

L'ÉCART TYPE ET SON INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

VERMETTE* Sylvain

Résumé – La recherche décrite dans cet article vise à explorer les connaissances professionnelles en statistique d'enseignants de mathématiques du secondaire reliées au concept d'écart type. Douze enseignants de mathématiques du secondaire du Québec ont été confrontés à des réponses et raisonnements d'élèves associés à des tâches faisant intervenir ce concept. L'analyse des réponses des enseignants permet d'explorer les compréhensions et pratiques de ces enseignants, associées au concept d'écart type, et de porter un regard sur l'enseignement de ce concept.

Mots-clefs : Connaissances des enseignants, écart type, statistique.

Abstract – In this research, we explore teachers' statistical knowledge related to the concept of standard deviation. Twelve Quebec high school mathematics teachers were asked to respond to scenarios describing students' strategies, solutions and misconceptions when faced with a task based on this concept. The teachers' responses primarily helped to analyze their comprehension and practices associated with the concept of standard deviation and also to gain insight on how to teach this concept.

Keywords: Teachers' knowledge, standard deviation, statistics.

I. CONTEXTE

Au cœur même d'une ère où la technologie prend de plus en plus de place et où les informations fusent de toutes parts, l'utilisation de données statistiques est en pleine croissance. De nos jours, un citoyen doit être à même d'avoir cette faculté d'analyse pour développer un jugement critique, une évaluation personnelle des données qui lui arrivent quotidiennement considérant que le citoyen d'aujourd'hui est continuellement confronté à des données et graphiques statistiques et qu'il est plus souvent nécessaire pour lui non pas de produire des statistiques, mais bien d'interpréter les résultats obtenus. Ainsi, les statistiques constituent une forme de langage qu'ils doivent maîtriser. La place tenue par la statistique dans la société actuelle fait donc en sorte qu'il devient fondamental de s'interroger sur l'enseignement de cette discipline dans l'intention de former ce que certains appellent le citoyen de demain. Si l'intention est de promouvoir le développement de la pensée statistique chez les élèves comme futur citoyen, il faut alors s'attarder à développer chez eux des compréhensions de base pour interpréter les données statistiques. Il convient donc de se demander quelles sont les connaissances des enseignants à ce sujet, car ces derniers accompagnent les élèves et organisent l'enseignement en offrant notamment un environnement propice aux élèves pour favoriser leurs apprentissages. On peut penser aussi que la connaissance des conceptions relatives à un concept particulier permet aux enseignants non seulement de mieux planifier leur enseignement, mais aussi de mieux organiser et gérer l'activité des élèves dans la classe de façon à ce que ceux-ci rencontrent les éléments d'un savoir mathématique visé. Dans ce qui suit, les ancrages théoriques sur le concept de dispersion qui orientent ce travail sont présentés ainsi qu'une clarification de ce qui est entendu par les connaissances professionnelles des enseignants. Après avoir considéré les aspects méthodologiques de l'étude, l'analyse offre des stratégies d'enseignants associées à une tâche faisant intervenir le concept d'écart type. L'article se termine avec une discussion des résultats sous l'optique de considérations pour la formation des enseignants.

* Université du Québec à Trois-Rivières – Canada – sylvain.vermette@uqtr.ca

II. ANCRAGES THÉORIQUES

1. *La dispersion des données*

Les données d'une distribution présentent des variations et bien que les mesures de tendance centrale nous informent sur une dimension importante d'une distribution, employées seules, elles peuvent induire une représentation incomplète de la réalité de la distribution observée, d'où l'intérêt de s'intéresser à la variabilité des valeurs d'une variable statistique. Celle-ci s'évalue principalement à l'aide des mesures de dispersion qui témoignent des variations des données présentes dans une distribution.

