Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

LES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT ET D'ÉVALUATION FACE AUX DÉFIS DES INÉGALITÉS DES OPPORTUNITÉS D'APPRENTISSAGE

Compte-rendu du groupe de travail n°9

Nathalie SAYAC[*] – Aurélie CHESNAIS[**] – Raquel Isabel BARRERA[***] - Éric RODITI[****]

Le travail du GTn°9 au colloque EMF 2015 s'inscrit dans la lignée des travaux menés lors des colloques EMF précédents, d'une part dans le groupe travaillant sur les pratiques enseignantes et les questions de formation, d'autre part dans le groupe travaillant sur l'enseignement des mathématiques auprès de publics spécifiques ou dans des contextes particuliers. Il s'est agi plus particulièrement, pour EMF 2015, de prendre en considération la question de l'universalité *versus* les différences culturelles, ainsi que celle de la prise en compte des différents contextes dans lesquels s'insère l'enseignement des mathématiques, au regard de la didactique des mathématiques. Le travail du groupe vise ainsi à affiner le thème des pratiques enseignantes en mettant l'accent sur certaines activités des enseignants ou certains contextes d'enseignement, dont ceux qui pourraient dépendre des habitudes culturelles ou bien au contraire, qui relèveraient de l'universel.

Le groupe s'est ainsi intéressé plus précisément à l'analyse :

1. des pratiques enseignantes dans leur articulation avec les activités des élèves à travers : les dimensions, les milieux, les sensibilités, les dilemmes et les tensions, les contraintes et les marges de manœuvre, les ressources, mais aussi le genre, le social, le culturel, le spécifique, etc.
2. des activités des élèves prenant place dans ces pratiques, en repérant notamment : les stratégies, les erreurs, les conceptions, les habitudes, les règles, les modèles implicites, les justifications, etc. en lien avec des éléments de cultures et de spécificités locales.

Les questions suivantes ont guidé le travail :

1. Quelles mathématiques les élèves et les enseignants font-ils et avec quelle diversité inter ou intra (socio)culturelle ?
2. Quels sont les éléments culturels et sociaux qui contribuent à différencier l'enseignement des mathématiques dans nos différents pays ? Notamment l'évaluation,

[*] Université Paris Est Créteil – France – nathalie.sayac@u-pec.fr
[**] Université de Montpellier – France – aurelie.chesnais@umontpellier.fr
[***] Université du Québec à Montréal – Québec, Canada - barrera_curin.raquel_isabel@uqam.ca
[****] Université Paris Descartes – France – eric.roditi@paris5.sorbonne.fr

Sayac N., Chesnais A., Barberra R.I., Roditi E. (2105) Les pratiques d'enseignement et d'évaluation face aux défis des inégalités des opportunités d'apprentissage – *Compte-rendu du Groupe de Travail n°9*. In Theis L. (Éd.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage*– Actes du colloque EMF2015 – GT9, pp. 765-768.

l'adaptation aux élèves à besoins spécifiques, la prise en compte des inégalités d'apprentissage et des différences de sexe des élèves.

3. Quels sont les moyens nécessaires pour mener des recherches sur les pratiques enseignantes et les apprentissages mathématiques des élèves à partir de critères à la fois didactiques, épistémologiques, sociaux et culturels ?

Les contributions, quoique peu nombreuses (cinq propositions initialement dont quatre seulement ont été présentées), ont été source de débats très riches, de par leur diversité de trois points de vue essentiels : la manière dont elles abordent la question des pratiques enseignantes et des contextes spécifiques, les cadres théoriques et méthodologiques mobilisés, enfin les contextes des recherches.

Ainsi, certaines communications ont mis plutôt l'accent sur l'articulation des pratiques de l'enseignant avec l'activité des élèves (Barrera et Chesnais, Horoks et Pilet, d'autres davantage sur les dispositifs (Assude et al.) ou les manuels scolaires (Roditi), la question des effets sur les élèves étant soit prise en considération explicitement, soit du point de vue des effets potentiels. Cela reflète la diversité des questions abordées, qu'il s'agisse de caractériser des pratiques, d'identifier l'influence de certains déterminants sur les pratiques et sur les activités et les apprentissages des élèves, ou encore de poser la question de l'existence de marges de manœuvre au sein des systèmes d'enseignement, des dispositifs ou des pratiques enseignantes.

Les cadres théoriques et méthodologiques des différentes recherches étaient très variés : double approche didactique et ergonomique des pratiques (Robert 2008, Rogalski 2008) pour deux communications, principe de système didactique principal (Chevallard 1995) et système didactique auxiliaire (Theis et al. 2014) et triplet des genèses de la théorie de l'action conjointe (Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni 2000). Cette diversité reflète également le fait que certaines études abordent la question des contraintes qui pèsent sur le processus d'enseignement-apprentissage en termes d'étude du système et de son fonctionnement ou en termes d'étude de l'activité des acteurs. Les débats ont ainsi permis de poser la question de l'articulation de ces deux points de vue ainsi que celle du type de sujet pertinent selon la problématique de recherche didactique posée.

Enfin, la diversité des contextes des recherches a permis d'aborder, lors des débats, la question des différences entre pays et entre systèmes d'enseignement même si celle-ci n'a été étudiée en tant que telle par aucune des contributions. Elle apparaît néanmoins comme une piste féconde pour la poursuite de travaux sur les thématiques abordées par le groupe de travail (cf. infra).

La mise en regard des différentes contributions et des discussions qu'elles ont initiées permet de mettre en évidence un certain nombre d'apports de cette rencontre EMF.

L'étude de la question des effets des pratiques sur les apprentissages d'élèves en difficultés était abordée par deux communications. Assude et al. étudient du point de vue du triplet des genèses (Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni 2000), l'articulation d'un système didactique principal et d'un système didactique auxiliaire visant à prendre en charge des élèves en difficultés dans le cadre d'un enseignement de résolution de problèmes. Barrera et Chesnais étudient l'articulation de l'activité de l'élève avec celle de l'enseignant dans un dispositif d'entretiens, visant le diagnostique et l'aide à des élèves en difficultés.

La question de l'évaluation, abordée par la communication de Horoks et Pilet constitue une problématique émergente en didactique des mathématiques que les auteures ont posée, dans le cadre du groupe de travail, dans une perspective d'articulation entre pratiques enseignantes et des contextes particuliers. Elles présentent ainsi une définition et une méthodologie d'analyse des pratiques d'évaluation d'enseignants de collège, dans le travail en classe, à propos d'enseignement de l'algèbre.

La comparaison internationale pourrait être très féconde pour l'étude des questions qui intéressent le groupe. En effet, dans le cadre de l'EMF, trois objets de travail peuvent être traversés par une variabilité culturelle et institutionnelle : l'élève, le professeur et le système didactique. Les conditions d'être élève ne sont pas les mêmes dans les pays, de même que les situations proposées, les dispositifs ou les contraintes institutionnelles.

Dans l'étude du lien entre les pratiques enseignantes et les apprentissages des élèves, si la question de l'effet des premières sur les seconds a connu des évolutions en didactique des mathématiques, il n'en reste pas moins que la question des apprentissages effectifs reste encore trop peu traitée. Intégrer la problématique de l'évaluation a permis de focaliser davantage les travaux sur les apprentissages, mais la question de l'influence des activités des élèves sur les pratiques enseignantes reste encore à travailler. Cela pose également la question de la place du sujet dans nos orientations théoriques et méthodologiques : avant même de poser la question de la variabilité des apprentissages, il s'agirait d'accorder une place à la variabilité des élèves (la variabilité des pratiques enseignantes étant déjà très documentée) dans les travaux de didactique, en acceptant qu'il y ait des approches plus ou moins centrées sur le fonctionnement du système ou des acteurs.

La contribution de Roditi aborde cette question en partant de résultats sociologiques connus sur les élèves de milieux populaires et en tentant de les introduire dans des analyses didactiques d'énoncé de problèmes mathématiques tirés de manuels scolaires. Le travail effectué a montré par exemple que les exercices à contexte professionnel proposent aujourd'hui des activités moins riches mathématiquement que ceux dont le contexte est social ou scientifique. Or les recherches sur les élèves de milieux populaires montrent que les savoirs « utiles » sont ceux qui mobilisent davantage ces élèves. Un risque apparaît donc que cette tendance néfaste aux apprentissages mathématiques soit renforcée dans l'enseignement en contexte d'éducation prioritaire.

Les contributions des membres du groupe ont ainsi montré que la thématique des inégalités des opportunités d'apprentissage peut permettre de poser des questions dont les chercheurs en didactique des mathématiques doivent aujourd'hui s'emparer.

REFERENCES

Chevallard Y. (1995) La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. In R. Noirfalise et M.-J. Perrin-Glorian (dir.), *Actes de la VIIIe école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 83-122). Clermont-Ferrand : IREM.

Robert A. (2008) Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 33-44). Toulouse : Octarès.

Rogalski J. (2008) Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 23-30). Toulouse : Octarès.

Sensevy G., Mercier A., Schubauer-Leoni M.-L. (2000) Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques* 20(3), 263-304.

Theis L., Assude T., Tambone J., Morin M.-P., Koudogbo J., Marchand P. (2014) Quelles fonctions potentielles d'un dispositif d'aide pour soutenir la résolution d'une situation-problème mathématique chez des élèves en difficulté du primaire? *Éducation et francophonie* 42(2), 160-174.

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

ÉTUDE D'UN DISPOSITIF POUR AIDER DES ÉLÈVES À ENTRER DANS LE MILIEU D'UNE SITUATION MATHÉMATIQUE

Teresa ASSUDE* – Laurent THEIS** – Jeanne KOUDOGBO** - Karine MILLON-FAURE* - Marie-Pier MORIN** - Jeannette TAMBONE*

Résumé – Dans cette communication, nous analysons un dispositif d'aide dans la résolution de problèmes en mathématiques qui a été mis en place par des enseignantes auprès d'élèves en difficulté, avant le travail effectué avec l'ensemble de la classe. Nous montrons d'abord les fonctions d'aide de ce dispositif, notamment les fonctions chrono-topo-meso-génétiques. Ensuite nous analysons l'une de ses mises en œuvre en essayant de trouver des indices de ces fonctions à partir d'épisodes concernant des élèves qui y ont participé.

Mots-clefs : Dispositif d'aide, élèves à besoins éducatifs particuliers, situation mathématique, triplet des genèses

Abstract – In this paper, we analyse an « assistant device » in mathematical problems solving. This device has been set up by teachers for some special needs pupils before the work in the whole class. We first show how this device can help the pupils, especially through its chrono-topo-meso-genetic functions. Then we analyse a situation in which the device is implemented, looking for clues of these functions in some episodes involving students who participated in the device.

Keywords: Assistant device – special needs pupils – mathematical situation – genesis triplet

Notre communication se place dans le cadre du groupe 9 en ce qui concerne l'adaptation des pratiques d'enseignement à des besoins spécifiques des élèves, notamment l'adaptation des pratiques aux difficultés des élèves identifiées par les enseignants. Nous allons étudier un dispositif d'aide particulier qui a été mis en place par des enseignantes en nous focalisant sur ses fonctions topogénétiques, chronogénétiques et mesogénétiques. Pour cela, nous présenterons notre cadre théorique et problématique avant d'analyser l'une des mises en œuvre de ce dispositif auprès de quatre élèves à partir d'épisodes choisis par les chercheurs.

* ADEF – Université d'Aix-Marseille – France – teresa.dos-reis-assude@univ-amu.fr; karine.millon-faure@univ-amu.fr; jane.tambone@wanadoo.fr.
** CREAS - Université de Sherbrooke – Québec – Canada – laurent.theis@USherbrooke.ca ; jeanne.koudogbo@USherbrooke.ca; marie-pier.morin@USherbrooke.ca

Assude T., Theis L, Koudgobo J., Millon-Fauré K., Morin M-P., Tambone J. (2015) Etude d'un dispositif pour aider des élèves à entrer dans le milieu d'une situation mathématique. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT9, pp. 769-778.

I. CADRE THEORIQUE ET PROBLEMATIQUE

La compétence à résoudre des situations-problèmes mathématiques est au centre du programme de formation de l'école québécoise en mathématiques (MELS 2001), tant au primaire qu'au secondaire. La résolution de problèmes y est alors à la fois objet d'apprentissage et moyen pédagogique pour apprendre les mathématiques. La résolution d'une situation-problème peut s'avérer un défi particulièrement important pour des élèves qui présentent un retard ou qui ont des difficultés d'apprentissage pouvant les mener à l'échec.

Afin de déterminer les conditions favorables à l'engagement et à l'apprentissage des élèves en difficulté, nous avons mis en place un projet de recherche collaborative avec huit enseignantes d'une école primaire québécoise. Ce projet intitulé « Développement de conditions favorables aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage dans la résolution de situations-problèmes mathématiques » a été financé par le MELS (Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports). Notre recherche est de nature collaborative, puisque ce n'est pas une recherche "sur" les enseignants, mais une recherche "avec" les enseignants. Dans le cadre du projet, nous avons accompagné les enseignantes participantes à planifier des situations-problèmes mathématiques susceptibles de favoriser l'engagement et l'apprentissage des élèves en difficulté. Nous avons filmé les mises en oeuvre par les enseignantes dans la classe. Par la suite, les enseignantes ont visionné l'enregistrement et sélectionné quelques passages qui leur paraissaient particulièrement significatifs au regard de la problématique des élèves en difficulté. Ces extraits ont été présentés et discutés à l'intérieur de séminaires avec l'ensemble des participants. Les enseignantes ont été libérées un certain nombre d'heures de classe pour s'investir dans ce projet de recherche-action qui a été aussi un moment de formation.

Au cours de ce projet, une enseignante de troisième et quatrième année, Sylvie, a décidé de mettre en place une mesure particulière visant à favoriser l'engagement et l'apprentissage de neuf élèves en difficulté. En effet, elle a proposé de prendre à part ces élèves deux jours avant la réalisation de sa situation-problème en classe afin de leur expliquer la consigne.

En suivant les travaux de Chevallard (1995) qui modélise l'espace de l'étude comme un ensemble de systèmes didactiques principaux (les classes, par exemple) et des systèmes didactiques auxiliaires (SDA) qui aident à l'étude, nous avons analysé ce dispositif d'aide sous l'angle d'un système didactique auxiliaire (Theis & al. 2014). Contrairement aux SDA décrits ailleurs (Tambone 2014), le dispositif d'aide proposé par Sylvie ne porte pas sur des savoirs anciens, après la réalisation en classe d'une situation, mais précède le système didactique principal (SDP).

Pour dégager un modèle théorique à partir de la première réalisation de ce dispositif, nous avons utilisé le triplet de genèses (Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni 2000) :

> au sein du système didactique, le professeur doit agir (définir, réguler, dévoluer, instituer) pour :
>
> - produire les lieux du professeur et de l'élève (effet de topogenèse) ;
> - produire les temps de l'enseignement et de l'apprentissage (effet de chronogenèse) ;
> - produire les objets des milieux des situations et l'organisation des rapports à ces objets (effet de mésogenèse) » (p.267).

Ainsi cette première étude (Theis & al. 2014) nous a permis de dégager trois fonctions potentielles de ce dispositif d'aide, en lien avec le triplet des genèses. Une fonction chronogénétique qui se manifesterait par le fait que les élèves disposent de plus de temps et surtout qu'ils rencontrent la situation avant la réalisation en classe : ils « savent plus avant » de quoi il va s'agir. Une fonction topogénétique permettrait aux élèves en difficulté d'assumer plus facilement leur place d'élève dans le système didactique principal. Finalement, une fonction mésogénétique permettrait aux élèves en difficulté de rencontrer le milieu initial de la situation avant sa réalisation en classe. L'aménagement du milieu apparaît comme un élément central dans certains travaux même si certains réaménagements successifs du milieu éloignent les élèves des enjeux de savoir (Marlot & Toullec-Théry 2011).

Dans la suite du projet, trois enseignantes, dont Sylvie qui était à l'origine de la première réalisation du dispositif d'aide dans sa classe, ont expérimenté à leur tour un SDA dans leur classe. Nous avons alors analysé ces nouvelles expérimentations afin de mettre à l'épreuve notre modèle théorique et de déterminer les invariants qui se dégagent d'une réalisation à l'autre et ce, même si la nature de ce qui est réalisé dans les SDP et SDA diffère par rapport à la première mise en oeuvre. En effet, lors de la première expérimentation, (Theis & al. 2014), l'enseignante demandait essentiellement aux élèves d'anticiper ce qu'ils auraient à faire le lendemain en classe. L'action des élèves était suspendue dans le SDA. Lors de la deuxième expérimentation (Assude & al. soumis), le mandat donné aux élèves du SDA portait plutôt sur la réalisation de la première étape d'une situation de communication qui s'est déroulée en quatre temps différents. Il s'agissait de décrire une figure géométrique pour qu'un élève qui n'avait pas vu la figure puisse la reproduire. Dans ce SDA, il s'agissait seulement de la phase « décrire » sans qu'il y ait de reproduction, et donc de rétroaction de la part du milieu. Dans cette deuxième réalisation, au-delà des fonctions chronogénétiques, topogénétiques et mésogénétiques, nous avons également dégagé une fonction de distanciation. Ainsi dans le SDA, on entre en avance dans le milieu de la situation, ce qui peut permettre une mise à distance par rapport à ce qui y est visé et peut créer une attente pour un futur engagement des élèves dans le SDP.

Dans le cadre de cette communication, nous allons analyser la mise en oeuvre du dispositif d'aide par Manon, une enseignante de sixième année du primaire (élèves de 11 à 12 ans). Comme nous allons le voir, la nature de ce SDA diffère de celle des deux SDA précédents, puisqu'il consiste principalement en un retour sur le savoir ancien que l'enseignante pense nécessaire pour entrer dans le milieu de la situation mathématique qui sera traitée le lendemain. Comment ce dispositif d'aide peut alors favoriser l'entrée dans le milieu de la situation pour des élèves qui y participent ? C'est la question à laquelle nous allons tenter de répondre dans cette communication.

Pour répondre à cette question, nous présentons d'abord le déroulement du SDA qui a eu lieu avant le SDP ce qui nous permet de repérer certaines des fonctions du SDA. Ensuite, nous présentons quelques épisodes du SDP dans lesquels nous avons repéré des indices des différentes fonctions du SDA.

II. DEROULEMENT DU SDA ET ANALYSE DES FONCTIONS

Lors de cette expérimentation, quatre élèves (Daniel, Julien, Marielle, Roselyne) sélectionnés par Manon, l'enseignante, participent au SDA, dont la durée totale est de 12 minutes. Comme le dispositif est nouveau pour ces élèves, Manon le légitime en s'appuyant d'abord sur le processus de recherche :

> Cet après-midi, j'ai voulu faire une expérience spéciale que je n'ai jamais faite avec mes élèves avant de commencer une situation-problème.

Ensuite, Manon justifie le dispositif en faisant référence à des éléments qui concernent plus spécifiquement le groupe d'élèves sélectionnés et les raisons qui ont amené ce choix.

> On fera l'affaire ensemble avec tout le monde demain, mais vous allez en avoir entendu parler. Mais je trouve ça intéressant de faire ça avec vous [...], parce qu'on se rend compte que lorsqu'on n'est qu'un petit groupe, on est capable d'aller chercher des affaires que quand on est en grand groupe, on a de la misère à vous concentrer, puis à être capable de saisir ce qui se passe. Vous vous laissez un peu porter par

> eux-autres. Ça arrive souvent. [...] Là, juste le fait que vous êtes tous les quatre, vous allez déjà avoir une idée de ce qu'est la situation.

Plusieurs raisons sont alors invoquées par Manon. Tout d'abord, elle indique aux élèves qu'ils auront déjà « entendu parler » de la situation-problème, avant les autres. Elle pointe là de manière explicite la fonction chronogénétique que nous avons identifiée dans les analyses antérieures : savoir plus avant de quoi il s'agit. Ensuite, elle invoque également les avantages de travailler en petit groupe avec la possibilité de mieux se concentrer et de mieux comprendre ce qui se passe. Finalement, elle avance également l'argument qu'habituellement en classe, les quatre élèves ont tendance à se laisser porter par les autres élèves. Elle fournit alors indirectement la raison pour laquelle ces élèves ont été sélectionnés pour le SDA. Nous retrouvons ici la fonction topogénétique de ce dispositif : il permet aux élèves de prendre leur place d'élève dans le SDA. Cependant, cela ne nous indique pas si ces élèves prendront cette place dans le SDP. Or il est important que les élèves en difficulté prennent la position d'élève dans le SDP puisque certains travaux (Tambone 2014) montrent que leur valeur scolaire est acquise dans ce cadre. Nous aborderons cet aspect dans l'analyse des épisodes du SDP.

Par la suite, Manon annonce aux élèves la situation qu'ils auront à travailler le lendemain.

> Je vais vous demander demain de trouver… l'aire d'un triangle… que je vais vous remettre. Trouvez l'aire d'un triangle. Ça vous dit quoi? Quand on parle de ça. Trouver l'aire d'un triangle. Qu'est-ce que vous savez déjà qui pourrait vous aider à faire cette situation-là.

Quelques remarques s'imposent quant à cette description de la tâche. Tout d'abord, dans le SDP, la visée ultime sera de dégager une formule qui permet de calculer l'aire de tout triangle. Pour les élèves, c'est la première fois qu'ils travaillent sur l'aire de cette figure, mais ils ont déjà rencontré les formules d'aire du carré et du rectangle. Or, pour l'instant, cette visée de trouver une formule générale reste implicite et il ne s'agit que de la détermination de l'aire d'*un* triangle. Ensuite, même si au cours du SDP, les élèves auront à déterminer l'aire de différents triangles, ce n'est pas la première situation qui sera proposée le lendemain. En effet, Manon a décidé après la réalisation du SDA de modifier la première situation proposée dans le SDP et de demander plutôt de tracer un triangle dont l'aire est d'exactement 18 cm^2. Cette première situation est alors de nature différente de celle annoncée au départ dans le SDA. Ce n'est que par la suite que les élèves auront à déterminer l'aire de différents triangles et, ultimement, à dégager une formule générale. Finalement, dans le SDA, Manon fait appel aux savoirs anciens des élèves (ceux « que vous savez déjà ») qui pourraient être mobilisés par les élèves pour résoudre la situation.

Une discussion s'engage ensuite dans le SDA avec les élèves autour du concept d'aire, à la suite d'une question de Julien. (« C'est quoi l'aire? »). Manon questionne alors les autres élèves autour du concept d'aire. Ceux-ci offrent différentes explications. Raphaëlle fait appel à l'aire du carré et à une unité de mesure - le centimètre carré.

> Il me semble que c'est… avec un carré c'est plus facile… mais un triangle, c'est 1 centimètre carré genre…

Daniel pour sa part oriente son intervention davantage sur une procédure de dénombrement pour déterminer l'aire :

> Dans le fond tu prends une feuille quadrillée… puis tu comptes tous les carrés à l'intérieur…

Manon offre finalement une définition de l'aire :

> C'est… la surface…l'intérieur d'une forme. Il va falloir mesurer l'intérieur d'une forme.

La discussion s'oriente ensuite vers les stratégies pour déterminer l'aire du carré et révèle les difficultés des élèves à se rappeler cette formule. Marielle se situe d'abord dans une logique de dénombrement, mais lorsque Manon lui demande de calculer plutôt que de dénombrer, elle avance qu'il faut « multiplier, diviser ou [faire] plus ». Manon questionne alors les autres élèves sur l'opération à utiliser, mais au final aucune réponse définitive ne ressort de la discussion :

> Ok, il faut faire une opération mathématique. Pis là, Marielle elle n'en est pas sure, c'est quoi le calcul. On prend la longueur, la largeur, on additionne, on soustrait, on multiplie, on divise, on ne sait pas trop. Ça il va falloir retrouver ça. Demain ça va être important si on veut prendre cette stratégie-là.

La deuxième partie de la discussion se centre ensuite sur les différents triangles particuliers. Tout d'abord, Manon demande à Daniel de décrire ce qu'est un triangle. Il est alors intéressant de constater que Daniel n'est pas initialement en mesure de mettre en mots les éléments constituants du triangle, mais d'en dessiner plutôt un avec son doigt.

> Manon: C'est quoi un triangle, Daniel?
>
> Daniel: C'est un...
> Manon: Sais-tu me dire des mots pour exprimer c'est quoi un triangle?
> Daniel: Je ne sais pas.
> Manon: Dessine-moi un triangle, juste avec ton doigt.

Par la suite, Manon amène les élèves à discuter des différents types de triangles et de leurs caractéristiques : triangle rectangle, triangle équilatéral, isocèle et scalène. Pour chacun de ces triangles, elle dessine un exemplaire sur une feuille de papier et la discussion avec les élèves mène au dégagement de leurs propriétés.

La séance du SDA se termine sur un questionnement de Manon quant aux stratégies des élèves pour le SDP du lendemain.

> Manon: Vous avez déjà une bonne idée de ce qu'il faut faire?
> Élèves: oui
> Manon: Dans votre tête, vous commencez déjà à placer vos stratégies?
> Élèves: oui, oui
> Manon: C'est beau? Est-ce que vous avez des questions? Est-ce qu'il y a quelque chose qui ne semble pas clair? … est-ce que l'aire maintenant c'est plus clair que tout à l'heure?

