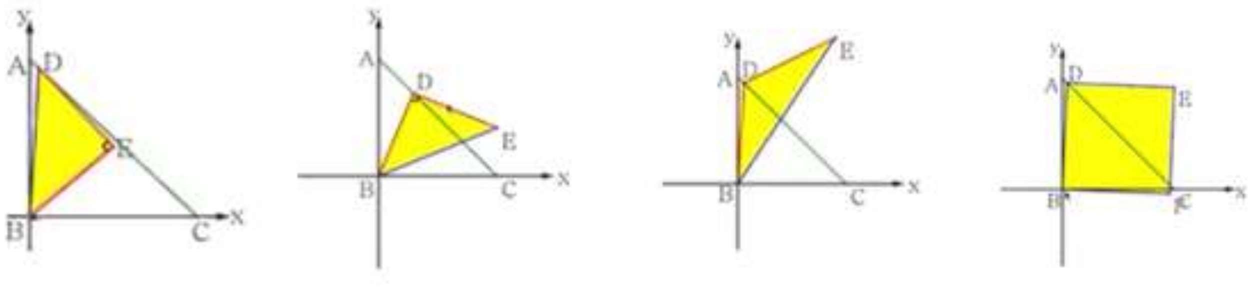
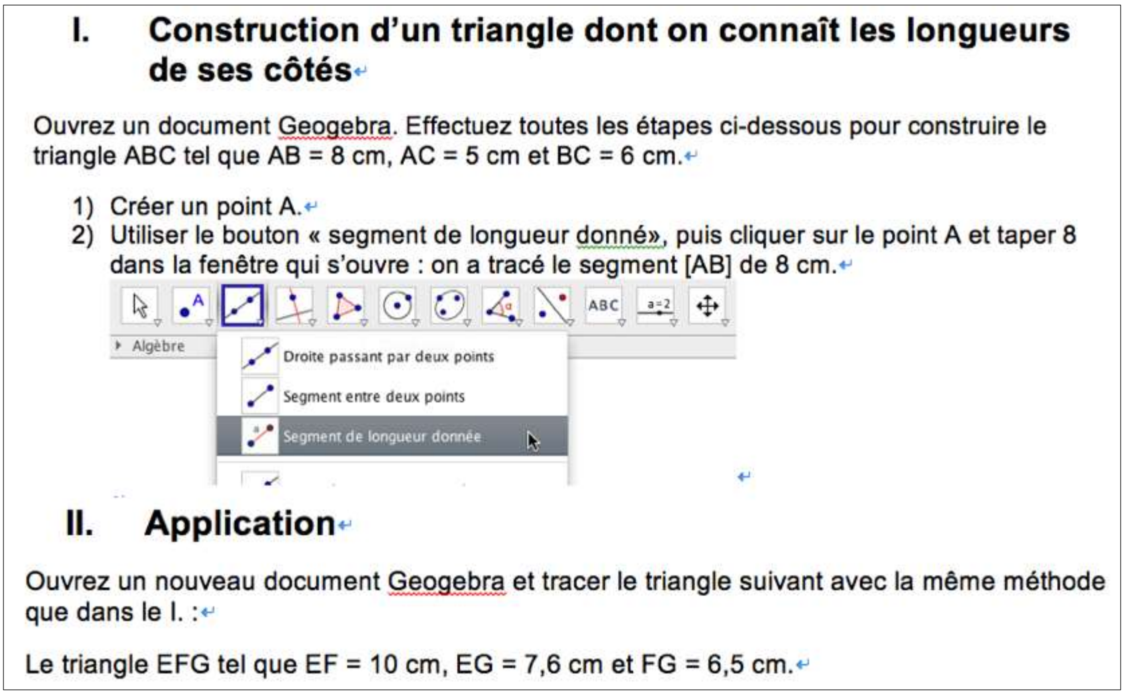


Figure 2 *– Les quatre autres tâches de lieu avec Geometer Sketchpad dans la vidéo chinoise*

L'exemple français est constitué d'une fiche élève qui liste les instructions pour construire un triangle avec GeoGebra (figure 3). Une première partie guide la première tâche en indiquant pas à pas les instructions pour construire un triangle à partir de la donnée des mesures des longueurs de ses trois côtés. Une deuxième partie contient la même tâche, sans le guidage pas à pas. Le déplacement des sommets des triangles construits n'est pas sollicité dans la fiche.



I. Construction d'un triangle dont on connaît les longueurs de ses côtés

Ouvrez un document Geogebra. Effectuez toutes les étapes ci-dessous pour construire le triangle ABC tel que AB = 8 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm.

1) Créer un point A.
2) Utiliser le bouton « segment de longueur donné», puis cliquer sur le point A et taper 8 dans la fenêtre qui s'ouvre : on a tracé le segment [AB] de 8 cm.

II. Application

Ouvrez un nouveau document Geogebra et tracer le triangle suivant avec la même méthode que dans le I. :

Le triangle EFG tel que EF = 10 cm, EG = 7,6 cm et FG = 6,5 cm.

Figure 3 *– Fiche élève niveau 5e pour la construction d'un triangle avec GeoGebra*

2. Analyse des deux exemples

La tâche chinoise relève d'une utilisation de la géométrie dynamique pour générer des nouveaux usages. En effet, l'observation directe de la génération d'un lieu géométrique n'est pas possible sans la technologie. Sans la technologie, ces tâches ne sont pas résolues de la même manière. Chacune des quatre tâches est une déclinaison du même problème, sans changement du rôle que joue la géométrie dynamique. La séquence chinoise dans cette vidéo contient quatre taches, qui sont du même type. Ils sont constitués par la même figure initiale, mais une variation sur les propriétés du triangle. Par exemple, dans figure 1, le triangle dans la tâche est triangle équilatéral mais dans la figure 2, le triangle est devenu triangle rectangle. L'existence de la vidéo permet de prévoir qu'une façon possible d'utiliser ces tâches est de présenter le problème et sa résolution comme dans la vidéo. D'après cette vidéo, la façon dont l'enseignant utilise la technologie est traditionnelle, avec une centration du côté de l'enseignant.