Une mesure de dispersion permet de décrire un ensemble de données concernant une variable particulière, en fournissant une indication sur la variabilité des valeurs au sein de l'ensemble des données. (Dodge, 1993, p. 225)

Une mesure de dispersion très utilisée pour décrire la variabilité d'une distribution est sans aucun doute l'étendue. Son choix s'explique probablement non seulement par sa simplicité de calcul, soit faire la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la distribution, mais aussi par la simplicité à interpréter le résultat obtenu (la longueur du plus petit intervalle qui inclut toutes les valeurs de la distribution). Employée seule, l'étendue représente cependant un moyen limité pour mesurer la variabilité compte tenu que cette mesure de dispersion ne tient pas compte de l'influence de la fréquence de chacune des valeurs de la variable statistique sur la variabilité, d'où l'intérêt pour l'écart moyen et l'écart type, des mesures qui donnent une indication de la variabilité des valeurs d'une variable statistique en prenant en considération cette fois toutes les données de la distribution et permettant de connaître la dispersion des données par rapport au centre de la distribution, soit la moyenne de la distribution. Le défi d'interprétation semble toutefois plus grand dans le cas de ces mesures.

La compréhension de l'écart type, et en l'occurrence de l'écart moyen, englobe de nombreux concepts statistiques tels que la moyenne arithmétique, les écarts par rapport à la moyenne et la densité relative des données autour de la moyenne, ce qui peut expliquer les difficultés rencontrées par les enseignants à enseigner ces concepts (Delmas et Liu, 2005). Proulx (2017) souligne d'ailleurs que concevoir la moyenne comme mesure de tendance centrale implique une relation importante avec les mesures de dispersion dans le but de faire une analyse de la dispersion des données à l'intérieur de toute la distribution pour s'assurer que la moyenne est représentative de ces données, qu'elle est une mesure pertinente de la distribution, de sa tendance centrale. En fait, la moyenne a un véritable intérêt lorsqu'elle est interprétée en fonction des données de la distribution et de leur dispersion. Dans le même sens, comme l'écart type et l'écart moyen sont des mesures statistiques liées à la moyenne, ces mesures de dispersion n'ont d'intérêt qu'au regard de la distribution et de sa tendance centrale, ce qui permet entre autres de prendre en compte les effets des valeurs aberrantes sur ces mesures statistiques. À titre d'exemple, dans le cas d'une distribution asymétrique où la moyenne n'offrirait pas un portrait juste de la tendance centrale de la distribution, c'est davantage la médiane que la moyenne qui pourrait être représentative de la distribution et de sa tendance centrale (et la médiane serait alors reliée à l'étendue interquartile, et non à l'écart type ou à l'écart moyen). Bref, la compréhension de l'écart type et de l'écart moyen nécessite une conception dynamique de la distribution qui coordonne tous ces concepts (Peters, 2014).

Face à ces défis, des travaux montrent que la compréhension de l'écart type se limite souvent à l'application de son algorithme de calculs et soulignent par le fait même les difficultés des étudiants à mesurer la variabilité en termes de proximité des données par rapport au centre de la distribution (Cooper et Shore, 2010; Dabos, 2011; delMas et Liu,

2005; Makar et Confrey, 2005; Meletiou-Mavrotheris et Lee, 2005). Les difficultés d'interprétation de l'écart type sont d'autant plus vraies à partir de représentations graphiques. Selon Garfield et Ben-Zvi (2005), être en mesure de reconnaître et de comprendre la façon dont la dispersion des données se manifeste dans différentes représentations graphiques constitue un aspect important à travailler dans le développement de ce concept compte tenu que les représentations graphiques créent des obstacles en favorisant l'apparition de conceptions erronées de par leur apport visuel et ce, particulièrement dans le cas d'histogrammes et de diagramme à bandes. Ces difficultés peuvent être accentuées par le fait que ce volet semble négligé dans l'enseignement au secondaire où trop souvent l'accent est mis sur les règles qui régissent la construction des différentes représentations graphiques (Garfield et Ben-Zvi, 2005). On peut s'intéresser à l'allure générale du graphique, au maximum et au minimum ou aux données extrêmes, sans nécessairement développer une compréhension adéquate des relations existantes entre les différents concepts statistiques, en particulier le centre de la distribution et la dispersion des données par rapport à ce centre pouvant ainsi mener à l'étude du concept d'écart type.

D'autres aspects relatifs à la variabilité des valeurs d'une variable statistique peuvent certainement être répertoriés. Toutefois, cette entrée en statistique descriptive sur la mesure de la variabilité en termes de proximité des données par rapport au centre de la distribution, à partir de l'écart type et de son interprétation graphique, constitue l'un des aspects privilégié pour la construction des tâches soumises aux enseignants. Un autre aspect, lié cette fois aux connaissances mobilisées par les enseignants dans leur pratique, a également été mis de l'avant.

