L'OUTIL MATHEMATIQUE A L'UNIVERSITE – QU'EN DISENT DES ETUDIANTS DE PREMIERE ANNEE UNIVERSITAIRE ?

HOPPENOT Philippe[*]

Résumé – Cette étude a été réalisée en première année universitaire, deux années universitaires consécutives (2015 à 2017) au département QLIO[1] de l'IUT[2] d'Evry, sur l'enseignement des mathématiques à un public non mathématicien. Elle analyse le ressenti des étudiants face à une approche outil des mathématiques, qui peut sembler naturelle dans ce contexte. Les résultats montrent que si l'approche outil a des effets positifs, une marge de progression est encore possible, même pour des notions déjà enseignées dans le secondaire.

Mots-clefs : enseignement universitaire, dimension outil, Dialectique Outil-Objet, ressenti des étudiants

Abstract – This article presents a study carried out over two academic years (from 2015 to 2017) in QLIO department of Evry's IUT. It deals with mathematic teaching to non-mathematician students in the first year of the university. It analyses students' feelings about a mathematical tool approach, which may seem natural in this context. The results show that while the tool approach has positive effects, it should not hide the object dimension, even for concepts already taught in secondary education.

Keywords: university teaching, tool dimension of mathematics, dialectic tool-object, felt of students

I. INTRODUCTION

Les étudiants qui s'inscrivent en première année universitaire dans un département d'IUT QLIO ont obtenu un bac général Scientifique (S, 25%) ou Economique et Social (ES, 35%), un bac technologique STMG[3] (15%) ou STI2D[4] (25%) ou même parfois un bac Professionnel. Les divers domaines de compétence couverts par cette formation nécessitent l'utilisation de nombreux modèles mathématiques. Chaque département d'IUT possède un Programme Pédagogique National. Dans le département QLIO, pendant leur première année de formation les étudiants suivent deux modules de mathématiques en algèbre et analyse, deux autres en probabilités en statistiques. Concernant l'algèbre, le Programme Pédagogique National (2013) fait explicitement référence aux notions suivantes : (1) "*développement et factorisation*" et (2) "*équations et inéquations linéaires, systèmes*". Les étudiants ont parfois beaucoup de mal à transformer des expressions algébriques, résoudre des équations du premier degré ou montrer l'équivalence entre deux programmes de calcul. Le constat récurrent de ces difficultés amène à se demander comment aider les étudiants à les surmonter. Une première question de recherche peut être formulée comme suit : " Est-ce que (re)donner une raison d'être à l'algèbre à travers la résolution de problèmes est une piste intéressante pour aider les étudiants à mieux maitriser le calcul algébrique élémentaire ?"

II. ASPECTS EPISTEMOLOGIQUES ET DIDATIQUES DE L'ALGEBRE

De même qu'il est clairement fait référence à l'algèbre élémentaire dans le Programme Pédagogique National, la question de la modélisation de problèmes y est explicite : "*Modéliser et résoudre des problèmes de gestion de production à l'aide d'équations et d'inéquations linéaires*". Douady (1986), dans sa dialectique outil-objet, propose un processus en six phases qui amène les élèves à mettre en jeu un outil implicite (phases *a* et *b*) que l'enseignant installe ensuite comme un objet d'étude (phases *c*, *d* et *e*) afin qu'il devienne un

[*] UEVE Paris Saclay – LDAR EA4434, Paris Diderot, Université d'Artois, Université de Rouen, Université Paris Créteil Val de Marne, Université Cergy-Pontoise – F0rance – p.hoppenot@iut.univ-evry.fr

[1] Qualité Logistique Industrielle et Organisation

[2] Institut Universitaire de Technologie

[3] Sciences et Technologies du Management et de la Gestion

[4] Sciences et Technologies de l'Industrie et du Développement Durable

outil explicite (phase *f*) mobilisable pour résoudre de nouveaux problèmes. Chevallard (1989) constate que "*La manipulation des expressions algébriques au cours du premier apprentissage organisé au collège, en effet, n'est tendue vers aucun but (mathématique) extérieur au calcul algébrique, lequel doit alors trouver en lui-même la source de ses propres exigences. Aussi les «règles» de cette manipulation sont-elles immotivées, purement formelles, s'exprimant par des consignes elles-mêmes standardisées (développer, factoriser, etc.)*" (p. 47). Dans notre contexte, les concepts mathématiques mis en jeu dans le processus comme base pour en développer de nouveaux sont anciens : ils ont déjà été largement étudiés dans l'enseignement secondaire. Larguier (2012) introduit la notion de *reprise* consistant à convoquer des savoirs institutionnalisés précédemment pour la résolution d'une tâche ne portant pas directement sur ces savoirs. On est dans ce cas-là lorsque l'on traite d'algèbre élémentaire en début de cycle universitaire. Les premières phases du cycle de Douady consistent alors en une mise en situation légitimant de revenir sur la phase d'étude de l'objet mathématique visé.

