

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015



LE DEBAT SCIENTIFIQUE EN CLASSE : UNE DÉMARCHE D'INVESTIGATION COLLECTIVE POUR UNE CULTURE SCIENTIFIQUE COMMUNE

Grégoire CHARLOT* – Thomas LECORRE** – Marc LEGRAND – Antoine LEROUX –
Hélène DI MARTINO

Résumé – Ce texte présente le « débat scientifique », méthode didactique constructiviste qui s'inspire de la façon dont les chercheurs travaillent en collaboration. Nous présentons un historique qui montre l'évolution de ses principes. Nous évaluons sa capacité à réaliser les objectifs qu'un enseignant peut attendre de la pratique par ses élèves de démarches d'investigation.

Mots-clefs : débat, dévolution, contrat, obstacle épistémologique

Abstract – This text presents the "scientific debate" constructivist teaching method which is based on how researchers work together. We present its history that shows the evolution of its principles. We value its ability to realize the goals that a teacher could expect from the practice by its students of investigative approaches.

Keywords: debate, devolution, contract, epistemological obstacle

Le « débat scientifique » est un outil pédagogique permettant à un enseignant d'amener sa classe à avoir une culture commune en terme de connaissances et de pratique de la démarche scientifique. Pour prendre en main cette pratique didactique, le professeur doit seulement être prêt à se saisir des outils que la didactique met à sa disposition pour se donner le recul nécessaire quand on souhaite progresser dans une démarche aussi ambitieuse ; il doit en particulier prendre en compte les notions de contrat didactique et d'obstacle épistémologique qui l'aideront à ne pas se leurrer sur l'authenticité des démarches scientifiques de ses élèves.

Dans la suite, nous commençons par un historique des évolutions du débat scientifique motivées par les obstacles à son fonctionnement qui sont apparus au fil de ses transformations. Nous en profitons pour présenter les principes du débat scientifique. Puis nous proposons un exemple de débat sur la notion de limite dû à T. Lecorre. Nous situons ensuite le débat scientifique par rapport aux questions posées dans le cadrage du GT10. Enfin nous présenterons le contenu de l'exposé qui est motivé plus particulièrement par la question de la transmission de cette pratique pédagogique.

* Institut Fourier et IREM Grenoble – France – charlot@ujf-grenoble.fr.

** IREM de Grenoble – France - thomas.lecorre@wanadoo.fr, marc.legrand@ujf-grenoble.fr,
antoine.leroux@ac-grenoble.fr, helene.di.martino@wanadoo.fr

I. RETOUR HISTORIQUE SUR LE DEBAT SCIENTIFIQUE

Ce principe est l'aboutissement de trois phases de recherches et expérimentations dans le secondaire et le supérieur.

1. *Première phase (1965-1985) : phase maïeutique*

La classe est présentée aux élèves comme une communauté scientifique dans laquelle, une fois le cours effectué, les exercices et problèmes sont traités en invitant les élèves à s'adresser à leurs pairs et non au professeur pour leur dire ce qu'ils pensent être pertinent et vrai ; dans cette organisation, la communauté classe joue un rôle important pour qu'on apprenne à donner sens au théorique et à l'abstrait en en parlant d'abord avec ses mots propres et ses idées personnelles puis en épousant progressivement le vocabulaire et les conclusions du professeur. On trouve ainsi dans Legrand et al. (1985) :

« Pour éviter les conséquences pathologiques d'un apprentissage dans lequel bien souvent les réponses précèdent les questions, nous pensons que la communauté classe doit connaître et reprendre à son compte, en les adaptant, les méthodes de travail de la communauté scientifique »

On arrive progressivement à parler en cours « un peu tous de la même chose » et l'écart entre ceux qui suivent assez spontanément le prof et les autres ne devient pas tel que toute proposition de déduction logique collective soit vaine.

Cette sorte de maïeutique socratique collective peut fonctionner puisqu'à chaque instant le professeur joue un rôle décisif pour trancher face aux contradictions et orienter le débat vers la solution institutionnelle.

2. *Deuxième phase (1985-2000) : phase de recherche de situations fondamentales*

La prise en compte de la « théorie des situations » et notamment du rôle du contrat didactique dans la construction du sens par l'élève montre la faiblesse de l'organisation didactique précédente au niveau d'une effective dévolution d'une responsabilité scientifique aux élèves. Les recherches sur le « débat scientifique en cours » s'organisent alors autour de la recherche de suites de situations fondamentales permettant d'aborder les grands concepts en donnant une beaucoup plus grande responsabilité scientifique à la classe, en particulier aux moments les plus cruciaux où les savoirs se présentent aux élèves comme des obstacles épistémologiques.

Même lorsqu'on ne trouve aucune situation vérifiant strictement les conditions fondamentales de G. Brousseau, ... la problématique de recherche de situations fondamentales demeure consistante pour la recherche en didactique comme pour l'enseignement. (Legrand 1996).

L'obstacle « épistémologique » qui s'érige alors pour le formateur est : comment faire la dévolution aux professeurs de ces situations très complexes alors qu'ils ne les ont pas construites et que tous les gestes constructivistes, qu'ils vont devoir adopter à chaque instant pour que la philosophie et la dynamique de la situation soient respectées, vont contre les réflexes monstatifs qui sont les leurs ?