2. *Les connaissances professionnelles : des connaissances liées à la pratique*

On reconnaît aujourd'hui que l'enseignant mobilise dans sa pratique des formes spécifiques de connaissances, différentes des formes standards apprises dans les cours de mathématiques universitaires (Ball et al., 2008; Moreira et David, 2005, 2008; Margolinas et al., 2005). Les récents développements sur les connaissances mathématiques des enseignants montrent que certaines connaissances prennent leur source dans la pratique d'enseignement, donc reliées aux événements émergeant du contexte d'enseignement-apprentissage (Bednarz et Proulx, 2009; Davis et Simmt, 2006, Margolinas, 2014). Ce qui précède fait écho avec l'intention de ce travail qui s'aligne avec la conceptualisation des mathématiques professionnelles s'inspirant des travaux de Proulx et Bednarz (2011) et Moreira et David (2005), qui tracent une distinction entre les mathématiques académiques et les mathématiques scolaires en tant que champs de connaissances différents. Par exemple, lors de l'enseignement-apprentissage de concepts mathématiques, plusieurs événements mathématiques émergent et sont pris en compte par l'enseignant: des raisonnements (adéquats ou non) permettant de donner un sens aux concepts; des conceptions, difficultés et erreurs sur les concepts travaillés et leurs compréhensions; des stratégies et approches diverses pour résoudre un problème; des représentations et symbolismes/écritures variées (standards ou non) pour exprimer une solution; des questions nouvelles et avenues à explorer, etc. Ces événements mathématiques ne réfèrent pas uniquement aux concepts présents dans les documents curriculaires, qui établissent ce qui doit être enseigné, mais réfèrent aussi aux éléments mathématiques qui entourent l'enseignement-apprentissage des mathématiques et avec lesquels l'enseignant doit travailler en classe. Les mathématiques professionnelles de l'enseignant renvoient donc à un corpus de connaissances et de pratiques mathématiques qui sont articulées aux questions d'enseignement-apprentissage des mathématiques (Bednarz et Proulx, 2010).

Il apparaît donc de cette conceptualisation des connaissances mathématiques mobilisées par l'enseignant dans sa pratique deux dimensions importantes. D'abord, ces connaissances sont situées (Lave, 1988), elles s'élaborent dans un certain contexte lié à la pratique d'enseignement. Celles-ci ne sont pas indépendantes de l'apprentissage des élèves. Ensuite, ces connaissances sont ce que Mason et Spence (1999) appellent « knowing-to act in the moment ». Ainsi, ce savoir-enseigner de l'enseignant se construit et s'adapte en temps réel à la situation, en réaction à celle-ci. On parle ici de connaissances déployées sur-le-champ, liées à l'intervention en réponse à un événement (un script qui sort de la planification prévue, une question d'élève, une réponse inattendue, une erreur non prévue, etc.).

Cette orientation sur des mathématiques articulées à la pratique est au cœur de la recherche décrite dans ce texte. Ici, les connaissances professionnelles d'enseignants de mathématiques du secondaire sont étudiées sous deux angles à partir de tâches faisant intervenir des contenus scolaires en statistique et des raisonnements d'élèves associés à ces contenus (voir section 3). Le premier concerne la connaissance du concept d'écart type par les enseignants. Ces derniers sont-ils capables dans un premier temps de réaliser la tâche et de repérer les erreurs des élèves ? Le second concerne leur capacité à intervenir auprès des élèves pour leur donner à réfléchir à partir de leurs erreurs.