Pour l'ensemble du SDA, Manon intervient essentiellement, sous forme de discussion avec les élèves sur le concept d'aire et sur celui de triangle (ainsi que les différentes formes de triangles) même si la participation des élèves est inégale : Daniel et Roselyne sont toujours prêts à répondre (avec leur doigt dans les airs pour demander la parole), tandis que Julien et Marielle n'interviennent que lorsque Manon les interpelle directement. Par ailleurs, même si la situation présentée dans le SDP est annoncée au début, elle n'est pas travaillée en profondeur en tant que telle ici, puisque la discussion porte plutôt sur les savoirs anciens que Manon pense essentiels pour pouvoir entrer dans le milieu de la situation. Cette intention est d'ailleurs nommée explicitement par Manon lors de l'entrevue qui a été réalisée avec elle avant le SDA :

> Aujourd'hui je vais rencontrer quatre élèves, ayant été identifiés comme ayant un peu plus de difficultés, pour leur présenter la situation problème et pour vérifier avec eux en fait s'ils possèdent les prérequis pour cette situation-là.

La fonction mesogénétique du SDA, qui consiste à faire entrer les élèves dans le milieu de la situation, prend ici une forme qui est assez classique dans les SDP : celle de la reprise des objets anciens et du rapport à ces objets. L'enseignante s'assure par ce biais que ces objets font partie du milieu initial de la situation. Roselyne, l'une des élèves intervenant dans le SDA, dira plus tard à propos de l'utilité du SDA :

Comme ça tu sais tout de suite c'est quoi l'aire, tu peux tout de suite commencer le travail.
Une des différences du SDA par rapport au SDP est que cette reprise des objets anciens se fait en petit groupe. Le petit groupe implique d'être en nombre restreint aussi les élèves peuvent

difficilement « échapper » au questionnement de Manon, alors que ceci peut ne pas être le cas en classe où beaucoup plus d'élèves peuvent prendre la parole. Par ailleurs, l'enseignante peut aussi observer plus finement ce que les élèves savent ou non à propos des triangles et des aires du carré et du rectangle. Elle peut ainsi, adapter son questionnement en fonction des réponses des élèves.

III. EPISODES DU SDP

Dans cette partie, nous avons choisi quatre épisodes qui nous semblent montrer des indices des différentes fonctions du SDA dans le SDP. Deux séances ont été consacrées à l'enjeu de savoir : trouver la formule pour calculer l'aire d'un triangle quelconque. Nous allons nous intéresser à la première séance en présentant un rapide synopsis qui nous permet d'y situer les épisodes choisis. La première séance est organisée en alternant un travail en petits groupes de quatre ou cinq élèves et un travail collectif (consigne et mise en commun du travail des petits groupes). Cette enseignante, ayant l'habitude de faire des groupes de travail assez homogènes, a constitué les groupes de telle manière que les quatre élèves qui ont participé au SDA sont dans le même groupe (on l'appellera le groupe ciblé). Le synopsis suivant est relatif à la première séance où nous plaçons trois indicateurs : les types de tâche, les techniques et le mode de travail (collectif ou en petit groupe).

Etapes	Types de tâche et techniques	Modes de travail
1ère étape	Présentation du matériel : règle, crayon, cahier de maths, feuille quadrillée Tâche 1 : « Sur la feuille quadrillée, tu dois dessiner un triangle qui mesure 18cm^2 » Repérage du rapport à des objets anciens à partir de la consigne et de la question : « Qu'est-ce que vous ne connaissez pas ? »	Collectif Oral et écrit au tableau
2èmeétape	Tâche 1 Le groupe ciblé arrive à dessiner un triangle rectangle d'aire 18cm^2, ainsi que la plupart des autres groupes. La technique utilisée est celle « dessiner un triangle rectangle et dénombrer des carrés ou demi-carrés »	Groupes
3èmeétape	Mise en commun Présentation de la technique précédente	Collectif
4èmeétape	Tâche 2 : Trouver la mesure de l'aire de cinq triangles dessinés sur une feuille blanche Le groupe ciblé essaie de décalquer la feuille quadrillée à l'intérieur des triangles (ou de faire un quadrillage) pour pouvoir dénombrer les carrés d'un cm^2. La plupart des groupes utilisent la technique « décalque du quadrillage et dénombrement des carrés »	Groupes
5èmeétape	Mise en commun au tableau Point sur les techniques utilisées par les groupes, notamment les deux suivantes : La technique précédente « décalque du quadrillage et dénombrement des carrés »	Collectif

	La technique « compléter le triangle par un rectangle ou un carré, calculer l'aire de ces figures et diviser par deux » est écrite au tableau	
6ème étape	Tâche 2 Reprise de cette tâche dans les différents groupes Evolution des techniques vers la technique « compléter le triangle par un carré ou un rectangle)	Groupes
7ème étape	Mise en commun au tableau La formule de l'aire d'un triangle est appliquée aux figures particulières proposées dans l'énoncé	Collectif

Tableau 1 – *Synopsis de la première séance du SDP*

Nous avons choisi quatre épisodes qui se situent dans le déroulement du SDP de la manière suivante : l'épisode 1 se situe dans l'étape 1 et concerne Daniel ; l'épisode 2 se place dans l'étape 2 et montre le groupe ciblé ; l'épisode 3 se situe dans l'étape 3 et concerne Roselyne et Julien ; l'épisode 4 se place dans l'étape 5 et est relatif à Daniel.

1. Episode 1 – Migration des objets du SDA vers le milieu de la situation du SDP

L'enseignante présente le matériel à utiliser avant de donner la consigne. Elle montre la feuille quadrillée dont les côtés des carrés mesurent 1cm ce qui n'est pas une feuille quadrillée habituelle pour les élèves. Elle indique que cette feuille est spéciale et demande aux élèves ce qu'elle a de particulier. Des élèves répondent : « Elle est normale avec des carrés » ou « les lignes sont noires à la place d'être bleues » ou encore « il y a un cadre autour ». C'est Daniel qui donnera la réponse attendue par l'enseignante : « Il y a des carrés sont de… 1cm ». En choisissant une feuille quadrillée dont l'aire des carrés mesure $1cm^2$, les élèves peuvent utiliser d'une manière indifférenciée cette unité d'aire «$1cm^2$ » ou l'unité d'aire « aire d'un carré du quadrillage », ce qui peut simplifier les techniques de dénombrement.

Cet épisode nous donne un indice des fonctions mesogénétique et chronogénétique du SDA dans le cadre du SDP. Pourquoi Daniel donne-t-il la réponse attendue contrairement aux autres élèves qui donnent des réponses perceptives ? Les objets « cm^2 » et « carré » sont présents dans le SDA. Dans ce dispositif, à la question « c'est quoi l'aire ? », Roselyne avait répondu « avec un carré c'est plus facile… mais un triangle, c'est un centimètre carré genre… ça donne l'aire », et Daniel avait rajouté : « Dans le fond tu prends une feuille quadrillée… puis tu comptes tous les carrés à l'intérieur ». Daniel sait « plus avant » que les autres élèves de la classe de quoi il va s'agir : des aires, des unités de mesure et des triangles.

Notre hypothèse interprétative de cet épisode est que la présence de ces objets dans le SDA a peut-être permis à Daniel de solliciter ces objets pour le milieu de la situation mathématique dans le SDP comme éléments du contrat didactique qu'il suppose être celui de la classe : le travail sur l'aire d'un triangle et les unités de mesure d'aire que l'enseignante veut mettre en place dans la classe. On peut d'ailleurs noter que Daniel a mobilisé ces objets de savoirs alors que quasiment aucun élément permettant de faire le lien avec l'activité du SDA n'avait encore été donné : l'enseignante n'avait jusque-là parlé dans le SDP ni d'aire, ni de triangle ni même de géométrie. Ainsi des objets de savoir présents dans le SDA vont migrer dans le SDP même si de toutes manières ils auraient fait partie du milieu initial de la situation dans le SDP. Ils auraient pu être explicités par l'enseignante mais finalement, c'est plutôt un élève participant au SDA qui le fit.

2. Episode 2 – Engagement dans la tâche et dévolution

Les élèves du groupe ciblé se sont mis au travail. En fait, Daniel s'est tout de suite mis à tracer des droites. Les trois autres n'étaient pas encore au travail lorsque Manon est allée les voir pour savoir comment ils allaient s'organiser. C'est suite à cela que le travail s'est amorcé, à l'aide des questions de Manon. Julien pense d'abord qu'il faut faire 18 cm de longueur mais Roselyne propose de dessiner un triangle rectangle : « D'après moi, pour ne pas compliquer la tâche, on pourrait faire un triangle à angle droit ». Nicole s'exclame : « Ah ! Vous commencez avec un triangle rectangle », et elle revient à la consigne, notamment en disant « Je demande un triangle dont l'aire soit 18 [cm²]. Ça veut dire quoi ça ? L'aire, c'est quoi ? », et Julien répond : « c'est la mesure du dedans ». En demandant de préciser « il faut qu'il ait quoi ? », Roselyne répond « 18 petits carrés ». Après quelques échanges encore, les élèves essaient plusieurs mesures des côtés pour trouver, par exemple en divisant 18 par 2, et encore 9 par 2. Les quatre élèves font des essais en utilisant plusieurs mesures des côtés, et c'est Roselyne la première, qui dans le groupe dessine un triangle rectangle isocèle dont l'aire mesure $18cm^2$.

Cet épisode nous montre deux faits qui nous paraissent significatifs. Le premier est relatif à l'engagement des élèves du groupe ciblé dans la tâche proposée dans le SDP. Tous les quatre sont engagés dans la tâche en essayant de dessiner le triangle demandé. Nous pouvons l'observer dans les échanges entre eux, où tous les quatre prennent la parole. Marielle est aussi engagée dans la tâche même si elle le fait en observant le travail des autres. Julien, qui dans le SDA ne savait pas répondre « c'est quoi l'aire » arrive à donner dans le SDP une réponse : « c'est la mesure du dedans ». En plus, lors des essais il dira qu'on ne pourra pas avoir un côté qui mesure 18cm, sinon « ça va donner plus que 18 » (soit plus de $18cm^2$). Comme nous l'avons dit, Roselyne donne l'idée du triangle rectangle qui est un choix pertinent pour trouver une solution au problème, et elle le fait très rapidement. Là aussi, on pourrait penser que le SDA a pu avoir une influence puisque les élèves ont sollicité un triangle particulier.

Le deuxième fait concerne la facilité relative avec laquelle le groupe ciblé est entré dans le milieu. Nous avons observé d'autres groupes dans la classe qui ont eu plus de mal à entrer dans la situation notamment en confondant l'aire et le périmètre. Même si tout au début, Julien et Marielle ont pu parler de la longueur, très vite ils sont revenus à l'aire du triangle. Par ailleurs, le groupe ciblé a trouvé une réponse au problème en prenant la responsabilité de cette réponse : la proposition de Roselyne a été acceptée par le groupe, et chacun a pris une responsabilité dans les essais. Daniel essaie 4,5 en prenant la moitié de 9cm pour un côté du triangle, et voilà leurs échanges :

Marielle – Daniel, la moitié d'une case ça fait virgule 5. Donc il faudrait aller soit en 4 soit en 5 parce que si on y va par la moitié.
Julien – Non, ça doit aller par 5 ou par 4 parce que par la moitié tu ne l'auras pas.
Marielle – Tu auras un autre. Tu auras 40 par 2.
Roselyne – ça, c'est si on fait avec 4,5 (elle montre sa feuille)
Marielle – regarde, ici il t'en manque 1
Roselyne – ça ne marche pas…
Daniel – ça c'est 5.
Roselyne – Non, c'est avec 4,5… juste ici ça ne va pas.
Marielle – Parfait, faisons un autre.

Cet épisode montre que les élèves se sont non seulement engagés dans la tâche mais ils ont pris aussi la responsabilité de trouver une réponse au problème. Ils se sont placés en tant que producteurs d'une technique « dessiner un triangle rectangle et dénombrer les carrés ». La situation mathématique a ainsi été dévolue au groupe ciblé.

3. *Episode 3 – Prise de parole et de position dans le topo d'élève*

Le troisième épisode se situe lors de la mise en commun de l'étape 3. Nicole demande à la classe : « Vous avez dessiné quels types de triangle ? » Roselyne lève la main pour répondre, et Nicole lui donne la parole : « moi j'ai fait un triangle rectangle isocèle », et Julien ajoute : « Il y a un côté qui mesure plus ». Nous avons deux élèves du groupe ciblé, qui ayant trouvé une solution et une technique pour accomplir la tâche 1, prennent la parole dans la classe. Ils prennent position dans le topo de l'élève en montrant qu'ils ont eu un rôle de producteur d'une réponse. En outre, par cette prise de position en montrant une solution, ces deux élèves peuvent faire avancer le temps didactique puisque cette technique « dessiner un triangle rectangle et dénombrer les carrés et demi-carrés » deviendra publique et partagée, et va être par la suite utilisée dans la classe et par le groupe ciblé lui-même. Le groupe ciblé n'est pas le seul groupe à utiliser cette technique mais ils sont bien dans ce qu'il est attendu d'eux. Manon décrivait ces élèves comme ayant tendance à se laisser porter par les autres en grands groupes. Les voilà à présent des élèves moteurs. Certes, on ne peut pas pour autant affirmer qu'il s'agit d'une des conséquences du SDA mais cela semble fort probable. Nous pouvons considérer ces observations comme des indices que le SDA a pu avoir cette fonction topo et chronogénétique.

4. *Episode 4 – Prise de position dans le topo d'élève*

Cet épisode se place dans la deuxième mise en commun de l'étape 5. Il s'agit de trouver des techniques pour mesurer l'aire de cinq triangles dessinés sur une feuille (d'abord non quadrillée et ensuite quadrillée). Manon fait le point sur les différentes techniques utilisées : « Qu'est-ce que vous avez trouvé comme stratégies pour trouver, pour mesurer l'aire des différents triangles ? » Daniel lève le bras et Manon lui donne la parole : « Nous, on décalque sur la feuillle quadrillée », et ensuite « Après on compte les carrés et on complète ceux qui sont à la moitié ». Cette technique a été utilisée par la plupart des groupes. Nous observons que Daniel prend aussi une position dans le topos d'élève lors de la mise en commun en montrant qu'il a un rôle de producteur d'une réponse. De même que pour l'épisode 3, il nous semble avoir là un indice de la fonction topogénétique du SDA qui va dans le même sens que d'autres indices déjà rélèvés.

IV. CONCLUSION

Le système didactique auxilaire mis en place avant le système didactique principal est une adaptation des pratiques d'enseignement mises en œuvre par des enseignantes qui voulaient aider des élèves en difficulté dans la résolution de problèmes mathématiques. Par rapport à d'autres dispositifs d'aide qui sont mis en place après le travail dans la classe (comme par exemple dans les RASED[1] en France), ce type de SDA est nouveau. Comment ce type de dispostif peut-il aider ces élèves ? Nous avons modélisé les fonctions d'aide en termes de fonctions mesogénétiques, topogénétiques, chronogénétiques et de distanciation. A partir de ce modèle théorique, nous avons pu analyser trois autres mises en œuvre de ce type de dispositif qui ne mettent pas l'accent sur les mêmes éléments structurels (Theis et al., 2014 ;

[1] RASED : Réseau d'aides spécialisées aux élèves en difficulté

Assude et al., soumis). Par exemple, le dispositif de Manon met l'accent sur la reprise des objets anciens et le rapport à ces objets, notamment les notions d'aire et des triangles particuliers. Ce SDA semble avoir des fonctions chrono-topo et mesogénétiques comme nous l'avons montré. Les élèves qui ont participé à ce SDA se sont engagés tout de suite dans la tâche proposée par l'enseignante et ont pris position dans le topos d'élève en ayant un rôle de producteur de la technique. Ils ont pu prendre la parole dans la classe pour indiquer leur solution, en prenant ainsi un rôle d'élève chronogène, soit celui qui fait avancer le temps didactique. Un certain nombre d'indices vont dans ce sens même si nous pouvons pas l'affirmer dans un sens déterministe. Ce SDA, tel qu'il a été mis en œuvre dans la classe de Manon, semble être un facilitateur dans l'entrée du milieu de la situation mathématique en permettant aux élèves de se focaliser tout de suite sur la tâche et non sur des objets anciens qui pourraient être encore problématiques (comme le cas de l'aire). Comme le dit Roselyne en parlant du dispositif : « *Comme ça tu sais tout de suite c'est quoi l'aire, tu peux tout de suite commencer le travail.* »

REFERENCES

Assude T., Koudogbo J., Millon-Fauré K, Morin M.-P., Tambone J., Theis L. (soumis) Mise à l'épreuve des fonctions d'un dispositif d'aide aux élèves en difficulté en mathématiques.

Chevallard Y. (1995) La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. In R. Noirfalise et M.-J. Perrin-Glorian (dir.), *Actes de la VIII[e] école d'été de didactique des mathématiques* (p. 83-122). Clermont-Ferrand : IREM.

Marlot C., Toullec-Théry M. (2011) Caractérisation didactique des gestes de l'aide ordinaire à l'école élémentaire. *Education & Didactique*, 5.3, 7-32.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2001) *Programme de formation de l'école québécoise.. Éducation préscolaire et enseignement primaire.* Québec, QC : Gouvernement du Québec.

Sensevy G., Mercier A., Schubauer-Leoni M-L (2000) Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20.3, 263-304.

Sensevy G., Mercier A. (2007) *Agir ensemble. Éléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves*. Rennes: P.U.R.

Tambone J. (2014) Enseigner dans un dispositif auxiliaire : le cas du regroupement d'adaptation et de sa relation avec la classe d'origine de l'élève. *Les Sciences de l'éducation - Pour l'Ère nouvelle* 47(2), pp. 51-71

Theis L., Assude T., Tambone J., Morin M.-P., Koudogbo J. et Marchand P. (2014) Quelles fonctions potentielles d'un dispositif d'aide pour soutenir la résolution d'une situation-problème mathématique chez des élèves en difficulté du primaire? *Éducation et francophonie* 42(2), 160-174.

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

L'ARTICULATION DE L'ACTIVITÉ DE L'ENSEIGNANT AVEC L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE DE L'ÉLÈVE : LA QUESTION DE LA PARTICIPATION DE L'ENSEIGNANT À L'APPRENTISSAGE DE L'ÉLÈVE EN CONTEXTE D'ORTHOPÉDAGOGIE

Raquel I. Barrera Curin* – Aurélie Chesnais**

Résumé – Dans cet article nous abordons la question de l'articulation de l'activité de l'enseignant avec l'activité mathématique des élèves en contexte d'orthopédagogie. Les concepts d'activité et d'apprentissage sont définis à partir des hypothèses développées dans le cadre théorique de la double approche sous les fondements de la Théorie de l'Activité. Dans ce contexte nous analysons comparativement l'activité de deux orthopédagogues menant un entretien didactique d'investigation de connaissances auprès de deux élèves de cinquième année du primaire.

Mots-clefs : orthopédagogie, élève en difficulté, action, activité de l'élève, pratiques enseignantes.

Abstract – In this article we address the question of connections between teachers' and students' activity in special education mathematics classes. The concepts of activity and learning are developed according to the « double approach » based on Activity Theory. We proceed with a comparative analysis of the activity of two special education teachers' *exploratory didactic interviews* with two fifth grade students.

Keywords: special education mathematics classes, student with learning difficulties, action, student's activity, teaching practices.

I. INTRODUCTION

Au Québec, et dans le contexte de l'adaptation scolaire, des enseignants appelés orthopédagogues se forment et se spécialisent pour intervenir auprès des élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) ou des élèves à risque (Mels 2007). Ce travail d'intervention se réalise principalement de façon individuelle, néanmoins des interventions peuvent aussi se dérouler dans un contexte de classe, soit dans une école régulière intégrant des élèves en difficulté, soit dans une école spécialisée. Les orthopédagogues travaillent toujours en collaboration avec les enseignants réguliers, les parents, les conseillers pédagogiques et encore d'autres professionnels intervenant dans différents contextes scolaires. Selon l'ADOQ (2003), l'orthopédagogue identifie et évalue les difficultés et les troubles d'apprentissage scolaire principalement en lecture, écriture et mathématiques.

* Université du Québec à Montréal – Canada – barrera.raquel@uqam.ca
** LIRDEF (EA 3749), Université de Montpellier – France – aurelie.chesnais@fde.univ-montp2.fr

Barrera Curin R. I., Chesnais A. (2015) L'articulation de l'activité de l'enseignant avec l'activité mathématique de l'élève : la question de la participation de l'enseignant à l'*apprentissage* de l'élève en contexte d'orthopédagogie. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT9, pp. 779-790.

Dans cet article nous faisons principalement référence à l'intervention orthopédagogique individuelle se réalisant en dehors de la classe dans laquelle l'orthopédagogue évalue un élève en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage. Dans ce contexte nous allons analyser et comparer un travail d'évaluation en mathématiques réalisé par deux orthopédagogues auprès d'élèves de cinquième année du primaire. Ces évaluations ont été réalisées dans le cadre d'un projet de partenariat qui ressemble l'équipe de recherche en orthodidactique des mathématiques GEMAS (Groupe Enseignement des Mathématiques en Adaptation Scolaire), l'Université du Québec à Montréal et la Direction Régionale Laval-Lanaudière-Laurentides (Giroux 2013). Ce projet cherche à développer un nouveau regard en ce qui concerne le processus d'évaluation des élèves en contexte d'orthopédagogie (Giroux, à paraître ; 2013a ; 2013b ; Ste-Marie & Giroux, à venir. Voir des références aux travaux de Giroux dans Fortier-Moreau, 2014 ; Barrera Curin, Fortier-Moreau & Ghailane, à venir). Le caractère statique attribué – de façon implicite ou explicite – à l'évaluation (Charnay 1999) n'aurait pas de place au cœur d'un *entretien didactique d'investigation de connaissances* (Giroux, à paraitre). Cet entretien se fonde sur trois principes liés, d'une part, aux connaissances et, d'autre part, aux interactions entre l'activité mathématique des élèves et celle de l'enseignant (orthopédagogue). Le premier principe porte sur le caractère dynamique des connaissances, lesquelles sont *circonstanciées* et liées aux caractéristiques de la tâche permettant leur mise en œuvre, émergence ou rencontre. Ces connaissances permettent ainsi d'agir et cet agir implique une appropriation de la tâche qui à son tour conduira à la transformation des connaissances. Le deuxième principe souligne que les connaissances s'imbriquent au cœur des interprétations mathématiques et didactiques produites par les acteurs d'une situation. Le troisième et dernier principe met en valeur le fait que l'entretien didactique favorise l'évolution et la transformation de connaissances sous l'effet des interactions en situation (Giroux, à paraitre ; 2013a ; 2013b).

Compte tenu de ce qui précède, ces entretiens articulant évaluation et intervention en contexte d'orthopédagogie nous positionnent dans un cadre propice pour étudier les échanges verbaux rendant compte de l'articulation de l'activité de l'enseignant avec l'activité mathématique de l'élève. Lors des entretiens, l'enseignant investiguerait les connaissances que l'élève peut mettre en œuvre et participerait à l'évolution de ses procédures, de ses stratégies et ainsi, de ses possibilités d'adaptation ou d'*apprentissage*. Ainsi, l'activité de l'enseignant ne se limiterait pas à la présentation d'une tâche qu'il a préalablement organisée et analysée. L'activité de l'enseignant serait un permanent *agir*, soit dans le silence en laissant la place à l'agir de l'élève, soit à travers de *relances* centrées sur les caractéristiques de la tâche et non pas sur les réponses de l'élève (Ste-Marie & Giroux, à venir).

Dans ce contexte, cette analyse cherche à mettre en lumière des éléments du parler et de l'agir de l'enseignant orthopédagogue rendant compte d'une articulation de son activité avec celle de l'élève. Nous questionnons notamment certaines spécificités de la participation de l'enseignant à l'*apprentissage* de l'élève dans un contexte non traditionnel d'évaluation orthopédagogique, en considérant qu'il s'agit également plus largement d'éclairer des phénomènes plus généraux. Notre objectif serait ainsi d'étudier les deux volets de questions suivantes : d'une part à propos des pratiques des orthopédagogues : Quelles sont les caractéristiques des interventions des orthopédagogues ? En particulier, **comment s'approprient-ils la possibilité de relancer à partir des caractéristiques mathématiques de la tâche à évaluer ? D'autre part, à propos des effets de ces pratiques : quels sont les effets de leurs choix sur l'activité mathématique des élèves - et donc potentiellement sur leurs apprentissages?** Finalement, nous cherchons, tel que Chesnais (2009) l'a déjà exprimé, à étudier les modalités de l'influence des pratiques enseignantes – dans notre cas des enseignantes orthopédagogues – sur les apprentissages des élèves.

Nous développons dans la suite du texte l’appui théorique et méthodologique sous le regard duquel nous analysons le travail mené par deux enseignantes orthopédagogues. Nous présentons les enjeux mathématiques des tâches proposées ainsi qu’une analyse *a posteriori* des extraits des interventions des orthopédagogues que nous étudions comparativement. Nos résultats nous permettent d’identifier des possibilités et des contraintes au cœur du processus d’articulation de l’activité de l’enseignant avec l’activité mathématique de l’élève dans ce contexte d’entretien.