Dans l'activité décrite par la fiche française, les tâches font un usage de la géométrie dynamique pour aussi générer des nouvelles tâches. Le professeur français intègre la géométrie dynamique sans besoin de rendre la figure mobile. La précision des instructions pas à pas montre que l'enseignant anticipe le fait que la résolution n'est pas une simple transposition de la procédure papier-crayon. Cependant l'enjeu est bien uniquement de produire une figure de triangle, sans que le choix des outils de construction ne soit problématisé pour l'élève. Pour un même type de construction, d'autres séquences de tâches avec la géométrie dynamique permettent de donner un autre rôle à la technologie, comme dans l'exemple des constructions de triangle par Voltolini (2014). L'usage de la technologie reste le même dans les deux tâches, qui ne varient que par le niveau de détail des instructions de construction, la seconde étant considérée comme l'application à l'identique de la procédure décrite pour la première tâche. Ces tâches sont orientées sur la technologie, mais contrairement à l'exemple chinois, il est bien prévu que les élèves manipulent directement l'environnement de géométrie dynamique.

Il s’agit du deuxième rôle attribué à la géométrie dynamique (Laborde, 2001) dans les tâches mathématiques parce qu’il faut utiliser des cercles pour construire le troisième sommet du triangle, ce qui n’est pas la façon dont les élèves voient la construction en papier et crayon avec un compas.

IV. UN USAGE DES TECHNOLOGIES NUMÉRIQUES ENCORE LIMITÉ EN MATHEMATIQUE

Du point de vue de la recherche, la géométrie dynamique est encore utilisée de façon limitée dans les classes. Deux rôles importants de la géométrie dynamique dans les tâches mathématiques ont été identifiés : rôle d’amplificateur et rôle de générateur.

Sur les rôles de la géométrie dynamique dans les tâches mathématiques, dans les deux exemples chinois et français, la technologie de géométrie dynamique est utilisée pour générer de nouvelles façons de résoudre un problème. Par exemple, dans l’exemple chinois, les tâches reposent beaucoup sur des points mobiles, alors ce type de tâche n’existerait pas sans géométrie dynamique. Mais la classe chinoise est accompagnée d’une orchestration basée sur une organisation de classe centrée sur l’enseignant, qui seul manipule la technologie et contrôle l’avancée de la résolution du problème. D’un autre côté, bien que le rôle joué par la géométrie dynamique dans les tâches de l’exemple français soit aussi de générer de nouvelles taches, elle favorise une orchestration basée sur une organisation de classe plus centrée sur l’élève. L'intervention dans la classe française est pilotée avec une procédure pas à pas sur papier. Ces deux exemples permettent d’envisager les analyses à conduire à partir des données que nous soumettrons aux enseignants participant à notre recherche.

Dans une autre recherche, j’ai analysé quelques leçons chinoises et françaises pour observer comment les enseignants chinois intègrent les logiciels de géométrie dynamique dans leurs classes. Sur les vidéos des cours chinois, la géométrie dynamique est contrôlée par l’enseignant. C’est-à-dire les élèves n’ont pas beaucoup de temps ni d’occasion pour manipuler la technologie eux-mêmes. Dans les classes françaises, les élèves utilisent la technologie directement en travail de groupe.

Les développements à prévoir concernent l’élaboration d’un modèle d’analyse qui mette en relation plus directement le rôle de la géométrie dynamique dans les tâches et la complexité que cela représente du point de vue des enseignants, avec les différentes orchestrations et le contrôle plus ou moins fort de l’enseignant. En effet, dans l’exemple chinois, la tâche dans laquelle la géométrie dynamique joue un rôle de générateur de nouvelles stratégies de résolution s’accompagne d’un contrôle renforcé par l’enseignant, alors que dans l’activité française, la tâche peu problématique, très technique, s’accompagne d’une autonomie plus importante laissée aux élèves. Les enseignants ne peuvent-ils faire un usage avancé de la géométrie dynamique qu’au prix d’une moindre autonomie des élèves ?

REFERENCES

Charrière, P.-M. (1995). Boîtes noires, *9*. Retrieved from http://icosaweb.ac-reunion.fr/GeomJava/abraCAda/M_abra.html

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in mathematics, 75*(2), 213-234.

Goos, M., & Soury-Lavergne, S. (2010). Teachers and teaching: theoretical perspectives and classroom implementation. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (pp. 311–328). Springer.

Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational studies in Mathematics*, *44*(1), 127-150.

Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving.*Educational Studies in Mathematics*, *44*(1), 151-161.

Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *6*(3), 283-317.

Soury-Lavergne, S. (2017). *Duos d'artefacts tangibles et numériques et objets connect és pour apprendre et faire apprendre les mathématiques* (HDR dissertation, Ecole Normale Supérieure de Lyon-ENS LYON; Institut Français de l'Education).

Trouche, L. (2003). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations.

Voltolini, A. (2014). Un duo d'artefacts virtuel et matériel pour apprendre à construire un triangle à la règle et au compas. *Grand N*, *94*, 25–46.

.