III. METHODOLOGIE

Le projet, qui fait partie d'un programme de recherche plus large axé sur des questions liées à l'enseignement de la statistique ayant comme objectif le développement et l'analyse de formations pour enrichir l'expérience statistique, est à caractère exploratoire. Pour répondre à la question de recherche, soit d'en connaître davantage sur les connaissances professionnelles en statistique d'enseignants de mathématiques du secondaire sur l'écart type, des entrevues, organisées autour de la résolution de tâches et d'un questionnement préalablement préparé, ont été développées comme méthode de collecte de données afin d'obtenir les réponses des participants pour arriver à mieux saisir leurs capacités à enseigner ce concept. Les tâches consistaient à analyser des contenus d'enseignement ainsi qu'à réfléchir sur l'appropriation de ces contenus par l'apprenant à travers l'analyse de solutions et raisonnements d'élèves et, par le fait même, à proposer une intervention possible pour faire avancer leurs raisonnements et compréhensions mathématiques. Les entrevues ont été menées auprès de douze enseignants de mathématiques au secondaire du Québec. Les douze participants provenaient de différentes écoles et participaient à cette étude sur une base volontaire. Ils avaient tous suivi un cours de statistique dans le cadre de leur formation universitaire en enseignement des mathématiques au secondaire et avaient minimalement cinq années d'expérience dans l'enseignement des mathématiques au secondaire. Toutes ces modalités ont permis d'en connaître davantage sur les connaissances professionnelles des enseignants, des connaissances qui sont directement reliées aux questions d'enseignement-apprentissage des mathématiques et à leurs pratiques de classe, liées au concept d'écart type.

Dans ce qui suit, une tâche est présentée à titre illustratif. Celles-ci est construite sur la base d'analyses de contenus statistiques liés au concept d'écart type (analyses didactiques, conceptuelles et épistémologiques; Brousseau, 1998) et inspirées d'analyses provenant des recherches conduites dans le domaine (Cooper et Shore, 2008 ; delMas et Liu, 2005 ; Meletiou-Mavrotheris et Lee, 2005).

1. Exemple de mise en situation¹

Temps 1 : Résoudre le problème

Une enseignante a recueilli des statistiques tout au long de l'année sur la quantité d'eau bue mensuellement par les élèves de secondaire 4 de son école. Dans l'école, il y a trois groupes de secondaire 4 composé chacun de 27 élèves. Les statistiques qu'elle a recueillies se retrouvent dans la figure 1 qui suit. Au regard des groupes A, B et C, quelle distribution a le plus grand écart type ? Quelle distribution a le plus petit écart type ? Justifiez vos choix.

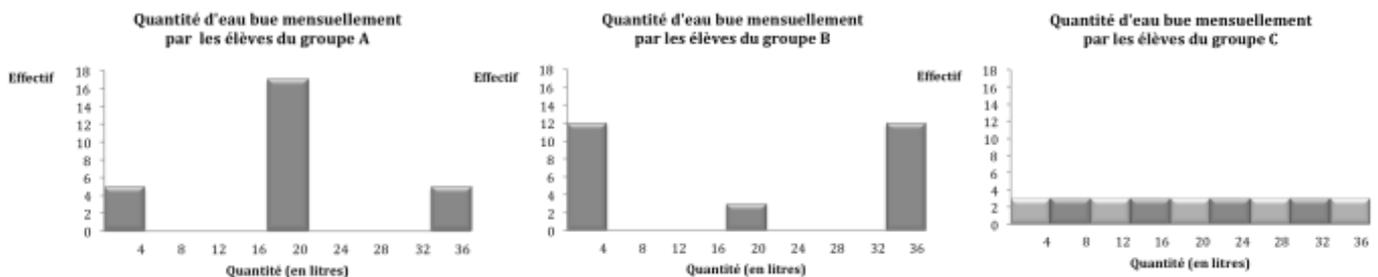


Figure 1 – Quantité d'eau bue mensuellement par les élèves de secondaire 4

Temps 2 : Réponse d'élèves au problème et interventions

À cette question, deux élèves en arrivent à une conclusion différente pour le groupe C. Le premier affirme que la représentation graphique du groupe C illustre la distribution avec le plus grand écart type. Ce dernier s'appuie sur le fait que la représentation graphique du groupe C est celle qui comprend le plus grand nombre de bandes. Ceci étant indicateur d'une grande variété de quantité d'eau bue mensuellement par les élèves, il conclut donc que cette distribution admet le plus grand écart type. Le second élève, quant à lui, affirme que la représentation graphique du groupe C illustre la distribution avec le plus petit écart type. Son argumentation est basée sur le fait que les bandes de la représentation graphique du groupe C ont une hauteur uniforme et par conséquent, que cette distribution admet nécessairement le plus petit écart type. Qui a raison? Comment interviendriez-vous auprès de ces élèves?