Nous avons commencé par analyser le contenu du cours qui leur était effectivement dispensé lors du premier semestre universitaire. Le Programme Pédagogique National pour le DUT QLIO porte sur des notions d'algèbre et d'analyse élémentaires. Nous nous sommes focalisé sur les aspects liés à l'algèbre. Nous avons étudié le document de cours distribué aux étudiants d'Evry en utilisant la notion de praxéologie définie par Chevallard (1999) dans le cadre de la TAD. Nous avons utilisé les trois Organisations Mathématiques Locales (OM locales ou praxéologies) du domaine de l'algèbre des expressions algébriques proposées dans la thèse de Pilet (2012) pour l'analyse en fin de collège (élèves de 14-15 ans). La première d'entre elles (OM1), "génération des expressions algébriques" à partir d’un problème énoncé en langue naturelle, permet d'analyser la dimension de modélisation et porte donc sur la dimension outil de l'algèbre (au sens de Douady). Les deux autres, "équivalence des expressions algébriques" (OM2) et "algèbre des polynômes" (OM3), permettent d'analyser la dimension de résolution en elle-même et portent donc sur la dimension objet de l'algèbre. Afin de prendre en compte des notions un peu plus complexes, présentes à l'IUT mais pas encore en fin de collège, il a fallu aller au-delà de ces trois OM. Nous avons utilisé une OM sur les équations (OM4), développée par Sirejacob (2014) et nous avons proposé une OM sur les inéquations (OM5) et une autre sur les systèmes d'équations (OM6). Ces trois OM comprennent des tâches de génération (ou de modélisation), d'équivalence et de résolution. Elles s'appuient sur les trois premières et contiennent à la fois une dimension outil et une dimension objet. La description détaillée de ces OM dépasse le cadre de cet article qui se concentre sur l'expérimentation effectuée et ce qu'en disent les étudiants. On pourra se reporter à Pilet (2012) et Sirejacob (2014) pour une revue détaillée de l'articulation des tâches, techniques, technologies et théories associés à ces OM, en référence à Chevallard (1999). L'analyse du cours grâce à ces OM permet de mesurer qu'aucune tâche d'équivalence n'est présente, que des tâches de type modélisation sont peu nombreuses et seulement présentes dans les exercices (et donc qu'il n'y a probablement pas d'institutionnalisation qui leur soit liée) et que les tâches de type résolution sont de loin les plus nombreuses.

Ce constat a guidé la mise en place de l'expérimentation. En effet, le nombre restreint de tâches de modélisation montre que l'aspect outil des mathématiques n'est que peu présent, alors qu'on pourrait s'attendre à ce qu'il soit prépondérant dans ce type de formation. L'absence de tâches d'équivalence est aussi à prendre en compte. Il serait possible de les introduire à partir de problèmes concrets, soit par la dimension outil de l'algèbre. C'est la démarche proposée par Douady (1986, p.23) avec son jeu de cible : "*Proposer aux élèves une situation très simple, qui a du sens pour eux, et dans laquelle se présente déjà le phénomène*". Ce qui amène à se poser la question suivante : La mise en place de séances de production et de résolution d'(in)équations ou de systèmes d'équations linaires à partir de problèmes décrits en langage naturel est-elle de nature à favoriser une évolution du rapport personnel des étudiants à l'algèbre vers un rapport idoine à l'algèbre ? La notion de rapport idoine à l'algèbre est celle donnée par Pilet (2012, p.33. note 16) : "*Ce terme est introduit par Chevallard (1989) : le rapport personnel d'un élève à l'algèbre peut être adapté au rapport institutionnel attendu, sans être pour autant idoine aux emplois effectifs de l'algèbre : « Vous pourrez douter, en revanche, que le rapport officiellement imposé se révèle bien adapté ou, comme nous dirons, idoine, à certains emplois effectifs que vous avez en tête (par exemple factoriser un polynôme P(c) du troisième degré, afin de résoudre l'équation P(x) = 0). »*"

Afin de permettre au processus décrit par Douady de s'enclencher, des problèmes concrets ont été proposés aux étudiants. Certains portent sur le cœur de leur formation en qualité et logistique. D'autres sont liés à la vie courante. Ils débouchent sur des modélisations mettant en jeu des équations/inéquations algébriques du premier et du second degré ainsi que des problèmes de généralisation et de preuve. Le problème du prestidigitateur (problème P.2 repris en annexe) illustre ce dernier cas: "*la propriété numérique étant vraie, on attend, à ce niveau, une preuve intellectuelle. Il est donc nécessaire de recourir aux techniques associées, c'est-à-dire utiliser l'outil algébrique pour formuler puis pour prouver une propriété numérique*" (Grugeon, 1997, p 182).