II. L’ARTICULATION DE L’ACTIVITÉ DE L’ENSEIGNANT AVEC L’ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE DE L’ÉLÈVE

Nous considérons que l’*apprentissage* se produit grâce à l’articulation d’un processus adaptationniste (dans l’interaction entre l’élève et la tâche) ainsi que d’un processus social résultant des interactions entre pairs ou entre l’enseignant et l’élève. Ces interactions peuvent être regardées du point de vue du contrat (Brousseau, 1998), mais tel que nous l’avons déjà mentionné, nous proposons de les regarder en posant la question de l’articulation de l’activité de l’élève avec celle de l’enseignant, pris comme “sujets-personnes” (Rogalski, 2008). L’activité est

> ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu’il fait, les décisions qu’il prend, dans ce qu’il fait et ce qu’il se retient de faire ; l’activité comprend aussi la manière dont le sujet gère son temps, et également son état personnel – en termes de charge de travail, de fatigue, de stress, et aussi de plaisir pris au travail. (Op cité, p. 24)

Nous nous focalisons sur les tâches en jeu et la manière dont d’une part l’activité de l’élève se développe sur ces tâches, d’autre part dont celle de l’enseignant se développe en interaction avec l’activité de l’élève sur chacune des tâches.

Le langage constituant le média essentiel de ces activités (Rogalski 2008), « milieu de l’apprentissage, à la fois instrument de communication et outil (Vygotski 1934/1997), ces fonctions étant étroitement liées aux contenus, valeurs et pratiques de l’activité considérée » (Jaubert & Rebière 2013), nous nous intéressons principalement aux échanges verbaux que l’élève et l’orthopédagogue entretiennent autour de la tâche proposée, en ne nous attachant toutefois qu’au contenu des échanges, sans mener une analyse linguistique. Nous interrogeons ainsi l’appropriation des tâches et les interprétations *du savoir* que ces échanges favorisent dans ce contexte non traditionnel d’évaluation. Quelles contraintes s’exercent sur les enseignants face aux défis et à la complexité des tâches mathématiques en jeu ? Comment l’enseignant prend-il en charge les situations confrontant les élèves à des difficultés d’apprentissage ? Quelles aides met-il en œuvre et lui permettent-elles d’exploiter et/ou de faire évoluer les stratégies mises en œuvre par les élèves ?

De façon plus spécifique, nos analyses se fondent sur des hypothèses qui peuvent permettre la reconnaissance d’une certaine *qualité de l’activité* par rapport à *ce que serait apprendre en contexte scolaire*. En suivant l’inscription en théorie de l’activité proposée par Robert (2008) et Rogalski (2008), nous étudions l’activité mathématique de l’élève par les mises en fonctionnement des connaissances mathématiques réalisées dans les tâches proposées par l’enseignant (Robert, 2008). La différenciation entre tâche et activité enrichit le questionnement autour des « phénomènes de diversité et [regarde] l’influence de déterminants personnels dans l’activité et le développement des acteurs » (Robert 2008, p. 14). Nous cherchons ainsi à approcher l’*apprentissage* des élèves par l’observation de leur activité mathématique effective. En ce qui concerne l’activité de l’enseignant et sa manière d’interagir avec celle de l’élève, nous analysons essentiellement le type d’aide (productive, constructive) qu'il donne pour favoriser la résolution de la tâche par l'élève, l'appui sur les procédures de l'élève, l'évaluation et la considération ou le traitement de l'erreur, la structuration des savoirs (l'établissement de liens, la décontextualisation), les (re)formulations, ainsi que l'emploi d'un vocabulaire spécifique (mathématique).

III. ANALYSE COMPARATIVE DU DÉROULEMENT DE CERTAINS MOMENTS DE DEUX ENTRETIENS DIDACTIQUES AUTOUR DE TÂCHES ARTICULANT DIFFÉRENTS SENS DE LA FRACTION

Après une présentation des enjeux d'apprentissages mathématiques présents dans les tâches proposées aux élèves lors des entretiens, nous présentons successivement les résultats de l'analyse de deux entretiens : nous tentons de restituer le déroulement de l'activité de l'élève, de celle de l'enseignant et leur articulation, en lien avec les objectifs d'apprentissage visés d'une part et les fonctions spécifiques de ce mode d'entretien d'autre part. Nous illustrons nos propos par des extraits des échanges ou des procédures des élèves.

1. Enjeux mathématiques des tâches proposées

Les tâches mathématiques portent sur les fractions et visent notamment l'articulation ou la mise en relation de différents sens de la fraction lors de leur résolution. L'idée est de tester si les élèves peuvent mobiliser autre chose que la fraction comme *partie d'un tout*, en le reliant au sens mesure, rapport, opérateur ou encore le sens nombre. Ces tâches se fondent sur le modèle de progression de connaissances proposé par Giroux et son équipe (Giroux, sous-presse ; Giroux, à paraître ; 2013a ; 2013b ; Houle, à venir ; Ghailane 2014). Dans ce cadre, et tel que plusieurs recherches l'ont déjà montré (Adjiage 1999 ; Desjardins & Hétu 1974 ; Kieren 1990), l'apprentissage de la notion de fraction consisterait en une articulation-coordination de ses différents sens et donc de sa compréhension en tant que structure multiplicative (Giroux 2013).

Les élèves sont ainsi confrontés lors des entretiens à la résolution de problèmes portant sur la reconstruction d'un tout à partir d'une fraction donnée ; la partition d'un tout collection ; la reconnaissance de fractions équivalentes en contexte numérique ; la résolution de problèmes de comparaison de rapports. Ces tâches concernent des opérations complexes qui impliquent un processus d'adaptation majeure autour du concept de fraction. Par exemple, « a/b » ne représenterait pas seulement ce qu'on obtient en partageant l'unité en « b » parties multipliées – ou reportées – « a » fois mais aussi le nombre résultant de la division de l'unité par « b » multiplié par « a » (reconstruire un tout continu à partir de la représentation rectangulaire de 2/3 du tout de référence). Le travail sur les fractions équivalentes (comparaison de fractions en contexte purement numérique ou en contexte d'énoncé de problèmes) comporte des variables numériques demandant la reconnaissance de rapports ou encore des proportions. Finalement les tâches associées à la partition d'un tout collection (identifier les ¾ de 10 jetons dessinés) peuvent entrainer la mise en oeuvre spontanée de stratégies élémentaires telles que le comptage et l'appariement mais elles cherchent surtout à déterminer l'existence d'une appropriation de la fraction en tant que structure multiplicative (réalisation d'une division partage ou regroupement) ou encore à une mise en relation avec des fractions équivalentes et des pourcentages. Les tâches visent à mettre en défaut une conception des fractions n'articulant pas suffisamment leurs différents sens.

Par la suite, tel que nous l'avons annoncé, nous présentons une analyse comparative d'extraits d'entretiens menés par deux des orthopédagogues participant au projet de partenariat (Cf. Introduction). Les tâches choisies s'articulent entre elles de par les contenus mathématiques qu'elles permettent de mobiliser. Une analyse inter-tâches est ainsi favorisée. Les analyses *a posteriori* présentées reposent sur des extraits des *verbatims*, mis en regard avec l'analyse *a priori* des tâches. Nous présentons en annexe les énoncés des tâches en question ainsi que quelques productions d'élèves.

2. *Analyse a posteriori des extraits du premier entretien (Geraldine)*

La première tâche porte sur la reconstruction d'un tout continu à partir d'une fraction ordinaire de ce tout, dessinée sous forme d'un rectangle (énoncé : *voici les 2/3 de mon gâteau, dessine le gâteau au complet*). La tâche pour l'élève ici est d'inverser l'opération qui consiste à prendre 2/3 d'un tout. Or l'opération est complexe (nettement plus que dans les cas traités auparavant dans l'entretien, où la fraction était une fraction unitaire). Il y a là deux opérations à inverser ainsi qu'éventuellement leur ordre (Cf. Enjeux mathématiques des tâches proposées).

L'élève s'engage dans la tâche en essayant de dessiner un cercle mais elle est tout de suite interrompue par l'enseignante. L'élève répond qu'*« on peut quand même dessiner ⅔, ça veut dire la même chose »*. L'orthopédagogue répète la consigne en explicitant à l'élève que le gâteau n'est pas rond. L'enseignante ne laisse pas l'élève dérouler sa stratégie, elle l'interrompt probablement pour « prévenir l'erreur » ou parce qu'elle pense que l'élève n'a pas identifié correctement la tâche. L'aide donnée est très contextualisée au problème. L'enseignante reparle de gâteau, *« si je vais à la boulangerie »*, en appelant au contexte concret. Tout se passe comme si elle était en-deçà de ce que fait l'élève qui dit que même si c'est un disque, on peut toujours représenter ⅔ : on pourrait faire l'hypothèse que pour l'élève la fraction est un rapport, sans considérer comme nécessaire la prise en compte du « dessin » de référence. Suite à ces échanges, l'élève prend la règle pour mesurer la fraction dessinée pour ensuite reproduire deux fois le rectangle représentant les ⅔. Elle les place l'un à côté de l'autre. Finalement, elle complète son dessin en faisant un grand carré (Annexe 1). Les relances de l'orthopédagogue centrent l'élève sur ce que le « 2 » et le « 3 » *« veulent dire »* dans cette fraction. Les questions, *« combien de tiers il y a dans un gâteau »* ou *« combien de tiers on voit maintenant »* limitent le sens de la fraction à identifier 2 parts parmi 3 égales. Suite à d'autres échanges, l'élève finit par dessiner un rectangle partagé en trois parties inégales (Annexe 2). À ce moment de l'entretien l'élève a déjà réalisé que ce qu'elle « doit faire » est dessiner un tout rectangulaire partagé en trois parties, chacune desquelles représentant ⅓. L'enseignante répète l'énoncé de la tâche, compare la production de l'élève à la fraction de référence (le dessin des ⅔ donné dans la consigne), comme si elle s'attendait à ce que la répétition constitue une rétroaction suffisante pour remettre en cause la procédure. Nous faisons l'hypothèse qu'elle ne s'aperçoit pas du fait que la difficulté de l'élève est moins liée à la reconstruction d'un tout que la reconstruction d'un tout partagé en trois parties égales.

À la différence de celle-ci, plusieurs tâches au cours de l'entretien ont été réussies par cette élève. En particulier, considérons le problème : « *si chaque jour, pour me rendre à l'école je marche ⅙ de kilomètre. En combien de jours vais-je marcher 1 km ?* ». L'élève établit immédiatement une relation entre 1 km et 1 entier : *É : « un kilomètre est égal à un entier » O : « Oui » É : « un entier bah on le divise en six »*. En finissant sa phrase elle dessine un cercle et le partage aisément en six parties grossièrement égales (Annexe 3). Elle se fait une représentation de la situation, ce qui la conduit à résoudre rapidement le problème posé. Il n'y a pas de relance supplémentaire de l'enseignante, ni questionnement sur la stratégie mise en œuvre et l'élève verbalise facilement sa procédure. Lors de cette tâche, l'enseignante n'invalide pas le recours au cercle, même s'il est censé représenter des kilomètres. On peut s'interroger sur les conséquences qu'aurait pu avoir le fait que l'enseignante laisse l'élève résoudre le problème du gâteau avec la représentation en cercle. Le caractère figé, à la fois des relances (qui ne font que reprendre l'énoncé) et de la procédure attendue par l'enseignante limitent probablement les possibilités de l'élève de développer de nouvelles connaissances/représentations des fractions.

Finalement, une tâche portant sur la partition d'un tout collection (*colorier les ¾ de 10 jetons représentés par des cercles*) n'a pas été réussie par l'élève. Lors d'une tâche préalable, *« trouver les ¾ de 12 jetons »*, l'élève avait mis en œuvre une technique reposant sur l'équivalence de fractions : chercher les ¾ de 12 revient à chercher une fraction équivalente à ¾, de dénominateur 12. 12 étant multiple de 4, la tâche s'avère facile (il suffit de multiplier numérateur et dénominateur par 3), contrairement au cas présent où 10 n'est pas un multiple de 4. L'enseignante repète la consigne, en mettant à chaque fois l'accent sur le fait que ce qu'on recherche ce sont les *« trois quarts de ces jetons ».* Elle semble ensuite identifier que ce qui pose problème à l'élève est de ne pas s'autoriser à partager les jetons chacun en deux (ce qui semble, au demeurant, bien légitime !) ; elle fait alors appel à un contexte concret pour lever cet interdit : *« on va le voir autrement, au lieu de voir de jetons on va voir ça comme des biscuits [...] Il y a dix biscuits, tu va en donner les trois quarts ».* Puis, l'enseignante fait un retour vers une tâche précédente où l'élève avait établi une équivalence entre ⅖ et 4/10 pour rechercher les 4/10 d'une collection de 5 objets : elle avait partagé en deux chacun des objets puis identifié les 4/10 en prenant quatre des dix moitiés de jetons. De retour à la tâche des ¾ de 10 jetons, l'orthopédagogue l'invite à transférer sa procédure : *« souviens-toi ce que tu as fait ».* L'élève partage chaque jeton en deux puis colorie 3 demi-jetons. L'élève a en effet colorié autant de jetons que le numérateur de la fraction, stratégie qui s'était avérée gagnante dans le cas des 4/10 de 5 jetons. Mais les valeurs numériques supposent ici une nouvelle étape : calculer que ¾ des 20 demi-jetons représente 15 demi-jetons. Or on peut penser que le mode d'interaction de l'enseignante avec l'élève (une forme de « sur-étayage ») ne permet pas à l'élève de conserver un contrôle de la procédure tel qu'elle puisse adapter au cas présent celle qu'elle a mise en œuvre auparavant. En effet, elle dit par exemple qu'elle découpe les jetons en deux *« parce que j'ai appris avant que je pouvais les couper en deux »,* ce qui traduit selon nous qu'il s'agit d'une action sous effet du contrat didactique et non pas motivée par le sens. L'enseignante ne semble pas identifier cette difficulté et étaye encore davantage l'activité de l'élève en mentionnant elle-même les 20 demi-jetons et la nécessité de la recherche des ¾ de 20, qui permet à l'élève de retrouver une tâche familière et d'appliquer la procédure bien maîtrisée de recherche de la fraction équivalente de dénominateur 20. La tâche se termine toutefois sans repérer le fait que ¾ de 20 vaut 15 et sans non plus revenir à la question de départ.

Globalement, on note que pour toutes les tâches, le travail débute par une formulation orale de la consigne (comme indiqué dans le protocole de l'entretien). Mais l'enseignante ne se contente en général pas de la reformulation. Elle met souvent en évidence les ressemblances et les différences avec les tâches précédentes. Par exemple *« On est toujours dans le gâteau, mais cette fois-ci ce morceau-là représente deux tiers de mon gâteau. C'est la même question, peux-tu me montrer mon gâteau en entier, peux-tu me dessiner le tout, sachant que cette partie-là du gâteau, c'est 2 tiers du gâteau. Tantôt on avait un cinquième, là on s'en va vers le 2 tiers. »* Ces interventions visent manifestement à établir des liens entre les tâches. L'établissement de liens entre les tâches pourrait être relié à l'idée d'aider l'élève à identifier des classes de problèmes (aide à visée constructive), mais dans la mesure où cela vient en amont du traitement de la tâche par l'élève, on peut supposer que cela vise surtout à favoriser l'entrée de l'élève dans la tâche (en suggérant une procédure) – ce qui constitue plutôt une aide à fonction procédurale. En outre, on verra que les liens pointés étant liés à des indices de surface peuvent être en fait trompeurs pour l'élève.

On note également que les interventions de l'enseignante sont en général très limitées pour les tâches que l'élève réussit, se bornant la plupart du temps à une demande de verbalisation de la procédure et une évaluation explicite (*« bravo »,* par exemple).

3. Analyse a posteriori des extraits du deuxième entretien (Mélanie)

Les extraits d'entretiens portent sur deux exercices. Dans le premier, l'élève doit dire si la fraction 2/4 est équivalente successivement à 4/6, 5/10, 1/3 et 4/8 : nous référerons à ces tâches comme les tâches a, b, c et d.

Pour la tâche « a », l'élève échoue en raisonnant à partir d'un dessin. L'enseignante n'invalide pas explicitement la réponse, mais demande par la suite de recourir à une preuve par le calcul. Pour la fraction « b », 5/10, la réponse de l'élève est ambiguë, car elle répond *« non »,* puis *« c'est un calcul équivalente (sic), mais pas pair »*. L'enseignante interprète la réponse de l'élève comme la conclusion qu'il n'y a pas équivalence car 5 est impaire. Elle propose alors une nouvelle tâche : donner une fraction équivalente à 5/10. En aboutissant à ½ par réduction par 5, il apparaît par transitivité (explicitée par l'enseignante de manière contextualisée) que 5/10 est finalement équivalente à 2/4.

La tâche « c » ne pose pas de problème à l'élève et ne donne lieu à aucune relance supplémentaire de l'enseignante.

La question de la parité réapparaît dans le traitement de la tâche « d » : l'élève conclut à l'équivalence de 2/4 et 4/8 en expliquant *« ça, je le sais vraiment, tout ceux qui sont équivalentes au 2, 4 etc, ça va toujours aller avec tout ça. »*. L'enseignante propose alors une nouvelle tâche : valider ou invalider que 6/10 est équivalente à 4/8 *« parce que c'est pair »*. L'élève invalide immédiatement en expliquant que ce sont les fractions que l'on peut obtenir à partir de 2/4 en multipliant autant de fois que nécessaire numérateur et dénominateur par 2 dont elle sait qu'elles sont équivalentes. Mais elle affirme que pour passer à 6/10, il faudrait faire une addition et non pas une multiplication : elle n'envisage que des multiplications par des entiers. L'enseignante propose alors de réduire la fraction 4/8 (en demandant à l'élève de trouver la fraction *« la plus petite »*, reformulée immédiatement en *« irréductible »*) et l'élève trouve sans difficulté ½. L'enseignante lui demande alors de trouver la fraction équivalente à 4/8 de dénominateur 10, après avoir affirmé que 4/8 et ½, *« tout ça c'est la même chose »* et en affirmant que la réponse existe. Devant l'incapacité de l'élève à répondre, elle propose de reformuler la tâche sous forme d'un problème : *« il y avait 10 questions à l'examen 1 sur 2, j'en ai réussi la moitié »* ; l'élève répond sans difficulté 5. Nous interprétons cela comme un effet topaze cumulé avec un effet Jourdain. L'élève a su trouver que la moitié de 10 était 5, mais l'enseignante interprète cela comme si elle avait su dire que 4/8 était équivalente à 5/10. Il n'y a pas de retour explicite à la question initiale.

Le second est un problème « *dans la classe A, il y a 4 chocolats à partager entre 8 élèves. Dans la classe B, il y a 10 chocolats à partager entre 20 élèves. Dans quelle classe chaque élève aura-t-il plus de chocolats ?* ». Après un petit moment de réflexion, un échange se produit entre l'élève et l'enseignante autour de la partition ou non des chocolats. L'enseignante doit autoriser l'élève pour que l'élève mette en œuvre sa procédure et partage les chocolats : *É : « ah oui je peux le séparer !… ok, ouais, mais ça va être égale » [elle réfléchit] « je pense que c'est pareil [elle rit !] parce que plus y a de chocolat, il y a moins, plus c'est plus grand » O : Ok… plus c'est plus grand… É : plus c'est plus petit plus c'est plus grand là ils ont 20 chocolats… »*. Elle termine ses réflexions en disant que rien ne change puisque *« de toute façon on va les séparer en deux »*. L'orthopédagogue revient à la question initiale en demandant sa réponse à l'élève : celle-ci répond que dans la première classe A, il y aurait plus de chocolats. On peut supposer que cette réponse résulte de l'effet de la formulation de la question (effet de contrat) qui demande de citer une des classes. L'orthopédagogue finit la tâche par un *« OK »* dont on peut douter qu'il permette à l'élève d'identifier que sa réponse est fausse, et passe à la question suivante.

De manière générale, lors de l'introduction des tâches, l'enseignante formule la consigne à l'oral, en l'accompagnant souvent d'une reformulation avec des mots plus simples (moins spécifiques), mais de fait moins précise, éventuellement porteuse d'ambiguïtés. Par exemple, pour le premier exercice, la question *« est-ce que c'est une fraction équivalente ? »* est reformulée en *« est-ce que ça veut dire la même chose ? »*. Or on voit plus loin dans le déroulement que les deux expressions peuvent avoir des sens différents pour l'élève (à propos des 5/10 notamment).

Les interventions de l'enseignante sont ensuite déclenchées par une réponse de l'élève, mais elle n'intervient pas durant le déroulement des procédures par l'élève. Une fois la réponse produite, l'enseignante intervient pour verbaliser la procédure, demander une preuve et, en cas d'erreur, elle propose des nouvelles tâches. Autrement dit, il n'y a pas d'aide procédurale directe proposée par l'enseignante dans la résolution des tâches. En revanche, celle-ci fait de nombreux apports : elle va jusqu'à formuler des règles de manière décontextualisée, par exemple, *« pour trouver des fractions équivalentes tu peux multiplier par des nombres impairs ».*

4. *Comparaison des deux entretiens*

Un point commun qui apparaît entre les deux enseignantes est une maîtrise imparfaite des contenus mathématiques. Par exemple, les deux enseignantes parlent de fraction *« plus petite »* pour une fraction équivalente mais réduite. Elles parlent également de *« multiplier la fraction par un nombre »* lorsqu'il s'agit en fait de multiplier le numérateur et le dénominateur par ce nombre.

On peut également interpréter certaines interventions comme révélant une difficulté à anticiper des procédures variées et à laisser l'activité de l'élève s'éloigner trop de la procédure standard attendue, en particulier chez Géraldine.

La gestion des aides est en revanche très différenciée entre les deux enseignantes.

Géraldine propose des aides essentiellement en établissant des liens entre les tâches. Ce type d'aide pourrait être interprété comme une tentative à visée constructive pour aider l'élève à identifier des classes de problèmes, mais on peut douter de l'atteinte de ce but pour deux raisons : tout d'abord, lorsque cette aide est donnée avant que l'élève développe une activité sur la tâche, la conséquence est que le choix de la procédure est de ce fait d'une certaine façon indiqué et l'identification de la situation n'est justement plus à la charge de l'élève. D'autre part, les liens entre tâches ne sont pas toujours faits à bon escient si l'on considère leur contenu et les procédures et conceptions des fractions qu'il faut mobiliser pour les résoudre. Par exemple, les tâches de partage demandant d'identifier d'une part ¾ de 10 jetons et d'autre part 4/10 de 5 jetons ne contiennent pas les mêmes adaptations, ce qui semble empêcher l'élève d'identifier ce qui est pertinent à transférer et ce qui reste à adapter d'une situation à l'autre, rendant non porteur de sens le lien fait par l'enseignante.

Mélanie quant à elle intervient en amont pour reformuler les tâches de façon plus « élémentaire », mais au risque d'une ambiguïté. En aval de l'activité de l'élève, elle intervient pour faire des apports, qu'il s'agisse de verbalisation de procédures, demandes de preuves ou ajout d'autres tâches visant à faire se questionner l'élève sur ses réponses.

Du point de vue du traitement de l'erreur, on note aussi une différence entre les deux enseignantes : si Géraldine semble la traiter comme étant à éviter, Mélanie la laisse plutôt se produire et organise la confrontation de l'élève avec elle, de façon à remettre en cause ses connaissances, notamment grâce à un détour via des nouvelles tâches.

En conclusion, il nous semble que les choix de Mélanie tentent en moyen à enrichir l'activité de l'élève tant que ceux de Géraldine tentent à la réduire.

IV. INTERPRETATIONS ET CONCLUSION

Dans cet article nous avons abordé la question de l'articulation de l'activité de l'enseignant avec l'activité mathématique des élèves en contexte d'orthopédagogie. Nous nous sommes notamment intéressées à la participation de l'enseignant à l'*apprentissage* des élèves. Les concepts d'activité et d'apprentissage ont été définis à partir des hypothèses développées dans le cadre de la double approche sous les fondements de la Théorie de l'Activité. Dans ce contexte nous avons analysé comparativement l'activité de deux orthopédagogues menant un entretien didactique d'investigation de connaissances auprès de deux élèves de cinquième année du primaire.

Nous constatons que la complexité mathématique des tâches proposées rend difficiles les rétroactions que l'enseignant peut donner à l'élève de sorte que son activité mathématique évolue au cours des interactions. Des phénomènes déjà étudiés se retrouvent aussi dans nos observations et interprétations des échanges en question, comme le rôle assumé par l'enseignant en tant que guide et *contrôleur* de la *compréhension* de ses élèves ou encore les interactions didactiques et langagières centrées sur le repérage, le traitement et l'évitement de l'erreur. Nous nous questionnons sur les conditions qui permettraient effectivement l'avancement de l'entretien de façon dynamique, c'est-à-dire les conditions qui favoriseraient les interactions de sorte que l'orthopédagogue puisse, de façon satisfaisante, interpréter les connaissances de l'élève. Dans les cas étudiés, l'agir de l'orthopédagogue n'a pas rendu compte de l'outillage fort de l'activité par une analyse didactique préalable considérant les possibilités d'action – de l'élève et d'elle-même – susceptibles d'émerger une fois que la tâche serait posée. L'enjeu de réussite de la tâche semble prendre le pas sur celui de l'apprentissage, ce qui évoque les tensions entre logique d'apprentissage et logique de réussite immédiate (Peltier & al. 2004).