Si pour aider le professeur on détaille toute la suite des gestes à prendre en compte, la suite des situations se présente alors assez vite à lui comme une véritable usine à gaz !

L'obstacle est double. D'une part ce professeur « consommateur » de « débats préconstruits » risque de ne pas comprendre la signification profonde d'un certain nombre de gestes en apparence anodins et qui, mal compris, peuvent modifier très profondément la

situation jusqu'à la rendre démesurément complexe ou au contraire quasi insignifiante. D'autre part, comme dans d'autres ingénieries didactiques complexes, l'attention que ce professeur porte à respecter le cahier des charges de la situation (potentiellement immensément lourd) risque de lui faire perdre la disponibilité d'esprit qui lui serait nécessaire pour qu'il puisse entendre véritablement ce que les élèves avancent et le prendre en compte de façon non biaisée quand ils énoncent ce qu'ils pensent réellement.

Pris par le souci d'avancer résolument dans la direction voulue, ce professeur a beaucoup de mal à donner toute sa place aux propositions dont la discussion serait susceptible d'apporter un enrichissement décisif à la compréhension collective de la situation, mais qu'il a du mal à entendre et/ou à situer dès lors que ce qui est proposé ne va pas du tout dans le sens qui avait été envisagé.

Le débat des élèves devrait porter sur ce que les élèves pensent véritablement et s'enrichir d'un apprentissage in vivo du « comment exploiter les contradictions qui naissent d'une mauvaise interprétation de la situation pour se rendre compte que ce qu'on suppose être les données du problème, ou le problème lui-même, en est un autre » (ce qui provoque en général une perte totale du sens de la situation tant que cela n'est pas abordé). Privé de la disponibilité d'esprit du professeur, le débat qui se voulait authentique au niveau épistémologique risque peu à peu de se ramener, par effet de contrat, à l'épistémologie scolaire.

Ainsi, contre son intention déclarée, le professeur reprend insidieusement l'essentiel de la responsabilité intellectuelle que toute cette organisation didactique complexe avait pour fonction la dévolution aux élèves.

3. Troisième phase (2000-2015) : phase de préparation¹

Depuis 2000 l'essentiel de nos recherches ont pour objet de prendre directement en compte l'obstacle épistémologique précédent. Dans cette réorientation de la fonction du débat, l'objectif premier devient alors davantage de nature préparatoire, en ce sens que l'important va maintenant être prioritairement de travailler un milieu qui favorise une prise de responsabilité intellectuelle, i.e. travailler ce que la communauté classe sait et ne sait pas en amont d'un savoir nouveau important et délicat à saisir, travailler cet ancien qui à la fois permet d'accéder à la connaissance nouvelle mais aussi empêche de lui donner le sens qui convient (obstacle épistémologique).

Il s'agit maintenant de faire ce travail de « révision » en adoptant une méthode plus scientifique que scolaire pour l'élève comme pour le professeur :

- L'élève est invité à rectifier/compléter ce qu'il connaît parce que le débat fait apparaître des manques et des contradictions et non parce que le professeur l'exige (similitude d'esprit avec la notion de situation fondamentale).
- Le professeur, lui, n'est pas ligoté par une organisation trop finement préconçue mais dispose par contre d'une méthode qu'il va pouvoir perfectionner débat après débat, s'il accepte d'être le maître d'un jeu dans lequel il choisit le niveau des initiatives et des risques qu'il peut prendre et faire prendre à la communauté intellectuelle classe dans un premier temps. Il fait cela avec plus ou moins de conscience sur le champ car il ne peut faire autrement, mais avec de plus en plus de

¹ La question du nom de cette nouvelle forme du débat pose question : Pré-cognitif ? Préparatoire ? Chaque mot contient ses sous-entendus. Pré-cognitif, le nom choisi par le groupe, a fait réagir assez négativement la communauté, comme semblant indiquer une absence d'activité cérébrale, ce qui n'est bien sûr pas le sens visé.

conscience s'il s'oblige à faire après coup un travail didactique réflexif - donc assez objectif et non culpabilisant.

Ainsi, sous cet angle préparatoire, le professeur quand il ouvre un débat n'est pas tenu en conscience de le faire déboucher sur un résultat important prévu à l'avance, mais seulement de faire en sorte que ce débat rapproche un peu plus la culture de la classe de la culture d'une authentique communauté intellectuelle. A certains moments il travaille seulement à libérer les élèves, et lui-même en tant que professeur, du diktat d'une épistémologie scolaire a priori omniprésente.

Si cette pratique de débat devient coutumière, le professeur pourra organiser des débats sur des points qu'il sait être très sensibles et qui interdisent toute vie scientifique en classe tant qu'ils n'ont pas été abordés en tant que tels ; chaque élève découvrira par l'expérience qu'à ces moments régis par le contrat du débat, au lieu de cacher ce qu'il pense (ou ne pense pas) derrière « ce qu'il faut penser », il vaut la peine pour lui de s'interroger sur ce qu'il pense en propre de la situation en tant que réalité du monde et d'oser le mettre en débat avec ses pairs.