III. METHODOLOGIE ET ANALYSE

1. Evaluation du niveau initial des étudiants

Il était intéressant d'avoir une mesure du niveau initial des étudiants en algèbre élémentaire. L'évaluation diagnostique Pépite, développée pour analyser le niveau de maitrise en algèbre élémentaire des élèves de début de seconde (élèves de 15 ans), nous a permis de prendre la mesure des difficultés encore rencontrées par les étudiants à l'entrée à l'université. Cette évaluation d'algèbre élémentaire (Chenevotot-Quentin F., Grugeon-Allys B., Pilet J., Delozanne E., & Prévit D. 2015) porte sur le contenu du programme de troisième et donne une synthèse d'évaluation sur une échelle allant de A+ à C-. La lettre mesure le niveau de calcul algébrique lui-même (Pilet, 2012, p.189). Il s'agit de la dimension objet de l'algèbre, exprimant la dextérité de l'étudiant dans le traitement et la transformation des expressions algébriques. Le signe, + ou -, mesure le niveau d'usage de l'algèbre de l'étudiant. Il représente la dimension outil de l'algèbre, exprimant la capacité des étudiants à mobiliser l'algèbre pour résoudre les problèmes auxquels ils sont confrontés. Pilet (2012, p.193) fait l'hypothèse que "*certaines combinaisons semblent improbables*" : les groupes A- (très bon niveau en calcul algébrique sans capacité de mobilisation de l'algèbre) et C+ (niveau très faible en calcul algébrique et très bonne capacité de mobilisation de l'algèbre). Elle est confirmée dans les résultats présentés dans sa thèse.

Les étudiants concernés par cette étude ont effectué un diagnostic individuel en début de premier semestre universitaire. Leur répartition dans les catégories était à peu près identique sur les deux années de l'étude (29 étudiants en 2015-2016 et 37 étudiants en 2016-2017) : 21% en A+, 16% en B+, 38% en B- et 25% en C-. On retrouve l'absence d'étudiants dans les catégories A- et C+, comme en fin de collège (élèves de 15 ans). Le nombre important d'étudiants dans les catégories B- et C- confirme le sentiment initial d'une grande difficulté de certains étudiants en algèbre élémentaire.

2. Expérimentation proprement dite

En parallèle de leur enseignement classique, les étudiants ont travaillé sur des problèmes à modéliser puis à résoudre. Certains de ces problèmes sont tirés de la vie quotidienne, d'autres ont directement trait à la spécialité QLIO suivie par les étudiants. Par exemple, la résolution du problème P.1 donné en annexe nécessite de mobiliser des tâches de type modélisation de chacun des forfaits de téléphone. La forme de la question, trop ouverte pour obtenir une réponse simple (le forfait numéro 2, par exemple), doit être précisée pour pouvoir obtenir une réponse cohérente, ce qui oblige les étudiants à se poser des questions sur la preuve et la généralisation (au sens de Grugeon, 1997). Les autres problèmes sont donnés en annexe. Les tâches de résolution associées sont traitées entièrement afin de permettre aux étudiants de faire le lien entre les aspects objet (mesurés par la lettre de Pépite) et les aspects outil (mesuré par le signe + ou – de Pépite). Ces problèmes sont travaillés en classe, les étudiants ayant la possibilité d'échanger entre eux. Plusieurs solutions sont synthétisées au tableau par l'enseignant. On retrouve ici les différentes phases de la dialectique outil-objet décrites par Douady (1986). L'ancien de la phase *a* correspond à l'arithmétique et la manipulation des opérations. Il faut noter que bien que le nouveau implicite de la phase *b* de cette dialectique n'est pas réellement nouveau puisque les étudiants ont déjà abordé les notions d'algèbre élémentaire, il peut être considéré comme tel puisque beaucoup d'entre eux sont encore très loin de maitriser leur résolution. Les phases *c* et *d* d'explicitation et d'institutionnalisation sont l'occasion pour eux de revenir sur ces notions. Le fait d'étudier plusieurs problèmes, de complexité croissante, donne l'occasion aux étudiants de se familiariser avec la notion (phase *e*) et de s'engager dans des résolutions de plus en plus complexes (phase *f*).

Afin de mesurer l'impact du traitement collectif de ces problèmes sur chaque étudiant travaillant seul, nous avons demandé aux étudiants de résoudre seul un problème. Le type de problème choisi était de complexité moyenne, se rapprochant d'un problème traité en classe. Il mettait en œuvre des tâches de type modélisation et résolution.