Dans cette mise en situation, le concept d'écart type intervient à travers la dispersion des données de deux distributions représentées par des histogrammes. La distribution ayant le plus petit écart type est celle du groupe A et la distribution ayant le plus grand écart type est celle du groupe B. La tâche proposée à l'enseignant découle de raisonnements fautifs d'élèves. Le choix pour les deux raisonnements d'élèves mis de l'avant dans cette question est basé notamment sur les travaux de Cooper et Shore (2008), delMas et Liu (2005) ainsi que Meletiou-Mavrotheris et Lee (2005) qui ont montré que certains étudiants étaient influencés par des aspects associés à la forme de la distribution lorsqu'ils étaient appelés à interpréter la dispersion d'une distribution à partir d'un diagramme à bandes ou d'un histogramme. Le premier élève dans sa réponse est influencé par le nombre de bandes. Le nombre de bandes n'est pas un indicatif d'un grand écart type. En associant incorrectement le groupe ayant le plus grand nombre de valeurs différentes pour l'écart à la moyenne, le groupe C, à la distribution ayant le plus grand écart type, l'élève fait abstraction de la grandeur des écarts et de l'effectif associé à chacun d'eux. Aussi, en suivant cette logique, il serait difficile d'identifier le groupe avec le plus petit écart type puisque les deux groupes restants (A et B) ont le même nombre de bandes. Le second élève quant à lui est influencé par la non-variation de la hauteur des bandes de la distribution du groupe C. Par ce raisonnement, l'élève fait

¹ Inspirée de Meletiou-Mavrotheris et Lee, 2005.

référence aux variations des effectifs et non aux variations de quantité d'eau bue mensuellement par les élèves.

Cette tâche avait pour objectif de voir si les enseignants interrogés étaient en mesure d'évaluer la dispersion des données d'une distribution en fonction de son centre et de voir de quelles façons les enseignants interrogés pouvaient intervenir sur des conceptions d'élèves liées à l'étude du concept d'écart type à partir d'histogrammes.

IV. RÉSULTATS

Seulement trois enseignants ont refusé le raisonnement des deux élèves et ont vu l'enjeu soit d'interpréter la dispersion des données de ces distributions représentées graphiquement en fonction de la moyenne. Ces derniers ont proposé une intervention dans le but de faire prendre conscience à ces élèves que la représentation graphique du groupe C illustre ni la distribution avec le plus grand écart type, ni la distribution avec le plus petit. Ceci s'est traduit pour un enseignant par des explications en référence au calcul de l'écart type.

Dans le fond, je vais être honnête là. À part de lui montrer par calcul, je ne saurais pas comment lui montrer. [le sujet fait référence ici au calcul de l'écart type pour les trois distributions] C'est sûr qu'il y a probablement d'autres façons, mais j'aurais trop peur de le montrer d'une autre façon, après ça, dans une autre situation où est-ce que ça ne serait pas fait de cette façon-là; qu'ils essaient de le faire par raisonnement puis qu'ils se trompent. T'sais...Moi, dans cette optique-là, je suis... En tant que prof, bien souvent, j'aime mieux leur montrer les méthodes « safe » comme on dit.

Les deux autres enseignants ont plutôt proposé des explications en référence à la concentration des données se situant autour de la moyenne. Par exemple :

Tu sais, un élève qui dit : « Moi, c'est le C qui a le plus petit écart type, parce que les barres sont toutes à la même hauteur. », je lui répondrais non, parce que quand même que tu as des extrêmes qui sont les mêmes, c'est-à-dire entre 0 et 4 puis entre 32 et 36, dans le graphique A, tu as une répartition plus juste autour de ta moyenne que dans le graphique B par exemple où tu as vraiment beaucoup de monde au début, beaucoup de monde à la fin, pratiquement personne entre les deux. Tandis que là, avec le groupe C, tu as du monde partout en même quantité.

Pour ce qui est des neuf autres enseignants qui n'ont pas été en mesure de voir l'enjeu, Il devenait difficile pour eux d'intervenir compte tenu qu'ils n'avaient pas été en mesure de résoudre le problème initialement et que plusieurs d'entre eux avaient manifesté des conceptions similaires à celles des élèves dans leur propre résolution. L'un d'eux s'est appuyé sur la concentration des données dans la classe moyenne. En comptant le nombre d'individus hors de la classe moyenne, on en vient à identifier la distribution des groupes B et C comme celles avec le plus petit écart type, puisqu'elles ont le même nombre de données se situant à l'extérieur de la classe moyenne. Cette conception ne tient pas compte de la valeur des écarts à la moyenne des données situées hors de la classe moyenne.