Dans cette confrontation d'idées et de points de vue chacun sait que personne n'a autorité pour déclarer le pertinent et le vrai (puisque contrairement au débat scientifique maïeutique de la première génération, le professeur est ici très neutre sur le fond) ; c'est donc finalement la (non)conformité du discours de chacun à la réalité sur laquelle ce discours porte, qui va permettre de trancher : chacun pourra alors se rendre un peu mieux compte en quoi et pourquoi ce qu'il tient spontanément pour pertinent et valide est ou non adapté pour décrire la réalité évoquée (on quitte un moment le diktat de l'épistémologie scolaire pour se mouvoir dans un univers plus propice à la science) .

Dans cette nouvelle orientation préparatoire du « débat scientifique en cours » on est bien entendu très heureux si un débat aboutit à la bonne définition ou sur un beau théorème, mais là n'est pas le but ; l'important est bien davantage que beaucoup d'élèves aient compris qu'en science il y a la nécessité de préciser, de modéliser, de définir et de conjecturer pour avancer, il est essentiel que beaucoup aient compris qu'aucune définition/modèle simpliste, aucun énoncé vague et trop en langage courant ne permet d'entrer dans le jeu de la preuve, ne permet de dépasser par la raison ambiguïtés, paradoxes et contradictions !

Le professeur est débarrassé de son intention paradoxale de ne pas guider directement les élèves tout en les faisant avancer là où ils n'iraient jamais seuls par un système complexe d'actions-réactions qui doivent pour produire les effets attendus pouvoir bien s'agencer (ordre souvent imprévisible dans un débat non manipulé insidieusement). Il peut centrer son attention sur les reformulations collectives et les votes qu'il va falloir organiser pour que, dès qu'un élève soulève un vrai problème, on puisse travailler in vivo sur ce qu'il est indispensable de mettre au clair : si on ne parle plus de la même chose ; si on est en désaccord sur un savoir décisif qui ne devrait plus poser problème. Ceci afin que les élèves mettent le plus possible le même sens sur le travail scientifique collectif.

Contrairement à ce qui, dans la phase 2, poussait à l'extrême la complexité de l'organisation de débats successifs conduisant de façon cohérente et logique la classe vers le résultat final, on accepte ici que, une fois cette base commune de connaissances assez solidement établie, le professeur n'a pas à s'obliger à prolonger de façon plus ou moins acrobatique le débat pour faire avancer le cours avec le concours des élèves. S'il pense que le milieu, en terme de science, est assez riche, il va clore le débat par une institutionnalisation très cadrée. Celle-ci s'appuie sur le débat, pour stabiliser le milieu de telle sorte qu'il puisse avancer lui-même un morceau de cours sans provoquer de rupture épistémologique avec la pensée des élèves ; et il avance ainsi jusqu'au moment où il estime qu'il lui faut à nouveau

mettre au clair et stabiliser le milieu qui vient d'être enrichi des nouveaux objets ou de nouveaux modes de raisonnement qu'il vient d'introduire sans faire intervenir les élèves.

Pendant ces phases monstratives, l'élève ne peut bien entendu exercer qu'une très faible responsabilité intellectuelle, il fait donc assez aveuglément confiance au prof, mais ce que le professeur propose ou montre n'est pas une incantation sans rapport avec les questions soulevées dans le débat antérieur, le vocabulaire et les objets utilisés pour montrer ne sont pas étrangers, l'élève sait que tout cela parle d'un monde qui a été évoqué et sait qu'il va à terme être possible de questionner seul ou avec ses pairs ces nouveaux savoirs pour découvrir par la raison ce qu'ils disent et ne disent pas sur le monde.

De façon empirique, il apparaît que la dévolution au professeur qui le souhaite de cette pratique de débat scientifique préparatoire est beaucoup plus accessible que les deux précédentes car pour « s'y mettre » il peut adopter un schéma évolutif du type suivant :

A partir d'une situation fondamentale que nous nommons « Circuit ou les règles du débat mathématique », situation très robuste qui peut être honnêtement gérée par un professeur qui en a saisi la philosophie sans encore connaître en détail ce mode didactique, il est relativement aisé pour le professeur de commencer à engager de vrais débats scientifiques à brûle-pourpoint à partir des questions d'élèves du type « a-t-on le droit de... ? » ou de propositions erronées que l'on retrouve répétées en grand nombre dans les copies d'élèves. Il peut alors transformer ces questions de droit en conjectures « on a le droit de » soumises à la critique de la classe. Ce type de débat sur propositions d'élèves a en général l'avantage de la pertinence : il fait jaillir des malentendus qui existent dans une classe à un niveau et dans une proportion que le professeur ne pouvait soupçonner tant en terme de résultats faux tenus pour vrais, que de résultats exacts tenus pour tels pour des arguments dérisoires.

Fort de ces prises de conscience le professeur va d'année en année mieux subodorer les endroits où ces dérapages de sens vont pouvoir être mis au grand jour s'il se met à poser par le biais des conjectures des questions naïves sans indiquer le moins du monde la réponse attendue. Ce faisant le professeur va de plus en plus tôt dans l'étude pouvoir structurer sa classe en communauté intellectuelle dans laquelle chacun a expérimenté tout ce qu'il a à gagner s'il s'inscrit dans ces débats qui vont lui permettre de débusquer les malentendus potentiels qui se sont éventuellement installés à son insu et de faire cela à un moment où ils n'ont pas encore fait de dégâts irréversibles.