3. Synthèse des analyses

Deux types de problèmes ont été choisis. Les uns étaient solubles arithmétiquement (sans faire appel à l'algèbre, une technique algébrique étant tout de même plus efficace qu'une technique purement arithmétique, par exemple P3 donné en annexe) et les autres non, en référence à la notion de problèmes connectés et déconnectés (Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L., 1996, p. 124). Des exemples sont donnés en annexe. Cette différence a permis de mettre en évidence un premier résultat : dans les deux cas, un tiers des étudiants (appartenant aux catégories B- et C- de Pépite) choisissent une technique arithmétique. Ces étudiants, très peu à l'aise avec l'algèbre élémentaire, continuent à mettre en œuvre une technique arithmétique quelle que soit la forme du problème. Les techniques algébriques ne sont pas suffisamment disponibles pour eux pour qu'ils y fassent appel. Si l'on se réfère aux résultats de Pépite, plus de 60% (B- et C-) ne faisaient pas appel à l'algèbre en début de semestre : la moitié d'entre eux y fait appel en fin de semestre. C'est un progrès.

Une analyse un peu plus détaillée des résultats précédents montre que, pour les étudiants des groupes A+ et B+, les tâches de modélisation algébrique et de résolution sont très bien menées : ils sont efficacement entrés dans la démarche algébrique. Sur cet aspect, il est intéressant de noter que le profil moyen des étudiants en B+ n'est pas différent de celui des A+. Néanmoins, la plupart, A+ et B+, utilisent encore très majoritairement une écriture pas à pas séparée ("si on exprime les résultats intermédiaires" par opposition à "écriture linéaire globale parenthésée si on exprime le résultat final" (Grugeon, 1997, p. 202), ce qui suggère que l'aspect structural des expressions algébriques (au sens de Sfard, 1991) n'est pas encore bien maîtrisé ou au moins que son utilisation n'est pas plus privilégiée que celle de l'aspect procédural. Il leur reste une marge de progression.

IV. CE QU'EN DISENT LES ETUDIANTS

Il nous a semblé intéressant de mesurer ce que disent les étudiants de la séquence d'étude décrite ci-dessus. Un questionnaire anonyme est proposé aux étudiants à la fin de la dernière séance de cours du premier semestre. Les étudiants commencent par indiquer leur bac d'origine et le groupe dans lequel ils se situent au regard de l'évaluation diagnostique Pépite. La première partie porte sur des questions générales :

1.a. Quel intérêt portez-vous aux mathématiques ?

1.b. Les mathématiques vous semblent-elles utiles ?

La seconde partie porte sur la séquence d'étude proprement dite :

2.a. Que pensez-vous de travailler sous la forme de problèmes pratiques ?

2.b. Cela vous a-t-il aidé à mieux comprendre les mathématiques ?

Les questions 1.a et 2.a font référence à la dimension objet des mathématiques : elles abordent les mathématiques pour elles-mêmes (sont-elles intéressantes, comment les travailler). "*Par objet, nous entendons l'objet culturel ayant sa place dans un édifice plus large qui est le savoir savant*" (Douady, 1986, p. 9). On parle ici de l'intérêt pour le savoir mathématique.

Les questions 1.b et 2.b font référence à la dimension outil des mathématiques : elles portent sur l'utilité et la capacité à les mettre en œuvre. Il est demandé aux étudiants de donner une évaluation sur une échelle de 1 à 4 (1 très faible à 4 très important) ainsi qu'un commentaire s'ils le souhaitent.

1. Analyse statistique classique

Les réponses à ces questionnaires des années universitaires (2015-2016 et 2016-2017) sont analysées. 77 étudiants[5] y ont répondu. Pour l'analyse, les réponses 1 et 2 (très faible et faible) sont regroupées ainsi que les réponses 3 et 4 (important et très important). A la question 1.a, 61% des étudiants disent avoir un fort intérêt pour les mathématiques et 39% un faible intérêt. La différence n'est pas tout à fait significative (p=0.08 avec un test de Fisher). Les réponses par groupe de bac fournissent des résultats intéressants. En effet, 81% des étudiants ayant obtenu un bac S et 83% des étudiants ayant obtenu un bac STI2D portent un fort intérêt aux mathématiques, les deux étant significativement différents de 50% (p=0.0024 et p=0.039)[6]. En revanche, 91% des étudiants ayant obtenu un bac STMG portent un intérêt faible aux mathématiques, significativement différents de 50% (p=0.012). Quant aux étudiants ayant obtenu un bac ES, l'intérêt qu'ils portent, en moyenne, aux mathématiques n'est pas significativement différent de 50%. La prise en compte du groupe d'appartenance suite à l'évaluation diagnostic Pépite montre que seuls les étudiants du groupe B ont un intérêt significativement fort pour les mathématiques (70%, p=0.043), ce qui n'est pas tout à fait vrai pour les étudiants du groupe A (75%, p=0.077) ni du groupe C (31% de fort intérêt, p=0.21). Ces dernières significativités s'expliquent par le nombre assez faible d'étudiants dans ces groupes. On conserve donc le résultat d'une forte prévalence du type de bac sur l'intérêt porté aux mathématiques, plus que du niveau réel des étudiants, cela malgré l'apport du travail autour de la modélisation et de la preuve réalisé pendant le semestre.