On retrouve également dans nos observations d'autres résultats partagés par d'autres recherches sur des enseignants confrontés à des élèves en difficultés (notamment Chesnais 2009). Ainsi, on retrouve chez Mélanie des reformulations des consignes dans des termes moins élaborés (même si elles sont juxtaposées avec les formulations plus spécifiques), ainsi qu'une interaction très orientée autour du traitement des erreurs, au point de ne pas abandonner une interaction tant que l'erreur n'a pas été « traitée », comme identifié par Giroux (2004).

In fine, il nous semble que l'on perçoit dans les pratiques des deux enseignantes observées une tension liée à l'ambiguïté du rôle des entretiens entre d'une part, une fonction d'évaluation diagnostique des connaissances et difficultés des élèves et, d'autre part, une fonction d'intervention. Cela se traduit par une variabilité des modes d'articulation de l'activité de l'enseignante avec celle de l'élève, d'une absence d'évaluation explicite à une intervention poussée visant à faire prendre conscience à l'élève de son erreur et tenter de l'éradiquer ou de le faire apprendre.

REFERENCES

Adjiage R. (1999) *L'expression de nombres rationnels et leur enseignement initial*. Thèse de l'université Louis Pasteur, Strasbourg, IREM.

Association des orthopédagogues du Québec (2003) *L'acte orthopédagogique dans le contexte actuel*, Mémoire sur le rôle de 'orthopédagogue, Montréal, ADOQ.

Barrera Curin R. I., Fortier-Moreau G., Ghailane O. (à venir) Vers une évaluation dynamique des connaissances mathématiques en contexte orthopédagogique. *Actes du congrès de l'association Mathématique du Québec.*

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Charnay R. (1999) De l'école au collège. Les élèves et les mathématiques. *Petit x* 49*,* 5-18.

Chesnais A. (2009) *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves.* Paris : Université Paris Diderot – Paris 7.

Desjardins M., Hétu J. C. (1974) *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions*. Québec : Presse de l'université de Montréal.

Fortier-Moreau G. (2014) Analyse didactique d'un outil d'évaluation orthopédagogique sur les structures multiplicatives. 6e édition du *Colloque Éducatif Présent !* Association des étudiantes et des étudiants aux cycles supérieurs en éducation (Université de Montréal), pp. 30-36. Récupéré de : https://www.ficsum.com/colloque/acse/

Giroux J. (2004) Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation scolaire. In Lemoyne G. (Ed.) *Langage et Mathématique, Revue des sciences de l'éducation* 30(2), 303-328.

Giroux J. (2013) *Projet de partenariat GEMAS/LLL en orthopédagogie des mathématiques*. Université du Québec à Montréal. Document inédit.

Giroux J. (2013a) Entretiens didactiques sur la fraction auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage. Colloque du Groupe de didactique des mathématiques, UQAT, 5-7 juin 2013.

Giroux, J. (2013b) Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire: Problématique et repères didactiques. *Revue Éducation et didactique* 7(1), p. 59-86.

Giroux J. (2013) Entretiens didactiques sur la fraction auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage. *Actes du colloque 2013 du Groupe de Didactique des Mathématiques du Québec*. Abitibi-Témiscamingue, Qc: GDM.

Giroux J. (à paraitre) Variations sur les processus interprétatifs dans l'étude des difficultés d'apprentissage en mathématiques. In Butlen D. et Hersant M. (Eds.) *Rôles et place de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et dans le système éducatif*. Éditions La pensée sauvage. (30 pages).

Houle V. (à venir) *Fondements didactiques pour une intervention orthopédagogique sur la notion de fraction.* Thèse de doctorat en cours. Université du Québec à Montréal.

Jaubert M., Rebière M., Bernié J.-P. (2003) L'hypothèse « communauté discursive : D'où vient-elle ? Où va-t-elle ? *Cahiers Théodile* 4, 51-80.

Kieren T. (1990) Understanding for teaching for understanding. *The Alberta Journal of Educational Research* 36(3), 191-201

Ministère de l’Éducation, Loisir et Sport du Québec (2007) L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA).

Peltier-Barbier M. L., Ngono B. (2003) Modifier ses pratiques c’est difficile ! Effets d’une formation sous forme d’un accompagnement sur les pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des classes de REP, *Recherche et Formation* 44, 63-76.

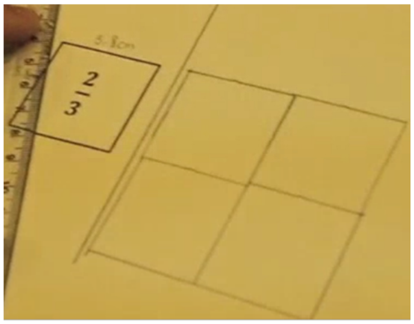
Robert A. (2008) Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l’activité et du développement. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 33-44). Toulouse : Octarès.

Rogalski J. (2008) Le cadre général de la théorie de l’activité. Une perspective de psychologie ergonomique – in In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 23-30). Toulouse : Octarès.

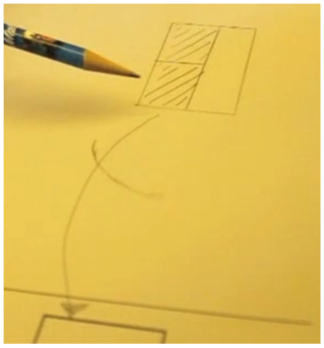
Ste-Marie A., Giroux J. (2014) Modèle d’évaluation des connaissances mathématiques d’élèves faibles en contexte orthopédagogique, Actes du Colloque du Groupe de Didactique des Mathématiques du Québec, Mai 2014.

Vygotsky L. (1934/1997) *Pensée et langage* (3ème éd.). Paris : La Dispute.

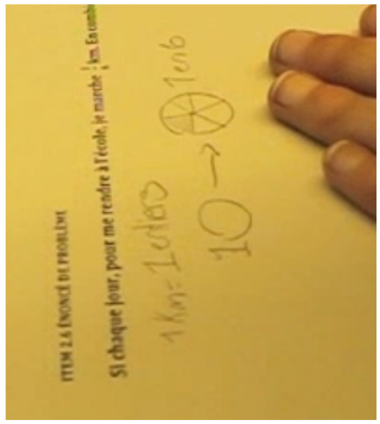
ANNEXES



Annexe 1



Annexe 2


ITEM 2.6 ÉNONCÉ DE PROBLÈME
Si chaque jour, pour me rendre à l'école, je marche

Annexe 3

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

ETUDIER ET FAIRE ÉVOLUER LES PRATIQUES D'ÉVALUATION DES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES EN ALGÈBRE AU COLLÈGE DANS LE CADRE D'UN LÉA

Julie HOROKS* – Julia PILET**

Résumé – Dans le cadre du projet ANR NéoPraéval (Nouveaux outils pour de nouvelles pratiques d'évaluation), nous nous attachons à l'étude des pratiques enseignantes en terme d'évaluation au sein de la classe en algèbre élémentaire. Nous avons mis en place un Lieu d'Éducation Associé (Léa) pour travailler en collaboration avec des enseignants de collège afin d'avoir accès à ces pratiques mais également de produire des ressources pour favoriser une évaluation au service des apprentissages des élèves en algèbre. Nous présentons une première ébauche des outils méthodologiques que nous avons construits pour caractériser les pratiques d'évaluation des enseignants en les mettant en perspective du contexte d'un travail collaboratif.

Mots-clefs : Pratiques d'évaluation, évaluation formative, travail collaboratif, algèbre, méthodologie d'analyse

Abstract – Texte du résumé traduit en anglais

Keywords: (les 5 mots clefs en anglais séparés par des virgules)

La question de l'évaluation semble actuellement centrale dans le paysage éducatif français ainsi que dans celui de la recherche, notamment en didactique des mathématiques. L'évaluation est approchée sous l'angle de la conception d'évaluations externes (nationales ou internationales), de leur validité pour connaître le niveau des élèves, de l'interprétation des résultats des élèves en lien avec l'enseignement qu'ils ont reçu, du statut des notes données aux élèves, ou encore des effets des évaluations sur les apprentissages des élèves et de leur posture à l'école. Nous choisissons de nous pencher sur la question des pratiques enseignantes d'évaluation, non pas pour décrire de « bonnes pratiques », mais pour tenter d'en comprendre les cohérences.

Dans cette étude, nous essayons de caractériser les pratiques d'évaluation de quelques enseignants de collège en mathématiques, et leur évolution éventuelle suite à un travail collaboratif avec des chercheurs, travail dont nous décriront plus loin les objectifs et modalités. Après avoir défini de manière plus précise ce que nous entendons par évaluer, nous exposons ici principalement les moyens que nous nous donnons pour étudier les pratiques d'évaluation interne, à travers les outils issus de cette recherche, que nous utilisons pour donner un premier exemple d'analyse, sans aller jusqu'à parler de l'impact éventuel du travail avec les chercheurs sur les pratiques enseignantes, faute de recul suffisant pour le moment.

* Laboratoire de Didactique André Revuz, Université Paris Est Créteil – France – julie.horoks@u-pec.fr
** Laboratoire de Didactique André Revuz, Université Paris Est Créteil – France – julia.pilet@u-pec.fr

Horoks J., Pilet J. (2015) Étudier et faire évoluer les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques en algèbre au collège dans le cadre d'un LEA. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT9, pp. 791-804.

I. PRATIQUES D'EVALUATION

Nous allons nous intéresser dans premier temps à l'objet « évaluation », pour en donner une définition et des catégorisations possibles, avant de nous pencher sur l'évaluation en tant qu'outil pour les enseignants.

1. Définir ce qu'est évaluer

Pour pouvoir définir ce qui constitue des pratiques d'évaluation parmi tous les gestes de l'enseignant, nous avons essayé de définir d'abord ce que signifiait "évaluer" pour nous dans ce contexte, d'abord de façon naïve, puis en nous appuyant sur des recherches sur le sujet.

D'après le dictionnaire Larousse, il s'agit de

> *Déterminer, fixer, apprécier la valeur, le prix de quelque chose, d'un bien, etc. : Évaluer un tableau à trois millions. Déterminer approximativement la durée, la quantité, le nombre, l'importance de quelque chose : Évaluer la population d'une région à plusieurs millions.*

D'après cette définition, évaluer les élèves signifierait-il apprécier la valeur de leurs apprentissages ? Si oui, étudier les pratiques d'évaluation reviendrait donc à étudier les pratiques des enseignants au moment où ils apprécient la valeur des apprentissages des élèves : comment et pour en faire quoi ? Bien évidemment, la question des apprentissages se pose : est-ce un apprentissage que l'on évalue dans une production d'élève, ou simplement l'état des connaissances à un instant donné ?

Si nous nous appuyons sur la définition de Bodin (1997), il s'agirait de juger, certifier, classer, « *entre le désir de mesurer à tout prix et la volonté d'expliquer, de donner du sens aux observations* ». Nous retenons l'idée de mesure mais aussi et surtout celle d'interprétation des réussites et des échecs et la recherche de cohérence, que nous questionnons du point de vue de l'enseignant (qu'ont appris mes élèves et comment puis-je le relier à mon enseignement ?) ou de celui de l'élève (qu'ai-je appris et comment progresser ?).

Nous posons alors l'évaluation comme étant une prise à la fois d'informations et de décisions (Black & Wiliam 1998), mais pas forcément au même moment : il y a pour nous évaluation à condition que l'élève et/ou l'enseignant en tire une information en terme d'apprentissage. Mais cela est à mettre en relation de la fonction de l'évaluation : évaluer pour former ou non ? Ces informations sont une mémoire pour l'enseignant mais aussi pour l'élève, ce qui nous amène à symétriser la question de l'évaluation : la prise d'information comme l'exploitation de la prise d'information peut se faire sur les apprentissages du côté de l'élève et/ou du côté de l'enseignant

Du côté de l'enseignant, cela nous amène à regarder quelles actions, liées ou non aux contenus visés, découlent de l'évaluation qui a eu lieu. Cela nous amène alors à questionner les aides apportées aux élèves par les enseignants : y a-t-il "aide" lorsqu'il y a eu prise d'information et donc "évaluation" ? Les deux sont-ils elles indissociables ? Ou bien l'enseignant peut-il anticiper les besoins des élèves sans les évaluer ?

Cela nous amène à catégoriser deux types d'interventions de l'enseignant, suivant la prise d'information dont elles découlent :

- "Mettre en œuvre un projet d'enseignement", avec une connaissance des élèves génériques et qui amène à une réalisation de ce qui est programmé, sans s'appuyer sur ce que produisent les élèves,
- "Aider les élèves", ici du côté des aides constructives mais pas forcément avec le seul point de vue de la Double Approche (Robert 2008), en s'intéressant à la construction de savoirs éventuelle qui pourrait en découler en aval, mais plutôt en prenant appui en

amont sur les évaluations des élèves, c'est à dire en rétroaction avec les informations sur les connaissances des élèves spécifiques d'une classe qui amènent à des ajustements et des adaptations aux besoins des élèves.

Du point de vue des observables, comment distinguer, pour nous, une aide fondée sur l'expérience, d'une aide fondée sur une évaluation effective appuyée sur des savoirs didactiques. Cette question est d'autant plus délicate méthodologiquement que l'aide peut être immédiate ou différée par rapport au moment de l'évaluation ? Comment repérer ces aides pour chaque élève, sachant qu'elles peuvent être apportées de manière individuelle ou collective ?

En posant l'évaluation comme une dialectique entre prise d'information et prise de décision, nous symétrisons en particulier le lien entre enseigné et évalué : qu'est-ce qui est évalué par rapport à ce qui a été enseigné, qu'est-ce qui est enseigné à la suite de ce qui a été évalué ?

2. *Lien avec les différents types d'évaluations*

Nous prenons également en compte les trois types d'évaluation diagnostique, formative et sommative de Bloom et al. (1988) ainsi que leur articulation.

L'évaluation diagnostique vise à collecter des informations sur les connaissances antérieures des élèves avant de les faire entrer dans une nouvelle séquence d'apprentissage, et de planifier une éventuelle différenciation de l'enseignement comme des évaluations qui suivront. Selon Scallon (1998) elle permet de "déterminer la cause de difficultés persistantes chez certaines élèves », mais aussi pour Grugeon (1997) de caractériser les connaissances des élèves en termes de cohérences de fonctionnement, de rapport dominant à un domaine, de type de raisonnement prégnant.

L'évaluation formative a une fonction d'amélioration de l'apprentissage (Black & William 1998). Elle consiste à suivre les progrès des élèves et à l'amener à comprendre l'écart entre ce qu'il sait et ce qu'il est attendu qu'il sache.

Enfin, l'évaluation sommative intervient généralement à la fin de chaque unité d'apprentissage pour confirmer ce que connaît et sait faire chaque élève. Mais bien sûr le sommatif peut être le diagnostic de ce qui suit, et tout peut s'avérer formatif, suivant les élèves, donc nous choisissons de penser l'ensemble des évaluations en fonction de leur fonction dans leur globalité et dans l'ensemble du processus d'enseignement / apprentissage.

Ce sont les pratiques d'évaluation formative qui nous paraissent être les plus difficiles à caractériser, voire à repérer chez les enseignants. En effet, l'évaluation formative se déroule dans un continuum, de manière plus ou moins formelle, planifiée ou non (Shavelson & al. 2008), et en s'intégrant « *de manière dynamique dans le déroulement d'une séquence pédagogique »*" (Rey & Feyfant 2014). Ainsi, la fonction formative de l'évaluation n'est pas si facile à définir : nous considérons, comme Black et Wiliam (1998) qu'il y a du formatif en classe à partir du moment où cette prise d'information aboutit à des actions qui permettent aux élèves de se situer dans les apprentissages en s'auto-évaluant, et de progresser, mais nous nous interrogeons sur les actions spécifiques qui permettent d'obtenir ces progrès, et en particulier en relation avec des contenus mathématiques donnés. (Bain 1988)

Prenons l'exemple de l'un des enseignants dont nous analysons les pratiques dans cette recherche. Il organise au début de chaque séance des séries d'exercices ritualisés. Leur correction est collective, et les procédures de quelques élèves sont généralement discutées, puis tous les élèves s'auto-évaluent en mettant une note à leur performance et en reliant chaque question à un type de tâche particulier. Nous pouvons alors nous demander quelles sont les fonctions de ces exercices, en termes d'évaluation : quel type de prise d'information permettent-ils et pour qui ? Nous pouvons penser que, pour l'enseignant, les informations prélevées ne concernent probablement pas l'ensemble de la classe. En revanche, pour l'ensemble des élèves, ces moments peuvent-ils constituer une opportunité de mesurer, voire de comparer ou de catégoriser leurs apprentissages ? Peut-on alors parler d'évaluation formative ?

3. Des pistes pour caractériser les pratiques d'évaluation

Pour analyser les pratiques enseignantes, nous nous plaçons dans le cadre de la double approche (Robert & Rogalski 2002) qui nous permet de prendre en compte des contraintes et facteurs extérieurs à la classe (établissement, expérience) tout en analysant finement les contenus proposés par les enseignants et la façon dont ils organisent les déroulements en classe. La Double Approche ne fait pas de distinction entre les pratiques d'évaluation et l'ensemble des pratiques des enseignants, et il est probablement illusoire de vouloir les séparer totalement, mais nous faisons le choix, pour porter un nouveau regard sur la cohérence des pratiques, de regarder quelles sont les activités des enseignants qui correspondent à des prises d'information sur les élèves, et à l'exploitation de ces informations.

Nous définissons deux dimensions. La première concernent leur « rapport » à l'évaluation que nous caractérisons par les fonctions (former, contrôler, juger, noter) qu'ils donnent à l'évaluation et leur prise en compte de ce qui a été enseigné préalablement ainsi que du contexte (milieu d'éducation prioritaire par exemple). La seconde concerne leurs pratiques d'évaluation à plusieurs niveaux. Il s'agit de la place accordée à l'évaluation au niveau macro, donc dans le projet global de l'enseignant, et aux niveaux local et micro, c'est-à-dire dans la mise en œuvre effective des séances et les éventuelles habitudes des enseignants, à travers les traces de l'évaluation immédiate, dont la gestion effective des feedbacks (Allal & Mottier-Lopez 2007), ou différée, avec l'exploitation des évaluations précédentes. Nous y ajoutons, en lien à la fois avec des automatismes et avec le contenu mathématique considéré : la correction des copies du point de vue de l'interprétation et du mode de traitement des erreurs des élèves et de la notation, la dimension individuelle ou collective de la prise d'information ou de son exploitation, les responsabilités données à chacun, enseignants et élèves dans l'évaluation, la distance par rapport aux mathématiques, les liens tissés par l'enseignant avec les mathématiques, avec la tâche, avec la mémoire de la classe et entre les procédures d'élèves. Nous attachons également une importance aux types de validation : donner la bonne réponse ou comparer et juger les réponses, prendre en compte seulement le résultat ou aussi la procédure, voire l'écriture et l'argumentation du raisonnement, écarter les erreurs ou les commenter en les situant par rapport à la bonne réponse, justifier de manière plus ou moins mathématique, ou en lien avec les règles apprises à respecter. Le rapport que les enseignants entretiennent à l'évaluation a très probablement une incidence sur leurs pratiques, et nous faisons l'hypothèse d'une cohérence plus ou moins grande entre ces deux dimensions pour un enseignant donné, suivant la prise en compte des contenus mathématiques évalués.

Ces critères dépendent donc des contenus traités, et l'analyse épistémologique et didactique des notions mathématiques nous permet d'affiner notre étude des évaluations proposées par les enseignants, en prenant en compte la complexité et la variété des tâches proposées et leur rapport à l'enseigné, et en particulier la part des tâches simples et isolées dans l'enseignement et dans l'évaluation, qui dépendent de cette analyse des contenus pour un niveau de classe donné.

4. *Lien avec le contenu : le choix du domaine de l'algèbre.*

L'algèbre élémentaire constitue un élément pivot du curriculum mathématique de l'enseignement secondaire pour pouvoir poursuivre des études scientifiques. Pourtant, il constitue un obstacle difficilement surmontable pour beaucoup d'élèves (Kieran; 2007). L'évaluation visant à favoriser la réussite du plus grand nombre d'élèves est donc d'autant plus cruciale pour ce domaine.

Dans ses travaux sur la conception et le développement d'une évaluation diagnostique qui permette de repérer les cohérences de fonctionnement des élèves en algèbre, Grugeon (1997) structure les connaissances algébriques en deux dimensions "non indépendantes et partiellement hiérarchisées", les dimensions *outil* et *objet* (Douady 1986). Elle les définit à partir d'une synthèse des travaux de didactique de l'algèbre :

Dans sa dimension outil, l'algèbre est mobilisé :

> - comme outil de résolution via leur modélisation pour résoudre des problèmes « arithmétiques » formulés en langue naturelle sous forme d'équations et, au-delà, pour résoudre des problèmes intra ou extra mathématiques sous forme de relations fonctionnelles entre données et variables,
>
> - mais aussi, comme outil de généralisation et de preuve dans le cadre numérique et comme outil de calcul dans les cadres algébrique et fonctionnel.
>
> Dans sa dimension objet, plusieurs objets sont en jeu : l'égalité, les expressions, les formules, les équations, les inéquations et leurs propriétés ainsi que les systèmes de représentation de ces objets, en particulier, le système de représentation symbolique algébrique en articulation avec d'autres systèmes de représentation sémiotique (graphique, géométrique, algébrique, langue naturelle). Leur manipulation formelle tient compte du double aspect syntaxique et sémantique des expressions algébriques pour redonner sa juste place à la dimension technique et théorique du traitement algébrique (dénotation et équivalence des expressions). (Grugeon & al. 2012)

Elle revient également sur les ruptures en jeu dans l'entrée algébrique (Vergnaud 1987; Kieran 2007) notamment la rupture avec l'arithmétique qui se joue tant du côté de la rationalité mathématique mise en jeu dans la résolution de problèmes que du côté de l'interprétation des objets (expressions, statuts des lettres et du signe d'égalité).

Nous présentons maintenant le travail collaboratif que nous menons au sein de Léa au sujet des pratiques d'évaluation en classe.

II. NOS MOYENS : TRAVAIL COLLABORATIF AU SEIN DU LEA

1. *Les Léa : un dispositif collaboratif entre chercheurs et acteurs de terrain*

L'institut Français de l'Education (IFE) a crée en 2011, des Lieux d'Education Associés (LéA) favorisant un travail collaboratif sur un temps long entre une équipe de recherche de l'IFE et les acteurs d'un lieu à enjeu d'éducation.

> Les LéA veulent promouvoir des recherches dans lesquelles une part décisive est prise par des collectifs au sein des lieux d'éducation, associant chercheurs et enseignants. Plus que de recherches 'sur' l'éducation, il s'agit de recherche 'avec' les acteurs, 'pour' le développement des acteurs, de la profession, de l'institution… » (Monold-Ansaldi & Favelier 2013).

Les Léa portent donc des questionnements sur des enjeux d'apprentissage, d'enseignement et d'éducation, associent pour trois ans chercheurs et acteurs de terrain pour co-construire et expérimenter des réponses à ces questionnements et produire des ressources mobilisables par des acteurs de l'éducation. Les Léa offrent donc la possibilité aux enseignants de produire des ressources avec des chercheurs mais également de s'impliquer dans un processus de formation. En effet, Sensevy (2013) écrit : « *L'institution des LéA peut et doit être motivée* *par la nécessité d'une recherche spécifique sur la profession de professeur, recherche qui pourrait constituer un arrière-plan fondamental pour la formation et pour le développement professionnel.* » De plus, avec le caractère collaboratif des Léa, l'enseignant n'est pas seulement un objet d'étude pour le chercheur mais il enrichit la recherche grâce à son expérience et ses connaissances.

Nous pourrons étudiez dans quelle mesure ce dispositif permet de remplir son double enjeu : étudier des phénomènes didactiques et apporter des outils pour faire évoluer l'enseignement, mais nous ne traiterons pas de cette question ici, n'ayant pas de données sur un terme assez long pour pouvoir y répondre.

2. *Le Léa Roger-Martin-du-Gard*

Depuis la rentrée 2014-2015, ce Léa, qui regroupe 4 enseignants et 7 chercheurs [1], s'ancre dans un collège en zone d'éducation prioritaire de Seine-Saint-Denis et s'organise autour d'un collectif d'enseignants de mathématiques du collège et de didacticiens du laboratoire de Didactique André Revuz. Il s'inscrit dans une recherche plus large sur l'évaluation (projet ANR"NeoPraeval" accepté à l'appel d'offres "ANR-Apprentissages") dans lequel nous interrogeons l'évaluation des élèves et les pratiques d'évaluation des enseignants. Il vise à développer de nouvelles pratiques d'enseignement, en particulier d'évaluation et de régulation (adaptation par l'enseignant de son projet pour prendre en compte les besoins d'apprentissages des élèves), en s'appuyant sur des travaux de mathématiques. Quelles sont les pratiques d'évaluation et de régulation des apprentissages organisées par les enseignants en classe ? Quels moyens d'évaluation à la fois diagnostique, formative et sommative sont utilisés ? Quels dispositifs concevoir et mettre en place pour faire évoluer ces pratiques et favoriser l'organisation d'un enseignement adapté aux besoins d'apprentissages repérés des élèves dans un domaine mathématique donné?