Par effet d'entraînement bon nombre de celles et ceux qui ne s'engageaient pas au début par peur de montrer leurs erreurs vont découvrir que c'est précisément la possibilité de discuter de façon non déshonorante de ces erreurs de sens (de découvrir que les leurs sont aussi celles de beaucoup de pairs) qui est le plus enrichissant, certains vont alors faire un premier pas qui est en général suivi de beaucoup d'autres !

II. SCHEMA D'UN EXEMPLE DE DEBAT SCIENTIFIQUE

Afin de rendre plus concret ce que peut être un débat scientifique dans ce nouveau format (noté DSP), on se propose de présenter rapidement un débat sur la notion de limite qui a été expérimenté à de nombreuses reprises par Thomas Lecorre en classe de Terminale puis par Grégoire Charlot en L1 (Lecorre 2015). Le but de cette situation est d'amener les élèves à réclamer eux-mêmes une formalisation de la notion de limite rencontrée initialement sous la forme "tend vers" ou "se rapproche de". Il s'agira ensuite au professeur de proposer le formalisme en epsilon/alpha puis de le faire éprouver aux élèves sur des conjectures où il servira d'outil de preuve. Voici de façon très schématique le déroulé accompagné de quelques éléments sur l'attitude de l'enseignant et des élèves. La première conjecture a deux objectifs :

amener l'élève à s'interroger sur le rapport entre ordre des limites et ordre des fonctions qui constitue la charpente de la situation mais aussi à s'interroger sur le moyen de formaliser la notion de voisinage en l'infini.

Conjecture 1 : Si la limite en $+\infty$ de f est inférieure à la limite en $+\infty$ de g alors $f(x) < g(x)$ pour tout réel x .

Temps de réflexion + vote : consensus pour dire faux après une discussion rapide. Propositions de contre-exemples sous forme de dessin. Débat sur la validité de proposer une preuve par un dessin. Certains élèves sentent la nécessité de proposer un contre-exemple sous forme analytique.

Appel à réparer la conjecture en demandant de garder le début de la phrase. Plusieurs propositions débattues qui finissent pas aboutir à une conjecture proche de :

Conjecture 2 : Si la limite en $+\infty$ de f est inférieure à la limite en $+\infty$ de g alors il existe K tel que pour tout $x > K$ on trouve $f(x) < g(x)$.

Institutionnalisation, en particulier à propos du « il existe K tel que pour tout $x > K$ on trouve $f(x) < g(x)$ » : règles d'emploi du quantificateur existentiel.

A ce stade les élèves pensent crédible la conjecture 2 mais n'ont pas de démonstration.

Le professeur propose alors une fonction f et une fonction g qui ressemblent à un contre-exemple de la conjecture 2 pour quelqu'un qui ne dispose pas du formalisme permettant d'être certain que cette situation ne relève pas de la conjecture (f n'a en fait pas de limite). Il s'agit, en fait, d'organiser la prise de conscience de la confusion qu'implique l'absence de définition de limite.

Institutionnalisation : constatation qu'avec la définition de limite par « ça tend vers » on n'arrive pas à se mettre d'accord. Présentation de la définition de limite en $+\infty$. Exemple simple.

La suite de la situation didactique consiste à éprouver le formalisme dans des cas simples et à démontrer la conjecture initiale (C1) dans un cas particulier.

Conjecture 3 : Si limite en $+\infty$ de f est 1 alors il existe A tel que pour tout $x > A$ on ait $f(x) > 0,6$.

Débat. Propositions de preuves. Les élèves arrivent à se mettre d'accord que c'est vrai.

Conjecture 4 : Si limite en $+\infty$ de f est 1 et si limite en $+\infty$ de g est 4 alors il existe A tel que pour tout $x > A$ on ait $f(x) < g(x)$.

Débat. Propositions de preuves. Les élèves sont convaincus que c'est vrai.

Institutionnalisation.

III. DEBAT SCIENTIFIQUE PREPARATOIRE, DEMARCHES D'INVESTIGATION, ROLES DE L'ENSEIGNANT ET DE L'ELEVE

1. *Débat scientifique préparatoire et démarche d'investigation*

Le DSP, à la différence de la plupart des autres démarches d'investigation, est une activité commune à l'ensemble de la classe. On s'appuie sur le collectif pour faire avancer la connaissance et construire une culture mathématique commune. L'investigation est prise en charge dans la partie débat du DSP.

Le DSP est un outil pour la construction du cours. On lit ainsi dans Legrand et al (2011).

La place du "débat scientifique en cours" est d'arriver à donner à la majorité des étudiants "réels" ... la possibilité de construire un sens profond effectif sur les points essentiels du programme couvert.

Dans le cadre de l'évaluation formative, le DSP peut prendre en charge l'évaluation des rédactions individuelles. Par exemple, à partir d'un schéma de preuve construit par le professeur en corrigeant ses copies, il peut proposer au jugement du groupe classe une démonstration où figurent des inférences valides ou non, complètes et /ou superfétatoires ; après étude individuelle le débat permet à chacun d'évaluer tout ou partie de cette rédaction faite de bribes de propositions individuelles, ce qui permet alors une correction collective des travaux individuels où tous trouvent du grain à moudre : ceux qui ont été droit dans le mur bien sûr, mais aussi ceux qui ont évité les erreurs sans vraiment savoir pourquoi. Comme on ne désigne personne (il s'agit d'une preuve reconstituée), on peut enfin travailler sur le sens profond et les vraies raisons des erreurs les plus importantes et récurrentes.