[5] Certains étudiants qui ont répondu au questionnaire n'avaient pas fait le test Pépite

[6] Le seuil de significativité est classiquement fixé à 0.05.

Concernant l'utilité des mathématiques (question 1.b), 77% des étudiants déclarent qu'elle est forte ($p=3\ 10^{-6}$). Les arguments les plus avancés pour justifier ce choix sont "il y a des mathématiques partout" et "l'avenir professionnel". Ainsi, beaucoup d'étudiants mesurent l'utilité des mathématiques. On peut espérer s'appuyer sur cet élément pour les motiver à progresser. Une analyse détaillée révèle de très fortes disparités. En effet, les étudiants ayant obtenu un bac STMG ne jugent les mathématiques utiles que dans 54% des cas, soit tout juste un sur deux. Pour tous les autres, l'utilité des mathématiques est jugée bien supérieure à 50%. Plus clairs encore sont les résultats en fonction du groupe Pépite : A (94%, p=0.00052), B (84%, p=0.00011) et C (50%, p=1). Les étudiants faibles en algèbre (ils représentent 25% des étudiants) déclarent ne pas voir d'utilité aux mathématiques.

La seconde partie du questionnaire a porté sur les problèmes concrets eux-mêmes. A la question 2.a, les étudiants ont un avis mitigé : 41% (p=0.16) des étudiants trouvent cette approche intéressante. Ce pourcentage n'est pas significatif. On aurait pu penser que la confrontation à des problèmes concrets en les amenant à travailler sur des types tâches peu présentes initialement dans l'enseignement comme la modélisation et la preuve, aurait été de nature à susciter un intérêt significatif et donc à donner à chercher une meilleure maitrise de l'outil mathématique par un travail sur la dimension objet des mathématiques en incluant des types de tâches suffisamment variés, modélisation et preuve en particulier. A la question 2.b, les étudiants répondent à 74% (p=0.0138) que cette approche ne leur permet pas de mieux comprendre les mathématiques. Les résultats sont de même nature avec une analyse par type de bac ou une analyse en fonction du niveau en algèbre élémentaire. L'objectif visé d'aider les étudiants à mieux comprendre les mathématiques n'est pas ressenti comme tel par les étudiants.

2. Analyse statistique implicative

Au-delà de ces analyses portant sur une réponse en fonction d'un facteur ou d'un autre, il est intéressant d'identifier s'il existe des liens d'implication entre différents éléments. Les statistiques implicatives permettent de mettre à jour ces liens. Un lien implicatif de A vers B est avéré s'il y a significativement peu de contre-exemples. L'implication obtenue n'est donc pas toujours vraie au sens strict de la logique mathématique, mais elle est rarement mise en défaut. Cette vision est intéressante pour analyser des relations de cause à effet probables, voire très probables. Le logiciel CHIC, développé depuis plus de vingt ans (Gras R., & Larher A, 1992), offre la possibilité d'extraire ces implications. Nous avons utilisé ici des graphes implicatifs, permettant "*d'obtenir un graphe sur lequel les variables qui possèdent une intensité d'implication supérieure à un certain seuil sont reliées par une flèche représentant l'implication*" (Couturier, & Gras R., 2005, p. 681). Les variables que nous avons prises en compte sont les suivantes :

- Le baccalauréat obtenu par les étudiants (S, ES, STI2D, STMG, Pro)
- Les groupes A, B et C issus de l'évaluation diagnostic Pépite
- L'intérêt porté aux mathématiques (MCIM12 pour faible et MCIM34 pour fort)
- L'utilité ressentie des mathématiques (MCUM12 pour faible et MCUM34 pour forte)
- L'avis sur le travail sur des problèmes (ASR12 pas intéressant et ASR34 intéressant)
- L'avis sur le fait que les situations réelles aident à mieux comprendre les mathématiques (SRAMCM12 pour non et SRAMCM34 oui)