Le travail collaboratif porte donc sur la conception de séquences et d'outils d'enseignement favorisant la réussite de tous les élèves dans le domaine du calcul numérique et du calcul littéral dont nous avons déjà évoqué le rôle clef pour la poursuite d'études en mathématiques au collège et dans les études ultérieures. Il est donc crucial pour les enseignants de savoir diagnostiquer les connaissances des élèves, repérer précisément leurs difficultés, apprécier des évolutions et les soutenir de façon appropriée en vue de la réussite du plus grand nombre d'élèves. L'élaboration de progressions et de séquences sur le calcul numérique et algébrique s'appuie sur un principe de réalité. Elle prend en compte des contraintes des enseignants, des connaissances et compétences des élèves. Il s'agit d'être au plus près du terrain pour produire collectivement des ressources adaptées et utilisables.

3. *Le travail dans le Léa Roger Martin du Gard : principes, contraintes et marges de manœuvre*

Le travail dans notre Léa peut s'apparenter au travail collaboratif, qui est un courant de recherche qui se développe plus particulièrement au Québec. En effet, il n'implique pas uniquement le fait de travailler au sein d'un groupe comprenant à la fois des chercheurs et des enseignants mais une « *véritable démarche de recherche* » de la part des chercheurs du groupe, c'est-à-dire, « *visant à la construction de savoirs* » sur les pratiques mais prenant ici particulièrement en compte « *la réalité de la pratique* » (Bednarz, 2013). Il permet de rentrer dans une « *dynamique qui [...] met en avant l'idée de rapprocher les préoccupations du «*

[1] Brigitte Grugeon-Allys, Mariam Haspekian, Julie Horoks, Michella Kiwan, Julia Pilet, Eric Roditi et Stéphane Sirejacob

monde de la recherche » et celles du « monde de la pratique », de travailler avec plutôt que sur les praticiens » (ibid, p 7). Le rôle des enseignants et celui des chercheurs n'est pas le même au sein du Léa, celui des chercheurs étant de plus multiple, car nous avons plusieurs rôles à tenir, qui peuvent être simultanés ou rentrer parfois en concurrence. Nous avons en effet un triple objectif. Le premier est d'accompagner une production de ressources, avec des apports de la recherche en lien avec la classe et ses contraintes. Le second est d'analyser les pratiques des enseignants avec eux et de contribuer à des apports de recherche pour permettre aux enseignants une réflexion sur leurs pratiques. Enfin, le troisième est de produire des données pour la recherche à la fois sur les pratiques d'évaluation et d'enseignement en algèbre ; et sur l'impact d'un travail collaboratif sur ces pratiques.

Ainsi, notre posture varie au cours d'une réunion, d'une réunion à l'autre et au fur et à mesure de l'avancée projet. Nous adoptons une posture de chercheur tout en étant organisateur et participant de l'activité réflexive. Nous avons un rôle important « *dans la mise en place et le développement de cet espace réflexif, à travers notamment le choix des activités qui serviront de base possible de discussions, mais aussi dans les ajustements, les opportunités ou possibilités saisies en cours de route pour tenir compte de ce qui émerge, dans la régulation des interactions.* » (ibid, p 28). Notre posture est davantage celle de formateur lorsque nous répondons aux attentes des enseignants dans la co-construction de ressources, dans la réflexion sur leurs pratiques et leurs rapports au savoir.

Ces deux postures ne sont pas pour autant mutuellement exclusives, car le chercheur peut assumer à la fois un rôle de formateur tout en récoltant des données sur les pratiques. Notre rôle dans la co-construction de ressources n'est pas facile à délimiter, car dans ces moments nous pouvons être amenés à tenir un rôle de chercheur, aux yeux des enseignants, qui éclaire alors le problème en apportant des résultats ou des méthodologies de recherche, sans pour autant adopter la posture de chercheur qui collecte des données pour répondre à une problématique de recherche.

D'autre part, comment faire en sorte que les pratiques qui sont analysées au sein du groupe ne soient pas d'emblée influencées par le contexte du travail collaboratif, et en particulier compte tenu des compromis nécessaires pour prendre en compte à la fois les besoins de formation des enseignants et ceux des chercheurs liés au recueil de données, à travers des dispositifs censés parfois remplir ces deux fonctions ? Comment mesurer à chaque étape l'impact de ce travail sur ce que l'on observe : peut-on encore parler de pratiques ordinaires ? Ainsi, pour analyser l'évolution des pratiques et en particulier des pratiques d'évaluation des enseignants du Léa, comment faire état des pratiques initiales des enseignants pour en mesurer l'évolution ?

Enfin, dans le souci de respecter le contrat passé avec les enseignants au départ, dans lequel nous nous engageons en particulier à répondre à leurs besoins et conserver leur confiance, quel équilibre pouvons-nous trouver entre observation et apports par les chercheurs, de manière à ne pas demander aux enseignants globalement plus qu'on ne leur donne ? Cela fait écho à l'idée de « double vraisemblance » de Dubet (1994), qui détermine trois préoccupations clefs pour le chercheur à la fois en lien avec les intérêts de chacun ("double pertinence sociale" pour réunir les enseignants et les chercheurs autour d'un même projet en amont, et "double fécondité des résultats" en aval, lors de la diffusion des travaux), mais aussi pendant la recherche avec une "double rigueur méthodologique", pour réussir à analyser les pratiques des enseignants tout en les influençant déjà à travers le travail collaboratif.

Il semble nécessaire de développer une méthodologie spécifique à ces différentes postures et intérêts, d'une part, en établissant a priori les postures de chacun pour les séances, et, d’autre part, en effectuant des analyses a priori et a posteriori des séances effectives de travail collaboratif.

4. Les observables pour le chercheur

Les enseignants du Léa nous donnent accès à tous les documents dont ils se servent pour enseigner et évaluer (progressions, énoncés) ainsi que les productions de leurs élèves. Ils nous donnent accès à leurs classes et filment les séances qui nous semblent intéressantes, et surtout ils échangent avec nous sur leurs pratiques, individuellement ou collectivement, et nous donnent ainsi à voir leur rapport à l’algèbre, à l’enseignement et à l’évaluation. Nous organisons des temps spécifiques dans les réunions mensuelles du Léa pour recueillir des données sur leur rapport à l’évaluation et leurs pratiques. Nous développons un exemple dans le paragraphe suivant.

Cette masse de données n’est pas facile à gérer et d’un point de vue méthodologique, il nous faut encore trouver quels formats nous permettent de nous approprier plus facilement tous ces éléments, sans surcroît de travail pour les enseignants.

III. QUELQUES CONSTATS ET QUESTIONS SUR LES PRATIQUES D’EVALUATION DES ENSEIGNANTS DU LEA

Les premières réunions du Léa ont eu pour objectif non seulement d’établir un climat de travail collaboratif entre les participants mais également pour nous, chercheur, de se donner les moyens d’accéder aux pratiques d’évaluation des enseignants tout en faisant des apports pour permettre d’engendrer l’analyse réflexive commune. Cette tension, qualifiée de « *nécessaire* » par Bednarz (2013, p. 24) entre les attentes des enseignants et celles des chercheurs est donc apparue dès les premières étapes du projet.

Notre choix pour entrer plus précisément dans la question des pratiques d’évaluation a porté sur la conception conjointe, entre les 4 enseignants et les chercheurs, d’une évaluation diagnostique pour repérer les connaissances et compétences sur le numérique et le pré-algébrique des élèves de 5ème (12-13 ans). Ce choix se justifie par rapport aux objectifs du projet global. Du côté des contenus, c’est à ce niveau scolaire que se joue l’entrée dans l’algèbre et la rupture avec l’arithmétique dont les travaux de didactique de l’algèbre ont montré qu’elle était source de difficulté pour les élèves. Travailler sur l’entrée dans l’algèbre est donc l’occasion pour nous de repérer leur rapport à l’algèbre et à son enseignement et, pour eux, d’avoir des premiers apports sur l’enseignement de l’algèbre et les processus d’apprentissage des élèves. Du côté de l’évaluation, ce dispositif, décrit plus précisément ci-dessous, nous permet d’accéder en partie aux choix réalisés par les enseignants pour concevoir une évaluation et aux fonctions qu’ils donnent à l’évaluation. Ce dispositif a donc été un moyen d’analyser leurs pratiques, au moins en partie, tout en leur faisant des apports sur les contenus et tâches algébriques, sans pour autant aborder des questions didactiques liées aux pratiques et à l’évaluation.

Nous avons commencé par demander aux enseignants de produire, individuellement, sans se concerter, une évaluation diagnostique pour l’entrée dans l’algèbre. La réunion du Léa qui a suivi s’est organisée autour d’une discussion où chacun a argumenté ses choix et a pu commenter ceux des autres, ce qui nous a permis de comprendre ce qui motivait les choix des enseignants pour ce diagnostic. En tant que chercheur, nous avons apporté un éclairage épistémologique et didactique avec une liste de types de tâches et de variables didactiques qui interviennent à l’entrée dans l’algèbre. Ce travail s’est terminé sur la conception d’une évaluation commune que les enseignants ont fait passé dans leurs classes par la suite : cette évaluation résulte de choix qui n'émanent pas uniquement des enseignants, c'est donc surtout son exploitation qui pourra nous apporter des informations sur leurs pratiques individuelles. Nous avons essayé de synthétiser les apports de chaque enseignant dans les tableaux donnés en annexes 1 et 2. Nous avons analysé en particulier la couverture du domaine pour chacun des tests, qui s'avère relativement peu étendue, et les choix et justifications des enseignants en matière de tâches, de même que des éléments liés à leurs habitudes diagnostiques et à l'influence du public de l'établissement. Pour revenir à nos deux dimensions, nous avons ainsi pu relever à travers le rapport à l'évaluation des enseignants, ce qui motivait leurs choix d'évaluation (une connaissance générique du public des élèves sortant de 6ème, qui suffit aux enseignants et n'entraîne pas le besoin de faire un diagnostic mathématique formel, réalisé ici avec assez peu d'appui sur les contenus algébriques) et commencer à caractériser des pratiques effectives, même si influencées par nos demandes de chercheurs (en amont de l'évaluation un choix de tâches simples et répétitives, et en aval ici vraisemblablement, pas de retour aux élèves ni de réelle exploitation, ce qui peut s'expliquer probablement en partie par le fait que les enseignants ne ressentaient pas le besoin de faire un diagnostic écrit).

Cette séance nous a donc permis de repérer en particulier des choix qui n'étaient pas forcément liés au savoir en jeu : avec une influence certaine du contexte (contenus habituellement traités ou non l'année précédente) et du public (ZEP, niveau faible), ce qui montre l'importance des composantes sociales et institutionnelles des pratiques (Robert & Rogalski 2002). Nous avons repéré d'autres régularités, en lien avec l'absence de certains types de tâches (équivalence d'écritures, généralisation), et un appui commun sur le sens des lettres déjà vues dans des formules (en particulier pour calculer des aires), tout en ayant des pratiques d'évaluation diagnostiques différentes habituellement.

Concernant le rapport à l'évaluation, pour prolonger ce premier recueil de données, nous avons mené des entretiens avec les 4 enseignants, dont les questions sont données ici en annexe 3. Ces entretiens ont eu lieu au bout de plusieurs mois de travail collaboratif, au cours desquels nous avons essayé de mettre en lumière la dimension "algèbre" du projet et de limiter nos apports relatifs au sujet de l'évaluation, même si cela ne suffit pas à affirmer que cela n'a pas modifié les pratiques d'évaluation des enseignants. Cela pose en particulier la question de l'influence des connaissances liées aux contenus mathématiques sur les pratiques d'évaluation : est-ce qu'une connaissance accrue des compétences algébriques et de leurs apprentissages permet de réduire un écart possible entre tâches enseignées et tâches évaluées ?

IV. CONCLUSION

L'analyse et la caractérisation des pratiques d'évaluation des enseignants en classe reste peu étudiée en recherche et est complexe à attraper parce que l'évaluation est diffuse dans les processus d'enseignement et d'apprentissage. Selon nous, elle intervient à différents moments du projet global de l'enseignant, en amont, en aval et pendant l'enseignement. Cependant, la caractérisation des évaluations en termes de « diagnostic / formatif / sommatif » est probablement trop réductrice par rapport aux catégories que les enseignants se donnent à eux-même plus ou moins explicitement, ce qui nous amène à interroger à la fois les pratiques et le rapport des enseignants à l'évaluation, pour interpréter plus finement leurs choix. Les ébauches d'outils méthodologiques que nous sommes en train d'élaborer dans le cadre du projet ANR NéoPraéval pour analyser et catégoriser les pratiques enseignantes d'évaluation mettent déjà en lumière la complexité de l'évaluation notamment lorsqu'elle a lieu dans les échanges en classe de manière informelle. Nous considérons de plus que les pratiques d'évaluation doivent être analysées à travers les contenus traités, c'est pourquoi nous avons choisi de traiter un domaine mathématique, celui de l'algèbre élémentaire, mais il serait probablement intéressant de comparer ces pratiques avec les évaluations proposées par les enseignants dans d'autres domaines mathématiques, pour mesurer en particulier le rôle de l'analyse du contenu traité. Enfin, pour attraper ces pratiques d'évaluation nous nous inscrivons dans un travail collaboratif au sein d'un Léa avec des enseignants de collège, dispositif qu'il faudra questionner lui aussi pour en mesurer l'impact sur les pratiques étudiées. Ce dispositif présente de nombreuses potentialités pour travailler en confiance avec des enseignants et donc accéder à leurs pratiques sur le long terme tout en répondant à leurs attentes et en contribuant à la production de ressources. Il nous donne accès à un grand nombre de données qu'il nous reste encore à exploiter, à l'aide de cette méthodologie spécifique que nous continuons à développer.

REFERENCES

Allal L., Mottier-Lopez L. (2007) *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation*. De Boeck : Belgique.

Bain D. (1988) L'évaluation formative fait fausse route : De là, la nécessité de changer de cap. *Mesure et évaluation en éducation*, vol. 10 No 4.

Black P., William D. (1998) Assessment and Classroom learning. *Assessment in Education* 5(1).

Bednarz N. (2013) Regarder ensemble autrement : ancrage et développement des recherches collaboratives en éducation au Québec. In Bednarz N. (Ed.) *Recherche collaborative et pratique enseignante: regarder ensemble autrement* (pp 13-30). Paris : L'Harmattan.

Braxmeyer N., Guillaume J-C., Lévy J-F (2005) *Les pratiques d'évaluation des enseignants en collège*. Paris : Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, Direction de l'évaluation et de la prospective.

Bodin A. (1997) L'évaluation du savoir mathématique. Questions et méthodes. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 17.1, 49-96.

Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7.2, 5-32, Editions La Pensée Sauvage.

Dubet F. (1994) *Sociologie de l'expérience*. Paris : Editions du Seuil.

Grugeon B. (1997) Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 17.2, 167-210. Editions La Pensée Sauvage.

Grugeon-Allys B., Pilet J., Chenevotot-Quentin F., Delozanne E. (2012) Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange L., Drouhard J.-P., Dorier J.-L., Robert A. (Eds.) *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire : bilan et perspectives* (137-162). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Kieran C. (2007) Learning and teaching algebra at the middle school through college levels.In Frank K. Lester (Eds.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Chapter 16, (pp. 707-762).

Monols-Ansaldi R. et Favelier N. (2013) Les lieux d'éducation associés à l'IFE ; des laboratoires pour l'action conjointe des chercheurs et des enseignants. *Journal de l'IFE de Mars 2013. http://ife.ens-lyon.fr/lea/outils/ressources/productions-internes/presentation-des-lea-mars-2013*

Rey O. et Feyfant A. (2014) Evaluer pour (mieux) faire apprendre. *Dossier de veille de l'IFE,* n°94, p.44. http://ife.ens-lyon.fr/vst/DA-Veille/94-septembre-2014.pdf

Robert, Rogalski (2002)…

Sensevy G. (2013) Neuf propositions pour les LéA. *Journal de l'IFE de Mars 2013.* http://ife.ens-lyon.fr/lea/outils/ressources/productions-internes/presentation-des-lea-mars-2013

Shavelson R.J., Young D.B., Ayala C.C., Brandon B.R., Futrak E.M., Ruiz Primo M.A. (2008) On the Impact of Curriculum-Embedded Formative Assessment on Learning: A Collaboration between Curriculum and Assessment Developers. *Applied Measurement in Education* 21(4), 295-314.

ANNEXE 1 : SYNTHÈSE DES ÉVALUATIONS DIAGNOSTIQUES : COUVERTURE DU DOMAINE

Types de tâches		remarques	G	M	F	O
Calculer une suite d'opérations	Calcul sans réorganisation des termes	Nature et nombre des opérations (que des +, que des x ou mélange avec – et /) Nature des nombres		Ex1B		
	Calcul réfléchi avec réorganisation des termes			Ex1A		
	Calcul avec réécriture d'une addition réitérée					
Compléter une opération à trous	Présentée en ligne	Dans un contexte de calcul d'aire ou de périmètre				
	Présentée en pyramides					
	Présentée en colonnes					
Calculer le résultat d'un programme de calcul		Ecriture des opérations en étapes ou en ligne	Ex3.1 Ex3.2 Ex3.3		Ex4.1	
Remonter un programme de calcul		Remonter un programme de calcul peut mener ou non à une équation suivant le programme	Ex4.1		Ex4.2	
Résoudre des problèmes additifs et ou multiplicatifs	Réunion	Avec réécriture ou non En ligne ou pas à pas Congruence sémiotique ou non Y compris associer la bonne opération ou suite d'opérations à un problème Nature des nombres, conversions		Ex4.1		
	Transformation(s)			Ex2b		
	Comparaison		Ex1.1 Ex1.2 Ex1.2			Ex3
	Proportionnalité			Ex2a	Ex3 Ex5	Ex1 Ex4
	Mélange (étapes)				Ex2	
	Deux inconnues			Ex4.2		
	Sens de l'énoncé, données			Ex2		Ex2 Ex4
Résoudre des problèmes sur aire et périmètre	Calculer	Utilisation d'une formule ou calcul à partir des figures Calculs en ligne ou pas à pas	Ex2.1 Ex2.2	Ex3.2	Ex6	Ex9 Ex10
	Trouver une longueur manquante		Ex2.3			
	Produire une formule générale			Ex3.1	Ex7 Ex8	
Associer plusieurs registres		Langue naturelle ou structure, écriture numérique, écriture algébrique, géométrie et grandeurs, programmes de calcul, tableau				
Traduire dans un autre registre	Traduire pour exprimer					
	Traduire pour calculer			Ex1C	Ex1	Ex5 Ex6 Ex7 Ex8
Repérer des suites logiques						
Associer des écritures équivalentes	numériques	Nombres équivalents, opérations donnant le même résultat Travail du signe égal				
	algébriques					
Substituer une valeur numérique à une lettre						Ex9 Ex10

ANNEXE 2 : SYNTHÈSE DES ÉVALUATIONS DIAGNOSTIQUES : CHOIX ET JUSTIFICATIONS

	G	M	F	O
Habitudes diagnostiques	Travail en amont pour préparer plutôt que test Les tests ça prend du temps à exploiter Sait déjà quelles sont les erreurs qui vont apparaître	Habituellement pas de test diagnostique à la rentrée, mais par petits bouts au moment où on va en avoir besoin	Plutôt des petits exercices à l'oral en début de séance	
durée	10 min (déjà passé)	20 min	2 x 10 min, car 2 tests séparés dans le temps	15 min, en 2 tests (règles de calcul puis pré-algébrique)
objectifs	répétition de calculs, pas de lettres du tout, mettre en lumière une mécanique précise	savoir faire une opération, comprendre le sens d'une opération, faire des tests sur les nombres	travail des opérations (ex 1, 2, 3 et 5) et pré-algébrique (autres ex)	Travail du vocabulaire (différence, somme, produit) Remplacer une lettre par sa valeur pour calculer un périmètre
Tâches : quel choix et quel classement ? des exercices redondants ?	problèmes, périmètre et aire, programme de calcul à l'endroit et à l'envers	Registres différents, décimaux, calcul astucieux (ex 1), donnée inutile (ex 2)	Opérations automatisées, sens des opérations, programme de calcul à l'endroit et à l'envers, proportionnalité, produire des formules d'aire et périmètre	QCM
Réponses des élèves (réponses attendues et traitement éventuel)	comment détaillent-ils les calculs	voir les différentes façons de rédiger (côtéx4, cx4, c+c+c+c)	- présentation de différentes étapes de calcul - formule périmètre sous forme de somme ou de produit - formule exprimée avec une phrase, un exemple numérique, ou une lettre - déclaration de l'égalité ou non	QCM pour obtenir un pourcentage et que les élèves s'auto-évaluent
Justifications des choix	Programme de calcul habituellement présenté en 6ème non contextualisé, et en 5ème avec des boîtes Programmes de calcul pas en 6ème parce que ça nécessite d'appliquer des règles compliquées Pas testé le vocabulaire car déjà fait en début d'année	- Périmètre et aire (ex 4) car c'est la seule occasion où sont introduits les lettres en 6ème, et c'est par aire et périmètre qu'on réintroduira les lettres en 5ème - Pas de programme de calcul car pas fait en 6ème l'année dernière, ou alors avec 1 seul type d'opération		L'année dernière en 6ème, n'a pas traité la substitution mais l'utilisation de formules pour aire et périmètre Nombres écrits parfois en chiffres et en lettres pour complexifier
Source des exercices	Exercices inventés	Exercices inventés	Un exercice pris dans un manuel, les autres sont inventés	Utilisation de manuels
Et dans un autre établissement ? (influence du public)	Guidé par ce qu'il va faire ensuite	Choix de l'addition parce que certains élèves de RGG ne la maîtrisent pas avec des décimaux	Si on était avec un autre public, certaines erreurs seraient plus marginales	
A propos de l'équivalence des écritures	le « A = » pose problème aux élèves	Les élèves soulignent les calculs qu'ils font en premier plutôt que de tout réécrire dans un autre ordre		

ANNEXE 3 : QUESTIONNAIRE POUR ENTRETIEN SUR LES PRATIQUES D'ÉVALUATION

1/Qu'est-ce que tu entends par évaluer ?
Expliquer le fait qu'on ne détient pas la vérité pour répondre à cette question entre chercheurs, et qu'on va tenter de poser une définition de ce qu'est l'évaluation en vrai dans les classes
Réponses possible de nature diverse (fonctions de l'évaluation, jugement personnel sur le fait d'évaluer, façons d'évaluer…)
2/Tu évalues quoi, quand, de manière formelle et informelle ? (formel /informel : idée d'ouvrir à autre chose que l'évaluation sommative, que l'évaluation support papier)
Si question algèbre / pas algèbre : peu importe mais tu peux prendre tes exemples en algèbre
Relance : quand considères-tu que tu évalues ? Si uniquement évaluation sommative : ajouter est-ce que c'est la seule façon dont tu prends l'information
Est-ce que toute évaluation est prévue en amont ?
3/ Comment et quand élaborez-vous ces évaluations ?
Relance sur quand
Relance sur les choix, sur ce qu'il juge important
4/Quelles informations tu récupères pour toi de ces évaluations et quelle exploitation tu en fais éventuellement ?
Pas forcément que retour sur le sommatif (par exemple les flashs peuvent donner lieu à une prise d'information sur les apprentissages des élèves)
Pour nous avoir en tête : immédiat ou pas (exploitation pour une correction / exploitation pour la suite de la progression)
5/ Quel retour est fait aux élèves éventuellement ? (quelle information est transmise aux élèves et comment)
Pas forcément que retour sur le sommatif (par exemple les flashs)
Relance sur correction et annotation des copies et codage

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

EFFETS POTENTIELS DES ÉNONCÉS DES EXERCICES SUR LES INÉGALITÉS SOCIALES D'APPRENTISSAGE EN MATHÉMATIQUES

Eric RODITI*

Résumé – Cette recherche contribue aux travaux menés pour comprendre comment certains choix d'enseignement, en lien avec certaines dispositions des élèves, peuvent favoriser ou bien pénaliser ces derniers, de façon différenciée selon leur milieu social d'origine. Elle repose sur une analyse comparative d'exercices de mathématiques à différentes époques, selon les contextes des énoncés (enfantins, professionnels, sociétaux ou scientifiques) et selon le niveau des connaissances en jeu. En recherchant si les énoncés à contextes professionnels, qui sont les plus évocateurs pour les élèves de milieux populaires, permettent d'en apprendre autant que les énoncés à contextes scientifiques, il s'agit finalement de savoir si l'enfant est institué comme élève de façon différente, avant même d'entrer en classe de mathématiques.