Par contre, le DSP étant un travail collectif de la classe, il ne peut prendre en charge le travail individuel tel que les exercices ou le travail bibliographique, ce que permet, par exemple, un apprentissage par problème (APP) ou un travail sur projet. Il ne prend pas en charge l'acquisition d'une culture critique sur ses rapports aux médias. Il ne forme pas non plus à la rédaction d'article, de compte rendu ou d'exposés et n'est pas adapté à l'évaluation sommative.

Pour ce qui concerne la prise en charge de la modélisation par les élèves, le professeur peut choisir de travailler sur un problème ad hoc, non modélisé mathématiquement s'il veut un travail autour de cette activité. Il peut aussi proposer des conjectures mathématiques mais formulées de façon floue. Bien sûr, le DSP ne peut pas prendre en charge la modélisation des problèmes qui nécessitent un travail bibliographique.

Dans la phase de débat du DSP, la responsabilité des élèves est importante, l'enseignant n'intervenant pour orienter le débat que par le biais des conjectures travaillées (en en proposant ou en choisissant certaines proposées par la classe) et la gestion du temps. Il s'interdit en particulier d'apporter quelque indication que ce soit sur le déroulé du débat, si ce n'est en soulignant les positions antagonistes afin de faire vivre le débat. L'argumentation, la preuve et plus généralement la pratique de la logique sont au cœur du DSP. Il arrive régulièrement que les élèves eux-mêmes fassent des interventions meta, pour se positionner par exemple contre un type de raisonnement qu'ils jugent non pertinent dans le cadre étudié.

Dans la phase d'institutionnalisation au contraire l'enseignant, tout en s'appuyant fortement sur ce qui a été discuté en débat, reprend la position classique du professeur responsable du vrai et du faux. Il est dans un cadre très favorable pour faire du meta en s'appuyant sur le contenu du débat. La forme de cette phase qui, dans le format proposé, ne laisse la parole qu'à l'enseignant peut poser question : pourquoi ne pas permettre durant cette phase un échange entre enseignant et élèves ? Le choix qui est le nôtre a pour objet de protéger la partie débat : un échange entre classe et enseignant durant lequel l'enseignant se permettrait de corriger les affirmations des élèves ou de répondre à leurs questions pourrait polluer fortement la phase du débat où les élèves pourraient attendre de l'enseignant qu'ils interviennent, qu'il juge, qu'il complète.

Empiriquement, le DSP prend en charge la diversité des élèves. On observe que certains bons élèves sont bousculés dans le confort du contrat didactique classique, alors que d'autres élèves très fragiles se libèrent totalement et produisent des interventions très intéressantes voire lumineuses. Par exemple, lors d'un débat sur la limite, Thomas Lecorre a pu voir un élève habituellement en difficultés faire la preuve complète « avec des epsilon » de la conjecture 4 (et se faire ovationner par la classe).

En fonction des objectifs qu'il s'est fixés, l'enseignant choisit ou pas d'explicitier les savoirs visés. Les conjectures peuvent être proposées de façon imprécise pour faire travailler la modélisation ou au contraire, si ce n'est pas jugé pertinent il peut rigidifier le contexte.

Les apprentissages visés sont de deux ordres :

- 1) la connaissance et la compréhension des définitions et résultats du cours ;
- 2) l'attitude scientifique des élèves, puisqu'il s'agit de la rapprocher de celle des chercheurs travaillant en collaboration. Cette attitude scientifique implique une progressive prise en charge de la rigueur du maniement des outils logiques et du raisonnement mais aussi une capacité pour les élèves à collaborer efficacement en adoptant collectivement une posture d'exigence forte sur le plan scientifique.

Il est certain ... que la communauté scientifique que nous introduisons en classe est fortement idéalisée, que le débat qui s'y déroule n'est certainement pas celui d'une communauté scientifique et que néanmoins ce débat et cette communauté jouent un rôle prépondérant dans le système didactique étudié (Legrand 1990)

L'utilisation du temps n'est pas la même que pour les APP : comme pour les SiRC, le travail a lieu uniquement en classe et n'induit a priori pas de travail de type bibliographique, à la différence des APP, ni de travail en petits groupes hors du temps scolaire, à la différence des projets proposés massivement en école d'ingénieur. Par contre, un DSP peut se tenir sur plusieurs séances (4 à 8 heures pour le débat sur la limite).

2. Milieu et position du professeur dans un débat scientifique préparatoire

La question de la position du professeur lors d'un DSP a été discutée plus haut dans la partie historique. Durant la partie débat, il doit ne pas téléguider les élèves vers l'objectif afin de préserver le milieu des élèves d'un risque de retour du contrat didactique scolaire ; il ne doit pas pour autant laisser le débat errer sans but et est armé pour cela de la possibilité de proposer des conjectures, des votes et de décider le temps dédié à chaque partie du débat.