La Figure 1 est un graphe montrant les liens d'implication entre les baccalauréats des étudiants et leurs groupes issus de l'évaluation diagnostique Pépite. Rappelons que ce diagnostic porte sur l'algèbre élémentaire de fin de troisième. Premier constat : les étudiants ayant obtenu un bac STI2D n'apparaissent pas dans ces graphes. On voit aussi clairement trois groupes apparaitre. Il est frappant de voir une telle catégorisation encore apparente sur des notions introduites trois années plus tôt. Une analyse un peu plus fine montre plus précisément que les étudiants ayant obtenu un bac ES se retrouvent dans le groupe B (Pépite) et que les étudiants de STMG ou de bac pro se retrouvent dans le groupe C. On apprend aussi que les étudiants du groupe A viennent très probablement du bac S. Mais on ne peut pas dire qu'un étudiant ayant obtenu un bac S sera probablement dans le groupe A : on aurait pourtant pu le penser. Si on prend en compte les variables liées à l'intérêt pour les mathématiques et l'utilité ressentie des mathématiques, on voit que des étudiants ayant un bac S trouvent un intérêt dans les mathématiques (MCIM34), alors que ce n'est pas le cas des bacs STMG et Pro (MCIM12). Les étudiants ayant un bac ES n'ont pas de position consensuelle sur cette question. On retrouve aussi le résultat indiqué précédemment que les étudiants les plus faibles en algèbre élémentaire (C) voient une faible utilité des mathématiques (MCUM12) alors que les étudiants les plus à l'aise (A) pensent que les mathématiques ont une utilité forte (MCUM34). De plus, cette même figure montre qu'une utilité jugée faible par les étudiants (MCUM12) implique un intérêt faible de ces mêmes étudiants pour les mathématiques (MCIM21).

Figure 1. *Graphe implicatif entre baccalauréat, groupe Pépite et travail classique*

La Figure 2 montre les liens entre type de bac, groupe Pépite et travail sur les situations réelles. Le type de bac a une influence sur l'avis du travail sur les problèmes concrets (ASR) pour les étudiants ayant un bac S (intéressant) et ceux ayant un bac ES ou STMG (pas intéressant). Ainsi les étudiants provenant de ces bacs non scientifiques ont un avis négatif sur le travail sur les situations réelles. On aurait pu penser que le travail sur des tâches de modélisation (et de preuve dans certains cas), venant combler les lacunes de l'enseignement initial, serait de nature à les amener à avoir un effet positif sur leur compréhension des mathématiques. Quant à savoir si ce travail sur des situations réelles les aide à mieux comprendre les mathématiques (SRAMCM), le bac d'origine n'a pas d'implication directe et seule l'appartenance au groupe B de Pépite préjuge d'une aide non efficace.

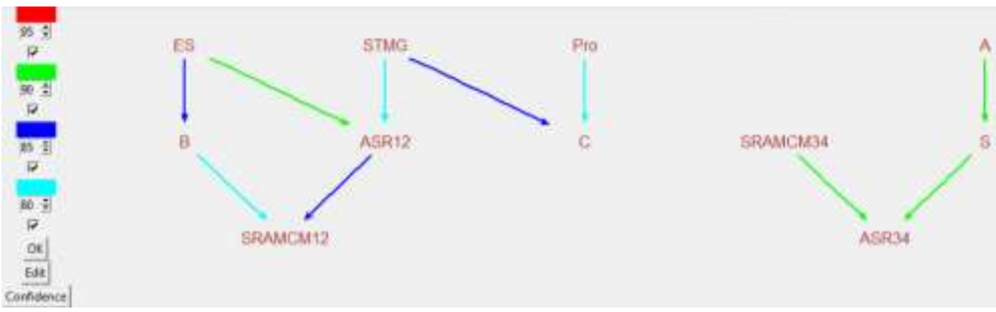

Figure 2. *Graphe implicatif entre baccalauréat, groupe Pépite et situations réelles*

3. Bilan

Des analyses présentées ci-dessus, on peut tirer plusieurs enseignements. Le premier est que l'intérêt que portent les étudiants aux mathématiques est très fortement lié à leur bac d'origine : positif pour les bacs scientifiques, neutre pour les bacs ES et faible pour les bacs STMG. Ce n'est pas étonnant. Les liens forts entre type de bac et niveau en algèbre élémentaire est un second enseignement, préoccupant. Les élèves provenant de STMG ont une forte propension à avoir un niveau très faible en algèbre élémentaire (groupe C de Pépite) et ceux de ES n'ont qu'un niveau moyen (groupe B). Pour ces formations, après trois années de lycée, des lacunes importantes persistent sur le programme de $3^{\text{ème}}$ (élèves de 15 ans). De plus, l'obtention d'un bac S n'est pas une condition quasi-suffisante (au sens des statistiques implicatives) pour avoir un bon niveau en algèbre élémentaire. Le troisième enseignement porte sur l'utilité ressentie des mathématiques. Si elle est globalement forte, les étudiants de STMG et les étudiants les plus faibles en algèbre élémentaire ne sont pas de cet avis. Il semblerait que l'utilité des mathématiques soit évaluée par les étudiants en fonction de leur propre niveau. La Figure 1 montre aussi qu'une utilité des mathématiques ressentie comme faible implique un intérêt faible pour les mathématiques. Jouer sur le sentiment d'utilité est donc de nature à éliminer une cause de manque d'intérêt et, on peut l'espérer, à susciter une motivation plus importante. On peut donc penser que renforcer l'aspect outil des mathématiques est de nature à influencer l'intérêt porté aux mathématiques. Le quatrième enseignement a trait à l'avis donné par les étudiants sur le travail à partir de problèmes concrets. Il est globalement mitigé. On mesure là encore que la provenance des étudiants est un facteur qui influence fortement cet avis, les non scientifiques trouvant ce travail peu intéressant contrairement aux étudiants scientifiques. Les résultats de la Figure 2 montrent qu'il reste un nombre important d'étudiants moyens (groupe B) qui pensent que le travail sur les situations réelles n'aide pas à mieux comprendre les mathématiques. Des informations recueillies auprès des étudiants pendant les cours éclairent ce fait : les difficultés rencontrées en mathématiques sont évoquées comme un frein à les utiliser pour des situations réelles. Cette affirmation plaide pour renforcer aussi un travail avec une approche objet des mathématiques.