Mots-clefs : Exercices de mathématiques, Inégalités scolaires, Rapport aux savoirs, Proportionnalité

Abstract – This study contributes to research carried out in order to understand how teaching choices, linked to certain pupil's behavior, may favor or penalize these pupils in different ways depending on their initial social milieu. It is based on a comparative analysis of mathematical exercises from different periods, according to the context of their formulation (for children, for professionals, in social or scientific contexts) and the level of knowledge involved. We examine, for example, the degree to which formulations in professional contexts, which are the most evocative for pupils from working-class groups, allow as much to be learnt as formulations in scientific contexts. The aim is thus to know if the child is conceived as a pupil in different ways, before even venturing into the mathematics classroom

Keywords: Scholar inequities, Proportional reasoning, Mathematics exercises

L'activité d'un élève qui résous un problème de mathématiques dépend de nombreux facteurs concernant à la fois l'élève, le problème et le contexte scolaire dans lequel se déroule son activité. La recherche présentée ici (Ayala & Roditi 2014) vise à mieux comprendre comment certains choix d'enseignement, en lien avec certaines dispositions des élèves, peuvent favoriser ou bien pénaliser ces derniers de façon différenciée selon leur milieu social d'origine. Notre perspective est donc didactique, mais elle convoque certains outils construits par des chercheurs ayant une approche sociologique de la différenciation scolaire.

Nous commençons par expliciter, dans le cas des exercices de mathématiques, une hypothèse relationnelle entre rapport à l'école et aux savoirs d'une part, et enseignement-apprentissage d'autre part. Puis nous indiquons la méthodologie mise en œuvre pour spécifier et interroger cette hypothèse. Nous présentons enfin les analyses effectuées et les résultats obtenus quant à notre interrogation sur les potentiels effets différenciateurs des énoncés eux-mêmes. Un tel questionnement, même s'il est relatif aux énoncés des exercices, concerne bel

* Sorbonne Paris-Cité, Université Paris Descartes, Laboratoire EDA – France – eric.roditi@paris5.sorbonne.fr

Roditi E. (2015) Effets potentiels des énoncés des exercices sur les inégalités sociales d'apprentissage en mathématiques. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT9, pp. 805-817.

et bien la pratique enseignante dont on peut supposer qu'elle subit, au moins autant que les auteurs des manuels, l'influence des instructions officielles.

I. RAPPORT AU SAVOIR, ENSEIGNEMENT ET APPRENTISSAGE : UNE DOUBLE HYPOTHESE RELATIONNELLE

Les inégalités scolaires ont longtemps été observées par le biais du devenir scolaire des élèves et, plus récemment, par celui des inégalités d'apprentissage (Broccolichi & Sinthon 2011). Malgré les tendances mises au jour concernant ces inégalités, la variabilité des résultats empêche de considérer l'origine sociale comme un *déterminant* de la réussite scolaire. Des chercheurs ont alors enquêté sur les histoires des enfants et des adolescents pour comprendre ce qui s'y construit et qui pourrait expliquer les inégalités d'apprentissage (Charlot, Bautier & Rochex 1992). Par des études cliniques, certains auteurs ont également tenté d'analyser comment elles se génèrent durant les séances d'enseignement (Rochex & Crinon 2011). Notre étude porte sur les énoncés des exercices de mathématiques, elle pose la question de leur possible effet différenciateur à partir d'une double hypothèse selon laquelle, d'une part, les contextes des énoncés d'exercices seraient conjointement plus ou moins attractifs pour les enseignants et différemment mobilisateurs pour les élèves suivant l'origine socio-familiale de ces derniers, et, d'autre part, ce que donnent à apprendre les exercices se serait pas indépendant de ces contextes d'énoncés d'exercices.

1. Rapports à l'école et aux savoirs et contextes des exercices de mathématiques

Nous nous inspirons d'anciens travaux de l'équipe ESCOL qui a mis au jour des formes idéaltypiques de rapports à l'école et aux savoirs non indépendantes des origines socio-familiales des élèves (Charlot, Bautier & Rochex 1992). Nous les rappelons brièvement en les désignant par une expression pour pouvoir nous expliquer sur notre hypothèse.

Le premier idéaltype, « aller à l'école obligatoire », rend compte du fait que certains élèves considèrent l'école comme un lieu d'activités imposées pour les enfants. L'école elle-même et ses exigences prennent sens de façon indépendante des savoirs, l'école est vue comme une course d'obstacle où le but est de tenir le plus longtemps possible. Selon le deuxième idéaltype, « obtenir un bon métier », l'école a une fonction de formation préprofessionnelle, comme si le fait d'y aller permettait d'avoir un métier, et même un bon métier si l'on y travaille bien. Les savoirs enseignés prennent alors un sens lorsqu'ils sont interprétables selon leur utilité pour la vie professionnelle. Le troisième idéaltype, « apprendre la vie », conduit à assimiler les savoirs scolaires à des moyens de comprendre des expériences vécues, la sienne comme celle d'un parent ou d'un ami. Les difficultés que rencontre un frère pour trouver un emploi, par exemple, sont éclairées par les enseignements d'économie. Le quatrième idéaltype, « apprendre des savoirs importants », recouvre le fait que des élèves considèrent les savoirs comme des objets construits par une activité intellectuelle, sur lesquels on peut porter des jugements de valeur, d'intérêt, de pertinence, de transférabilité, etc. Comme l'ont montré les auteurs, non seulement ces rapports à l'école et aux savoirs ne sont pas indépendants des appartenances sociales des élèves, mais ils sont en outre corrélés à leur niveau de réussite scolaire.

On ne peut manquer de remarquer la proximité entre les rapports aux savoirs où le positionnement idéal-typique des élèves est celui d'un enfant, d'un professionnel, d'un citoyen ou d'un scientifique et les contextes des problèmes scolaires de mathématiques dont quatre type peuvent également être distinguées (c'est la classification que propose le PISA par exemple) : personnel, sociétal, professionnel, scientifique. Notre hypothèse, admise dans ce travail, est que, suivant leur rapport à l'école et aux savoirs, les élèves se mobiliseraient de façon variable suivant les contextes des exercices de mathématiques et que, parallèlement, les enseignants privilégieraient eux-aussi certains contextes en fonction de l'origine sociale des élèves de leur classe.

Bien sûr, la réussite aux exercices peut être facilitée par un contexte ajusté aux dispositions des élèves, les travaux en psychologie à ce sujet sont nombreux, concernant les mathématiques on peut citer notamment ceux de Beswick (2011). Mais de quelle réussite s'agit-il ? Même en supposant que ces réussites correspondent à des apprentissages effectifs, la question de la nature de ces apprentissages reste posée, ce qui pose conjointement la question de la nature précise des tâches afin de savoir si ce que donnent à apprendre les exercices est ou non dépendant du contexte. C'est exactement cette dernière question que nous nous posons. Nous nous demandons, en particulier, si les exercices portant sur des contextes professionnels ne conduiraient pas l'élève à seulement appliquer des techniques alors que ceux portant sur des contextes scientifiques exigeraient une disponibilité plus grande des savoirs mathématiques. Si cela était le cas, alors les élèves des milieux populaires dont le rapport à l'école correspond plus fréquemment à l'idéal-type « obtenir un bon métier » pourraient à la fois plus facilement s'engager dans les exercices à contexte professionnels, plus facilement réussir à les résoudre, mais aussi avoir moins à apprendre et donc construire des connaissances moindres que celles que construiraient les élèves de milieux plus aisés, plus enclins à s'engager dans les exercices à contexte sociétaux ou scientifiques plus riches en apprentissages potentiels.

2. *Rapports à l'école et aux savoirs et instructions officielles*

Nous supposons que les enseignants puissent choisir les exercices en fonction des contextes et du niveau social de leurs élèves parce que nous les considérons comme des sujets sociaux, influencés par les missions que se donne l'institution scolaire et qu'elle traduit dans les programmes d'enseignement. Or ces programmes ont sensiblement varié depuis la seconde moitié du 20e siècle.

En nous appuyant sur les instructions officielles pour l'école primaire et la classe de sixième, ainsi que sur les travaux de D'Enfert (2011) et de D'Enfert et Gispert (2010), nous constatons que durant cette période, les programmes d'enseignement des mathématiques de la fin de l'enseignement primaire et du début de l'enseignement secondaire ont subi plusieurs évolutions visant à instaurer une progressivité entre les deux cycles d'enseignement dont les objectifs sont longtemps restés différents suivant qu'il s'agissait de l'école du peuple ou de celle de la bourgeoisie.

Jusqu'aux années soixante, la scolarité obligatoire préparait ainsi plutôt les élèves à la vie active et les mathématiques leur permettaient d'acquérir des techniques de résolution de problèmes issus de la vie courante ou professionnelle. À la fin de cette décennie, l'égalité des chances constituait le défi à relever par le système scolaire, et la réforme des *mathématiques modernes* en composait l'un des leviers : elle conduisit à une modification profonde des contenus d'enseignement, avec pour objectif de développer à la fois, chez tous les élèves, les grandes fonctions de la pensée logique et les savoirs qui fondent les techniques. Les effets n'ont pas été à la hauteur des attentes, et les programmes scolaires ont été révisés à peine quelques années plus tard lors de la réforme Haby de 1975. Néanmoins, ces changements ne sont pas très profonds. Il faudra attendre le milieu des années 80 pour que la *contre-réforme* élimine des programmes tout ce qui caractérisait les mathématiques modernes. Dans un contexte d'enseignement différencié, les mathématiques enseignées doivent alors contribuer à la formation du citoyen, être plus accessibles, utilisables dans d'autres disciplines scolaires, et permettre de résoudre des problèmes en relation avec le monde actuel. Depuis, malgré quelques évolutions, les programmes conservent globalement cette inspiration politique.

Ces évolutions de programmes rendent plausible notre hypothèse selon laquelle ce qui est à apprendre d'un exercice ne soit pas indépendant du contexte de son énoncé. Cela nous a conduit à mener une étude comparative et diachronique de manuels de mathématiques dans laquelle ont été croisés les contextes des exercices et les principaux apprentissages potentiels auxquels conduit la résolution de ces exercices.

II. METHOLOGIE : CATERORISATION DES ENONCES ET ANALYSES CROISEES

1. La proportionnalité comme privilégiée pour cette étude

La proportionnalité a été choisie comme notion pour cette recherche parce qu'elle est enseignée à la fin de l'école élémentaire comme au début de l'enseignement secondaire durant toute la période qui nous intéresse, et que les exercices qui nécessitent de la mettre en œuvre peuvent aisément porter sur les quatre contextes envisagés. Nous avons choisi d'analyser des manuels scolaires du début de l'enseignement secondaire, c'est-à-dire de la classe de 6^{e} (élèves de 11 ans), nous avons ainsi évité de comparer des manuels adressés à des élèves pour lesquels les auteurs savaient qu'ils poursuivraient ou qu'ils ne poursuivraient pas d'études secondaires. Neuf manuels scolaires ont ainsi été étudiés : trois datent d'avant la réforme (période pré-moderne), trois de la fin de la réforme (période moderne) et trois d'après la réforme (période post-moderne)[1].

Au total, 495 énoncés d'exercices ont été analysés. Voici, illustrés par des exemples, les critères retenus pour l'analyse de leur énoncé.

Le premier critère est celui des contextes :

– *Enfant*. Exemples :

[E01] 4 cahiers coûtent 10 euros ? Combien coûtent 14 cahiers ?

[E02] Pendant ses vacances, Jean a fait 96 photos. Pour les ranger, il les met dans son album. En mettant 8 photos par page, combien de pages remplira-t-il avec ses photos ?

[E03] Dans la classe, il y a 25 élèves dont 22 savent nager. Quel est le pourcentage des élèves de la classe sachant nager ?

– *Professionnel.* Exemples :

[E04] Une couturière a confectionné 273 robes en 13 jours de travail. Combien de robes confectionne-t-elle par jour si elle travaille tous les jours au même rythme ?

[E05] Un employé dont le salaire horaire est de 11,50 euros est augmenté de 4%. Quel est le montant de son augmentation ?

[E06] Un fabricant vend des chaussures à un marchand, il réalise un bénéficie de 25% sur le prix de fabrication, le marchand vend ces chaussures avec un bénéfice de 20%. Quel est le prix de fabrication d'une paire de chaussures vendue 135 euros ?

[1] Mathématiques 6^{e} : Belin (1960), Hachette (1960), Nathan (1965) ; Mathématiques 6^{e} : Colin (1977), Istra (1977), Nathan (1977) ; Cinq sur Cinq 6^{e} Hachette (1994), Pythagore 6^{e} Hatier (1994), Transmath 6^{e} Nathan (1994).

– *Citoyen*. Exemples :

[E07] M. Lemarchand roule sur autoroute à 120km/h pendant 2h. Les durées comprises entre 0 et 120 min sont-elles proportionnelles aux distances parcourues correspondantes ?

[E08] Le montant annuel de ma facture d'électricité est de 960 euros, celui de ma facture de gaz est de 134 euros. L'année suivante, le montant de ma facture d'électricité est de 1 104 euros et celui de ma facture de gaz est de 160,80 euros. Quelle est l'énergie qui a le plus augmenté ?

– *Scientifique*. Exemples :

[E09] Compléter ce tableau de proportionnalité :

12	16	4/7		
18			3,6	0,6

[E10] La masse de farine *f* produite à partir d'une masse de blé *b* s'obtient grâce à la formule suivante : $f = 0{,}8 \times b$. Quelle est la quantité de farine produite avec 5 tonnes de blé ?

[E11] À un crochet on a fixé un ressort et au bout de ce ressort un dispositif permettant d'accrocher des masses marquées. Lorsqu'il n'y a pas de masse, la longueur du ressort est 33mm. Avec une masse de 500g, le ressort a une longueur de 53mm. Quelle est la masse accrochée au ressort si sa longueur est de 45mm ?

Les autres critères portent sur les apprentissages potentiels auxquels conduit la résolution des exercices. Les recherches sur la proportionnalité (Hersant, 2005) invitent à distinguer différents types de tâches que nous classons selon quatre niveaux en fonction des procédures requises pour la résolution. Ces types de tâches sont définis ci-dessous où nous renvoyons, pour illustration, le lecteur aux exercices précédents en indiquant leur référence entre crochets.

Les tâches du premier niveau nécessitent seulement de reconnaitre une situation de proportionnalité à partir de la connaissance des grandeurs en jeu dans une situation. Dans l'exercice [E07], par exemple, l'élève doit reconnaître qu'à vitesse constante, la durée du parcours et la distance parcourues sont proportionnelles.

Au deuxième niveau, les tâches demandent de déterminer une valeur dans un problème à quatre termes numériques, c'est-à-dire de calculer une quatrième proportionnelle [E01] ou [E11], une répartition [E02] ou un coefficient de proportionnalité [E04]. Ainsi, dans l'exercice [E01], l'élève doit calculer le prix de 14 cahiers sachant que 4 cahiers coûtent 10 euros. Dans l'exercice [E02] le calcul de la répartition des 96 photos sachant qu'on peut mettre 8 photos par page conduit à des raisonnements analogues : l'élève peut calculer qu'il range 80 photos en 10 pages, 16 photos en 2 pages donc 96 photos en 12 pages ou déterminer par une division qu'il y a 12 fois 8 photos dans 96 photos et que 12 pages seront donc nécessaires pour les ranger. De même encore, dans le problème [E04] si la couturière confectionne 273 robes en 13 jours, en travaillant au même rythme, elle en confectionne 273 / 13 en un seul jour de travail c'est-à-dire 21 robes.

Les tâches de niveau trois requièrent l'application directe d'un pourcentage [E05] ou d'une formule [E10] dans un problème à trois termes numériques où l'un d'entre eux représente implicitement une fonction. Ainsi, dans l'exercice [E05], l'employé est payé 11,50 euros de l'heure et voit son salaire augmenter de 4%. L'élève calculera l'augmentation de 4% en multipliant les 11,50 euros de salaire par 0,04 et trouvera le montant de 0,46 euro d'augmentation. De même, dans l'exercice [E10], La masse de farine produite à partir de 5 tonnes de blé se calcule en multipliant la masse de blé par 0,8 ce qui donne 4 tonnes de farine. Dans les deux cas, une fonction linéaire de coefficient respectif 0,04 et 0,8 est sous-jacente au calcul.

Les tâches du quatrième niveau demandent de répondre à des questions peu fréquentes ou de calculer des valeurs qui, dans les situations réelles, sont celles qui sont connues : comparer deux coefficients de proportionnalité [E08], déterminer un pourcentage [E03], inverser un pourcentage [E06] ou calculer un antécédent [E11]. Ainsi, par exemple, dans l'exercice [E06] il s'agit du délicat problème d'inversion d'un pourcentage. On sait que le prix de fabrication d'une paire de chaussures subit une première augmentation de 25% puis une seconde augmentation de 20% pour devenir le prix de vente. Le calcul du prix de fabrication d'une paire de chaussures vendue 135 euros est difficile, il demande de déterminer le coefficient multiplicatif permettant de passer directement du prix de fabrication au prix de vente ($1,25 \times 1,20 = 1,5$) puis de diviser le prix de vente par ce coefficient ($135 / 1,5 = 90$).

Trois autres critères ont été définis pour rendre compte des connaissances importantes à mobiliser dans les problèmes de proportionnalité. Deux portent sur la nature des nombres en jeu : nous avons distingué, d'une part, les nombres entiers [E04] ou non-entiers [E05] et, d'autre part, les nombres concrets (ils expriment la mesure d'une grandeur [E08]) ou abstraits (ils n'ont pas d'unité [E09]). Le troisième concerne les registres de représentation des données du problème ou des réponses demandées : le langage naturel [E01], les tableaux de valeurs [E09], les graphiques ou les dessins figuratifs. Ce critère distingue les exercices selon qu'ils peuvent (ou non) être lus et résolus dans le même registre de représentation. Les changements de registres, auxquels s'associent souvent des changements de cadres, sont en effet reconnus comme étant des vecteurs d'apprentissages (Douady 1986; Duval 1995). Les méthodes d'utilisation de ces critères peuvent maintenant être décrites.

2. *Les analyses croisées nécessaires pour mener cette étude*

Les deux principales questions posées dans cette recherche conduisent à des analyses croisées des exercices selon les périodes, les manuels, les contextes et les critères relatifs aux apprentissages potentiels. Les techniques mises en œuvre sont exposées dans le détail à partir du cas du premier tableau croisé, nous exposons ici seulement les comparaisons qui seront effectuées.

La comparaison des manuels des trois périodes – pré-moderne, moderne et post-moderne – évalue l'impact des programmes scolaires sur la manière dont l'enfant est institué en tant qu'élève en classe de mathématiques, c'est-à-dire s'il est plutôt considéré en tant qu'enfant, futur professionnel, futur citoyen ou scientifique. L'étude des manuels d'une même période permet de mesurer l'éventuel impact institutionnel : une grande homogénéité des manuels pourra s'interpréter comme un impact important, alors qu'une grande hétérogénéité invitera plutôt à le relativiser.

L'analyse croisée des exercices permettra enfin de savoir s'ils conduisent à des apprentissages mathématiques équivalents indépendamment des contextes. Dans le cas contraire, il faudra envisager que les énoncés puissent bien, eux-mêmes, être vecteurs de différenciation scolaire.

III. INFLUENCE DES PROGRAMMES SCOLAIRES ET CONSEQUENCES SUR LES APPRENTISSAGES

L'étude débute donc par l'examen de l'effet éventuel des programmes scolaires sur les énoncés des exercices de proportionnalité proposés dans les manuels de la classe de 6^{e} qui ont été étudiés, et plus précisément sur les contextes dans lesquels les problèmes sont posés. Elle se poursuit par une analyse du lien entre les contextes et les apprentissages potentiels.

1. Variation des contextes selon les périodes et les manuels scolaires

Le tableau n°1 indique la répartition des 495 exercices selon les trois périodes et les quatre contextes. Comme annoncé précédemment, nous allons exposer la méthode mise en œuvre pour analyser ce tableau et qui sera également utilisée pour les suivants.

À chaque ligne du tableau n°1 correspond une période, et à chaque colonne correspond un contexte. Dans chaque case du tableau figurent deux valeurs : à gauche et en caractères droits sont présentés les effectifs empiriques c'est-à-dire ceux qui ont été déterminés par le codage des énoncés ; à droite et en italiques figurent les effectifs théoriques arrondis auxquels on aboutirait en cas d'indépendance entre les périodes et les contextes des exercices, c'est-à-dire si les programmes n'avaient pas d'influence sur les auteurs des manuels scolaires et donc sur la manière dont l'enfant est institué en tant qu'élève, en mathématiques, pour l'enseignement de la proportionnalité en 6^{e}.

	Enfant		Pro.		Citoyen		Scientif.		Total
Pré-mod.	0	*6*	49	*29*	92	*70*	29	*65*	170
Moderne	0	*4*	17	*23*	45	*54*	68	*49*	130
Post-mod.	17	*7*	20	*34*	67	*80*	91	*74*	195
Total	17		86		204		188		495

Tableau 1 *- Périodes et contextes des énoncés*

Ainsi, par exemple, peut-on lire dans ce tableau les deux effectifs de la case concernant les exercices à contexte professionnel des manuels de la période pré-moderne, c'est-à-dire la case correspondant à la première ligne et à la deuxième colonne : 49 en caractères droits et 29 en italiques. Le nombre 49 est l'effectif empirique, c'est celui qu'a donné le codage des 170 exercices de la période pré-moderne. Le nombre 29 est l'effectif théorique, il correspond à un calcul effectué à partir des résultats obtenus pour l'ensemble des exercices : ayant codé 86 exercices à contexte professionnel (total de la deuxième colonne) sur l'ensemble des 495 exercices analysés, il y en aurait théoriquement 29 sur les 170 de la période pré-moderne si ces 86 exercices étaient répartis proportionnellement selon les périodes ($29/170 \approx 86/495$). La comparaison de ces deux effectifs est très instructive : durant la période pré-moderne, les exercices à contextes professionnels sont plus fréquents qu'ils ne le seraient sans influence de la période sur les contextes (ils sont 49 sur 170 au lieu de 29 sur 170). Cette méthode d'analyse des tableaux croisés nous permet de déceler une corrélation éventuelle entre les périodes et les contextes, c'est-à-dire entre les programmes scolaires et les choix d'exercices effectués par les auteurs de manuels de mathématiques. Poursuivons donc l'analyse.

L'examen de la première colonne révèle que les exercices qui placent l'élève en tant qu'enfant sont caractéristiques de la période post-moderne, il n'y en avait pas avant. Dans la première ligne, les écarts entre effectifs empiriques et théoriques indiquent que, lors de la période pré-moderne, les contextes professionnel et citoyen sont sur-représentés au détriment du contexte scientifique. Ce constat cohérent avec les orientations de la politique scolaire autorise l'hypothèse d'une influence institutionnelle sur les choix des auteurs des manuels.

Pour la période moderne, c’est au contraire le contexte scientifique qui est sur-représenté au détriment des autres ; l’influence institutionnelle se manifeste donc encore. Pour la période post-moderne, on remarque surtout une sur-repésentation du contexte de l’enfance et une sous-représentation du contexte professionnel, ce qui est une fois de plus convergent avec une influence institutionnelle.

L’ensemble de ces interprétations reposent sur le constat d’écarts entre les effectifs empiriques et les effectifs théoriques, mais ces écarts sont-ils suffisamment importants pour leur accorder une signification, comme nous venons de le faire ? La statistique inférentielle apporte une réponse précise à cette question. Sans exposer ici la théorie des tests, rappelons qu’un test d’indépendance produit une valeur de probabilité p qui, lorsqu’elle est inférieure à 1% ($p < 0{,}01$), permet de déduire que les écarts entre les effectifs empiriques et théoriques sont suffisamment importants pour que variables étudiées ne soient pas considérées comme indépendantes[2]. Dans le cas contraire où la probabilité est supérieure à 1% ($p > 0{,}01$), on doit donc renoncer à conclure à l’effet d’une variable sur l’autre. En ce qui concerne le tableau précédent, un test d’indépendance a été effectué qui confirme l’existence d’un effet de la période sur les contextes des exercices (test du chi² de Pearson avec correction de Yates, $p < 0{,}01$).

En complément de l’analyse du tableau n°1, nous nous sommes demandé si la répartition des contextes des exercices était analogue pour les auteurs des trois manuels d’une même période. Nous avons donc, pour chaque période, construit un tableau sur le même modèle que le tableau n°1, mais qui croise, cette fois-ci, les manuels et les contextes des exercices. Le tableau n°2 concerne la période post-moderne.