La question de l'évolution du milieu de l'enseignant est difficile, elle a motivé les évolutions du débat scientifique et mobilise notre équipe depuis longtemps. Il semble nécessaire que l'enseignant soit conscient des limites et des manques importants d'une pratique uniquement non constructiviste de l'enseignement, ou au moins qu'il ne se fasse pas d'illusion sur la capacité de ses élèves à procéder d'une véritable démarche scientifique. Pour que la pratique du DSP puisse se transmettre, plusieurs conditions semblent nécessaires. Dans un premier temps il faut convaincre que c'est un objet intéressant qui permet de faire évoluer la culture scientifique de la classe (et c'est l'objet du débat qui sera proposé lors de la présentation de l'EMF2015) : faire pratiquer en tant qu'élève un débat, visionner un débat ou lire le script d'un débat, afin de faire vivre ou de faire voir l'intérêt pour les élèves et l'enseignant. Ensuite, l'appropriation de la technique peut se faire en suivant le « programme » proposé plus haut. Il semble aussi important que l'enseignant fasse sienne la liberté que lui donne la version préparatoire du débat scientifique.

3. La position de l'élève dans un débat scientifique préparatoire

Comme vu plus haut l'apprentissage des élèves et du groupe classe est principalement de l'ordre des connaissances et de leur compréhension, de la pratique de la logique, de l'attitude et de la démarche scientifique.

La responsabilité dévolue à l'élève et à la classe est de faire vivre et progresser le débat mais aussi de faire monter son niveau d'exigence en terme de logique et de raisonnement, de

communication à l'intérieur du groupe classe et de compréhension afin de faire éclore une culture commune suffisante sur le problème étudié :

Pour entendre en compréhension une proposition scientifique, il faut douter de sa vérité et de sa pertinence, il faut se sentir dans l'obligation d'exercer sur elle une réelle vigilance épistémologique. (Legrand 1993)

Le choix des moyens est réduit puisque la pratique du débat est relativement balisée. Par contre le développement du débat lui peut être assez libre, en fonction des choix du professeur. Il est arrivé à Thomas Lecorre de laisser vivre un débat pendant une heure, sans introduire de nouvelle conjecture, parce qu'il le trouvait très riche.

Comme mentionné plus haut, après une pratique régulière, on observe un changement d'attitude, lors des débats au moins. Il n'est pas rare de voir des élèves exiger de définir un objet jusque là mal précisé ou la preuve d'une « évidence » énoncée par un autre élève. Et certains d'utiliser des arguments meta. Mais c'est le statut de l'erreur qui se modifie le plus rapidement. L'incertitude et le doute initialement refoulés par les élèves acquièrent progressivement droit de citer et deviennent partie intégrante d'une démarche scientifique fondée sur le tri entre le nécessaire et le contingent, entre le certain et l'incertain. Ainsi le professeur, beaucoup plus au fait des difficultés rencontrées qui ne sont plus masquées par les inhibitions mais font partie intégrante du processus d'élucidation, pourra ultérieurement proposer de retravailler ces aspects émergents du débat qu'il aura ainsi repérés. De plus les erreurs ne sont plus cachées et apparaissent comme valorisées par la communauté classe pour avancer dans le débat. Elles apparaissent en profusion et de façon beaucoup plus claire pour l'enseignant qui peut en profiter pour faire son marché afin d'en discuter plus tard (surtout pas pendant la phase de débat en cours) ou mettre en débat via une conjecture si une contradiction est exprimée dans le groupe.

Enfin, la pratique régulière du DSP permet de développer une culture commune à la classe en terme, à la fois, de connaissances et de pratique de la démarche scientifique.

IV. PRESENTATION PROPOSEE

Dans le cadre du GT10 de l'EMF2015, Grégoire Charlot a proposé une présentation composée dans un premier temps de l'expérimentation d'un débat et dans un deuxième temps d'une discussion sur quelques points : position de l'enseignant et de l'élève, dévolution du débat scientifique aux collègues.

Le DSP que nous proposons est un débat sur des mathématiques de niveau Master. Il a pour objectif d'être un outil de dévolution aux enseignants du DSP. L'idée qui a guidé à sa création est de mettre les enseignants en position d'élèves, en les faisant travailler sur des mathématiques qu'ils ne connaissent pas (de niveau Master 2), pour leur permettre de vivre de l'intérieur un DSP et de se rendre compte de l'efficacité de ce procédé didactique. On peut trouver les transparents en annexe de ce texte.

Plusieurs critiques sont apparues :

- concernant ce texte, la question du nom choisi (que nous avons finalement changé pour le texte tel que présenté) a posé question : « débat scientifique pré-cognitif ». Ce terme « pré-cognitif » a été mal reçu par les membres du GT10, parce qu'il peut donner l'impression que les élèves n'ont aucune activité intellectuelle pendant la phase de débat alors qu'au contraire ils sont pleinement en activité. La question du nom est une question qui est effectivement problématique, un nom donnant toujours une vision réductrice d'un objet forcément plus complexe. Par exemple celui finalement choisi,