V. CONCLUSIONS ET PESPECTIVES

Ce travail a porté sur l'analyse de l'avis des étudiants sur une séquence d'enseignement pendant un semestre en IUT QLIO. L'hypothèse initiale était que le travail sur la dimension outil des mathématiques, en confrontant les étudiants à des situations réelles portant sur leur cœur de formation et la vie courante, serait de nature à faire progresser leur intérêt pour les mathématiques. Cette étude donne des éléments en faveur de cette hypothèse. Mais d'autres éléments plaident en faveur d'un renforcement de l'aspect objet des mathématiques. En effet, les étudiants les plus faibles ont du mal à percevoir *a priori* l'utilité des mathématiques. On retrouve la Dialectique Outil-Objet décrite par Douady (1986).

Pour mieux mesurer l'apport de cette séquence, il serait intéressant de questionner les étudiants avant et après la séquence de cours et de mesurer l'évolution de leurs réponses. Renforcer la dimension technologique (au sens de la TAD) afin de favoriser aussi le développement de la dimension objet des mathématiques est une autre piste à explorer. En effet, la référence à cette dimension technologique semble bien souvent absente dans le travail des étudiants qui peinent à justifier leurs résultats. La difficulté est alors de ne pas rebuter ces étudiants pour qui les mathématiques sont une discipline difficile et parfois redoutée.

ANNEXES

Exemples de problèmes concrets travaillés en classe

Deux problèmes faisant intervenir des preuves

P.1. Un opérateur téléphonique propose trois forfaits : F1 à 30 euros, appels illimités, F2 à 15 euros pour 4 heures, puis 5 centimes par minute et F3 à 2 euros pour 2 heures, puis 8 centimes par minute. Quel est le meilleur forfait ?

P.2. Lors de la fête de fin d'année, le BDE de l'IUT invite un prestidigitateur. Pendant la soirée, ce dernier demande à Fabrice : "Prends un nombre, ajoute 5 puis multiplie par 2. Ca va ? OK. Maintenant, tu ajoutes le nombre initial et tu ajoutes 2. Ca va toujours ? Très bien. Puis tu divises par 3 et retranches ton nombre initial. OK ?... Tu as trouvé… 4 !".
Fabrice, au premier abord impressionné, réfléchit… et découvre le pot aux roses.

Un problème connecté (au sens de Bednarz (1996))

P.3. Un éleveur possède un troupeau de vaches laitières. Dans son champ, il a un abreuvoir rempli d'eau. Le premier jour, le troupeau boit 1500 litres et le soir le fermier rajoute 1000 litres. Le même scénario se déroule le lendemain. A peine vient-il de finir que son voisin lui demande s'il peut prendre de l'eau dans l'abreuvoir. Il l'autorise à prendre la moitié de son contenu. Le même scénario que le premier jour se répète les jours suivants et lorsque le fermier arrive dans son champ le $4^{ème}$ soir l'abreuvoir est vide. Quelle était la quantité d'eau initiale dans l'abreuvoir ?
Une modélisation arithmétique attendue

$$(1500 + 1500-1000)*2 +1500-1000+1500-1000 = 5000$$

Une modélisation algébrique attendue (x étant le volume cherché)

$$(x-1500+1000-1500+1000)/2 - 1500+1000 - 1500 = 0$$

Des problèmes déconnectés (au sens de Bednarz (1996))

P.4. Un vendeur de fuel domestique vient d'acquérir une nouvelle cuve de stockage de 100 m^3 qu'il peut faire remplir le samedi pour honorer ses commandes de la semaine suivante. Son objectif est de livrer chaque jour ses clients réguliers et de réapprovisionner son stock chaque soir avec au maximum 20 m^3 de fuel.

1. Quel volume maximum de fuel peut-il livrer chaque jour de la semaine (du lundi au vendredi) sachant que cette quantité est la même chaque jour ?
2. Il souhaite pouvoir faire face à une commande extraordinaire par semaine. Il estime qu'un bon client peut lui demander jusqu'à la moitié de son stock le mercredi matin, à livrer le jour même, en plus des commandes habituelles. Quelle est alors la nouvelle quantité de fuel qu'il peut s'engager à livrer pour ses commandes habituelles sans se trouver en rupture de stock ?