Pour le grand écart type, j'ai mis B et C, parce que 24 des 27 répondants n'étaient pas dans la classe moyenne.

Un autre enseignant quant à lui a été influencé par la symétrie des distributions. Comme ces trois distributions sont symétriques, ce dernier a déduit qu'elles avaient le même écart type en pensant que les écarts positifs contrebalançaient parfaitement les écarts négatifs. Cidessous, le discours tenu par cet enseignant.

Ben moi, j'ai calculé la moyenne partout. Ça m'a donné 18. Puis, après ça, j'ai dit que les distributions sont symétriques puis que l'écart type, c'est la valeur des écarts, j'ai donc affirmé que les 3 distributions avaient le même écart type. [...] Même si les écarts sont plus grands, mais que c'est une moyenne des écarts, j'ai dit qu'ils auraient le même écart type. [le sujet se base sur le fait que la somme des écarts à la moyenne est nulle pour chaque distribution]

Deux enseignants ont spécifié qu'ils ne pouvaient répondre à la question, étant embêtés face à ces raisonnements. Trois autres ont préconisé le raisonnement du second élève, étant à leur tour influencés par la variation de la hauteur des bandes des histogrammes, en affirmant que l'on retrouve le plus petit écart type dans le groupe C, puisque son graphique comporte des bandes d'une hauteur uniforme, et le plus grand écart type dans le groupe A où son graphique témoigne d'une plus grande variation dans la hauteur des bandes.

Le plus petit, c'était le 3^{ième} [...] les données étaient plus homogènes [en parlant du fait que la hauteur des bandes est uniforme dans le groupe C] puis le plus grand, ce serait le premier, parce que les données sont plus dispersées... la différence, ici, entre ça puis ça [le sujet illustre les écarts entre la hauteur des bandes]. Il y a une plus grande variation dans les effectifs, 12 de différence. De 17 à 5.

Les deux derniers enseignants ont quant à eux favorisé le raisonnement du premier élève en quantifiant le nombre de possibilités (nombre de bandes) pour chacun des groupes. Pour le plus grand écart type, ce raisonnement mène à choisir le groupe C puisqu'il y a plus de possibilités dans ce groupe (plus de bandes).

Moins de possibilités donc moins de variabilité [en parlant de la représentation graphique du groupe A]. T'sais ici, il y a combien de réponses possibles? T'en as 1-2-3. Donc ça veut dire que l'écart type est petit en comparaison avec le groupe C.

V. DISCUSSION

Comme Makar et Confrey (2005), nous remarquons que l'enseignement du concept d'écart type semble constituer un important défi conceptuel pour les enseignants. La plupart des interventions des enseignants font ressortir des conceptions alternatives déjà observées chez des élèves et chez des étudiants universitaires lorsque confrontés à un exercice d'interprétation de l'écart type à partir d'histogrammes. En effet, la plupart des enseignants étaient influencés par des aspects associés à la forme de la distribution comme la variation de la hauteur des bandes, le nombre de bandes ainsi que la symétrie de la distribution. Ces constats quant à la compréhension de ces mesures de dispersion font écho aux travaux de Dabos (2011) et souligne l'intérêt grandissant pour la formation chez les enseignants au niveau de leurs compréhensions des concepts statistiques qu'ils enseignent. Il semblerait que le concept d'écart type ne soit pas porteur de sens pour la majorité des répondants où plus de la moitié d'entre eux étaient embêtés face aux raisonnements d'élèves proposés. Ces derniers n'ont pas vu l'enjeu soit d'interpréter la dispersion des données en fonction du centre de la distribution et ont semblé avoir une connaissance de cette mesure statistique limitée à son algorithme de calcul. Rappelons l'intervention proposée par l'un des enseignants qui se résume par des explications données à l'élève en référence au calcul de l'écart type, ce dernier ne voyant pas d'autres façons d'intervenir.