- débat scientifique préparatoire*, pourrait laisser à penser qu'il se rapproche d'une activité préparatoire alors qu'il est bien plus ambitieux en terme d'activité mathématique comme nous l'avons discuté plus haut.
- Toujours concernant le texte, il a été discuté assez fortement le caractère strict de la rupture entre la phase de débat, où les élèves font vivre la discussion, argumentent, votent, etc. et la phase monstrative où les élèves n'ont plus du tout la parole et où l'enseignant, tout en s'appuyant sur ce qui a été discuté en débat, prend en charge le vrai et le faux. Pourquoi ne pas permettre aux élèves d'interroger l'enseignant ? Pourquoi ne pas permettre à l'enseignant de répondre rapidement à une question ? Cette rupture nous semble très importante. Elle est indispensable pour protéger la phase de débat. Il ne faut pas que la confusion puisse se faire entre les deux phases. Ni que les élèves puissent s'appuyer sur les connaissances de l'enseignant pour revenir doucement à une position plus classique d'élève qui reçoit de la connaissance sans vraiment en prendre en charge la question du vrai et du faux ou celle de l'appropriation véritable d'une notion. Le format actuel permet à l'enseignant, dans la partie monstrative, soit de fixer ce qui a été établi collectivement, soit de partir du constat d'un obstacle épistémologique pour proposer une solution mathématique à cet obstacle qui est en général retravaillée après en mode débat.
 - Ensuite, le DSP proposé n'a pas convaincu tout le monde quant à ses qualités. Tel que présenté il n'a pas convaincu certains collègues quant à sa capacité à être un bon média de dévolution. D'abord le format (1 heure d'exposé alors qu'il aurait fallu au moins deux ou trois heures) n'a pas permis de le faire vivre dans le format prévu. Il a alors semblé trop proche d'une activité d'introduction classique plus que comme un débat scientifique préparatoire au sens vu plus haut : il n'a pas permis suffisamment de faire travailler sur la problématique générale proposée. Il n'a pas permis de mettre en évidence les obstacles épistémologiques, dont le fait qu'on arrive parfois à remplir l'espace avec seulement deux vecteurs. D'autre part, sous la forme présentée, l'encadrant doit parachuter le crochet de champs de vecteurs sans que le groupe ne se soit suffisamment approché de l'objet. Pour conséquence, son objectif qui était d'être un objet de formation initiale ou continue n'a pas convaincu. Ces dernières critiques nous ont, en grande partie, convaincus et nous amèneront certainement à revoir la copie et à retravailler l'activité.

REFERENCES

- Legrand M. et al. (1985) *Apprentissage du raisonnement*. Grenoble : IREM.
- Legrand M. (1990) Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *RDM* 9, 365-406.
- Legrand M. (1993) Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères-IREM* 10, 123-158.
- Legrand M. (1996) La problématique des situations fondamentales : confrontation du paradigme des situations à d'autres approches didactiques, Cours de la VIIème école d'été de didactique des mathématiques ; *RDM*16, 221-280.
- Legrand M., Lecorre T., Leroux A., Parreau A. (2011) *Le principe du « Débat Scientifique » dans un enseignement*. Pré-tirage. Vol. Tome I. Grenoble (France) : Irem de Grenoble.
- Lecorre T. (2015) Définir : une nécessité à construire. *Repères-IREM* 100.
- Documents du groupe « Recherche sur le débat scientifique » à l'IREM (Institut de Recherche en Enseignement des Mathématiques) de Grenoble accessibles à l'adresse <http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique61>

ANNEXE

Introduction

Un débat scientifique en faisant du crochet

Grégoire Chariot, Hélène Di Martino, Thomas Lecorre,
Marc Legrand & Antoine Leroux

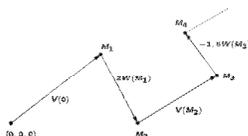


EMF 2015, 10-14 octobre 2015, Alger

Règles pour un bon fonctionnement du débat :

- dire ce que l'on pense vraiment,
- dire quand on n'est pas d'accord et quand on est d'accord,
- dire quand on change d'avis, et ce qui nous a fait changer d'avis,
- dire quand on estime ne pas avoir assez d'arguments pour trancher.
- jouer honnêtement le jeu de la recherche du vrai.

On se place sur \mathbb{R}^3 muni des coordonnées (x, y, z) .
On explore \mathbb{R}^3 avec deux champs de vecteurs notés V et W de la façon suivante :



Question : où peut-on aller ?

On considère les deux vecteurs V_1 et W_1 :

$$V_1(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad W_1(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Appel à conjecture 1 : en partant de $(0, 0, 0)$, où peut-on aller en suivant les deux vecteurs V_1 et W_1 ?

On considère maintenant les deux vecteurs suivants qui dépendent du point (x, y, z) :

$$V_2(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad W_2(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ x \end{pmatrix}.$$

Appel à conjecture 2 : en partant de $(0, 0, 0)$, où peut-on aller en suivant V_2 et W_2 ?

On considère ensuite les vecteurs :

$$V_3(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ y \end{pmatrix}, \quad W_3(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ x \end{pmatrix}.$$

Appel à conjecture 3 : en partant de $(0, 0, 0)$, où peut-on aller en suivant V_3 et W_3 ?

Questions cruciales : quelles pourraient être

- une condition nécessaire pour qu'on puisse aller partout ?
- une condition suffisante pour qu'on puisse aller partout ?
- une condition nécessaire pour qu'on ne puisse pas aller partout ?
- une condition suffisante pour qu'on ne puisse pas aller partout ?

Conjecture 4 : Si, pour tout a et b dans \mathbb{R} , en avançant de aV puis bW on arrive au même point qu'en avançant de bW puis aV alors on ne peut pas atteindre tout \mathbb{R}^3 .