	Enfant		Pro.		Citoyen		Scientif.		Total
Manuel 1	2	*3*	2	*4*	9	*11*	20	*15*	33
Manuel 2	10	*7*	14	*8*	21	*27*	33	*36*	78
Manuel 3	5	*7*	4	*8*	37	*29*	38	*40*	84
Total	17		20		67		91		195

Tableau 2 *- Manuels et contextes des énoncés, période post-moderne*

Dans ce tableau comme dans ceux qui concernent les périodes pré-moderne et moderne, peu d’écarts apparaissent entre effectifs empiriques et théoriques. Cela signifie qu’aucun des manuels ne propose une répartition des exercices entre les quatre contextes qui soit sensiblement différente de la répartition moyenne observée sur l’ensemble des trois manuels. Un test statistique a été effectué qui atteste la faiblesse de ces écarts (test de Fisher, $p > 0{,}01$). L’ensemble de ces résultats permettent d’attester d’un effet des politiques scolaires sur les programmes et sur les auteurs des manuels de mathématiques. Pendant ces trois périodes différemment marquées politiquement, la manière d’instituer l’enfant en tant qu’élève varie sensiblement. Les énoncés des exercices portant sur la proportionnalité projettent particulièrement les élèves comme futurs professionnels et futurs citoyens durant la période pré-moderne, comme scientifique durant la période moderne, et plutôt comme enfant ou scientifique durant la période post-moderne.

Il s’agit maintenant de savoir, d’une part si les apprentissages auxquels peut conduire la résolution des exercices sont dépendants des contextes dans lesquels les problèmes sont posés, et d’autre part si cette éventuelle dépendance varie selon les périodes étudiées.

---

[2] Le seuil de 1% a été choisi car les effectifs sur lesquels portent les analyses sont assez importants relativement à l’utilisation des tests de statistique inférentielle. C’est un seuil assez strict. Lorsque les effectifs sont plus faibles, le seuil plus souple de 5% est fréquemment admis en sciences humaines et sociales.

2. *Variation des apprentissages potentiels selon les contextes*

Pour chacune des périodes, des croisements entre le contexte des énoncés d'une part, et le niveau des tâches, la nature des nombres en jeu (entiers ou non, abstraits ou non) et les changements éventuels de registre de représentation d'autre part.

3. *La relation contextes-apprentissages durant la période pré-moderne*

Le tableau n°3 indique la répartition des 170 énoncés des exercices de la période pré-moderne suivant le contexte et le niveau des tâches requises. Il a été construit sur le même modèle que les précédents ; la méthode d'analyse est analogue à celle qui a déjà été exposée.

	Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3		Niveau 4		Total
Profession.	0	*1*	18	*13*	25	*20*	7	*17*	50
Citoyen	2	*2*	16	*23*	33	*37*	40	*29*	91
Scientifique	2	*1*	9	*7*	10	*11*	8	*9*	29
Total	4		43		68		55		170

Tableau 3 *- Contextes et niveaux des tâches, période pré-moderne*

Les effectifs empiriques de la première colonne indiquent que durant la période pré-moderne, on ne demandait pratiquement jamais aux élèves de reconnaître une situation de proportionnalité. L'examen des différences entre les effectifs empiriques et théoriques révèle que les tâches de niveau 4 sont sur-représentées lorsque les contextes invitent les élèves à se projeter comme futur citoyen alors que ces tâches sont sous-représentées lorsque le contexte est professionnel. Ces écarts méritent d'être pris en compte : un test d'indépendance a été effectué qui permet de conclure à un effet significatif de la variable contexte sur la variable niveau de procédure (test de Fisher, $p < 0,01$).

Le tableau suivant (tableau n°4) indique la répartition des 170 énoncés suivant le contexte et les trois autres indicateurs d'apprentissage : nombres entiers ou non, concrets ou non, changement de registres de représentation ou non.

	Entiers / non		Concrets / non		Chgt reg /non		Total
Profession.	30/20	*25/25*	50/0	*50/0*	0/50	*0/50*	50
Citoyen	42/49	*45/46*	91/0	*90/1*	0/91	*0/91*	91
Scientifique	12/17	*14/15*	28/1	*29/0*	0/29	*0/29*	29
Total	84/86		169/1		0/170		170

Tableau 4 *- Contextes et autres apprentissages, période pré-moderne*[3]

On remarque que, durant la période pré-moderne, les nombres en jeu dans les exercices de proportionnalité sont toujours concrets et qu'aucun changement de registre n'est demandé. Une légère dysharmonie apparaît dans la première colonne, mais l'analyse statistique ne permet pas de la considérer comme significative (test de Fisher, $p > 0,01$). C'est donc au niveau des procédures requises qu'un effet des contextes sur les apprentissages potentiels est constaté durant la période pré-moderne.

[3] **Indication de lecture** : à l'intersection de la première ligne et de la première double colonne, 30/20 signifie que parmi les énoncés à contexte professionnel, 30 portent sur des nombres entiers et 20 sur des nombres non entiers (effectifs empiriques), et 25/25 signifie qu'en l'absence d'effet du contexte sur la nature des nombres, on devrait en observer 25 portant sur des nombres entiers et 25 sur des nombres non entiers (effectifs théoriques).

4. *La relation contextes-apprentissages durant la période moderne*

Un travail analogue a été mené pour la période moderne, il ne fait pas ressortir de variation significative des apprentissages potentiels en fonction des contextes. Ni quant aux procédures de résolution des problèmes (tableau n°5), si l'on excepte la sur-représentation des tâches de niveau 1 pour les énoncés à contextes scientifiques et qui n'affecte pas sensiblement les autres valeurs :

	Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3		Niveau 4		Total
Profession.	0	*5*	34	*27*	13	*14*	11	*12*	58
Citoyen	1	*4*	18	*21*	14	*11*	12	*9*	45
Scientifique	10	*2*	9	*13*	5	*7*	3	*5*	27
Total	11		61		32		26		130

Tableau 5 *- Contextes et niveaux des tâches, période moderne*

Ni quant aux nombres et aux changements de registre (tableau n°6), excepté que les problèmes dont les contextes sont scientifiques portent davantage que les autres sur des nombres abstraits :

	Entiers / non		Concrets / non		Chgt reg /non		Total
Profession.	11/6	*9/8*	17/0	*12/5*	1/16	*1/16*	17
Citoyen	27/18	*24/21*	45/0	*32/13*	2/43	*1/44*	45
Scientifique	31/37	*36/32*	31/37	*49/19*	1/67	*2/66*	68
Total	69/61		93/37		4/126		130

Tableau 6 *- Contextes et autres apprentissages, période moderne*

Autrement dit, durant la période moderne, le contexte de l'énoncé n'a pas d'influence sensible sur ce qui est donné à apprendre aux élèves.

5. *La relation contextes-apprentissages durant la période post-moderne*

La relation entre contextes et apprentissages potentiels est loin d'être aussi neutre durant la période post-moderne. C'est ce que révèle le tableau n°7.

	Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3		Niveau 4		Total
Enfant	1	*4*	12	*5*	3	*7*	1	*1*	17
Profession.	1	*4*	11	*6*	8	*9*	0	*1*	20
Citoyen	15	*14*	14	*21*	36	*30*	2	*2*	67
Scientifique	25	*20*	24	*29*	38	*39*	4	*3*	91
Total	42		61		85		7		195

Tableau 7 *- Contextes et niveaux des tâches, période post-moderne*

On remarque en effet une sur-représentation des tâches de niveau 3 lorsque le contexte de l'exercice projette l'élève comme futur citoyen, alors que le niveau 2 est sur-représenté lorsque le contexte est celui de l'enfance ou du monde professionnel. Un test statistique a été effectué qui permet de conclure à un effet significatif du contexte sur le niveau de tâche (test du chi² de Pearson avec correction de Yates, $p < 0{,}01$).

Les croisements présentés dans le tableau n°8 montrent en outre un effet du contexte sur les indicateurs d'apprentissage concernant les nombres. Le contexte scientifique conduit en effet à une sur-représentation des énoncés portant sur des nombres non-entiers et abstraits, alors que les nombres sont toujours concrets lorsque les élèves sont amenés à se projeter comme futur professionnels ou futur citoyens. Ces différences concernant la nature des nombres – entiers ou non, concrets ou abstraits – sont toutes les deux significatives (test de Fisher, $p < 0,01$).

	Entiers / non		Concrets / non		Chgt reg /non		Total
Enfant	13/4	11/6	15/2	13/4	5/12	3/14	17
Profession.	15/5	12/8	20/0	15/5	0/20	3/17	20
Citoyen	46/21	42/25	67/0	50/17	11/56	10/57	67
Scientifique	47/44	56/35	43/48	68/23	14/77	14/77	91
Total	121/74		145/50		30/165		195

Tableau 8 *- Contextes et autres apprentissages, période post-moderne*

Finalement, l'étude menée sur les exercices de la période post-moderne permet de conclure, pour ce qui concerne la proportionnalité en classe de 6^{e}, à un effet différenciateur des énoncés des problèmes de mathématiques. Lorsque les contextes sont relatifs à la vie citoyenne ou au monde scientifique, les exercices offrent des opportunités d'apprendre globalement supérieures à celles qu'ils offrent lorsque les contextes portent sur l'enfance ou le monde professionnel.

IV. CONCLUSION

Les programmes d'enseignement des mathématiques instituent les enfants en tant qu'élèves en définissant les moyens qui devraient leur permettre d'acquérir les connaissances et les techniques nécessaires pour résoudre un ensemble de problèmes fixé. Une analyse comparative des énoncés d'exercices sur la proportionnalité proposés dans des manuels correspondant à trois périodes différentes de l'enseignement en France, fait apparaître une homogénéité des choix des auteurs des manuels scolaires au cours de chaque période et donc une influence effective des instructions officielles sur les choix d'enseignement de ces auteurs. Les énoncés de problèmes de proportionnalité évoquant des contextes professionnels et citoyens dominent durant la période pré-moderne, les contextes scientifiques sont prépondérants durant la période moderne alors que plus récemment, durant la période post-moderne, les auteurs privilégient plutôt les contextes de l'enfance ou du monde scientifique.

Il est légitime alors de penser qu'à leur insu, en proposant des problèmes issus de contextes professionnels à leurs élèves, les enseignants risquent fort de renforcer une conception selon laquelle on va à l'école pour obtenir un bon métier, conception qui, justement, est partagée par les élèves dont les parcours scolaires sont les moins prestigieux… On retrouve ici la problématique de ces chercheurs qui tentent de mettre au jour des formes de malentendus à l'origine de la différenciation scolaire.

Dans cette recherche, nous avons poussé plus loin l'analyse en franchissant une étape supplémentaire : nous nous sommes demandés, et c'était là le cœur de notre problématique, si les occasions d'apprendre qu'offre la résolution d'exercices de mathématiques étaient indépendantes des contextes de ces exercices. L'étude a été réalisée sur l'enseignement de la proportionnalité en classe de 6^{e}, elle porte sur près de cinq cents énoncés de problèmes extraits de manuels scolaires des trois périodes pré-moderne, moderne et post-moderne. Les analyses effectuées révèlent deux résultats. Le premier est que les contextes des énoncés ne contraignent pas directement les mathématiques qu'ils permettent d'apprendre : à la période des mathématiques modernes, période marquée par la démocratisation de l'enseignement par la recherche de l'égalité des chances, les apprentissages potentiels sont indépendant des contextes des énoncés d'exercices. Le second est que les énoncés proposés dans les manuels de la période post-moderne ne sont pas neutres : les contextes des problèmes se retrouvent une deuxième fois hiérarchisés, non seulement en fonction des rapports à l'école et aux savoirs auxquels ils correspondent, mais aussi en fonction des apprentissages potentiels auxquels conduit leur résolution. Et cette hiérarchie ne fait que soutenir la précédente : les énoncés dont le contexte est lié à l'enfance ou au monde professionnel donnent significativement moins d'occasions d'apprendre que ceux dont le contexte est lié à la vie citoyenne ou au monde scientifique.

L'ensemble de ces résultats conduit à une situation où, dans la période post-moderne, tout se passe comme si les élèves dont le rapport à l'école et aux savoirs se décrit selon l'idéaltype « obtenir un bon métier » et qui de ce fait s'investissent davantage dans la résolution des exercices à contexte professionnel, étaient, sauf travail spécifique de l'enseignant, d'une part amenés à renforcer ce rapport à l'école pénalisant, et d'autre part à bénéficier ainsi de moins d'occasions d'apprendre des mathématiques que ceux dont le rapport à l'école et aux savoirs correspond à l'idéaltype « apprendre la vie », qui s'investissent davantage dans les problèmes où les contextes leur demandent de se projeter comme futur citoyen et qui renforcent ainsi un rapport aux savoirs moins pénalisant. Bien qu'il faille encore le vérifier empiriquement, le processus différenciateur qui vient d'être décrit constitue un nouvel apport qui renforce les résultats sur la différenciation sociale des apprentissages scolaires.

REFERENCES

Ayala J., Roditi E. (2014) Inégalités sociales et apprentissages en mathématiques : les énoncés des exercices seraient-ils eux-mêmes différenciateurs ? *Recherches en didactiques 17,* 45-64.

Bautier É., Goigoux R. (2004) Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle. *Revue française de pédagogie* n°148, 89-100.

Beswick K. (2011) Putting context in context : an examination of the evidence for benefits of « contextualised » tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education* 9, 367-390.

Blanchard-Laville C. (1989) Questions à la didactique des mathématiques. *Revue française de pédagogie* n°89, 63-70.

Broccolichi S., Sinthon R. (2011) Comment s'articulent les inégalités d'acquisitions scolaires et d'orientation ? Relations ignorées et rectifications tardives. *Revue française de pédagogie* n°175, 15-38.

Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°7.2.,33-115.

Charlot B., Bautier E., Rochex J.-Y. (1992) *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs*, Paris, Armand Colin.

Chevallard Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques* n°12.1, 73-112.

D'Enfert R. (2011) Une réforme ambiguë : l'introduction des « mathématiques modernes » à l'école élémentaire (1960-1970). In d'Enfert R, Kahn P (dir.) *Le temps des réformes. Disciplines scolaires et politiques éducatives sous la Cinquième République : les années 1960* (pp. 53-73). Grenoble : Presses universitaires de Grenoble.

D'Enfert R., Gispert H. (2010) L'enseignement mathématique dans le primaire et le secondaire. In Jacquet-Francillon F, d'Enfert R, Loeffel L (dir.) *Une histoire de l'école. Anthologie de l'éducation et de l'enseignement en France, XVIIIe-XXe siècle* (pp. 333-342). Paris : Retz.

Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques* n°7.2, 5-31.

Duval R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne : Peter Lang.

Hersant M. (2005) La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en france, d'hier à aujourd'hui, *Repères-IREM* n°59, 5-41.

Rochex J.-Y., Crinon J. (dir.) (2011) *La construction des inégalités scolaires*. Rennes, PUR.

Roditi É. (2013) Une orientation théorique pour l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Recherches en didactiques* 15, 39-60.

Vergnaud G. (1991) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques* n°10.2-3, 133-170.

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

DES ÉVALUATIONS EXTERNES AUX ÉVALUATIONS INTERNES EN MATHÉMATIQUES : DES PRATIQUES INSTITUTIONNELLES AUX PRATIQUES DE CLASSES

Nathalie SAYAC*

Résumé – La question des pratiques d'évaluation en mathématiques des professeurs de l'école primaire peut être considérée comme une question vive de l'analyse des pratiques enseignantes. C'est en tout cas, le point de vue que nous défendons aujourd'hui. Après avoir mené des recherches sur des évaluations externes en mathématiques, en fin d'école primaire, en France, nous nous somme intéressée aux évaluations internes, notamment celles des professeurs de l'école primaire en mathématiques. Dans cette contribution, nous présenterons la recherche collaborative initiée avec des formateurs de terrain, pour étudier les pratiques d'évaluation des professeurs des écoles en mathématiques afin de les décrire, de mieux les comprendre, et de les conceptualiser.

Mots-clefs : évaluations externes, externes internes, pratiques, mathématiques

Abstract – The issue of assessment practices of primary school teachers, in mathematics, can be seen as a strong issue of teacher practices' analysis, from my point of view. After presenting the results of two studies about external assessments in mathematics, at the end of French primary school, I will introduce the collaborative research that I have initiated with field teacher educators, to study assessment practices of primary school teachers, in order to describe, better understand and conceptualize them.

Keywords: assessment, evaluation, practices, mathematics

Après nous être intéressée pendant de nombreux années aux pratiques des enseignants de mathématiques, puis aux pratiques des formateurs d'enseignants en mathématiques, nos recherches se sont orientées depuis quelques années vers l'étude de l'évaluation des élèves en mathématiques, puis actuellement vers l'étude des pratiques d'évaluation en mathématiques des enseignants de l'école primaire. Cette réorientation n'est en réalité qu'une évolution naturelle due à notre implication depuis 2008 dans les évaluations nationales en mathématiques programmées par la DEPP[1]. Au début, notre travail de conception d'items pour un de leurs bilans de fin de cycle en mathématiques et celui de nos recherches sur les pratiques enseignantes étaient bien distincts, mais peu à peu, nous avons réalisé combien l'acte d'évaluer était au cœur des pratiques enseignantes et qu'étudier les pratiques d'évaluation des enseignants était non seulement un moyen pertinent d'accéder à leurs pratiques, mais aussi un moyen de promouvoir les apprentissages mathématiques des élèves.

* Université Paris Est Créteil – France – nathalie.sayac@u-pec.fr

I. [1] DEPP : DIRECTION DE L'EVALUATION, DE LA PROSPECTIVE ET DE LA PERFORMANCE DU MINISTERE DE L'ÉDUCATION NATIONALE FRANÇAIS.

Sayac N. (2015) Des évaluations externes aux évaluations internes en mathématiques : des pratiques institutionnelles aux pratiques de classes. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT9, pp. 818-828.

Dans le cadre de ce GT9, nous proposons de présenter une recherche en cours portant sur les pratiques d'évaluation en mathématiques des professeurs des écoles, qui fait suite à deux autres recherches précédemment menées sur les apprentissages mathématiques des élèves de l'école primaire en France à travers l'étude spécifique des bilans CEDRE[2] de 2008 et 2014, en mathématiques. Nous préciserons dans quel contexte s'inscrit cette recherche, le choix adopté pour la réaliser (recherche collaborative), sa problématique et les outils que nous utiliserons pour obtenir les résultats souhaités.

I. LES PRATIQUES D'EVALUATION EN MATHÉMATIQUES DES PROFESSEURS DES ECOLES

1. *Éléments de contexte*

Comme le soulignait déjà Bodin en 1997, peu de recherches en didactique des mathématiques prennent en compte l'existence des faits d'évaluation et peu de recherches sur l'évaluation prennent en compte la spécificité des savoirs en jeu. De même, Mons précise dans l'introduction du rapport CNESCO (2014) que, encore aujourd'hui, l'évaluation des élèves par les enseignants dans la classe et les établissements est peu étudiée :

> Les évaluations internes par les enseignants dans la classe, bien qu'au coeur historiquement de l'institution scolaire, et analysées, à travers différents champs scientifiques (les sciences de l'éducation, la psychologie…), par des chercheurs s'intéressant à la pédagogie (en particulier aux effets des évaluations sur les apprentissages des élèves), ont suscité peu d'états des lieux des pratiques des enseignants dans leurs classes (p.7).

Après avoir étudié des évaluations externes au niveau national et les pratiques des enseignants de manière globale, nous avons donc naturellement porté notre attention sur les pratiques d'évaluations internes en mathématiques des PE. Nous rejoignons Perrenoud qui estime que :

> L'évaluation passe par les pratiques d'acteurs, individuels ou institutionnels, qui sont rarement dépourvus de raison et de raisons, mais dont les rationalités sont limitées et diverses, parfois contradictoires (1997, p.16).

Pour mener à bien cette nouvelle recherche, il nous a semblé pertinent de monter une recherche collaborative (Desgagné, 1997) avec des professionnels du terrain, intéressés par les questions posées et qui ont également eu envie d'expérimenter cette nouvelle modalité de formation à et par la recherche.

Il nous semble également important de préciser qu'actuellement, en France, l'évaluation des élèves est une préoccupation majeure du Ministère de l'Éducation Nationale et que la réforme de la formation des enseignants promeut fortement la recherche dans la recherche. C'est aussi dans ces perspectives que notre recherche s'inscrit.

2. *La recherche collaborative*

La recherche initiée au printemps 2014 a pour but central d'étudier les pratiques d'évaluation des professeurs des écoles en mathématiques pour avoir accès aux significations et intentions et ainsi produire des connaissances scientifiques concernant cette thématique.

Pour constituer l'équipe de recherche, nous avons sollicité des formateurs de terrain investis dans la formation des professeurs des écoles avec des fonctions différentes au sein de l'éducation nationale en France : conseillers pédagogiques (trois d'entre eux), maitres-formateurs (deux d'entre eux) ou encore directeurs d'école élémentaire (deux d'entre eux),

---

[2] CEDRE : Cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon.

dans l'académie de Créteil. Il n'y a que des femmes. Quatre d'entre elles ont obtenu un Master 2 spécialité « Éducation et métiers de l'enseignement » dans l'académie de Créteil, dans un dispositif de validation des acquis de l'expérience (VAE), et se sont donc quelque peu acculturées à la recherche dans ce cadre.

Après avoir établi un contrat de collaboration avec elles (co-élaboration du questionnement, de la méthodologie de recherche, cadrage des conditions matérielles et scientifiques de la recherche, etc.), il a été convenu que cette recherche se déroulerait pendant au moins deux ans : la première année sera consacrée à récolter des données sur les pratiques d'évaluation en mathématiques des professeurs des écoles, à les traiter en utilisant/adaptant un outil conçu pour analyser les items de l'évaluation CEDRE (voir Sayac, Grapin, 2014, 2015). La deuxième année sera davantage orientée vers l'élaboration de dispositifs de formation à l'évaluation en mathématiques.

3. Problématique

Cette recherche vise à étudier les pratiques évaluatives des professeurs des écoles en mathématiques au travers des évaluations qu'ils proposent à leurs élèves, que ce soit durant une séquence qu'à la fin de celle-ci. Elle s'inscrit pleinement dans le champ de la didactique des mathématiques et plus particulièrement dans le cadre de la « double approche didactique et ergonomique des pratiques d'enseignement des mathématiques» (Robert & Rogalski 2002), mais réorienté suivant les 3 dimensions proposées par Roditi (HDR 2011) : institutionnelle, sociale et personnelle. Dans cette optique, nous étudions donc « les pratiques enseignantes en mathématiques » des professeurs des écoles, notamment dans leur activité d'évaluation qui répond à des finalités à la fois professionnelles et personnelles.

En France, l'activité d'évaluation des enseignants est cadrée par des textes officiels qui émettent des préconisations. Dernièrement, de nouvelles orientations ont été diffusées avec la parution de trois textes importants : le nouveau référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation3, la circulaire de préparation de la rentrée 20144 et les recommandations du Conseil supérieur des programmes (CSP) de juin 2014. La loi de refondation de l'école de 2013 avait déjà introduit des nouvelles prescriptions institutionnelles sur l'évaluation et mis l'accent sur « l'évaluation positive », « valorisant les progrès », évitant ainsi la « notation sanction » tout en insistant sur son caractère simple, lisible par les familles pour mesurer le degré des connaissances, des compétences et la progression des élèves.

La pression institutionnelle est donc forte sur cette activité que les enseignants de l'école ont à réaliser dans l'exercice de leur métier. Ils sont ainsi exhortés à « *construire et utiliser des outils permettant l'évaluation des besoins, des progrès et du degré d'acquisition des savoirs et des compétences* » (référentiel de compétences p 6), « *valoriser les réussites, les progrès de tous les élèves en pratiquant une évaluation bienveillante, en se référant aux compétences du socle commun* » (circulaire rentrée 2014), varier les modalités d'évaluation (recommandations CSP) en :

- identifiant plusieurs niveaux de réussite pour chaque type de connaissances et compétences évalué,
- permettant aux élèves n'ayant pas totalement validé le socle à l'issue du collège de pouvoir le valider plus tard,

[3] Arrêté du 1-7-2013 - J.O. du 18-7-2013
[4] Circulaire n° 2014-068 du 20-5-2014

- faisant une place aux tâches faisant appel à plusieurs domaines de formation dans les procédures d'évaluation.

Par ailleurs, les contraintes sociales pèsent également lourdement sur l'activité d'évaluation que les enseignants ont à réaliser régulièrement. Des travaux (Butlen, Peltier-Barbier & Pézard 2004, Coulange 2013) ont montré comment ces contraintes peuvent amener les professeurs enseignant dans des établissements en ZEP (zone d'éducation prioritaire) à baisser leurs exigences en termes de contenus d'apprentissage et par conséquent en termes d'évaluation. Cauley et McMillian (2000) ont également montré que, pour les enseignants de l'école primaire, la composante « social behavior » de l'évaluation avait un poids plus fort que chez les autres enseignants et qu'ils avaient davantage tendance a prendre en compte des facteurs non disciplinaires dans leurs évaluations. Nous avons également constaté, à partir d'une étude exploratoire[5], qu'il se pourrait que les professeurs des écoles aient une forte tendance à survaloriser leurs élèves les plus en difficultés. En effet, à partir de copies corrigées d'élèves et des commentaires écrits par les professeurs, il semblerait que le choix des tâches proposées dans les évaluations étudiées, ainsi que leur validation, étaient extrêmement variables selon les professeurs et les écoles où ils enseignent. L'objet de la recherche en cours est donc, en partie, de vérifier cette hypothèse.