Afin de permettre à leurs élèves de développer un sens approfondi des mesures statistiques, il serait non seulement important pour les enseignants du secondaire de lier les mesures de tendance centrale aux mesures de dispersion, mais aussi de porter une attention spéciale aux passages conceptuels nécessaires entre l'apprentissage de ces mesures et leur interprétation à partir de représentations graphiques compte tenu que celles-ci semblent poser problème en favorisant l'apparition de conceptions erronées. Ceci permettrait d'enrichir l'expérience d'apprentissage de la statistique offerte aux élèves. Des résultats émergent des considérations pour la formation de futurs enseignants. Étant bien conscients du défi que représente l'enseignement de l'écart type pour les enseignants, il apparaît primordial de continuer à réfléchir à des pistes pour contribuer au développement professionnel des enseignants, notamment en tentant de mieux comprendre les difficultés rencontrées par ces derniers dans ce contexte. Bien entendu, la tâche présentée constitue une amorce de pistes de réflexion qui

pourrait être exploitée en classe et servir par le fait même à la formation de futurs enseignants. Mais plus important encore est le constat que certains pouvaient réagir sur le champ aux réponses et raisonnements d'élèves en proposant des interventions pertinentes, alors que d'autres non, démontrant par le fait même des connaissances professionnelles insuffisantes relatives au concept d'écart type. Ce contexte soulève de nombreuses préoccupations et pointe vers l'intérêt d'approfondir des formations en statistique chez les enseignants et ce, afin de continuer à développer leur capacité à intervenir en classe en contexte statistique pour contribuer au développement de la pensée statistique des élèves.

RÉFÉRENCES

- Ball, D.L., Thames, M.H., Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bednarz, N., Proulx, J. (2009). Connaissance et utilisation des mathématiques dans l'enseignement: Clarifications conceptuelles et épistémologiques. *For the learning of mathematics*, 29(3), 11-17.
- Bednarz, N., Proulx, J. (2010). Processus de recherche-formation et développement professionnel des enseignants de mathématiques : Exploration de mathématiques enracinées dans leurs pratiques. *Éducation et Formation*, e-293, 21-36.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*, La pensée sauvage.
- Cooper, L., Shore, F. (2008). Students' misconceptions in interpreting center and variability of data represented via histograms and stem-and-leaf plots. *Journal of Statistics Education*, 15(2), 1-13.
- Cooper, L., Shore, F. (2010). The effects of data and graph type on concepts and visualizations of variability. *Journal of statistics education*, 18(2), 1-16.
- Dabos, M. (2011). *Two-Year College Mathematics Instructors' Conceptions of Variation*. Thèse de doctorat en éducation, University of California, Santa Barbara, CA.
- Davis, B., Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293-319.
- Delmas, R., Liu, Y. (2005). Exploring students' conceptions of the standard deviation. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 55-82.
- Dodge, Y. (1993). *Statistique: dictionnaire encyclopédique*. Suisse : Université de Neuchâtel.
- Garfield, J., Ben-Zvi, D. (2005). A framework for teaching and assessing reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 92-99.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Makar, K., Confrey, J. (2005). Variation-talk: Articulating meaning in statistics. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 27-54.
- Margolinas, C. (2014). Concepts didactiques et perspectives sociologiques? *Revue française de pédagogie*, 188, 13-22.
- Margolinas, C., Coulanges, L., Bessot, A. (2005). What can the teacher learn in the classroom? *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), 205-234.
- Mason, J., Spence, M. (1999). Beyond mere knowledge of mathematics: The importance of knowing-to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 135-161.
- Meletiou-Mavrotheris, M., Lee, C. (2005). Exploring introductory statistics students' understanding of variation in histograms. *Proceedings of the 4th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Sant Feliu de Guíxols, Spain.
- Moreira, P., David, M. (2005). Mathematics in teacher education versus mathematics in teaching practice. *ICMI-15 study*.

- Moreira., P.C., David, M.M. (2008). Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: Some conflicting elements. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 11(1), 23-40.
- Peters, S.A. (2014). Developing understanding of statistical variation : secondary statistics teachers' perceptions and recollections of learning factors. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(6), 539-582.
- Proulx, J. (2017). Le calcul mental en mathématiques : Quels potentiels pour l'activité mathématique ? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, DOI: 10.1080/14926156.2017.1378833
- Proulx, J., Bednarz, N. (2011). Formation mathématique des enseignants du secondaire. Partie 2: Une entrée potentielle par les mathématiques professionnelles de l'enseignant. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana*, 1(2).