24 / 58

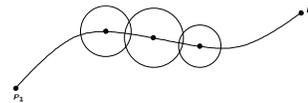
25 / 58

Institutionnalisation

Institutionnalisation

Difficile pour des exemples de vecteurs plus compliqués de calculer explicitement l'ensemble des points qu'on peut atteindre.

Par contre on peut montrer que, si pour tout point p il existe un voisinage $V(p)$ de p tel que on sait aller de tout point p_1 de $V(p)$ à tout point p_2 de $V(p)$, alors on sait aller de tout point p_1 à tout point p_2 de \mathbb{R}^3 .



→ on ramène un problème global à un problème local

26 / 58

29 / 58

Institutionnalisation

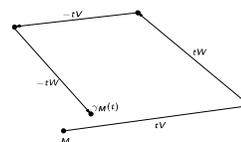
Institutionnalisation

On a vu lors du débat sur les conjectures que l'on n'obtenait pas forcément le même résultat en suivant V_i puis W_i d'une part et W_i puis V_i d'autre part.

Cela semble même nécessaire à la possibilité d'aller partout.

On appelle $\gamma_M(t)$ le point atteint en suivant la trajectoire particulière qui part de $M = (x, y, z)$ et qui suit

tV puis tW puis $-tV$ puis $-tW$.



31 / 58

33 / 58

Institutionnalisation	Institutionnalisation
<p>Pour (V_1, W_1) ou (V_3, W_3) on trouve</p> $\gamma_M(t) = (x, y, z) = M.$ <p>Pour (V_2, W_2) on trouve</p> $\gamma_M(t) = (x, y, z + t^2).$	<p>Pour tous les couples (V, W),</p> $[V, W](M) := \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\gamma_M(t) - \gamma_M(0)}{t^2}$ <p>existe et forme un champ de vecteurs appelé crochet de V et W.</p>

Institutionnalisation	Institutionnalisation
<p>Pour (V_2, W_2) on trouve $[V_2, W_2] = (0, 0, 1)$.</p> <p>$[V_2, W_2]$ n'est pas dans $\text{vect}(V_2, W_2)$. Et il semble naturel de se dire qu'on peut se déplacer dans sa direction quitte à beaucoup "tourner" avec V_2 et W_2.</p>	<p>Si on fait la même opération avec V_1 et W_1 (ou V_3 et W_3) on trouve le vecteur nul.</p> <p>On dit que les deux champs de vecteurs commutent.</p> <p>Et on a vu dans ces deux cas-là que l'on ne peut pas atteindre tous les points de l'espace.</p> <p>→ on ramène le problème d'accessibilité locale au problème du calcul du crochet $[V, W]$.</p>

Institutionnalisation	Institutionnalisation
<p>On peut calculer le crochet en un point p par un simple calcul de dérivées au point p.</p> <p>→ le problème est donc ramené à un calcul de dérivée.</p>	<p>Théorème de contrôlabilité [Chow, Rashevski]</p> <p>Si en tout point de \mathbb{R}^3 les trois vecteurs V, W et $[V, W]$ forment une base alors on peut aller de tout point p_1 à tout point p_2 en suivant V et W.</p>

Institutionnalisation

Théorème d'intégrabilité [Deahna, Frobenius]

Si en tout point de \mathbb{R}^3 le vecteur $[V, W]$ est une combinaison de V et W alors à partir d'un point p on ne pourra pas sortir d'une "surface" contenant p .

46 / 58

Institutionnalisation

Vous utilisez tous les crochets au quotidien :

quand vous garez votre voiture !



49 / 58

Observation

Le crochet $[V, W]$ peut se calculer en coordonnées : si

$$V = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \text{ et } W = \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix} \text{ alors}$$

$$[V, W] = \begin{pmatrix} \frac{\partial w_x}{\partial x} - \frac{\partial w_x}{\partial y} & \frac{\partial w_x}{\partial y} - \frac{\partial w_x}{\partial z} & \frac{\partial w_x}{\partial z} - \frac{\partial w_x}{\partial x} \\ \frac{\partial w_y}{\partial x} - \frac{\partial w_y}{\partial y} & \frac{\partial w_y}{\partial y} - \frac{\partial w_y}{\partial z} & \frac{\partial w_y}{\partial z} - \frac{\partial w_y}{\partial x} \\ \frac{\partial w_z}{\partial x} - \frac{\partial w_z}{\partial y} & \frac{\partial w_z}{\partial y} - \frac{\partial w_z}{\partial z} & \frac{\partial w_z}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial x} \end{pmatrix} V - \begin{pmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_x}{\partial z} & \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} & \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_z}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \end{pmatrix} W$$

50 / 58

- en quoi les connaissances que les "élèves" ont sur les espaces vectoriels les aident ou font du bruit ?
- les élèves peuvent ils prendre en charge le débat ? L'enseignant a-t-il les moyens de relancer le débat si celui s'y refroidit ?
- l'institutionnalisation entre-t-elle en résonance avec le débat ou bien est-elle sans vrai rapport avec les débats qui ont eu lieu ?

54 / 58

Autres questionnements

- Est ce que ce débat vous a permis de goûter la saveur que j'ai essayé de transmettre ? **cette version étant une version très raccourcie du débat complet.**
- Est ce que vous pensez qu'un tel débat peut servir à la transmission du débat scientifique précognitif aux enseignants ?

58 / 58