Nous faisons également l'hypothèse que la dimension personnelle est très forte dans l'activité d'évaluation de l'enseignant de l'école primaire dans la mesure où d'une part il y a, en réalité, peu de formations à l'évaluation (initiale ou continue) ce qui entraine une autonomie pédagogique des enseignants plus grande et d'autre part, que c'est une activité qui est fortement sous-tendue par des conceptions et des représentations personnelles. En effet, les questions de ce que doit être une évaluation, de comment la concevoir et de sa finalité sont essentielles pour comprendre ce que le professeur propose à ses élèves en matière d'évaluation.

Il s'agira donc, dans cette recherche, d'étudier les pratiques évaluatives des professeurs des écoles en mathématiques, à partir des tâches auxquelles ils confrontent leurs élèves dans les différents moments d'évaluation qu'ils leur proposent. L'analyse des tâches mathématiques proposées en évaluation par les professeurs de notre échantillon sera réalisée à partir d'outils développés dans le cadre d'une approche épistémo-didactique (Grapin & Grugeon 2015) et psycho-didactique (Vantourout & Goasdoué 2014). Il s'agira principalement de les analyser du point de vue du recouvrement du domaine étudié et de leur complexité pour étudier dans quelle mesure elles varient et se distinguent suivant les professeurs (dimension personnelle), les niveaux de classe (dimension institutionnelle) ainsi que les lieux de classe (dimension sociale).

La dimension institutionnelle sera également appréhendée à partir de la variété des contextes de pratiques évaluatives (prescriptions curriculaires locales, caractéristiques d'enseignement spécifiques, formes pédagogiques, cultures de la société, …) et différents niveaux de codétermination seront étudiés (Chevallard 2002, Artigue & Winslow 2009).

Nous tacherons également de dégager des « portraits évaluatifs » de professeurs qui seront déterminés à partir de la variété et de la nature des tâches mathématiques qu'ils proposent en évaluation à leurs élèves, mais aussi à partir d'éléments personnels qui contribuent à l'élaboration de ces évaluations, notamment des dilemmes (Wanlin & Crahay 2012) auxquels ils sont confrontés qu'il conviendra de mettre à jour et qu'il faudra déterminer. Nous convoquerons également le concept de documentation scolaire (Margolinas & Wozniak 2009)

---

[5] à l'été 2014, j'ai récolté une vingtaine d'évaluations de professeurs des écoles autour des notions de fractions & décimaux ainsi qu'un questionnaire en ligne permettant de récolter quelques informations sur ces professeurs.

utilisée par les enseignants pour élaborer leurs évaluations pour étayer ces portraits évaluatifs. Ces portraits évaluatifs en mathématiques auront pour but, au-delà de ce qu'ils donneront à voir, de permettre une projection sur des questions de formation à l'évaluation qui animent aussi bien les chercheurs que les praticiens engagés dans cette recherche collaborative.

II. METHODOLOGIE ET OUTILS D'ANALYSE

1. *Méthodologie*

L'enquête en cours aura donc pour but d'étudier les pratiques évaluatives en mathématiques des professeurs des écoles et de dégager des portraits évaluatifs en mathématiques de ces professeurs à partir de données suffisamment riches pour nous permettre d'attendre nos objectifs. Les réunions menées dans le cadre de la recherche collaborative ont abouti à un certain nombre de choix méthodologiques.

Au niveau des professeurs étudiés

Le nombre de professeurs des écoles de notre échantillon devra être suffisamment élevé pour permettre d'explorer la diversité des pratiques d'évaluation en mathématiques à l'école primaire, mais il ne saurait l'être trop car il importe de récolter un ensemble de données suffisamment riches pour permettre d'affiner les portraits évaluatifs que nous souhaitons dégager. La vingtaine de professeurs des écoles ayant accepté de participé à notre étude et qui se trouve dans une certaine diversité de contextes nous semble correspondre aux besoins que nous avons identifiés :

- Des enseignants débutants (professeurs stagiaires, professeurs débutant jusqu'à la 2ème année d'exercice) : au moment de l'entrée dans le métier, il nous semble intéressant d'étudier comment ces professeurs s'y prennent pour élaborer leurs évaluations, sur quelles ressources ils s'appuient pour le faire et ainsi déterminer plus spécifiquement des besoins en formation initiale.
- Des enseignants en REP (réseaux d'éducation prioritaire) : en effet, nous avons fait l'hypothèse que les enseignants de ces classes différencient leurs évaluations qu'ils donnent à leurs élèves, de même que Cauley et McMillian (2000) avaient noté qu'ils différenciaient leurs pratiques de notation dans ce type de classes. Nous explorerons cette différenciation à partir de la qualité et de la variété des tâches proposées.
- Des enseignants « lambda » : il nous semble indispensable d'avoir un panel de professeurs des écoles qui ne présentent aucune des deux caractéristiques précédentes, même si l'ambition d'avoir un échantillon représentatif à l'échelle de la France n'est hélas pas envisageable.

Au niveau du domaine mathématique étudié

Après avoir discuté de l'opportunité de nous restreindre ou pas à un domaine mathématique donné, avec les incidences contingentes que cela pourrait avoir sur les niveaux de classes et le nombre de professeurs étudiés, nous avons convenu qu'il serait opportun de travailler dans le domaine de la numération des nombres entiers (connaissances et écriture des nombres). En effet, ce choix permet à la fois d'explorer les pratiques d'évaluation d'enseignants du CP au CM2, et à la fois d'intégrer les travaux que Nadine Grapin réalise actuellement dans le cadre de sa thèse sur l'évaluation des acquis des élèves, spécifiquement en fin d'école primaire dans le domaine des nombres entiers (leurs écritures, leurs propriétés et les opérations). Elle a ainsi défini, en lien avec la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 2001), une praxéologie de référence pour analyser le contenu d'une évaluation dans ce domaine. Nous nous appuierons donc sur son travail pour situer les tâches proposées par les professeurs de notre échantillon dans leurs évaluations et pour déterminer leur couverture didactique. L'étude de ce recouvrement ne pourra se faire à l'échelle d'un professeur car la restriction à un niveau de classe (celui dans lequel enseigne le professeur) est trop restrictive, mais cela permettra de repérer les types de tâches récurrentes ou au contraire non usuelles. Tempier (2013) avait mis en évidence dans sa thèse que les tâches de décomposition des nombres en unités de numération n'étaient pas prépondérantes dans la réalité du travail de classe, nous verrons dans quelle mesure nous pourrons retrouver ce résultat au niveau des évaluations.

Au niveau des données à récolter

Il nous semble indispensable pour explorer les questions de continuité et ruptures entre les tâches proposées lors de la séquence d'apprentissage et les évaluations proposées par les professeurs des écoles de récolter aussi bien les exercices donnés en classe ou en devoirs, que les différentes traces d'activités proposées (ardoise, questions orales, etc.) qui auront été réalisés au cours d'une séquence d'enseignement sur la numération. Nous récolterons bien évidemment toutes les évaluations proposées par l'enseignant, sans préciser lors de la demande la nature des évaluations attendues. En effet, la distinction entre les différents types d'évaluation (diagnostique, formative, formatrice, sommative) ne nous semble pas forcément intégrée, voire comprise, par les enseignants français et nous ne souhaitons pas introduire de biais de récolte en précisant la nature des évaluations attendues.

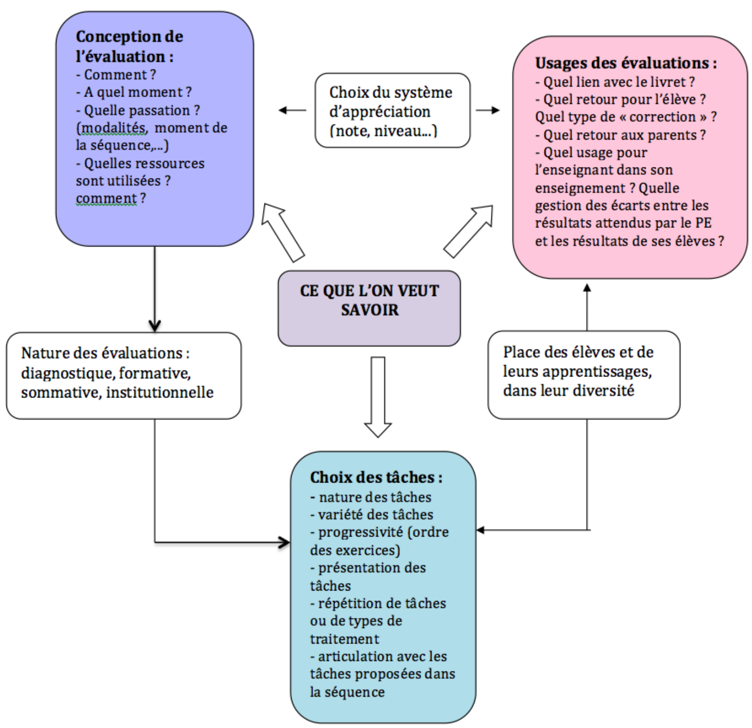
Nous souhaitons également explorer la documentation scolaire (manuel de l'élève, livres du maître, fichier de l'élève, documents et matériel d'accompagnement, etc.) des professeurs et connaître les ressources (notamment virtuelles) qu'ils utilisent pour élaborer leurs évaluations. Les ressources institutionnelles utilisées seront également intéressantes à considérer pour appréhender la dimension institutionnelle des pratiques évaluatives des professeurs. Nous avons indiqué précédemment qu'actuellement en France, les préconisations institutionnelles via des textes officiels étaient nombreuses, nous verrons dans quelle mesure les enseignants s'en emparent et s'en inspirent pour concevoir leurs évaluations.

Un court questionnaire sera également proposé aux professeurs de notre échantillon, en amont de toutes les autres données nécessaires à la recherche. Il permettra de récolter des données biographiques et professionnelles indispensables pour dresser les portraits évaluatifs que nous souhaitons réaliser et analyser les données qu'ils auront fournies.

Nous souhaitons également récolter des travaux corrigés d'élèves (une copie d'un élève ayant réussi l'évaluation, une copie d'un élève ayant moyennement réussi l'évaluation et une copie d'un élève ayant majoritairement échoué à l'évaluation). Ces données nous permettront d'une part de nous renseigner sur le niveau et le rapport aux mathématiques des enseignants de notre échantillon (DeBlois 2006, Vantourout & Maury 2006) et d'autre part, elles participeront à l'élaboration du portrait évaluatif du professeur en révélant des dimensions sociales et personnelles du professeur.

Dans la recherche exploratoire évoquée précédemment, nous avions récolté, à partir d'un questionnaire en ligne, des données sur la manière dont les professeurs des écoles élaboraient leurs évaluations et ce qui les sous-tendaient du point de vue de leurs conceptions, mais nous avons réalisé que les réponses apportées par ce biais n'étaient pas assez précises et/ou pas assez instructives, donc peu exploitables. Nous avons donc convenu que, pour avoir accès aux explications et justifications des professeurs relativement à leurs évaluations, nous leur proposerions un entretien semi-directif à partir des données qu'ils auront fournies qui permettra de mieux comprendre leurs intentions et la manière dont ils ont choisi les exercices de leurs évaluations. Nous chercherons ainsi à avoir accès aux domaines de réalité institutionnels des professeurs (Coulange 2013) et aux formes pédagogiques prescrites ou observées à l'échelle de leur école (dynamique d'équipe, caractéristiques) et de leur classe.

Pour ce faire, nous étudierons préalablement l'ensemble des tâches proposées durant la séquence retenue et dégagerons, en amont de l'entretien, les questions susceptibles de nous éclairer dans nos analyses. Nous profiterons de cet entretien pour récolter des informations qui seront utiles à nos analyses, complémentaires à celles obtenues par le questionnaire. Le schéma ci-dessous illustre les grands axes d'informations qui orienteront notre entretien (conception, tâches, usages) et nous permettra de cadrer les questions qu'il nous faudra poser. Cet entretien sera enregistré et retranscris pour permettre son exploitation.



2. *Outils d'analyse*

Pour analyser les tâches proposées par les enseignants dans leurs évaluations, nous utiliserons l'outil d'analyse d'items développé antérieurement (Sayac & Grapin 2014, 2015) pour analyser les évaluations externes de la DEPP et l'adapterons, si besoin, aux évaluations de classe. Cet outil a été conçu à partir de différents travaux, notamment ceux de GRAS, REPRIS PAR BODIN (2004) SUR LES TAXONOMIES DES ENONCES DE PROBLEMES MATHEMATIQUES PERMETTANT DE CLASSER PAR NIVEAUX HIERARCHISES DE COMPLEXITE COGNITIVE, L'ACTIVITE DES ELEVES ET CEUX REALISES PAR DES CHERCHEURS CANADIENS DANS LE CADRE DE L'EIACA[6] SUR LA « NUMERATIE DES ADULTES ET SON EVALUATION » (2003) QUI ONT PERMIS DE DEGAGER UN ORGANIGRAMME DE COMPLEXITE, DECLINE EN CINQ FACTEURS DE COMPLEXITE (répartis en

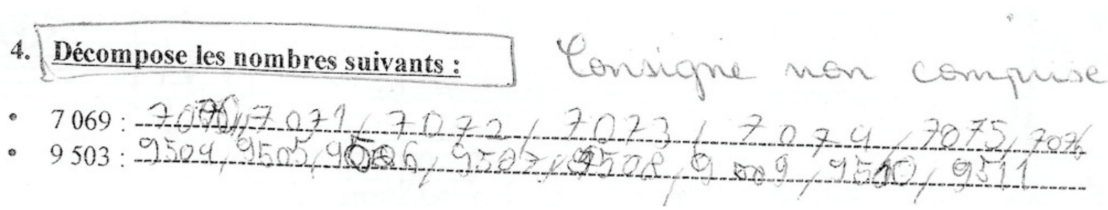
[6] Enquête Internationale sur l'Alphabétisation et les Compétences des Adultes. Les compétences évaluées sur des adultes en 2003 dans ce cadre portaient sur : la compréhension de textes suivis et schématiques, la numératie et la résolution de problèmes.

deux ensembles : deux facteurs qui concernent surtout les aspects textuels des tâches et trois facteurs qui concernent les aspects mathématiques). À ces travaux s'ajoutent ceux réalisés en didactique des mathématiques sur des domaines particuliers. Pour ce qui concerne notre recherche centrée sur le domaine de la numération des nombres entiers, nous nous appuierons principalement sur les travaux de Chambris (2012), Mounier (2013) et Tempier (2014).

Cet outil se décline en trois facteurs d'analyse : deux facteurs de complexité FC1 et FC1 et un facteur de compétences.

Facteur de complexité 1 : le contexte de l'énoncé

Dans ce facteur, le niveau de langue de l'énoncé ainsi que la nature des informations à traiter (texte, graphique, schéma, etc.) nous semblent important à considérer car il permet d'évaluer la complexité de la tâche du point de vue de la consigne et de la manière dont l'élève est amené à comprendre ce qu'il doit faire. La présence d'un exemple donné dans la consigne[7] entraine, du point de vue de la tâche que l'élève a à réaliser, une simplification de celle-ci qui n'est certainement pas sans incidence sur l'activité de l'élève. A contrario, une consigne « brute » peut être mal comprise et amener l'élève à ne pas répondre à ce qui est attendu :



Facteur de complexité 2 : les savoirs mathématiques en jeu

Ce facteur est directement lié au savoir mathématique en jeu et nous convoquons des travaux développés en didactique des mathématiques dans le domaine de la numération des nombres entiers pour évaluer la complexité de la tâche proposée. Nous nous référons également aux travaux de Duval (1993) autour des changements de registres de représentation pour évaluer ce facteur de complexité. C'est dans ce facteur que sont prises en compte les variables didactiques propres au domaine étudié (taille des nombres, écriture des nombres, présence de zéros, etc.) et qui peuvent avoir une influence non négligeable sur la complexité de la tâche à réaliser. Par exemple, il n'est pas équivalent de demander aux élèves d'écrire en chiffres le nombre « quarante-trois-mille-cent-vingt-quatre » et le nombre « quarante-mille-vingt-quatre ».

Facteur de niveau de compétences

Pour ce facteur, la définition de compétence qui nous est apparue la plus adaptée est celle que Perrenoud (1997) a proposée, mais complétée par la prise en compte de l'aspect inédit de la tâche à réaliser retenu par certains auteurs (Beckers 2002, Rey, Carette, Defrance & Kahn 2002). Pour nous, une compétence se définit donc comme : « une capacité d'agir de manière opérationnelle face à une tâche mathématique qui peut s'avérer inédite, en s'appuyant sur des connaissances que l'élève mobilise de façon autonome (Sayac & Grapin 2015). »

Nous nous sommes inspirées des travaux relatifs aux différents niveaux de mises en fonctionnement des connaissances (Robert & Rogalski, 2002) et des adaptations listées par

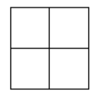
[7] Par exemple : « décompose les nombres suivant le modèle : 6428 = 6x1000 + 4x100 + 2x10 + 8x1 »

Robert (2008) pour prendre en compte le caractère inédit[8] des tâches et le degré d'autonomie développé par l'élève confronté aux différentes tâches.

Ainsi, pour ce facteur, trois niveaux de compétences permettent d'évaluer dans quelle mesure la tâche proposées en évaluation est plus ou moins proche de la notion de compétence que nous avons retenue qui intègre aussi bien la restitution de connaissances qu'une capacité autonome de mobilisation de ces connaissances :

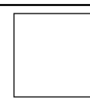
- **Niveau 1** : pour les tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélange), où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation, mis à part la contextualisation nécessaire. Les tâches sont usuelles.

  Hachurez la surface correspondant à la fraction ¼ dans la figure ci-contre :

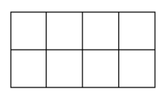
- **Niveau 2** : pour les tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées. Les tâches sont relativement usuelles.

  Hachurez la surface correspondant à la fraction ¼ dans la figure ci-contre :

- **Niveau 3** : pour les tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances qui sont totalement à la charge de l'élève. Les tâches sont inédites.

  Hachurez la surface correspondant à la fraction $\frac{5}{10}$ dans la figure ci-contre :

Pour chaque évaluation produite par un professeur de notre échantillon, nous étudierons donc :

- La diversité des tâches proposées en évaluation, au niveau de leurs niveaux de complexité et de compétences.
- La diversité des tâches proposées en évaluation, au niveau du domaine de la numération des nombres entiers.
- La diversité des tâches proposées en évaluation, au regard des programmes.
- La comparaison entre les tâches données durant la séquence et les tâches données en évaluation.

À partir de l'analyse de l'ensemble des tâches données aux élèves nous rechercherons, lors de l'entretien, ce qui a amené le professeur à proposer telle ou telle tâche pour ses évaluations. Au-delà de l'analyse outillée des évaluations, nous chercherons donc à avoir accès aux significations et intentions des enseignants lors de leur activité d'évaluation ce qui participera à l'élaboration du portrait évaluatif du professeur d'un point de vue des tâches mathématiques qu'il propose à ses élèves.

[8] NOUS ENTENDONS PAR INEDIT LE FAIT QUE L'ELEVE SOIT CONFRONTE A UNE TACHE A LAQUELLE IL N'A PAS L'HABITUDE D'ETRE CONFRONTE, PAR OPPOSITION AUX TACHES QU'IL RENCONTRE PLUS FREQUEMMENT (DANS LES MANUELS NOTAMMENT).

III. CONCLUSION

Étudier les pratiques en mathématiques des professeurs des écoles s'inscrit dans la continuité des études sur les pratiques des enseignants en mathématiques. Se restreindre à une activité spécifique des pratiques enseignantes en mathématiques est une piste pertinente et constructive à suivre, même si elle n'est pas simple à explorer du fait de la complexité des enjeux professionnel, personnel et institutionnel qu'elle sous-tend. Il est aujourd'hui crucial, du point de vue de la formation des enseignants en France, de prendre en compte de manière plus efficiente, cette activité au cœur des pratiques enseignantes.

Le cadre de la recherche collaborative adopté pour cette recherche participe de notre volonté de promouvoir la recherche dans la formation des enseignants et même si les objectifs des uns et des autres ne sont pas exactement les mêmes puisque pour les chercheurs il s'agit de dégager des connaissances scientifiques autour du thème de l'évaluation des apprentissages mathématiques et s'inscrire dans l'idée évoquée par Chevallard (1989) d'élaborer « une théorie de l'évaluateur » alors que pour les praticiens formateurs, il s'agit plutôt de décrire, comprendre, conceptualiser les pratiques d'évaluation en mathématiques pour construire des connaissances professionnelles au service de la formation et/ou de sa pratique personnelle.

Cette recherche n'est hélas pas encore aboutie et nous ne pouvons aujourd'hui produire les résultats attendus, mais nous espérons qu'ils permettront de mieux comprendre ce qui se joue en classe au niveau des apprentissages mathématiques des élèves, de tous les élèves, car il est aujourd'hui indispensable, pour lutter contre les inégalités scolaires, de mieux penser et concevoir les évaluations qui permettent aux élèves d'être confrontés à la réalité de leurs connaissances en mathématiques pour progresser et mieux apprendre.

REFERENCES

Artigue M., Winslow C. (2010) International comparative studies on mathematics education: a view from the anthropological theory of didactics. *Recherches En Didactique Des Mathématiques* 1(30), 47–82.

Beckers J. (2002) *Développer et évaluer des compétences à l'école : vers plus d'efficacité et d'équité*. Bruxelles : Labor.

Bodin A. (1997) l'évaluation du savoir mathématique. Savoirs et Méthodes. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 17(1/3), 49-93.

Bodin A. (2004) Taxonomie des énoncés mathématiques, classement par niveaux hiérarchisés de complexité cognitive. http://www.apmep.asso.fr/07-Documents-et-articles.

Brousseau G. (1980) Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 1(1/3) 11–59.

Butlen D., Peltier-Barbier M.L., Pézard M. (2004) Des résultats relatifs aux pratiques deprofesseurs débutants ou confirmés enseignant les mathématiques à l'école. In Peltier-Barbier M-L (Ed.) *Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur d'enseigner en ZEP* (pp.70–81). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Cauley K, McMillian J.H. (2000) Do teachers grade differently in low SES middle schools? Paper presented at the *Annual meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans, LA.

Coulange L. (2013) Débuter en collège ZEP : quelles pratiques enseignantes ? Un zoom sur deux professeurs de mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 32.3, 361-408.

DeBlois L. (2006) Influence des interprétations des productions des élèves sur les stratégies d'intervention en classe de mathématiques. *Educational Studies in Mathematics* 62(3), 307-329.

Desgagné S. (1997) Le concept de recherche collaborative : L'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation* 23(2), 371-393.

Duval R. (1993) Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 5, 37–35.

Duval R., Pluvinage F. (1977) Démarches individuelles de réponse en mathématique. *Educational Studies in Mathematics* 8-1, 51-116.

Gueudet G., Trouche L. (2010) *Ressources vives : Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Lescure S., Pastor J-M. (2012) Mathématiques en fin d'école primaire. Le bilan des compétences. *Scéren,* Paris.

Margolinas C., Wozniak F. (2009) Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation* 35 (2), 59-82.

Maury S., Vantourout M. (2006) Quelques résultats relatifs aux connaissances disciplinaires de professeurs stagiaires dans des situations simulées d'évaluation de productions d'élèves en mathématiques. *Revue des sciences de l'éducation* 32-3, 759-782

Perrenoud P. (1997) *Construire des compétences dès l'école*. Paris : ESF.

Remillard, J. T., Herbel-Eisenmann, B. A., Lloyd G. M. (Eds.) (2009) *Mathematics teachers at work : Connecting curriculum materials and classroom instruction, Studies in Mathematical Thinking and Learning Series*. A. Schoenfeld, Ed. New York: Routledge.

Robert A., Rogalski M. (2002) Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion de la classe. *Petit x* 60, 6–25.

Roditi E. (2011) *Recherches sur les pratiques enseignantes en mathématiques : apports d'une intégration de diverses approches et perspectives*. Note de Synthèse. Université René Descartes -Paris V.

Roditi E. (2007) La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté *Annales de didactique et de sciences cognitives* 12, 55–81.

Sayac N. (2015). Stratégie des élèves de fin d'école primaire face à des QCM en mathématiques. In Marin B. (Ed.) *L'évaluation et ses pratiques dans le champ scolaire* (pp.78-95). CANOPÉ éditions.

Sayac N., Grapin N. (2014) Évaluer par QCM en fin d'école: stratégies et degré de certitude. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 19, 169–198

Sayac N., Grapin N. (2014) Évaluer les capacités des élèves à résoudre des problèmes dans le cadre d'une évaluation externe, en France : les spécificités de la forme QCM. Volume XLII : 2. *Éducation et Francophonie.* 64-83. http://www.acelf.ca/c/revue/pdf/EF-42-2-064_SAYAC.pdf

Rapport CNESCO : *L'évaluation des élèves par les enseignants dans la classe et les établissements : réglementation et pratiques. Une comparaison internationale dans les pays de l'OCDE*, Décembre 2014

Enquête internationale sur l'alphabétisation et les compétences des adultes (2003), Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, Canada.

Note d'information de la DEPP, 10-17 octobre 2010 : les compétences en mathématiques des élèves de fin d'école primaire, Ministère de l'Éducation Nationale.

Note d'information de la DEPP, 10-18 (2010) les compétences en mathématiques des élèves de fin d'école primaire, Ministère de l'Éducation Nationale.