Une modélisation attendue pour la question 1 : $100 - x +20 - x +20 - x +20 - x +20 - x = 0$
Une modélisation attendue pour la question 2 : $(100 - x +20 - x +20)/2 - x +20 - x +20 - x = 0$

P.5. Franck travaille dans un entrepôt de produits toxiques nécessitant des niveaux de sécurité allant de 0 (très faible) à 5 (très important). Son responsable l'appelle pour lui demander de délimiter en urgence une zone de niveau 0 de 90 m² au sol. Ce type de zone, rectangulaire, est adossé contre un mur et délimitée au sol par un ruban adhésif jaune et noir. Franck dispose de 25 m de ruban adhésif. Pourra-t-il délimiter la zone demandée ?

Problèmes concrets travaillés seuls

P'.4. Un vendeur de matériaux de construction vient d'acquérir une nouvelle capacité de stockage de sable de 100 m^3 qu'il peut remplir le samedi pour honorer ses commandes de la semaine suivante. Son objectif est de livrer chaque jour ses clients réguliers et de réapprovisionner son stock chaque soir avec au maximum 20 m^3 de sable.

1. Quel volume maximum de sable peut-il livrer chaque jour de la semaine (du lundi au vendredi) sachant que cette quantité est la même chaque jour ?
2. Il souhaite pouvoir faire face à une commande extraordinaire par semaine. Il estime qu'un bon client peut lui demander jusqu'à la moitié de son stock le mercredi matin, à livrer le jour même, en plus des commandes habituelles. Quelle est alors la nouvelle quantité de sable qu'il peut s'engager à livrer pour ses commandes habituelles sans se trouver en rupture de stock ?

P''.4. Une chaine de boulangerie demande aux grands moulins de Corbeil-Essonnes de se fournir en farine pour tout le département de l'Essonne, à raison d'une livraison par jour. Afin de pouvoir honorer cette commande, Alain, le responsable des stocks des grands moulins peut dégager un silo de 8 tonnes de farine qui peut être rempli en fin de semaine pour les livraisons de la semaine suivante. Chaque soir, il peut rajouter au maximum 1,6 tonne de farine dans son silo.

1. Quelle quantité maximum de farine peut-il livrer chaque jour de la semaine (du lundi au vendredi) sachant que cette quantité est la même chaque jour ?
2. Alain souhaite pouvoir faire face à une commande extraordinaire par semaine. Il estime qu'un bon client peut lui demander la moitié de son stock le mercredi matin, à livrer le jour même, en plus des commandes habituelles. Quelle est alors la nouvelle quantité de farine qu'il peut s'engager à livrer pour ses commandes habituelles sans se trouver en rupture de stock ?

REFERENCES

Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching* (Vol. 18). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Chenevotot-Quentin F., Grugeon-Allys B., Pilet J., Delozanne E., & Prévit D. (2015). Transfert du diagnostic PEPITE à différents niveaux scolaires : tests diagnostiques pour les élèves et leurs usages pas les enseignants. Dans L. Theis (dir.), *Actes du colloque EMF2015* (GT6, 566-583). Coutat S. (Eds.).

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathéatiques au collège - Partie 2 - Perspectives curriculaires : la notion de modélisation, *Petit x, Vol. n°19, 43-72.*

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique de mathématiques, 19 (2)*, 221-265.

Couturier R., & Gras R. (2005). CHIC : traitement de données avec l'analyse implicative, *Revue des nouvelles technologies de l'information, Vol n°3*, 679-684

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil/objet, *Recherches en didactique de mathématiques*, 7 (2), 5-32.

Gras R., & Larher A (1992). L'implication statistique, une nouvelle méthode d'analyse de données, *Mathématiques et sciences humaines, tome 120*, 5-31

Grugeon B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire, *Recherches en didactique des mathématiques, 17.2, 167-210.*

Larguier, M. (2012). La recherche des différents types de nombres: un problème de la profession en seconde, *Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 32, n°1,* 101-144.

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche. (2013). Diplôme Universitaire de Technologie - QUALITE, LOGISTIQUE INDUSTRIELLE ET ORGANISATION - Programme Pédagogique National. http://cache.media.enseignementsup-recherche.gouv.fr/file/25/09/9/PPN_QLIO_256099.pdf

Pilet, J.(2012). Parcours d'enseignement différencié appuyé sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation, *Paris Diderot, Thèse de doctorat.*

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics*, *22* , 1-36.

Sirejacob, S. (2014). Les équations en classe de troisième générale, *Paris Diderot Mémoire de Master de Didactique des Mathématiques.*